

L. Bonnet

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE

DES

FLEUVES A MARÉE

ET

APPLICATION AUX RIVIÈRES A MARÉE

DU

BASSIN DE L'ESCAUT MARITIME

PAR

231813

L. BONNET

Ingénieur en chef, Directeur des Ponts et Chaussées

VI PLANCHES.

EXTRAIT DES

ANNALES DES TRAVAUX PUBLICS DE BELGIQUE

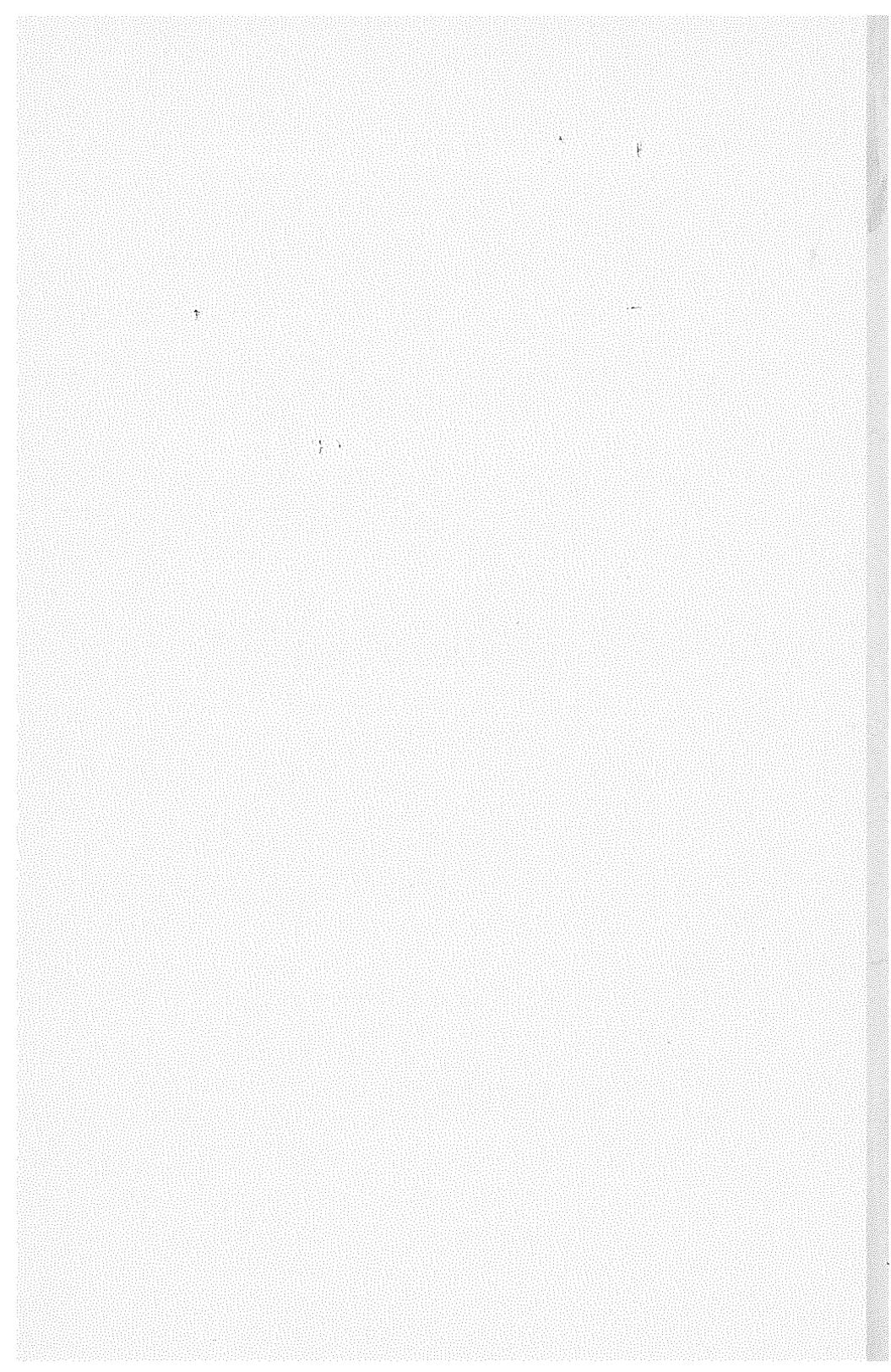
Fascicules 3, 4, 5 et 6 de 1922 et 1, 2, 3 et 5 de 1923.

BRUXELLES

GOEMAERE, IMPRIMEUR DU ROI, ÉDITEUR

21, rue de la Limite

1923



WATERBOUWKUNDIG LABORATORIUM

BIBLIOTEEK

323

LABORATOIRE de RECHERCHES HYDRAULIQUES

BIBLIOTHEQUE

0307 001 724X



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE
DES
FLEUVES A MARÉES
ET
APPLICATION AUX RIVIÈRES A MARÉES
DU
BASSIN DE L'ESCAUT MARITIME

PAR

L. BONNET

Ingénieur en chef Directeur des Ponts et Chaussées.

AVANT-PROPOS.

La propagation des marées dans les cours d'eau constitue un des phénomènes les plus complexes qui se présentent en hydraulique fluviale.

L'importance de l'onde de la mer qui donne naissance à l'onde dérivée de la rivière, les conditions topographiques propres à chaque fleuve, la surface et la position de la section d'embouchure, l'évacuation du reliquat de l'onde marée précédente, l'écoulement des eaux supérieures, les résistances dues aux frottements, sont autant de causes qui influent sur la propagation des marées fluviales.

Il est extrêmement difficile de tenir compte de ces multiples circonstances dans une théorie analytique rigoureuse.

Le problème a été étudié par un grand nombre de savants et d'ingénieurs, mais tous ont dû le simplifier pour le rendre accessible à l'analyse.

Sir George Airy a établi des formules donnant la célérité de l'onde et la vitesse des courants dans le cas d'un canal indéfini de section uniforme.

De Saint-Venant a traité le problème en supposant que l'onde fluviale soit le résultat de la superposition d'une série d'ondes de translation très petites.

Maurice Lévy a complété la théorie de Saint-Venant en tenant compte du frottement dans le cas d'un fleuve de profondeur uniforme et de largeur constante ou lentement variable.

Mais, quelque loin que la théorie ait été poussée la solution générale des fleuves à marée n'a pas été donnée, parce que les conditions de la pratique diffèrent toujours beaucoup trop de celles qui ont été admises dans les études parues jusqu'à ce jour.

Des ingénieurs, MM. Comoy, Bourdelles, Franzius, ont cherché la solution du problème dans l'observation directe du phénomène de la marée.

Le travail de M. Bourdelles « *Sur le régime de la marée dans les estuaires et les fleuves* » est, à ce point de vue, particulièrement intéressant. Les éléments essentiels dont ce technicien tient compte sont : l'énergie de l'onde fluviale et les résistances de frottement.

Par une application raisonnée de ces deux éléments, M. Bourdelles donne une explication rationnelle des différents caractères de la marée fluviale et même de certaines propriétés qui semblent être en contradiction avec la théorie.

Les études basées sur l'observation directe des faits conduisent à quelques lois qui, si elles ne sont pas toujours générales, se vérifient au moins dans un grand nombre de cas. Parmi ces lois on peut citer celle donnée par M. Franzius au Troisième Congrès de Navigation intérieure tenu à Francfort-sur-Mein en 1888.

« Le principe fondamental de toute régularisation dans la partie maritime d'un fleuve consiste à augmenter le plus possible la force vive de l'onde marée, par suite le cube de l'eau à l'entrée et à la sortie et la vitesse de cette eau ».

Et cet autre principe formulé au Congrès de Paris de 1892.

« Les moyens essentiels et efficaces pour l'amélioration des fleuves à marée sont la formation d'un lit unique et régulier, se rétrécissant progressivement de l'aval vers l'amont et réglé de

façon à ne gêner en rien le jeu des marées, la suppression des îles et des bancs de sable, le rassemblement des eaux dans un lit mineur encaissé dans des digues basses et l'ouverture du lit le plus grand possible pour l'introduction des hautes mers ».

M. Mengin Lecreux posa encore la règle suivante :

« Je crois, dit-il notamment, qu'il faut élargir, seulement je répète ici une observation importante, c'est que le principal élément de transmission de la marée n'est pas la largeur, mais la profondeur. En sorte que, dans un fleuve même étroit, si vous étiez sûr d'obtenir une profondeur suffisante vous auriez une excellente transmission ».

Ces lois, tout en étant clairement formulées, sont d'une application difficile, parce qu'elles ne mettent pas à la disposition de l'ingénieur une formule analytique qui permet de calculer avec précision les élargissements et les approfondissements qu'il faut apporter au fleuve. Aussi peut-on enregistrer de nombreux mécomptes qui résultent d'une application erronée des lois de l'observation.

M. Merten, professeur à l'Université de Gand, a fait connaître en 1912 au Comité technique consultatif des travaux du Port d'Anvers, les résultats suivants de ses recherches sur les fleuves à marée :

1^o Pour déterminer rationnellement les sections transversales des fleuves à marée à fond mobile, il faut exprimer que l'énergie perdue par l'onde marée, dans sa propagation le long du fleuve (en raison des variations dans ses dimensions) est absorbée par les travaux résistants dont l'expression est connue.

2^o En particulier, pour maintenir constante, sur un tronçon à fond horizontal, l'énergie de l'onde par unité de largeur, le fleuve doit être calibré de façon à faire varier les sections transversales suivant une loi de variation exponentielle en fonction des distances. Si le fond, au lieu d'être horizontal, a un profil longitudinal imposé, la loi de variation est plus compliquée : elle se présente sous forme d'une loi exponentielle composée. L'expression mathématique de ces lois a été donnée par leur auteur. Nous la transcrivons ci-dessous :

Soient : l la largeur du fleuve en un point quelconque ; l_0 la largeur du fleuve à l'origine ; $h = h_0 a^x$ la loi de variation des profondeurs à mi-marée ; A une constante dépendante du

fleuve. La largeur l du fleuve en un point quelconque doit être calibrée suivant la formule :

$$l = l_0 A^{a - \frac{3}{2}x - 1} \times a^{-\frac{3}{2}x} \quad (\text{loi de M. Merten}).$$

En m'appuyant sur le travail de M. Merten qui donne notamment l'équation différentielle de l'énergie de l'onde marée quand on tient compte des frottements, et qui montre qu'il y a une corrélation entre la variation de l'énergie de l'onde marée et celle de la largeur d'un fleuve à marée ; et en utilisant les lois du mouvement des ondes de translation et par pente de surface, nous avons pu trouver une série de lois et de propriétés qui permettent de résoudre tous les problèmes qui peuvent se présenter sur un fleuve maritime, à l'exception de ceux qui concernent le tracé en plan du fleuve, la position et la profondeur des passes navigables dans le lit du fleuve.

