

HET NEERSLAG-AFVOER MODEL VOOR HET REAL TIME COMPUTERBEHEER VAN EEN HOOGWATERRESERVOIR OP DE DIJLE TE NEERIJSE

W. BAUWENS, Aspirant N.F.W.O., G.L. VANDEWIELE, J. MARIVOET en A. VAN DER BEKEN

Dienst Hydrologie en Centrum voor Statistiek en Operationeel Onderzoek
Vrije Universiteit Brussel

1. INLEIDING

Het hier voorgestelde neerslag-afvoer model werd ontwikkeld om de afvoeren te voorspellen voor het real-time computerbeheer van het hoogwaterreservoir op de Dijle te Neerijse [1, 2, 3, 4, 9]

Bij een dergelijk beheer wordt op geregelde tijdstippen (i.c. 20 min.) informatie betreffende debieten, neerslaghoeveelheden en andere meteorologische grootheden doorgeseind naar een centrale computer die de berekeningen ten behoeve van het beheer uitvoert. De verschillende grootheden die de toestand van het systeem bepalen zijn bijgevolg gekend tot op het huidige ogenblik ; vandaar de naam real time beheer.

Daar de afvoer van een bepaalde hoeveelheid neerslag zich slechts na een zekere tijd laat waarnemen in de rivier zal bovenvermeld model dan ook toelaten om, uitgaande van de gekende neerslag, de toekomstige afvoer in de rivier te voorspellen. Bovendien wordt het neerslag-afvoermodel toegepast om de afvoer afkomstig van de voorspelde neerslag te berekenen.

2. HET MODEL

2.1. Algemeen

Een neerslag-afvoer model van een rivierbekken is een stel formules dat toelaat de afvoertijdreeks $\{A(t)\}$ te berekenen uitgaande van een aantal meteorologische ingangstijdreeksen. De ingangstijdreeksen die in het voorgestelde model worden gebruikt zijn de gebiedsneerslagreeks $\{P(t)\}$, de temperatuurreeks $\{T(t)\}$ en de bodemtemperatuurreeks $\{I(t)\}$.

In Fig. 1 is de waterbalans van het model geïllustreerd.

De rechthoeken stellen waterhoogten voor ; de afgeronde hokjes stellen bewerkingen voor ; de pijlen stellen de opeenvolging der bewerkingen voor.

2.2. Sneeuw of vloeibare neerslag

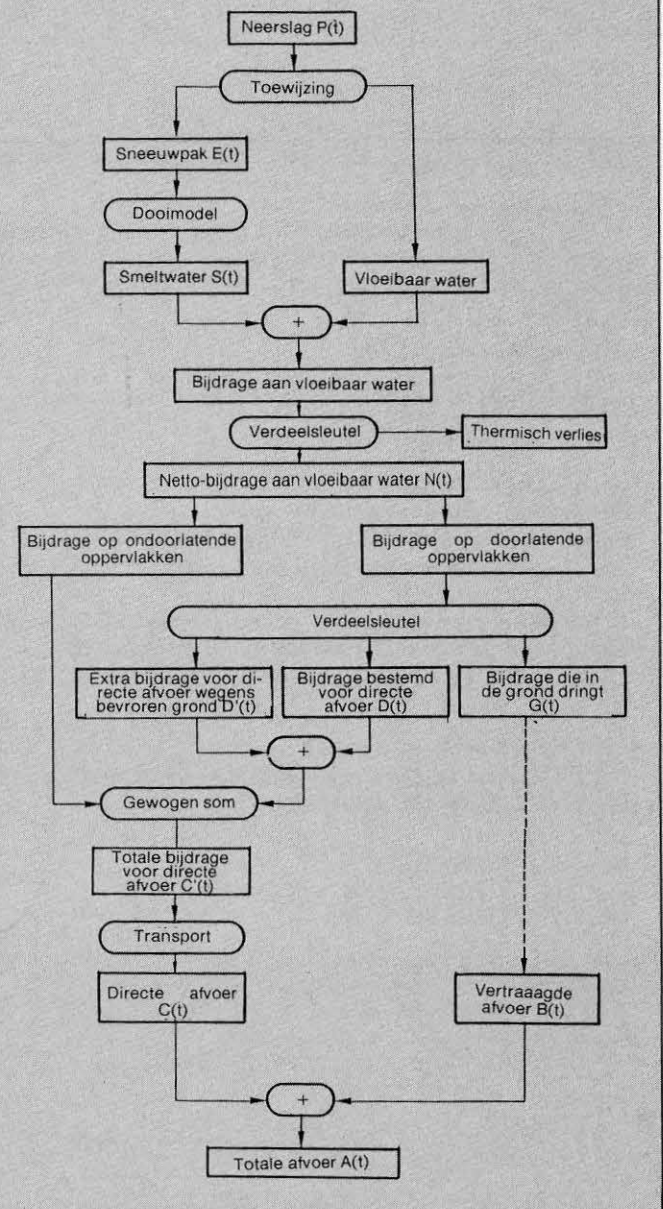
Aangezien het de bedoeling is het model volautomatisch door te rekenen was het nodig een criterium vast te stellen betreffende de vorm van de neerslag. Experimenteel [5] werd vastgesteld dat de kans dat de neerslag valt onder de vorm van sneeuw bij een luchttemperatuur van 1°C 50 % bedraagt. Deze temperatuur werd als criterium vooropgesteld. Er werd bovendien vooropgesteld dat indien de bodemtemperatuur hoger is dan 4°C de sneeuw onmiddellijk smelt zodat, in die omstandigheden, de neerslag ook als vloeibaar wordt beschouwd.