En publiant notre travail, nous n'avons pas la prétention de présenter une œuvre complète qui soit d'une rigueur absolue au point de vue de l'analyse. Notre étude a un caractère essentiellement pratique. Elle admet des simplifications dans les développements des calculs, de manière à aboutir à des formules finales d'application sûre et facile ; les simplifications peuvent paraître hardies à première vue, mais nous devons ajouter qu'elles n'ont jamais été maintenues que si une vérification sérieuse faite sur l'Escaut maritime nous y autorisait.

Notre théorie des marées fluviales est entièrement basée sur les mouvements ondulatoires qui sont relativement peu connus, en tous cas, beaucoup moins que ceux par pente de surface. Nous croyons donc qu'il sera intéressant de résumer en tête de notre mémoire les propriétés essentielles des ondes et principalement celles qui sont appliquées dans notre étude de la marée fluviale. Cette partie de notre travail est rédigée en grande partie d'après la théorie des ondes de M. Boussinesq, le cours d'hydraulique de M. Flanant, le cours des travaux maritimes de MM. le Baron Quinette de Rochemont et Henry Desprez.

PREMIÈRE PARTIE.

Mouvements ondulatoires.

CHAPITRE PREMIER.

CLASSIFICATION DES MOUVEMENTS ONDULATOIRES.

Les mouvements ondulatoires peuvent être classés en deux grandes catégories : *les ondes d'oscillation* et *les ondes de translation*.

Ondes d'oscillation.— Les ondes d'oscillation se produisent chaque fois que les eaux sont sollicitées par une force verticale, comme l'attraction des astres, la chute d'un corps sur la surface de l'eau, qui détermine un relèvement ou un abaissement momentané de la surface de l'eau sur une certaine étendue.

Les ondes d'oscillation peuvent être *ordinaires* ou *périodiques*.

Les *ondes périodiques* se succèdent comme les *ondes ordinaires*, mais la périodicité du mouvement tient à la périodicité de l'action : chaque action donnant lieu à la formation d'une onde.

Les *ondes ordinaires* ne dépendent plus d'une action périodique mais d'une force qui agit une fois, ou à des intervalles plus ou moins irréguliers.

L'onde marée de la mer est une *onde d'oscillation périodique*, les ondes formées par une pierre tombant dans l'eau sont des *ondes d'oscillation ordinaires*.

L'onde d'oscillation monte et descend de la même quantité au-dessus et au-dessous d'un plan horizontal d'équilibre ; à ce point de vue, elle est à comparer au pendule, qui oscille également de part et d'autre d'une position d'équilibre.

Les ondes d'oscillation peuvent encore être classées en deux autres catégories : celles qui paraissent courir à la surface de l'eau et qui s'appellent *ondes houleuses*, celles qui semblent rester sur place ou *ondes clapoteuses*. Les états correspondants de la masse liquide sont appelés : *houle* et *clapotis*.

Le *clapotis* se forme dans les masses liquides limitées de tous côtés par des parois. Dans des conditions semblables, la *houle* qui prend naissance par exemple, sous l'action du vent,

se réfléchit contre les parois latérales en faisant un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence (abstraction faite du frottement) et se transforme en une onde de sens inverse qui se superpose à l'onde directe. Le mouvement ondulatoire résultant constitue le *clapotis*.

Les vagues, l'onde marée de la mer sont des *ondes houleuses*; le clapotis des rivières, les sèches des grands lacs sont des ondes *clapoteuses*.

L'*onde houleuse* est le mouvement naturel des masses liquides contenues dans des mers ouvertes et profondes, où les causes perturbatrices du mouvement ondulatoire sont inexistantes ou négligeables, tandis que l'*onde clapoteuse* est le mouvement propre des eaux limitées de toutes parts, par exemple, les eaux d'un lac, d'une rivière, d'un canal.

Ondes de translation. — Si une force horizontale agit sur une masse liquide, il se forme une onde appelée : *onde de translation*. A chaque action de la force correspond une et une seule onde de translation. Celle-ci se propage entièrement au-dessus ou au-dessous de la surface primitive de l'eau. Dans le premier cas l'onde est dite : *positive*, dans le second : *negative*.

Les ondes de translation *positives* sont obtenues soit en projetant un certain volume d'eau dans un canal, soit en soulevant momentanément le niveau de l'eau par la fermeture brusque d'un barrage, soit en traînant un solide, tel un bateau, dans l'eau.

Les ondes *negatives* sont produites en créant brusquement un vide ou une dépression dans la masse liquide, par exemple en ouvrant un barrage.

L'onde de translation *positive* a été observée pour la première fois par Scott Russell qui rend compte de sa découverte dans les termes suivants :

« J'observais le mouvement d'un bateau que tiraient deux chevaux rapidement dans un canal étroit, lorsque le bateau vint à s'arrêter brusquement; mais il n'en fut pas de même de la masse d'eau qu'il avait mise en mouvement dans le canal; elle s'accumula dans un état de vive agitation autour de la proue, puis, laissant tout à coup le bateau en arrière, se mit à cheminer en avant avec une grande vitesse sous la forme d'une seule grande ondulation à surface arrondie, lisse et parfaitement déterminée. Cette onde continua sa marche dans le canal sans que sa forme et sa vitesse parussent s'altérer en rien. Je

la suivis à cheval et la retrouvai cheminant encore avec une vitesse de huit à neuf mille à l'heure et conservant sa figure initiale (environ 30 pieds de longueur sur un pied à 1 1/2 de hauteur). La hauteur de l'onde diminuait graduellement, et après l'avoir suivie pendant un mille ou deux, je la perdis dans les sinuosités du canal ».

MM. Scott Russell et Bazin ont fait l'étude expérimentale des ondes de translation, M. Boussinesq en a établi la théorie analytique.

CHAPITRE II.

PROPRIÉTÉS DES MOUVEMENTS ONDULATOIRES.

§ 1. — Onde houleuse.

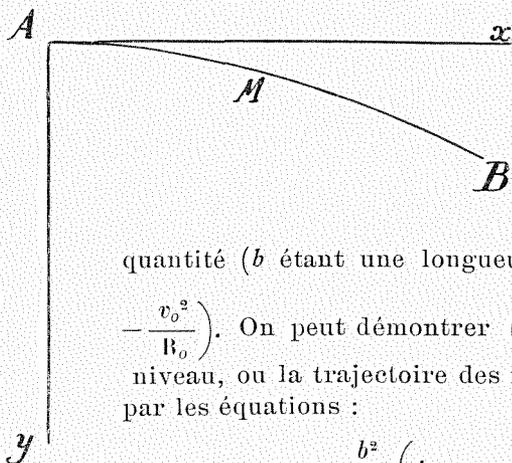
Surface de niveau. — L'hypothèse des surfaces de niveau immobiles dans l'espace semble, à première vue, être en contradiction avec la surface libre de la houle (qui est une surface de niveau) dont la forme change à chaque instant. Mais la propriété des surfaces de niveau subsiste si l'on attribue aux surfaces ainsi qu'à toute la masse liquide un mouvement de translation commun. Ainsi complétée, la théorie des surfaces de niveau se prête également à l'analyse des ondes houleuses.

Dans notre étude nous ne considérons que des ondes cylindriques, c'est-à-dire telles que toutes les molécules se trouvant sur une même ligne horizontale perpendiculaire au plan vertical des coordonnées soient animées du même mouvement et reste constamment en ligne droite. Le mouvement est alors défini par celui des molécules situées dans le plan vertical des coordonnées.

Menons, à un instant quelconque, dans la masse liquide, les surfaces de niveau qui seront des cylindres horizontaux, ou, ce qui revient au même, traçons sur le plan vertical des coordonnées les bases de ces cylindres qui sont des courbes de niveau. Chacune de ces courbes regardée comme immobile dans l'espace, représente la trajectoire des molécules liquides qu'elle rencontre, car, cette ligne étant d'égale pression en tous ses points, une molécule quelconque ne peut s'en écarter.

Soit AMB l'une des courbes de niveau, trajectoires des molécules, et A le point le plus élevé. Menons l'horizontale Ax

et la verticale Ay que nous prendrons comme axes des coordonnées. Soient : v et v_0 les vitesses de la molécule aux points



M et A de sa trajectoire, t l'instant auquel la molécule est en M, R_0 le rayon de courbe de la trajectoire en A, $\frac{1}{b}$ une

quantité (b étant une longueur) égale à : $\frac{1}{v_0^2} \left(g - \frac{v_0^2}{R_0} \right)$. On peut démontrer (1) que la courbe de niveau, ou la trajectoire des molécules, est définie par les équations :

Fig 1.

$$y = \frac{b^2}{R_0} \left(1 - \cos \frac{v_0 t}{b} \right)$$

$$x = \frac{bg}{v_0} t - \frac{b^2}{R_0} \sin \frac{v_0 t}{b}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{bv}{R_0} \sin \frac{v_0 t}{b}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{bg}{v_0} - \frac{bv_0}{R_0} \cos \frac{v_0 t}{b} .$$

Les quantités b, v_0, R_0 sont constantes pour une même courbe de niveau, mais variables de l'une à l'autre.

Pour étudier plus facilement la forme de ces courbes, remplaçons les quantités v_0, R_0 et b par trois autres : r, V et T , liées aux premières par les relations :

$$r = \frac{b^2}{R_0} \quad (1) \qquad \bar{v} = \frac{bg}{v_0} \quad (2) \qquad T = \pi \frac{b}{v_0} \quad (3).$$

Les expressions de $x, y, \frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ peuvent alors être mises sous la forme :

$$x = Vt - r \cos \frac{\pi t}{T} \quad (4)$$

(1) Voir pour la démonstration le cours d'hydraulique de M. Flamant.

$$y = r \left(1 - \cos \frac{\Pi t}{T} \right) \quad (5)$$

$$\frac{dx}{dt} = V - \frac{\Pi r}{T} \cos \frac{\Pi t}{T} \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Pi r}{T} \sin \frac{\Pi t}{T} \quad (7).$$

Traçons dans un plan vertical une circonférence de rayon r , sur laquelle se déplacera un point mobile avec une vitesse angulaire constante : $\frac{\Pi}{T} = \frac{v_0}{b}$. A l'instant $t = 0$ le point mobile est en A, à l'extrémité supérieure du diamètre vertical; à l'instant t il est en M, l'angle AOM étant égal à $\frac{\Pi t}{T}$, et satisfait aux équations suivantes :

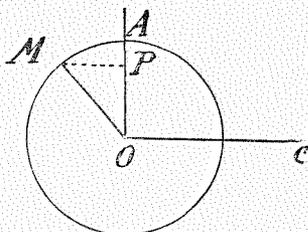


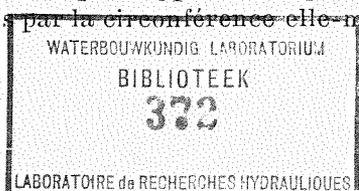
Fig. 2.

$$AP = OA - OP = r - r \cos \frac{\Pi t}{T} = r \left(1 - \cos \frac{\Pi t}{T} \right) = y$$

$$MP = r \sin \frac{\Pi t}{T} = Vt - x.$$

Si en même temps que le point M décrit la circonférence, le centre O se meut dans la direction OC des x positifs, avec une vitesse égale à V , le diamètre vertical aura parcouru pendant le temps t un espace horizontal égal à Vt , et l'abscisse du point M sera : $Vt - MP$, soit précisément l'abscisse x de la courbe de niveau.

Ainsi une courbe de niveau quelconque est engendrée par un point mobile parcourant, avec une vitesse angulaire constante, une circonférence de cercle placée dans un plan vertical et animée elle-même d'un mouvement de translation horizontale avec une vitesse constante. La courbe ainsi définie est une *trochoïde* qui se transforme en une *cycloïde* lorsque la vitesse de translation horizontale est égale à la vitesse linéaire du mobile sur la circonférence. Si, au contraire, la vitesse de translation devient très grande par rapport à la vitesse linéaire de rotation, les dimensions horizontales de la circonférence deviennent négligeables par rapport à l'espace parcouru pendant le même temps par la circonférence elle-même. La courbe



de niveau se rapproche alors de celle qui est engendrée par le point P, projection de M sur le diamètre vertical, c'est-à-dire une *sinusoïde*. Le dernier cas s'applique à l'onde marée dont la vitesse de translation dépasse souvent 10000 fois celle du point mobile sur la circonférence.

Relations entre la longueur et la vitesse d'une onde, ainsi que la durée de la période. — Si nous désignons par $2L$ la quantité dont la circonférence avance horizontalement pendant le temps $2T$, que met le point mobile à décrire la circonférence entière, nous avons : $2L = 2VT$ ou $L = VT$.

En tenant compte de cette égalité ainsi que des formules (2) et (3) nous pouvons écrire entre les trois quantités : L, V, T les relations suivantes :

$$V = \frac{gT}{\Pi} \quad L = \frac{gT^2}{\Pi} \quad T = \sqrt{\frac{\Pi L}{g}} \quad V = \sqrt{\frac{gL}{\Pi}} \quad \frac{\Pi}{T} = \sqrt{\frac{\Pi g}{L}}$$

Et, il suffit de connaître une quantité pour en déduire les deux autres.

Les relations ci-dessus montrent que les vagues de même longueur $2L$ sont décrites dans le même temps $2T$, quelle que soit leur hauteur, et que la vitesse de translation V et la vitesse angulaire $\frac{\Pi}{T}$ ne dépendent que de L .

Conditions de continuité. — Considérons des courbes de

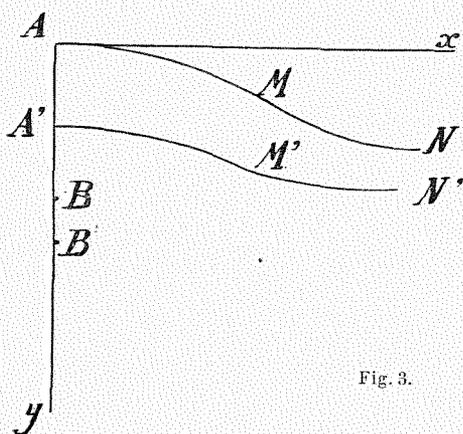


Fig. 3.

niveau de même longueur $2L$ et plaçons-les de manière que tous les sommets soient sur des verticales distantes de $2L$; ces trajectoires seront toutes parcourues dans le même temps $2T$ par les diverses molécules liquides. Pour qu'il puisse en être ainsi, il doit exister entre les dimensions de ces courbes et leur espacement des relations déterminées par l'invariabilité du volume des éléments de la masse

liquide. Soient :

AMN la surface libre et B le centre du cercle générateur.

A'M'N' une courbe de niveau quelconque et B' le centre du cercle générateur correspondant.

Z la distance BB', ou la profondeur du centre B' sous celui de la surface libre.

h le rayon du cercle générateur de la surface libre.

r le rayon du cercle générateur correspondant à la surface de niveau A'M'N'.

On peut démontrer (1) que la condition de la continuité de la masse liquide impose la relation :

$$r = he^{-\frac{\pi Z}{L}} \quad (8)$$

Ce qui montre que le rayon r des circonférences génératrices décroît en progression géométrique quand la profondeur Z croît en progression arithmétique.

Lorsque la masse liquide est très profonde, au point que Z puisse être égalé à l'infini pour la courbe de niveau du fond, la valeur correspondante de r est égale à 0, c'est-à-dire que la courbe de niveau du fond est une droite horizontale.

La relation (8) n'est applicable qu'aux ondes qui se propagent dans une eau de profondeur indéfinie. Quand le mouvement ondulatoire se produit dans une masse liquide de profondeur limitée H, M. Boussinesq démontre que le mouvement des molécules est encore orbitaire, seulement au lieu de

décrire des cercles de rayon $r = he^{-\frac{\pi Z}{L}}$, les molécules décrivent des ellipses dont le demi-grand axe horizontal r et le demi-petit axe vertical r' ont les valeurs suivantes :

$$r = h \times \frac{\operatorname{coth} \pi \frac{H-Z}{L}}{\operatorname{sinh} \pi \frac{H}{L}} \quad r' = h \frac{\operatorname{sinh} \pi \frac{H-Z}{L}}{\operatorname{sinh} \pi \frac{H}{L}}$$

La demi-période T et la célérité ont alors pour expression :

$$T = \sqrt{\frac{\pi L}{g} \operatorname{coth} \pi \frac{H}{L}} \quad v = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{\pi} \operatorname{tanh} \pi \frac{H}{L}}$$

Lorsque la profondeur est assez petite par rapport à L pour que $\frac{\pi H}{L}$ soit inférieur à $\frac{1}{4}$, par exemple, et que $\operatorname{tanh} \frac{\pi H}{L}$ ne

(1) Voir pour la démonstration le cours d'hydraulique de M. Flamant.

diffère de $\frac{\pi H}{L}$ de moins de $\frac{1}{50}$ de sa valeur, on peut écrire, à ce degré d'approximation près :

$$V = \sqrt{gH}$$

formule qui a été donnée par Lagrange.

Dans ce qui précède nous avons fait abstraction des frottements du liquide sur lui-même et sur le fond ; or l'influence du frottement modifie un peu les conclusions ci-dessus. Elle a pour conséquence de rapprocher de la forme circulaire les trajectoires elliptiques des molécules, à partir d'une certaine hauteur au-dessus du fond et même de renverser le sens des axes, le grand axe de l'ellipse étant vertical et le petit horizontal, lorsqu'on est à une distance suffisante du fond.

Les frottements diminuent ainsi la célérité de l'onde et l'éteignent progressivement. Le coefficient d'extinction est inversement proportionnel au carré de la demi-longueur L de la houle, et par suite les houles les plus courtes disparaissent les premières. C'est ce qui explique comment, à la suite de mouvements tumultueux produisant des ondes de toute forme et de toute amplitude, il s'établit souvent après un certain temps une houle unique régulière dont l'amplitude est la plus grande.

État ondulatoire d'une masse liquide. — De ce qui précède il résulte que, si l'on place les unes au-dessus des autres des trochoïdes de même longueur $2L$ dont les hauteurs varient

suivant la loi $r = hc \frac{H}{L}$, les molécules fluides pourront les parcourir simultanément pendant le même temps $2T$ en constituant une masse liquide continue.

Cela restera vrai, si l'on imprime à l'ensemble de la masse liquide et des courbes de niveau un mouvement de translation avec une vitesse horizontale égale et contraire à V . Alors les sommets des vagues, en tant que formes géométriques, marcheront avec la vitesse V vers les x négatifs et les centres des circonférences, trajectoires des points décrivant les trochoïdes, resteront immobiles. Les molécules liquides, qui décrivent précisément ces circonférences, tourneront ainsi constamment autour de points fixes, avec des vitesses angulaires constantes et les mêmes pour toutes.

Ceci montre encore que le sens du mouvement apparent de la propagation de l'onde houleuse est le même que celui de la vitesse des molécules liquides quand elles passent au point le plus élevé de la trajectoire circulaire.

Déferlement — La forme de la surface libre d'une onde houleuse, comme celle de toutes les surfaces de niveau, est une trochoïde qui se transforme en cycloïde lorsque la longueur $2L$ est égale à $2\pi h$. Dans ce cas particulier, la forme théorique de la houle se terminerait en une pointe aiguë correspondant au contact de deux arceaux successifs de cycloïde; mais cette forme d'onde ne peut exister, car elle déferlerait bien avant sa formation. En réalité, la longueur $2L$ de la houle est toujours beaucoup plus grande que $2\pi h$ et le déferlement se produit lorsque le rapport de la hauteur h à la longueur L atteint une certaine valeur qui varie avec les circonstances.

Lorsque l'onde houleuse se propage dans un courant dont les vitesses de surface sont plus grandes que celles de fond, ce qui est le cas lorsque les vagues se propagent dans un fleuve, les molécules superficielles rencontrent des vitesses plus grandes que celles qui se trouvent plus bas et sont repoussées en arrière; ceci fait que les sommets des courbes de niveau ne sont plus situés sur une même verticale, mais sont reportés en arrière sur une ligne inclinée: le déferlement se produit vers l'arrière ou en sens contraire du mouvement de propagation.

Le déferlement se produit vers l'avant lorsque les molécules profondes sont plus ralenties que les molécules de surface, comme, par exemple, lorsque les vagues de la mer avancent sur une plage à pente douce.

Niveau d'équilibre différent du niveau moyen. — Soit la surface libre $OA O'$ rapportée à deux axes des coordonnées ox et oy , le premier horizontal et le second vertical. Menons une tangente au point le plus bas A et calculons la surface comprise entre la tangente et la courbe de niveau $OA O'$. Cette surface S est égale à :

$$\int_0^{2L} (2h - y) dx.$$

Nous avons vu, que :

$$y = r \left(1 - \cos \frac{\pi t}{T} \right) \qquad \frac{dx}{dt} = V - \frac{\pi r}{T} \cos \frac{\pi t}{T}.$$

Soit : $\frac{\pi t}{T} = \varphi$ ou $\frac{\pi}{T} dt = d\varphi$ et remarquons que $V\Gamma = L$
 et $r = h$.