Wiskundig kunnen de mogelijke fenomenen door een indicatorfunctie $T'(t)$ worden gekenmerkt :

$T'(t) = 0$ indien $T(t) \leq 1^{\circ}\text{C}$ en $I(t) \leq 4^{\circ}\text{C}$; de neerslag doet zich voor onder de vorm van sneeuw die een sneeuwvoorraad $E(t)$ opbouwt ;

$T'(t) = 1$ indien niet aan de bovenstaande voorwaarden betreffende de lucht- en bodemtemperatuur is voldaan ; de neerslag doet zich voor onder de vorm van regen of sneeuw die onmiddellijk smelt (Fig. 2).

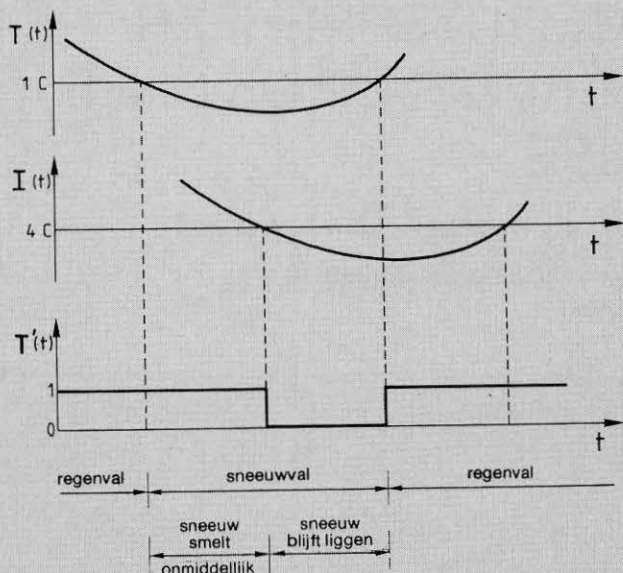
Figuur 1 : De waterbalans van het neerslag-afvoer-model.



2.3. Het sneeuw-dooi-model

De geleidelijke dooi van een sneeuwvoorraad $E(t)$ wordt berekend met behulp van onderstaand sneeuw-dooi-model. Een onderscheid wordt gemaakt tussen periodes zonder en periodes met neerslag.

Figuur 2: De indicatorfunctie $T'(t)$.



— Periodes zonder neerslag.