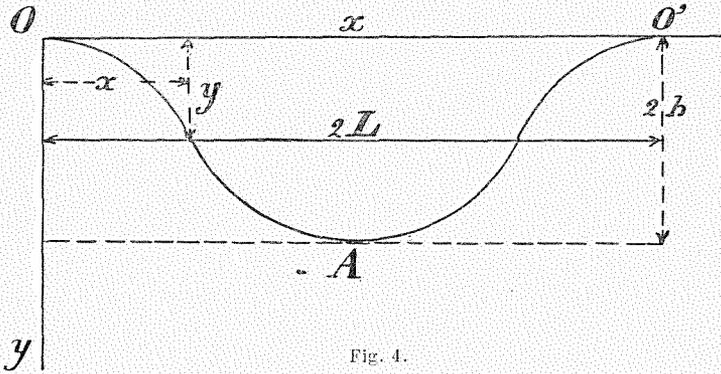


Fig. 4.

Nous pouvons alors écrire les deux relations ci-dessus sous la forme :

$$y = h (1 - \cos \varphi) \qquad dx = \left(\frac{L}{\pi} - h \cos \varphi \right) d\varphi.$$

D'où :

$$S = \int_0^{2L} (2h - y) dx = \int_0^{2\pi} (2h - h + h \cos \varphi) \left(\frac{L}{\pi} - h \cos \varphi \right) d\varphi$$

$$S = 2hL - \pi h^2.$$

La hauteur du rectangle équivalent à la surface S supposée également répartie sur la longueur 2L de l'onde sera égale à :

$$h' = \frac{S}{2L} = h - \frac{\pi h^2}{2L}.$$

Par conséquent, le niveau d'équilibre se trouve au-dessus du niveau moyen, lequel est à la hauteur h, d'une quantité égale à : $\frac{\pi h^2}{2L}$.

La démonstration ci-dessus suppose que les trajectoires des molécules soient des circonférences, ce qui ne se réalise rigoureusement que dans des masses liquides de profondeur indéfinie. Quand les trajectoires sont elliptiques, ce qui est le cas pour des profondeurs limitées, le niveau moyen est au-dessus du niveau d'équilibre de la quantité : $\frac{\pi r r'}{2L}$.

Pour l'onde marée, h est très petit par rapport à L , de sorte que le niveau d'équilibre se confond sensiblement avec le niveau moyen.

Énergie totale d'une onde d'oscillation. — L'énergie d'une onde est le travail qu'elle peut produire en revenant au repos. L'énergie totale comprend : l'énergie potentielle, due à l'élévation de l'onde, et l'énergie cinétique, ou actuelle, ou demi-force vive, due aux vitesses des molécules fluides. Cette énergie est constante quand on fait abstraction des phénomènes de frottement. En effet, les actions moléculaires sont alors normales aux facettes sur lesquelles elles agissent et ne produisent aucun travail quels que soient les changements de forme du liquide, dont le volume reste constant. Il en est encore de même des pressions appliquées à la surface libre et aux parois fixes du canal. Il ne reste dès lors, comme force agissante et capable de produire du travail, que la pesanteur. Or cette force ne peut produire que du travail moteur et non pas résistant. Dans ces conditions l'énergie totale de l'onde est bien une constante.

M. Boussinesq a démontré que l'énergie potentielle est égale à l'énergie cinétique, et que la somme des deux, représentée par $\rho g E$ est égale à :

$$\rho g E = \rho g L h^2 \left(1 - e^{-\frac{2\pi Z_1}{L}} \right).$$

expression dans laquelle ρ représente la densité, ρg le poids spécifique, Z_1 la profondeur correspondant au centre du cercle générateur des molécules du fond.

Lorsque la profondeur de la masse liquide est très grande, et par conséquent Z_1 aussi, l'exponentielle est négligeable devant l'unité, de sorte que l'on a :

$$\rho g E = \rho g L h^2$$

ou bien encore en remplaçant L par $\frac{\pi V^2}{g}$.

$$\rho g E = \rho \pi h^2 V^2.$$

L'énergie d'une onde d'oscillation est donc égale, ou un peu inférieure, au produit de la masse liquide, contenue dans le cercle d'oscillation des molécules superficielles, par le carré de la célérité de la propagation.

Dans le cas où les trajectoires fluides sont des ellipses, l'énergie totale est égale à :

$$\rho g E = \rho \pi r r' V^2.$$

Vitesse des courants.— La propagation des ondes houleuses entraîne un certain déplacement horizontal du liquide auquel il faut attribuer la production des courants de marée. La vitesse de ces courants peut être déduite d'une propriété géométrique des ondes.

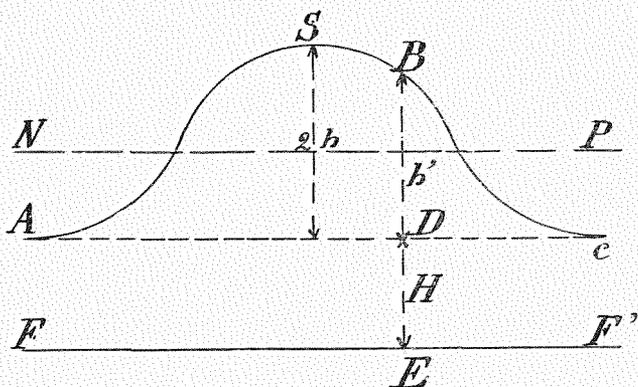


Fig. 5.

Soit ASC, une onde qui se propage dans un canal dont le niveau primitif est en NP et le plafond en FF'.

Représentons par V la vitesse de propagation de l'onde et par u la vitesse du courant.

Nous pouvons concevoir que le mouvement de l'onde se fasse entièrement au dessus du plan AC, la masse liquide en-dessous de ce niveau restant entièrement immobile. S'il en était ainsi, le débit de l'onde, en une section quelconque B, sur une largeur égale à l'unité, serait égal à :

$$q = V \times BD \times 1.$$

Si nous admettons, au contraire, que la totalité de la masse fluide participe au mouvement, comme c'est le cas d'ailleurs, le débit est égal à :

$$q' = u \times BE \times 1.$$

Comme les débits q et q' sont nécessairement égaux, nous pouvons écrire :

$$V \times BD \times 1 = u \times BE \times 1.$$

D'où :

$$V = u \frac{BE}{BD}$$

$$u = V \frac{h'}{H + h'}$$

Dans les mers ouvertes, où l'onde peut se propager librement sans rencontrer d'obstacles et où sa forme est régulière, la vitesse u du courant est la même sur toute la profondeur de la nappe.

Examinons comment varie cette vitesse pendant la durée d'une période complète du mouvement ondulatoire.

A cet effet, considérons le mouvement orbital des molécules fluides. A l'instant où la molécule se trouve au sommet de sa course en A, la vitesse du courant est dirigée dans le même sens que la célérité V.

A mesure que l'onde avance, la molécule se rapproche de la position B et la composante horizontale de la vitesse diminue sans cesse, tout en conservant une valeur positive. Il se produit pendant toute cette période ce qu'on appelle

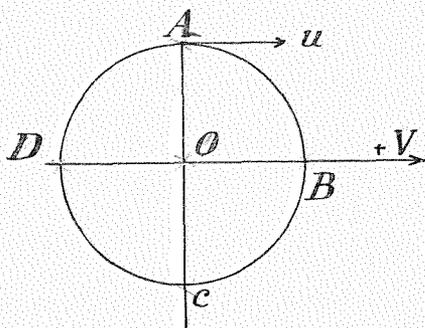


Fig. 6.

pour la marée : un courant de *flot*. Au point B la vitesse horizontale s'annule et devient négative au-delà. La vitesse négative se maintient jusqu'en D où elle s'annule à nouveau. La valeur maxima de la vitesse négative a lieu en C, c'est-à-dire au moment où passe le creux de la vague. Cette phase de l'onde correspond au *jusant* de la marée. De D en A la vitesse du courant est de nouveau positive et elle atteint sa valeur maxima en A.

En résumé, il se produit au passage d'une onde houleuse deux courants : l'un dirigé dans le sens de la propagation de l'onde ou courant de *flot*, l'autre de sens contraire ou courant de *jusant* ; le renversement du courant se produit à mi-hauteur de l'onde et les vitesses horizontales maxima se présentent au sommet et au creux de la vague.

Ces conclusions ne sont valables que pour les mers largement ouvertes et profondes.

Sur les côtes où il existe de nombreuses causes perturbatrices du mouvement ondulatoire, les heures des étales et des vitesses maxima diffèrent plus ou moins des heures théoriques. Si nous considérons en particulier l'onde marée, celle-ci peut perdre en tout ou en partie son caractère périodique et se rapprocher de l'onde de translation lorsque la côte est irrégulière ou encombrée de bancs et d'îles.

Considérations particulières sur les ondes houleuses. — VAGUES. — Les vagues de la mer produites par l'action du vent se comportent d'une façon générale comme les ondes houleuses.

Au large, les lames sont d'autant plus hautes que les mers sont plus vastes et plus profondes; elles s'y propagent dans la direction du vent, sous la forme d'ondes cylindriques avec une vitesse de propagation égale à : \sqrt{gH} .

En approchant la côte, la partie de la vague la plus voisine du rivage est retardée dans sa marche par suite de l'existence de profondeurs moins grandes, pendant que l'autre extrémité, du côté de la mer, continue à avancer avec la même célérité. Les lames semblent ainsi pivoter autour d'un point de la côte et se rabattre le long du rivage.

Lorsque les vagues se présentent normalement, ou à peu près, à l'entrée d'une baie largement évasée, les deux extrémités des vagues près des rives, où il y a de faibles profondeurs, avancent moins vite que les parties centrales, où les profondeurs sont plus grandes. Les lames s'étendent alors en éventail et accentuent ce mouvement à mesure qu'elles avancent plus profondément dans la baie.

On remarque encore que les vagues, qui pénètrent dans une baie en entonnoir et de profondeur décroissante, se raccourcissent et deviennent de plus en plus hautes. Ce fait s'observe tout spécialement dans le port d'Ajaccio, situé au fond d'une anse qui va en se rétrécissant et qui est ouverte aux vents du large, très violents dans ces parages. Quand les vagues pénètrent au contraire par un goulet étroit dans une baie qui s'évase les vagues augmentent de longueur et diminuent de hauteur.

Les deux phénomènes ci-dessus peuvent s'expliquer aisément par la propriété de l'énergie de l'onde. A cet effet, rappelons-nous les relations suivantes :

$$\text{Célérité de l'onde : } V = \sqrt{gH}$$

$$\text{Longueur de l'onde : } L = \frac{\pi}{g} V^2$$

$$\text{Énergie de l'onde : } \rho g E = \rho g l h^2 L$$

l étant la largeur de la baie et L la longueur de la vague.

Si nous faisons abstraction du frottement, l'énergie est une constante, de sorte que si l et L varient dans un sens, h varie en sens contraire.

Dans le premier cas rapporté ci-dessus l décroît ainsi que L — puisque H et par conséquent V diminue —, donc h croît, ce qui est en parfaite concordance avec les faits de l'observation.

Dans le second cas, l augmente, si L reste constant ou augmente h doit diminuer, ce qui est encore d'accord avec la réalité.

Marées. — L'onde marée est due à l'attraction luni-solaire qui agit sur les éléments fluides de l'océan.

C'est Newton qui s'occupa le premier du phénomène de la marée et qui essaya d'en donner une explication.

Laplace montra l'imperfection de la théorie de Newton et reprit la question en partant du théorème qui peut s'énoncer comme suit : Sous l'influence des forces reprenant périodiquement les mêmes valeurs le mouvement des molécules fluides et celui du niveau doivent être périodiques et d'une période égale à celle des forces. Mais la nouvelle méthode était encore bien incomplète et ne pouvait rendre suffisamment compte de tous les faits observés.

Hat't fit alors une nouvelle étude du phénomène de la marée en attribuant les mouvements oscillatoires bien plus à une modification de la verticale sous l'effet de l'attraction des astres, qu'à la variation de la gravité même.

Les forces dont il faut tenir compte sont : les unes constantes ou lentement variables, les autres périodiques à période diurne ou semi-diurne. La hauteur de la mer au-dessus du niveau d'équilibre dépend alors de trois termes : un constant ou lentement variable, les deux autres périodiques de même période que les forces.

Pour compléter l'étude des marées, des savants ont proposé d'admettre que les marées se forment dans le vaste bassin de l'Océan Pacifique, d'où elles se propageraient par dérivation

dans les différentes mers du monde. Mais cette hypothèse ne rencontre plus guère de crédit aujourd'hui, car elle ne parvient pas à expliquer tous les problèmes de l'observation.

Quoiqu'il en soit, le mouvement ondulatoire une fois établi dans une mer répond à toutes les lois d'une onde houleuse, de sorte que ces lois permettent d'expliquer toutes les particularités qui sont observées dans la propagation des marées.

Nous avons vu que l'énergie d'une onde houleuse, produite dans une eau de profondeur illimitée, est égale à : $\rho\pi h^2 V^2$.

Comme la marée est due à une cause d'intensité moyenne invariable : action combinée de la lune et du soleil, l'énergie qui lui est communiquée est constante. Dans ces conditions : $\rho\pi h^2 V^2 = c^{ste}$ ou $hV = c^{ste}$ ou bien encore en remplaçant V par

sa valeur approximative : \sqrt{gH} .

$$h \sqrt{H} = c^{ste} \quad (9).$$

Cette relation qui a été donnée par Comoy montre : que la hauteur de la marée est en chaque point, et toutes choses égales, inversement proportionnelle à la racine carrée de la profondeur de la mer. Les chiffres déduits de la formule (9) dans laquelle la constante est égale à 20, concordent assez bien, d'après Comoy, avec les hauteurs des marées observées dans les mers de faible profondeur et avec les rares données que l'on possède sur celles des mers profondes.

Dans la Méditerranée les marées sont relativement faibles, malgré cela on observe de grandes amplitudes au Nord de l'Adriatique et au fond du golfe de Gabès. Un phénomène semblable se produit dans la mer Rouge où les marées sont insignifiantes et où on relève néanmoins des hauteurs de marées très fortes au fond du golfe de Suez.

Ces faits doivent être attribués :

1° Au relèvement du fond de la mer qui, en diminuant la célérité de propagation, provoque une augmentation de l'amplitude de l'onde marée, comme c'est le cas pour les vagues de la mer ;

2° A la transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle, au moment où la marée arrive au fond du golfe. Là, l'énorme quantité d'énergie cinétique encore disponible ne peut être amortie par les résistances locales et doit être trans-

formée en une énergie latente, telle l'énergie potentielle, par un relèvement de la hauteur de la marée. C'est quelque chose de semblable qui se produit pour les vagues de la mer arrêtées contre une digue ou une falaise et qui se relèvent verticalement devant l'obstacle rencontré.

§ 2. — Onde clapoteuse.

L'onde clapoteuse résulte de la superposition de deux ondes houlesuses : l'une directe, l'autre réfléchie sur un plan vertical perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'onde. Afin de nous rendre compte de ce qu'est exactement le *clapotis*, figurons séparément l'onde directe et l'onde réfléchie, qui ont la même forme mais qui se propagent en sens contraire avec des célérités égales et donnons-nous les trajectoires circulaires d'une même molécule fluide, suivant qu'elle participe au mouvement de l'onde directe ou bien de l'onde réfléchie.

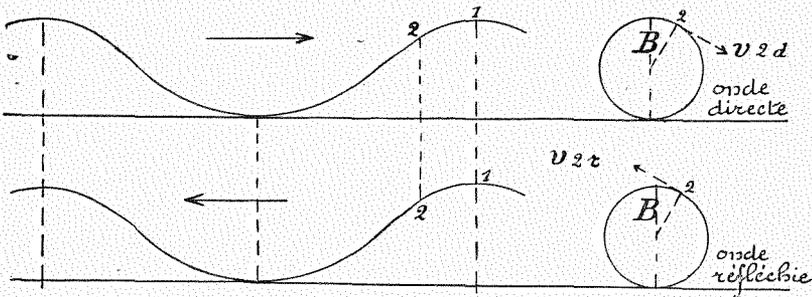


Fig. 7.

Envisageons les deux ondes dans une position telle que les sommets et les creux se trouvent sur les mêmes verticales. L'onde unique qui en résulte a la même longueur et une amplitude double des deux ondes correspondantes.

Considérons la molécule 1 qui se trouve au sommet. Le mouvement ondulatoire direct communiqué à cette molécule une vitesse horizontale dirigée dans le sens de la propagation de l'onde, soit vers la droite ; le mouvement de l'onde réfléchie imprime une vitesse égale à la première mais dirigée en sens contraire, de sorte que la vitesse résultante est nulle.

Soit une molécule 2 située sur un flanc de l'onde ; participant au mouvement de l'onde directe la molécule a une vitesse

v_{2i} qui fait un angle β avec la verticale et qui est dirigée dans le sens de la marche des aiguilles d'une montre ; considérée comme faisant partie de l'onde réfléchie la molécule a une vitesse égale à la première v_{2r} , mais dirigée en sens contraire ; la vitesse résultante est donc de nouveau égale à zéro.

Ce que nous disons pour les molécules 1 et 2, nous pouvons le répéter pour toutes les autres, de sorte qu'à l'instant considéré, les vitesses résultantes sont nulles dans toute l'étendue de la masse liquide.

Envisageons maintenant l'instant auquel le sommet de l'onde réfléchie correspond avec un point 2 quelconque de l'onde directe. La molécule fluide est animée à ce moment d'une vitesse horizontale v_{12} dirigée vers la gauche et une vitesse v_{2d} égale à la première dirigée dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre et faisant un angle β avec la verticale. La vitesse résultante w_1 , en grandeur et en direction, est donnée par une épure des vitesses (fig. 8).

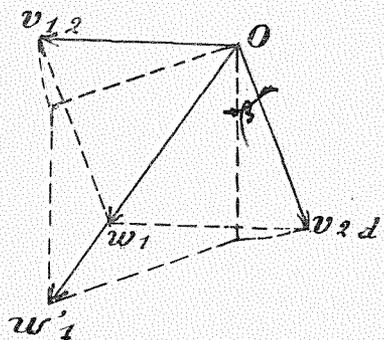


Fig. 8.

Le mouvement ondulatoire persistant, les deux vitesses tourneront autour du centre O, avec des vitesses angulaires égales et de sens contraire, de sorte qu'à chaque instant la vitesse résultante aura la même direction mais variera de sens et de grandeur. Si nous suivons maintenant le mouvement d'autres molécules nous verrions que l'angle que fait la vitesse résultante avec la verticale change de valeur, mais que toutes les autres conclusions ci-dessus restent debout.

Ceci montre que les trajectoires des molécules liquides sont rectilignes, diversement inclinées, et qu'à une époque quelconque les molécules appartenant à un même plan horizontal d'équilibre sont à la même distance du centre d'oscillation.

La surface libre du clapotis varie de forme à chaque instant, mais les saillies et les creux restent toujours sur les mêmes verticales, les saillies y alternant avec les creux de façon que les ondes s'élèvent et s'abaissent sur place sans présenter l'apparence d'un mouvement de propagation ; toutes les

molécules repassent simultanément et à intervalles égaux par leurs positions d'équilibre. A mi-distance des verticales où se produisent les saillies et les creux, il y a un point où la molécule liquide n'éprouve que des déplacements horizontaux, c'est-à-dire que la surface libre reste constamment en coïncidence avec la surface d'équilibre.

Les différentes propriétés données ci-dessus peuvent être déduites des formules du mouvement de l'onde houleuse (4, 5, 6, 7) il suffit à cet effet de considérer simultanément les équations du mouvement de deux ondes égales se propageant en sens contraire avec des célérités égales.

Les relations fondamentales $L = \frac{gT^2}{\pi}$ et $V = \sqrt{\frac{gL}{\pi}}$ établies pour la houle subsistent encore pour le clapotis qui se produit dans une eau de profondeur infinie. Lorsqu'il s'agit d'une masse limitée H, il faut appliquer la formule de Lagrange :

$$V = \sqrt{gH}.$$

SEICHES DES GRANDS LACS. — Une des formes les plus remarquables de l'onde clapoteuse est le phénomène connu sous le nom de *Seiches* des lacs.

Les seiches de plusieurs lacs suisses, et plus spécialement celles du lac de Genève, ont été étudiées d'une manière très précise et très détaillée par M. Forel, professeur à l'Académie de Lausanne. Les oscillations les plus fortes sont relevées à Genève où elles peuvent atteindre de un à deux mètres de hauteur.

M. Forel indique, comme se rattachant à la même famille d'ondes, les oscillations rythmiques et régulières observées par M. Airy au marégraphe de Malte en 1872; ces oscillations mesuraient environ 0^m.45 de hauteur et duraient de vingt à vingt et une minutes.