Gedurende periodes zonder neerslag is de hoeveelheid water $S(t)$ die vrijkomt uit het sneeuwpak evenredig met de luchttemperatuur en begrensd door de aanwezige sneeuwvoorraad $E(t)$:

$$S(t) = \min [E(t-1), s_1 T^+(t)]$$

met $\min [a, b]$ = het minimum van a en b ;

$$T^+(t) = \max [0, T(t)]$$

s_1 : constante met $s_1 \geq 0$.

— Periodes met neerslag.

Bij neerslag wordt de dooi berekend als:

$$S(t) = \min [E(t-1) + P(t)(1 - T'(t)), (s_2 + s_3 P(t))T^+(t) + s_4]$$

met s_2, s_3 en s_4 constanten met $s_2, s_3, s_4 \geq 0$.

De dooi wordt afgetrokken van de sneeuwvoorraad zodat de evolutie van deze sneeuwvoorraad wordt berekend als:

$$\bar{E}(t) = \max [0, \bar{E}(t-1) + P(t)(1 - T'(t)) - S(t)]$$

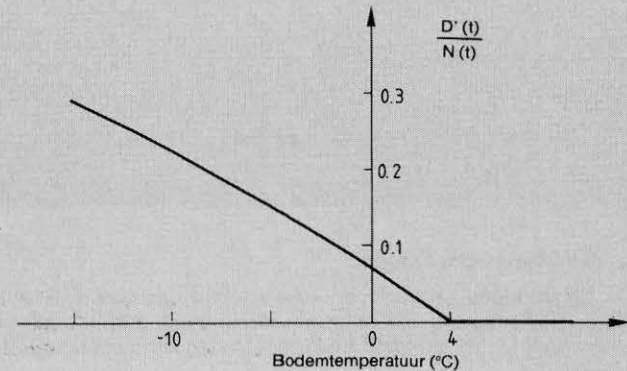
2.4. Het afvoermodel

De « netto neerslag » $N(t)$ wordt berekend rekening houdend met de « thermische verliezen »:

$$N(t) = [P(t)T'(t) + S(t)]a_1 [T^+(t)]^2$$

met a_1 : constante met $0 < a_1 < 1$.

Figuur 3: De afvoer op bevroren grond.



Deze netto-neerslag valt op ondoorlatende oppervlakken enerzijds en op doorlatende oppervlakken anderzijds. De neerslag die op deze laatste oppervlakken valt wordt verdeeld in maximaal drie componenten, afhankelijk van de vochtigheidsgraad van het bekken en de bodemtemperatuur.

De kleinere infiltratiecapaciteit van een bevroren bodem heeft als gevolg dat een groter deel van de neerslag die hierop terecht komt aanleiding zal geven tot directe afvoer. Deze extra bijdrage tot de directe afvoer $D'(t)$ wordt berekend als (Fig. 3):

$$D'(t) = N(t) (1 - a_0 (l_b - l(t))^+)$$

met a_0 : constante met $0 < a_0 < 1$;

l_b : een drempelbodemtemperatuur;

$$(l_b - l(t))^+ = \max [0, l_b - l(t)]$$

De vochtigheidsgraad van het bekken wordt weergegeven door de vochtigheid $V(t)$, met

$$V(t) = a_3 V(t-1) + G(t-1)$$

met a_3 : constante met $0 < a_3 < 1$.

Daar de bijdrage van de neerslag die in de grond dringt $G(t)$ afneemt met een toenemende vochtindex stellen we:

$$G(t) = [N(t) - D'(t)]a_4 [V(t)]^2$$

met a_4 : constante met $0 < a_4 < 1$.

De waterbalans laat ons toe te schrijven:

$$D(t) = N(t) - D'(t) - G(t)$$

waarbij $D(t)$ kan worden beschouwd als de bijdrage bestemd voor directe afvoer indien geen rekening wordt gehouden met bevroren grond.

Aangezien het transport van de verschillende afvoerbijdragen door eenzelfde model wordt beschreven, berekenen we vooraf de gewogen som van deze bijdragen:

$$C'(t) = a_2 N(t) + (1 - a_2) [D(t) + D'(t)]$$

met a_2 : verstedelijkingsgraad met $0 \leq a_2 \leq 1$.