Il y a encore les seiches du lac George en Australie, lac qui mesure 29 kilomètres de long et 5^m.50 de profondeur. Les ondulations clapoteuses de ce lac ont été observées par Scott Russell qui releva notamment pour la durée de la période : 131 minutes, chiffre qui concorde avec la théorie.

§ 5. Ondes de translation.

Célérité de propagation et vitesse du courant. — Si nous représentons par H la profondeur primitive du canal et *h* la

hauteur de l'onde, M. Boussinesq démontre que la célérité est égale à :

$$V = \sqrt{gH \left(1 + \frac{5}{2} \frac{h}{H} + \frac{H^2}{3h} \frac{d^2h}{dx^2} \right)} \quad (10).$$

c'est-à-dire que la vitesse de propagation varie d'une tranche à l'autre de l'intumescence et dépend : de la profondeur initiale du canal, de la hauteur de l'onde au point considéré et de la courbure de la surface.

Pour une onde d'une certaine grandeur à faible courbure, la célérité est donnée, avec un degré d'approximation suffisant, par la formule de Bazin ou de Scott Russell :

$$V = \sqrt{g(H + h)} \quad (11).$$

Si l'eau du canal est animée d'une vitesse propre $\pm u''$, la célérité de propagation est égale à :

$$V = \sqrt{g(H + h)} \pm u'' \quad (12).$$

La vitesse du courant, produit par l'onde de translation, est donnée par l'une ou l'autre des deux formules :

1° Canal où il n'existe pas d'écoulement d'eau :

$$u = V \frac{h}{H + h} \quad (13).$$

2° Canal où l'eau est animée d'une vitesse propre $\pm u''$:

$$u = V \frac{h}{H + h} \pm u'' \quad (14).$$

ONDE SOLITAIRE. — Parmi toutes les intumescences de formes diverses dont on peut imaginer la propagation, il en est une pour laquelle les hauteurs h et les courbures $\frac{d^2h}{dx^2}$ sont réparties de telle manière que la célérité de propagation est la même en tous les points de l'onde. Cette forme particulière de l'onde est appelée : *onde solitaire* et a été observée par Scott Russell et Bazin.

Pour en déterminer la forme, il suffit d'exprimer que la somme des deux derniers termes variables dans l'expression de V soit une constante.

M. Boussinesq a fait une étude très détaillée de cette onde et donne plusieurs propriétés qui présentent le plus haut intérêt au point de vue de la propagation des ondes de translation.

Après avoir posé :

$$\frac{5}{4} \frac{h}{H} + \frac{H^2}{6h} \frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h_1}{2H}$$

M. Boussinesq démontre que :

$$Q = 2H \sqrt[3]{E} \quad (15)$$

$$h_1 = \frac{5 \sqrt[3]{E^2}}{4H} \quad (16)$$

$$\frac{Q}{h_1} = \frac{8H^2}{5 \sqrt[3]{E}} \quad (17)$$

expression dans lesquelles : h_1 est une constante, Q le volume de l'onde, E l'énergie de l'onde, qui est une constante si on fait abstraction des frottements.

Les relations 15, 16, 17 permettent d'énoncer les théorèmes suivants :

1° Le volume de l'onde solitaire varie dans le même rapport que la profondeur du canal ;

2° La hauteur de l'onde solitaire varie en raison inverse de la profondeur du canal ;

3° Le rapport $\frac{Q}{h_1}$, qui mesure en quelque sorte la longueur de l'onde solitaire est proportionnel au carré de la profondeur du canal.

Comme toute onde de translation se rapproche de l'onde solitaire, nous pouvons admettre, avec un certain degré d'approximation, que les lois ci-dessus sont applicables à toutes les ondes de translation. Par conséquent, si une onde de translation quelconque se propage dans un canal de profondeur décroissante l'onde s'élève et se raccourcit jusqu'à ce qu'elle manque de base et qu'elle déferle.

L'onde *solitaire*, dont les différents éléments sont tous animés de la même célérité, ne change pas de forme en se propageant, mais une autre intumescence, pour laquelle la somme des deux termes variables dans l'expression de V n'est pas une constante, se modifie à chaque instant et tend vers la seule forme stable qui est l'onde *solitaire*. C'est ce qui explique pourquoi on produit si aisément des ondes *solitaires*.

ÉNERGIE TOTALE D'UNE ONDE DE TRANSLATION. — On entend par énergie totale d'une onde de translation, le travail qu'elle peut produire en revenant au repos. Cette énergie est constante quand on fait abstraction des phénomènes de frottement. La démonstration de cette propriété est identique à celle que nous avons présentée pour les ondes d'oscillation. Déterminons l'énergie totale.

Soit Q le volume du liquide qui, par sa projection brusque dans le canal, donne naissance à l'intumescence. Ce volume n'est nécessairement pas entièrement positif; il peut être composé de parties positives et négatives, il suffit pour cela que la somme des volumes partiels soit égale au volume d'eau qui a produit l'onde de translation.

Considérons deux axes des coordonnées, l'un vertical, l'autre horizontal se confondant avec le plafond du canal. Désignons par μ la hauteur du centre de gravité de l'onde au-dessus du niveau du canal et par ξ son abscisse.

Pour un élément $h dx$ de l'onde, l'énergie potentielle est égale à : $\rho g \times h \times dx \times \frac{h}{2}$ et pour l'ensemble de l'onde :

$$\int \rho g \frac{h^2}{2} dx = \rho g Q \mu.$$

L'énergie actuelle, ou demi-force vive, est égale au demi-produit de la masse par le carré de la vitesse horizontale des molécules, abstraction faite de la composante verticale de la vitesse; soit pour un élément dx : $\frac{1}{2} \rho (H + h) u^2 dx$, ou bien en remplaçant u^2 par sa valeur : $\frac{gh^2}{H + h}$

$$\frac{1}{2} \rho (H + h) u^2 dx = \frac{1}{2} \rho (H + h) \frac{gh^2}{H + h} dx = \frac{1}{2} \rho gh^2 dx,$$

expression qui est absolument identique à celle de l'énergie potentielle.

Dès lors, l'énergie totale d'un élément dx est égale à : $\rho gh^2 dx$, et l'énergie totale de l'ensemble de l'intumescence a pour valeur :

$$E = \int \rho gh^2 dx = 2 \rho g Q \mu. \quad (18).$$

D'où il résulte que l'énergie totale d'une onde de translation est égale au double du poids de l'onde multiplié par la hauteur du centre de gravité au-dessus du niveau primitif du canal.

De l'expression : $dE = \rho g h^2 dx$, nous pouvons encore déduire l'énergie totale d'une tranche d'onde de longueur égale à l'unité et de largeur l , soit : $\rho g l h^2$, h étant la hauteur moyenne de la tranche.

La relation (18) montre que si le volume de l'onde est constant, la hauteur du centre de gravité au-dessus du niveau du canal reste aussi invariable. Cette propriété n'implique pas nécessairement que l'onde conserve la même hauteur pendant toute la durée de la propagation. La hauteur de l'onde peut parfaitement changer, il suffit alors que l'intumescence se décompose en parties alternativement positives et négatives telles que la somme algébrique des volumes partiels soit égale au volume primitif de l'intumescence. Dans des conditions semblables, les centres de gravité des parties positives et négatives peuvent se rapprocher sans cesse de la surface libre primitive, alors que le centre de gravité général reste constamment à la même hauteur.

Si la pesanteur et les réactions normales aux parois sont les seules forces dont on tient compte, la quantité de mouvement projetée sur l'horizontale est aussi une constante égale à la masse fluide ρQ multipliée par la vitesse $\frac{d\xi}{dt}$ du centre de gravité.

Si, d'autre part, le volume de l'onde ou la masse fluide est invariable, la vitesse du centre de gravité général sera aussi une constante.

Perte d'énergie de l'onde de translation sous l'action des frottements. — Considérons le même cas que celui qui a été étudié par M. Boussinesq : soit une onde dont la vitesse du courant est suffisamment petite pour que les frottements puissent être supposés proportionnels à la vitesse du courant.

Admettons que l'eau dans le canal soit au repos et que la célérité ainsi que la vitesse du courant soient données par les relations :

$$\text{Célérité de l'onde : } V = \sqrt{gH}.$$

$$\text{Vitesse du courant : } u = \sqrt{g} \frac{h}{\sqrt{H}}.$$

Si nous désignons par χ le périmètre mouillé et par ε_1 un coefficient de frottement, la résistance par unité de longueur

d'onde est égale à $\gamma \cdot \varepsilon_1 h \sqrt{\frac{g}{H}}$, et le travail produit par cette force pendant le temps dt a pour valeur :

$$\gamma \cdot \varepsilon_1 \cdot h \sqrt{\frac{g}{H}} \times u dt = \gamma \cdot \varepsilon_1 \frac{g}{H} h^2 dt.$$

Comme ce travail représente la variation élémentaire d'énergie : dE , nous pouvons écrire :

$$dE = - \gamma \cdot \varepsilon_1 \frac{g}{H} h^2 dt.$$

En divisant le premier membre par E et le second par la valeur de l'énergie totale : $\rho g l h^2$ nous avons :

$$\frac{dE}{E} = - \frac{\gamma \cdot \varepsilon_1 \frac{g}{H} h^2 dt}{\rho g l h^2}$$

ou bien en faisant les simplifications et en posant : $lH = \omega$

$$\frac{dE}{E} = - \frac{\gamma \cdot \varepsilon_1}{\omega \cdot \rho} dt.$$

D'où :

$$l_n E = - \frac{\varepsilon_1}{\rho} \frac{\gamma}{\omega} t + c^{ste}.$$

Pour : $t = 0$ $E = E_0$.

Donc : $l_n E = l_n E_0$

$$l_n E = l_n E_0 - \frac{\varepsilon_1}{\rho} \frac{\gamma}{\omega} t$$

$$E = E_0 e^{-\frac{\gamma}{\omega} \frac{\varepsilon_1}{\rho} t} \quad (19).$$

Cette relation montre que : l'énergie totale d'une onde de translation décroît suivant une loi logarithmique.

Variation de la hauteur de l'onde de translation dans un canal de largeur variable et de profondeur constante. — Soit une tranche d'onde de longueur égale à l'unité dont l'énergie est égale à : $\rho g l h^2$.

Considérons le mouvement de cet élément d'onde pendant un temps assez court pour que l'effet du frottement soit négligeable et par conséquent pour que l'énergie puisse être supposée constante.

Si sur le parcours de l'onde, la largeur l du canal change et devient l_1 , la variation de l'amplitude est donnée par la relation :

$$\rho g l h^2 = \rho g l_1 h_1^2$$

qui exprime que l'énergie est constante.