2.5. Het transportmodel

Het transport van de bijdragen tot de directe afvoer wordt beschreven door middel van een lineair model: het eenheids-hydrogram.

Rekening houdend met het transport wordt de directe afvoer $C(t)$ berekend als het convolutieproduct

$$C(t) = \sum_{\tau=1}^{t_3} h(\tau, t_1, t_2, t_4) C'(t-\tau),$$

waarbij het eenheidshydrogram $h(t)$ wordt beschreven door een log-normale verdeling:

$$h(\tau, t_1, t_2, t_4) = \frac{t_4}{t_1 \tau} \exp \left(-\frac{(\ln \tau - t_2)^2}{2 t_1^2} \right)$$

Hierbij wordt de constante t_4 zodanig gekozen dat

$$\sum_{\tau=0}^{t_3} h(\tau, t_1, t_2, t_4) = 1$$

$$t_1, t_2, t_3 \geq 0.$$

2.6. Vertraagde en totale afvoer

De vertraagde afvoer of basisafvoer $B(t)$ tijdens een regenstorm wordt bepaald uitgaande van de real time waarneming van de afvoer $B(L)$ op een ogenblik L , net vóór de storm begon.

De totale afvoer wordt ten slotte berekend als:

$$A(t) = C(t) + B(L)$$

3. DE NUMERIEKE WAARDEN DER PARAMETERS VAN HET MODEL

3.1. De parameters van het sneeuw-dooi-model

Als waarden voor de parameters s_1 tot en met s_4 werden literatuurwaarden gekozen steunend op het Flood Studies Report [6] en het sneeuw-dooi-model van het U.S. Army Corps of Engineers [7].

3.2. De parameters van het afvoermodeel

De parameters a_1 tot en met a_4 van het afvoermodeel werden bepaald op basis van de globale waterbalans van een aantal historische regenstormperiodes. Hiertoe werden vooreerst een reeks stormperiodes of episodes afgebakend.

Met behulp van een optimalisatieprogramma werden de optimale parameters berekend die de objectieffunctie

$$\sum_{\text{episodes}} (W_j - Z_j)^2$$

minimaal maken. Hierbij stellen W_j en Z_j respectievelijk de totale berekende en gemeten afvoeren voor van de j -de episode. Men merkt op dat men zich in deze fase niet bekommert om de verdeling van de afvoeren in de tijd binnen het interval van een episode.

Het beperkt aantal regenstormen op bevroren grond welke zich tijdens de calibratieperiode voordeden in het Dijlebekken lieten geen werkelijke calibratie van de extra bijdrage tot de directe afvoer, $D'(t)$, toe. Volgens Watt [10] is dergelijke bijdrage merkbaar zodra de bodemtemperatuur op -10 cm beneden 4°C daalt. Deze waarde werd als drempelbodtemperatuur, I_b , aanvaard. De waarde van a_0 werd bepaald aan de hand van de analyse van de afvoercoëfficiënt bij 5 regenstormen waarbij de bodemtemperatuur lager was dan I_b .

3.3. De parameters van het transportmodel

Uit de reeks vooraf geselecteerde episodes worden de belangrijkste stormen uitgekozen. Met de reeds gekende a -parameters worden de transportparameters t_1 tot en met t_4 geoptimaliseerd op deze beperkte reeks episodes, waarbij de objectieffunctie

$$\sum_{\text{episodes } j} \sum_{t_{\text{begin}}(j)}^{t_{\text{eind}}(j)} (A(t) - Q(t))^2$$

geminimiseerd wordt. $Q(t)$ stelt de waargenomen en $A(t)$ de berekende afvoer voor.

De parameters voor verschillende deelbekkens van het Dijlebekken worden gegeven in Tabel 1*. Fig. 4 toont de eenheidshydrogrammen voor het Voerbekken.

4. DE ON-LINE CORRECTIE DER DEBIETSPVOORSPELLINGEN

De real time waarnemingen van de afvoeren laten toe de berekende waarden van het neerslag-afvoer model $A(t)$ te vergelijken met de waargenomen afvoeren $Q(t)$ en deze informatie te gebruiken om de voorspellingen te verbeteren.