D'où l'on peut déduire :

$$h_1^2 = h^2 \frac{l}{l_1} .$$

$$h_1 = h \sqrt{\frac{l}{l_1}} \quad (20).$$

Ceci montre que dans un canal de profondeur constante la hauteur de l'onde varie en raison inverse de la racine carrée de la largeur du canal.

Considérations particulières sur la propagation des ondes de translations. — ONDE POSITIVE. — Considérons une intumescence d'une certaine longueur produite dans un canal par la projection d'un débit d'eau constant pendant un temps donné.

La forme première de l'intumescence est semblable au gonflement ABCD (fig. 9). Elle comprend une partie centrale sensiblement horizontale BC et deux courbes de raccordement avec le plan d'eau primitif AB et CD.

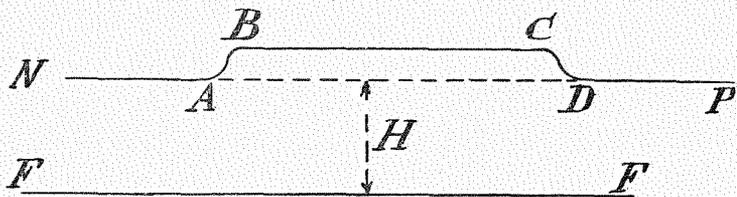


Fig. 9.

Dans la partie horizontale BC, la courbure étant nulle ou négligeable, la célérité y est exprimée par les deux premiers

termes de la valeur de V , soit par : $\sqrt{g \left(H + \frac{3}{2} h \right)}$. Mais

à l'avant de l'intumescence, au droit de l'arc de raccordement, la courbure étant appréciable il faut tenir compte du troisième terme de la vitesse de propagation. Ce terme est négatif en C, où le raccordement est nécessairement convexe à courbure négative, de sorte que la vitesse de propagation y est moindre

que dans la partie horizontale. La tête de l'intumescence est ainsi inondée par un afflux d'eau venant de l'arrière jusqu'au moment où l'exhaussement provoqué compense l'influence du terme négatif de la courbure. A partir de cet instant la tête et le corps se propagent avec la même célérité.

La tête ainsi formée est appelée : *onde initiale* et a été observée par M. Bazin, qui lui a attribué une hauteur égale à : $\frac{3}{2} h$.

L'ONDE INITIALE se raccorde vers l'arrière avec le corps de l'intumescence par l'intermédiaire d'un axe concave à courbure positive. En ce point le troisième terme de la vitesse de propagation devient positif, et la célérité y est plus grande que pour les tranches d'ondes voisines. Il se forme dès lors un creux assez profond pour que la diminution de profondeur compense le terme de la courbure. La concavité ainsi formée, ne pouvant se raccorder à la surface horizontale située plus en arrière que par un arc convexe, est suivie d'une ondulation positive qui se relève au-dessus du plan BC pour neutraliser l'influence du terme négatif de la courbure. Et ainsi de

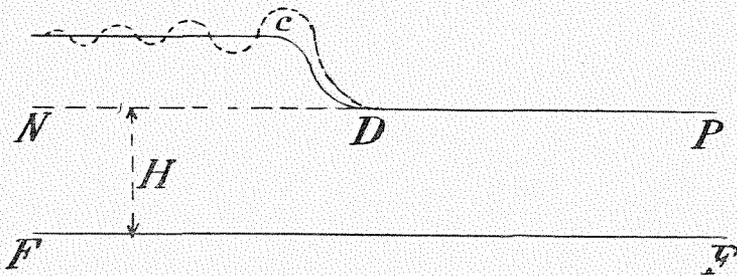


Fig. 10.

suite, jusqu'à ce qu'il se soit réalisé un état d'équilibre du mouvement qui comprendra une série d'ondes de plus en plus petites (fig. 10).

En B où il y a également un arc de raccordement convexe, le même équilibre du mouvement doit tendre à s'établir, mais ici, un afflux d'eau ne pouvant plus compenser l'influence de la courbure, c'est la queue de l'onde qui se détache et qui tend à former une onde distincte. Le même morcellement continuant, l'intumescence primitive se résout en une série d'ondes isolées jusqu'à ce que la hauteur de chacune d'elle et la cour-

bure de la surface soient dans un rapport tel, que la célérité soit la même en tous les points. On a alors une succession d'ondes solitaires.

ONDES NÉGATIVES. — Les ondes négatives qui se propagent en dessous du niveau primitif du canal, donnent aussi lieu à quelques constatations intéressantes.

Le profil longitudinal le plus simple de l'onde négative, peu de temps après sa formation, comprend : une partie concave plus ou moins profonde qui se raccorde en avant et en arrière avec le niveau libre primitif par l'intermédiaire de deux courbes convexes.

Sous l'influence des termes qui tiennent compte de la hauteur et de la courbure, les parties concaves de l'onde proche du sommet marchent moins vite que les parties antérieures où les profondeurs sont plus grandes. L'onde négative s'allonge ainsi de plus en plus en s'aplatissant de manière à conserver le volume initial, qui reste invariable dans une eau de profondeur uniforme. La queue de l'onde allant, pour les mêmes motifs que précédemment, plus vite que le corps y pénètre et diminue sans cesse de longueur de l'onde. Au bout d'un certain temps donc, l'onde négative primitive représentée en trait

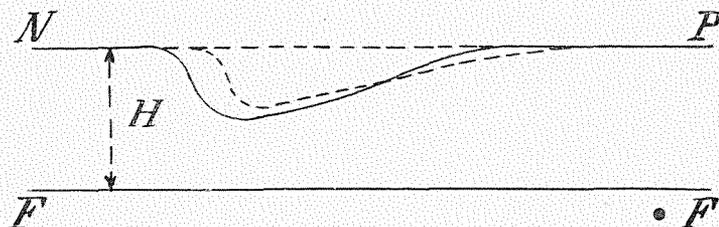


Fig. 11.

plein (fig. 11) prend la forme allongée figurée par le trait pointillé. Cette forme n'est pas définitive. L'onde négative, ne pouvant se raccorder à l'arrière, avec le plan d'eau du canal, que par un arc convexe, pour lequel le dernier terme de la célérité est négatif, est suivie d'une ondulation positive qui se relève au-dessus du niveau du canal jusqu'à ce que l'exhaussement réalisé neutralise le terme négatif de la courbure. Cette onde positive est nécessairement suivie d'une partie concave qui assure le raccordement de la surface avec le niveau du canal. Comme l'équilibre du mouvement exige que la célérité

de cet arc concave soit égale à celle du corps principal de l'onde négative, qui est plus petite que \sqrt{gH} , le terme positif dû à la courbure doit être compensé par le terme de la hauteur, ce qui ne peut être que si la hauteur est négative. Mais

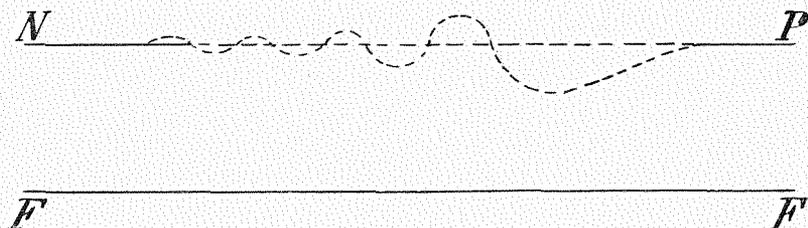


Fig. 12.

alors l'arc de raccordement a la forme d'une onde négative à laquelle il faut appliquer le même raisonnement que celui fait pour l'onde négative initiale. Dans ces conditions toute onde négative est suivie d'une série d'autres ondes alternativement positives et négatives, qui sont, à fort peu de chose près, les unes entièrement convexes, les autres concaves, les points d'inflexion se trouvant sensiblement sur le prolongement du niveau du canal.

DEUXIÈME PARTIE

Onde marée fluviale

CHAPITRE I.

DÉFINITIONS ET MODE DE REPRÉSENTATION DES MARÉES FLUVIALES.

Dans l'étude des marées fluviales, on a recours à une série de dénominations, d'indications et de définitions qu'il importe de rappeler.

a) *Amplitude de la marée ou marée totale* représente la différence de niveau entre la marée haute et la marée basse.

b) *Niveau moyen du fleuve* est le niveau de mi-marée ; plus le fleuve s'élève au-dessus de ce niveau à marée haute, plus il s'abaisse en-dessous, à la marée basse.

c) L'amplitude de la marée, qui varie avec la position des astres, est maxima aux environs de la zyzygie et minima à l'époque de la quadrature ; pour l'Escaut maritime, le maximum et le minimum se présentent respectivement quarante-huit heures après la zyzygie et la quadrature. La marée de zyzygie est appelée *marée de vive eau* et celle de quadrature *marée de morte eau*.

d) On dit que la marée *amortit* quand, passant de la vive eau à la morte eau, elle diminue d'amplitude ; et, qu'elle prend du *revif*, lorsque elle passe de la morte eau à la vive eau en augmentant d'amplitude.

e) La période ascendante de la marée est appelée *flux*, *montant* ou *gagnant* ; la période descendante : *reflux*, *èbe* ou *perdant*.

On désigne encore par *gagnant*, la partie de l'onde comprise entre le pied antérieur et le sommet ; par *perdant*, la partie qui s'étend du sommet à l'extrémité postérieure de l'onde.

f) Le fleuve est *étale* quand son niveau se maintient un certain temps sans variation sensible, il y a par conséquent un *étale de marée haute* et un *étale de marée basse*.

g) Sous l'action du phénomène de la marée, il s'établit dans le fleuve des courants qui sont dirigés alternativement dans le

sens de la propagation et en sens contraire. Le premier courant s'appelle courant de *flot*, le second courant de *jusant*.

h) Les états de la marée fluviale correspondant à l'extinction du courant de flot et de jusant sont appelés : *étale de flot* et *étale de jusant*.

i) La période comprise entre l'étale de jusant et l'étale de flot suivant est appelée : *flot*; celle comprise entre l'étale de flot et l'étale de jusant, qui suit, est appelée *jusant*.

j) *Courbes locales de marée*. — Ces courbes donnent la représentation graphique du mouvement de la marée en des points déterminés du fleuve. Elles sont figurées en prenant les temps pour abscisses et les hauteurs pour ordonnées. Elles peuvent être relevées soit par des observations directes, soit automatiquement par des appareils appelés : *marégraphes*.

k) *Profils instantanés ou courbes instantanées* sont les profils en long de la surface de l'eau dans le fleuve à des instants donnés.

l) *Lieux géométriques des étales de marée basse et de marée haute* sont les courbes enveloppes des courbes *instantanées* de marée.

m) *Lieux géométriques des étales de flot et de jusant* sont les courbes qui réunissent les points de la surface de l'eau aux instants des étales de flot et de jusant.

n) *L'embouchure* du fleuve est la section qui règle l'introduction de l'onde marée dans le fleuve. Cette section est nettement définie dans un grand nombre de cas par la topographie de la partie aval du fleuve; il en est notamment ainsi de l'Escaut maritime. Mais pour d'autres fleuves, l'embouchure peut être arbitrairement fixée dans une étendue plus ou moins grande.

o) La *partie maritime* du fleuve est celle qui est comprise entre l'embouchure et le point où cesse l'action de la marée.