Beschouwen we de tijdreeks der residuen $r(t)$ met

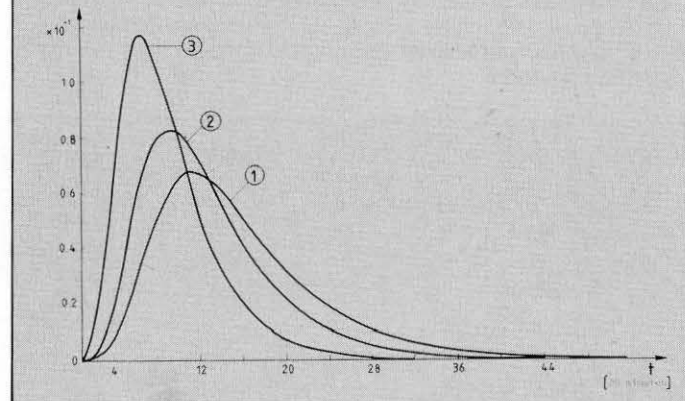
$$r(t) = A(t) - Q(t)$$

De techniek van de auto-regressief glijdende gemiddelde (ARMA) processen [8] maakt het mogelijk de toekomstige residuen $\hat{r}(t)$ te voorspellen uitgaande van de in het verleden waargenomen residuen. De analyse van de residuen voor verschillende deelbekkens van het Dijlebekken heeft aangetoond dat een zuiver auto-regressief model, zonder glijdende gemiddelde parameters, het best geschikt is voor dit probleem.

Tabel 1: Parameters voor de verschillende deelbekkens

Rivier-bekken	Voer			Molenbeek			Dijle
	Opwaarts	Afwaarts	Totaal	Opwaarts	Afwaarts	Totaal	Afwaarts
s_1				0,787			
s_2				0,73			
s_3				0,013			
s_4				0,32			
a_0				0,9825			
a_1				0,99856			
a_2	0	0	0	0,029	0,136	0,059	0
a_3				0,999877			
a_4				$1 - (1,101 \cdot 10^{-8})$			
t_1	0,468	0,468	0,468	1,210	1,000	1,100	0,610
t_2	2,432	2,097	2,638	3,729	1,944	3,226	2,510
t_3	0,399	0,399	0,399	0,564	0,406	0,466	0,399
t_4	50	40	50	80	80	80	55

Figuur 4: De eenheidshydrogrammen voor de Voer. (1: Totaal bekken; 2: Opwaarts bekken; 3: Afwaarts bekken).



De volgende formule wordt gebruikt om de voorspellingen $\hat{r}(t+i)$ van de toekomstige residuen recursief te berekenen:

$$\hat{r}(t+i) = \varphi_1 \hat{r}(t+i-1) + \varphi_2 \hat{r}(t+i-2) + \dots + \varphi_{i-1} \hat{r}(t+1) + \varphi_i \hat{r}(t) + \varphi_{i+1} \hat{r}(t-1) + \dots$$

waarbij $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_i, \dots$ de eerste, de tweede en de i -de autoregressieve parameters zijn. Het « huidige » ogenblik is hier t genoteerd.

Voor de beschouwde bekkens kon de orde van het autoregressief proces, afhankelijk van het deelbekken, worden beperkt tot 3 of 4 (Tabel 2). De verbeterde afvoervoorspelling wordt:

$$\hat{A}(t+1) = \hat{A}(t+1) - \hat{r}(t+1)$$

Tabel 2: Parameters van de ARMA modellen

Parameter	Voer		Molenbeek		Dijle
	Opwaarts	Totaal	Opwaarts	Totaal	Afwaarts
φ_1	1,486	1,486	1,287	1,356	0,30
φ_2	-0,365	-0,365	-0,196	-0,393	0,25
φ_3	-0,177	-0,177	0,152	-0,109	0
φ_4	0	0	-0,286	0,104	0

* De parameters in Tabel 1 gelden voor de volgende dimensies van de variabelen: ekwivalente waterhoogten in 10^{-1} mm; temperaturen in $^\circ\text{C}$ en een tijdsbasis van 20 minuten.

5. VOORBEELDEN VAN TOEPASSING

Bij wijze van voorbeeld worden de voorgestelde modellen toegepast op het bekken van de Voer, een bijrivier van de Dijle. De staafjesdiagrammen van Fig. 5 en Fig. 6 stellen de neerslag voor; de ononderbroken curve stelt het waargenomen hydrogram voor; de streeplijn stelt de, met behulp van het neerslag-afvoer-model, berekende afvoer voor en de gemengde streeplijn stelt de 1 uur vooraf voorspelde afvoer voor na correctie met het ARMA-model.

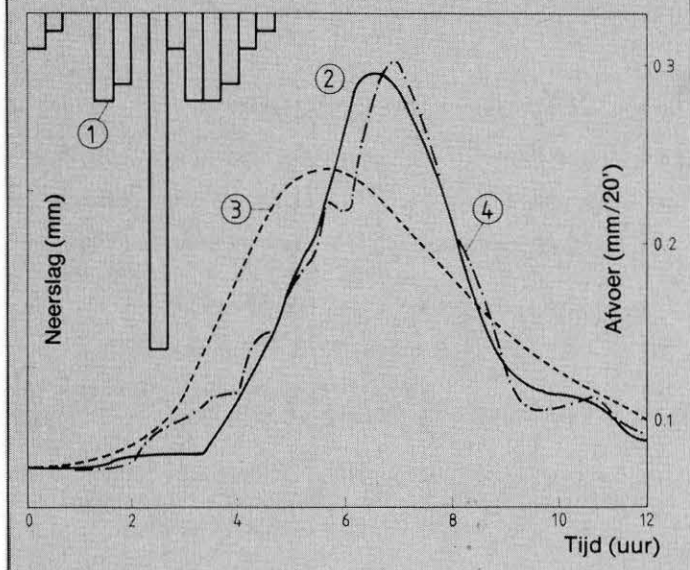
Zoals gesteld in [9] bestaat de afvoer uit een causaal gedeelte te wijten aan de bijdrage van de gekende neerslag uit het verleden en een stochastisch gedeelte te wijten aan de bijdrage van de niet gekende toekomstige neerslag. In werkelijkheid zal een grote onzekerheid bestaan op de stochastische bijdrage (zie [9]) welke bij deze simulatie niet tot uiting komt aangezien deze bijdrage hier werd berekend met de effectief gedurende het toekomstige uur waargenomen neerslag. Bij de simulatie werd bovenvermelde onzekerheid bijgevolg opgeheven en de simulatie is dan ook bedoeld als illustratie van de intrinsieke correctiemogelijkheden van de ARMA-procedure.

Dankwoord

Deze studie werd uitgevoerd in opdracht van de Landelijke Waterdienst, het Ministerie van Landbouw en het Vlaams Gewest. Tevens wensen de auteurs alle personen en diensten te bedanken die op een of andere wijze bij deze studie werden betrokken, hetzij door het verstrekken van gegevens, hetzij door het mededelen van adviezen.

Figuur 5: De Voer - Storm van 22-3-1979.

(1: Neerslag; 2: Waargenomen afvoer; 3: Berekende afvoer; 4: Verbeterde afvoervoorstellingen met voorspellingshorizon van 1 uur).

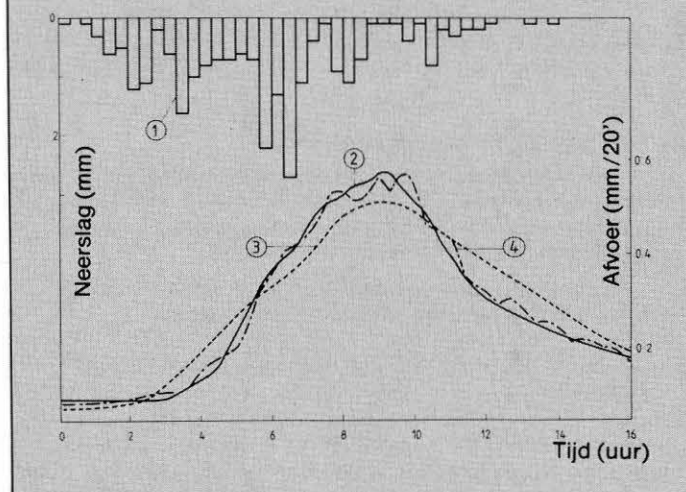


REFERENTIES

- [1] Studie en programmering voor een real time computerbeheer van een hoogwaterreservoir op de Dijle te Neerijse, Eindverslag opgesteld door de Dienst Hydrologie in samenwerking met het Centrum voor Statistiek en Operationeel Onderzoek en met de Dienst Electronica en Informatica van de Vrije Universiteit Brussel, 31 december 1982 (niet gepubliceerd).
- [2] Van der Beken, A., Vandewiele, G.L., Tiberghien, J., Mariën, J., Marivoet, J and Meersseman, M., On-line flow forecasting for automatic operation of a flood reservoir, IAHS, Publ. no. 129, Proc. of the Oxford Symposium, April 1980, p. 557-564.
- [3] Marievoet, J.L. and Vandewiele, G.L., A realtime rainfall-runoff model, IAHS Publ. no. 129, Proc. of the Oxford Symposium, April 1980, p. 409-418.

Figuur 6: De Voer - Storm van 31-3-1980.

(Legende zie figuur 5).



- [4] Mariën, J., Regulation of a flood reservoir with the use of on-line forecasts, IAHS Publ. no 129, Proc. of the Oxford Symposium, April 1980, p. 477-483.
- [5] Laramie, R.L. and Schaake, J.C., Simulation of the continuous snowmelt process, Massachusetts Institute of Technology, Watre Resources and Hydrodynamics Laboratory, Report no. 143, 1972.
- [6] Flood Studies Report, Natural Environment Research Council, London, 1975 (5 Volumes).
- [7] Snow Hydrology, North Pacific Division, U.S. Army Corps of Engineers, Portland, Oregon, 1956.
- [8] Box, G.G.P. and Jenkins, G., Time Series Analysis, Holden-Day, San Francisco, 1976.
- [9] Het real time computerbeheer van een hoogwaterreservoir op de Dijle te Neerijse, Water nr. 23, juli-augustus 1985, p. 125.
- [10] Watt, W.E. en Hsu, C.T., Continuous basin snowmelt runoff simulation, Discussion paper, Nat. Res. Council, Canada, Symposium n° 8, Quebec, Discussion paper, p. 1-8, 1971.



PLUVIOMETRIE

PROVINCIE	STATION	AUGUSTUS 1985	
		MAANDSOM (mm)	GROOTSTE DAG-NEERSLAG (mm) - DATUM
WEST-VLAANDEREN	MIDDELKERKE KNOKKE-ZWIN VLAMERTINGE BEITEM	80,8	16,0 — 4
		110,9	25,6 — 14
		67,2	24,1 — 14
		60,2	11,5 — 14
OOST-VLAANDEREN	MOERBEKE-WAAS EEKLO KRUISSHOUTEM GERAARDSBERGEN	79,6	11,8 — 31
		69,7	11,5 — 4
		72,7	13,3 — 2
		99,7	21,0 — 14
ANTWERPEN	STABROEK MEERLE ST.-KAT.-WAVER GEEL	90,6	14,1 — 14
		88,8	15,9 — 17
		52,7	13,8 — 2
		68,3	16,4 — 31
LIMBURG	KOERSEL MEEUWEN LANAKEN GORSEM	76,0	11,3 — 19
		69,5	16,8 — 17
		76,6	13,2 — 5
		63,4	10,5 — 9
BRABANT	ASSE UKKEL RILLAAR BEAUVECHAIN	84,2	15,1 — 2
		61,2	14,0 — 31
		53,4	9,2 — 19
		50,3	7,6 — 19