CHAPITRE II.

NATURE DE L'ONDE MARÉE FLUVIALE.

La marée de la mer en passant devant l'embouchure d'un fleuve détermine dans ce fleuve une onde qui se propage en remontant le cours de celui-ci. Il n'est guère facile de définir au premier abord la nature exacte de cette ondulation, car elle

constitue un des phénomènes les plus complexes de l'hydraulique fluviale.

Ce n'est certes pas une onde marée qui se forme directement dans le fleuve, car l'étendue de celui-ci est trop restreinte pour permettre semblable formation. Ce n'est non plus pas une onde d'oscillation périodique dérivée de l'onde de la mer, comme les marées de la Manche, de la mer d'Irlande et de la mer du Nord qui proviennent de la grande onde marée de l'Océan Atlantique, car l'onde fluviale ne présente aucun des caractères de l'onde houleuse. En effet, les étales de flot et de jusant de l'onde fluviale se produisent vers l'heure du plein et de la basse mer et non pas à la mi-marée, comme ce serait le cas si nous avions à faire à une onde houleuse ; le niveau moyen du fleuve présente aussi une pente beaucoup plus forte que celle de l'axe hydraulique moyen résultant de l'écoulement du débit d'amont, alors qu'il devrait y avoir coïncidence si nous avions à faire à une onde houleuse. Ainsi, pour l'Escaut maritime, le niveau moyen du fleuve se relève de 0^m.90 depuis l'embouchure, à Flessingue, jusqu'à Termonde, soit sur un parcours de près de 120 kilomètres, alors que le calcul de l'axe hydraulique moyen, dû à l'évacuation du débit d'amont, ne donne qu'un surhaussement de quelques millimètres. La marée fluviale est donc autre chose qu'une onde houleuse.

Est-ce une onde clapoteuse ? Pas d'avantage, car l'onde fluviale se propage d'une manière apparente, alors que l'onde clapoteuse semble rester sur place, les saillies alternant avec les creux sur les mêmes verticales. L'onde clapoteuse résulte d'ailleurs de la superposition d'une onde directe et d'une onde réfléchie, ce qui ne peut être le cas pour l'onde fluviale. L'amplitude de la marée fluviale n'est non plus pas double de celle de la mer, comme ce serait le cas si nous avions à faire à une onde clapoteuse : la hauteur de l'onde de la mer est toujours plus ou moins égale à celle de l'onde fluviale, au moins dans la partie aval du fleuve, et s'il y a parfois changement, la chose est plutôt due à une variation excessive de la profondeur ou de la largeur du fleuve et non pas à la superposition de deux ondes. L'onde fluviale n'est donc pas une onde clapoteuse.

Si nous considérons la manière dont se produit la marée fluviale, nous voyons qu'elle a une parenté très étroite avec l'onde de translation. Elle est en effet due, comme cette der-

nière, à un déversement progressif d'un certain volume d'eau, ici de la mer, dans le fleuve, qui donne lieu à la formation d'une immense ondulation. Cette opinion est émise par M. Bazin, elle est partagée par M. Flamand et elle est encore défendue par feu Demey, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées de Belgique. De Saint-Venant a établi une théorie de la marée fluviale en supposant, comme l'a fait aussi Brémontier, qu'elle soit le résultat de la superposition d'une série d'ondes de translation très petites. Nous citerons encore l'avis de M. le Baron Quinette de Rochemont, qui attribue le caractère de l'onde de translation non pas seulement à la marée fluviale, mais aussi à certaines ondes maritimes qui se propagent dans des rivières étroites ou le long de côtes irrégulières, encombrées de bancs et d'îles. Ce professeur distingué dit notamment dans son cours sur les « Travaux Maritimes », page 38, tome premier.

« En général, près des côtes, on est dans une situation intermédiaire entre la propagation libre de l'onde marée et les conditions de remplissage d'un bassin de faible dimension; le régime de la marée est alors plus ou moins modifié, la renverse et l'annulation des courants ne s'opèrent plus à mi-marée, mais se rapprochent du moment des hautes et des basses mers et le maximum de la vitesse se rapproche de la mi-marée. Les vitesses s'éloignent donc de leur valeur théorique et l'on est parfois obligé, pour interpréter les phénomènes observés, de faire intervenir des considérations basées sur l'hydraulique des eaux courantes et sur l'influence de la pente superficielle.

Dans ces conditions, l'onde marée perd, en tout ou en partie, son caractère périodique et pour se rendre compte des faits observés, on doit la considérer comme formée par des séries de petites ondes de translation, se propageant suivant les lois qui leur sont propres. »

Si l'onde fluviale se rapproche de l'onde de translation quant au mode de formation, elle s'en écarte notablement dès que l'on envisage les conditions de la propagation.

La célérité de l'onde fluviale est, à quelques rares exceptions près, moindre que celle qui résulte de l'application de la formule théorique : $W = \sqrt{g'(H + h)} \pm u'$. On pourrait attribuer ces discordances à l'influence du frottement, si celles-ci n'avaient pas, dans certains cas, une valeur excessive et si elles ne présentaient pas un caractère irrégulier.

Citons quelques exemples relevés sur l'Escaut maritime et ses affluents soumis à marées :

Vitesse de propagation à marée haute.

ESCAUT.

Flessingue-Terneuzen :

Célérité théorique calculée : 11^m.60.

Célérité réelle : 8^m.81.

Anvers-Hemixem :

Célérité théorique calculée : 10^m.005.

Célérité réelle : 6^m.25.

DURME.

Waesmunster-Dacknam :

Célérité théorique calculée : 5^m.57.

Célérité réelle : 2^m.01.

Faisons encore remarquer qu'entre Flessingue et Terneuzen la vitesse de propagation à marée haute est égale à la vitesse de propagation à marée basse, soit 8^m.81, ce qui est en opposition formelle avec la formule théorique $W = \sqrt{g(H+h)} \pm u$.

Il faut donc admettre qu'il y a quelque chose d'autre que la résistance du fleuve qui agit sur la célérité de l'onde fluviale.

Si nous passons aux vitesses de courant, les anomalies ne sont pas moins frappantes. Dans l'onde de translation, les vitesses sont toutes de même sens, quel que soit le point considéré de l'onde, dirigées dans le sens de la propagation pour l'onde positive et en sens inverse pour l'onde négative. Pour l'onde fluviale, au contraire, les courants sont alternativement dirigés dans un sens et dans l'autre. La grandeur de la vitesse est aussi notablement moindre pour la marée fluviale que pour l'onde de translation. Ainsi, pour l'Escaut maritime, les vitesses au flot et au jusant dépassent rarement 1 mètre alors que l'application de la formule théorique : $\sqrt{g \frac{h}{H+h}}$ donne des valeurs de 5 à 6 mètres.

Les différentes discordances énumérées ci-dessus sont toutefois beaucoup plus apparentes que réelles et proviennent de ce que les formules de l'onde de translation ne sont applicables qu'aux petites ondes se propageant dans des canaux relativement larges et profonds, où l'influence des résistances est inappréciable, et non pas aux ondes fluviales dont la hauteur est comparable à la profondeur du fleuve (qui dépasse même parfois cette profondeur) et qui se propagent dans des fleuves

sinueux, encombrés de bancs et d'îles, évacuant des débits d'amont plus ou moins importants, en un mot dans des fleuves qui offrent une très grande résistance à la propagation de l'onde. C'est à l'influence de ces résistances qu'il faut attribuer les différences qui sont observées entre les lois de l'onde fluviale et celles des petites ondes de translation.

Pour permettre de nous rendre compte comment les résistances du fleuve peuvent altérer le caractère initial de l'onde de translation, rappelons-nous la valeur de l'énergie totale de l'onde de translation. Celle-ci, par unité de longueur, est égale à $\rho g l h^2$ ou $\rho g Q h$ en désignant par Q le volume de l'élément d'onde considéré. En vertu des lois générales de la mécanique, l'énergie doit être dépensée chaque fois que l'onde vainc une résistance qui s'oppose à sa propagation; cette dépense doit alors donner lieu : soit à une diminution du volume de l'onde, soit à une réduction de la hauteur, soit aux deux simultanément.

Comme les fleuves à marées présentent en général une forme en entonnoir, les variations d'amplitude sont peu importantes, au moins sur une grande partie du cours du fleuve, de sorte que les pertes d'énergie se manifestent avant tout par une diminution du volume de l'onde. Nous arrivons donc à cette première conclusion : que toute tranche d'onde qui remonte le cours d'un fleuve perd à chaque instant une partie de son volume.

Considérons à présent une onde de translation complète de

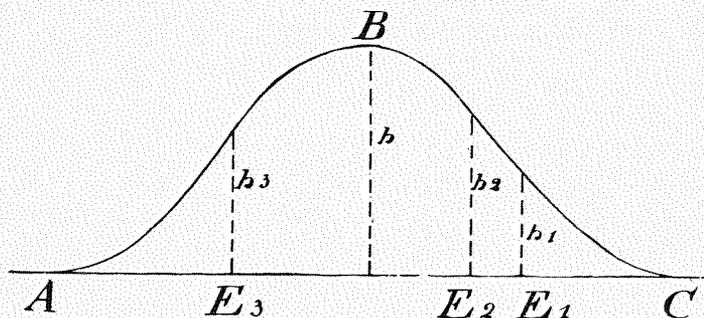


Fig. 13.

même hauteur que celle de la marée fluviale et supposons qu'à l'instant t_1 la tête soit engagée dans le fleuve sur une longueur

CE_1 . Pendant l'intervalle de temps Δt qui suit l'instant t_1 , l'onde augmente son avance dans le fleuve de la quantité E_1E_2 et la partie de l'onde qui a dépassé l'embouchure perd, sous l'action des phénomènes de frottement, un volume d'eau égal à ΔV . Ce volume abandonné est évacué vers l'aval, non plus suivant les lois du mouvement ondulatoire, puisque la manière dont se produit le courant de retour n'a rien de commun avec le mode de formation des ondes de translation, mais suivant les lois du mouvement par pente de surface propres aux régimes fluviaux des cours d'eau.

Ce que nous disons pour la position E_2 de l'onde peut se répéter pour n'importe quelle autre, et par conséquent aussi quand l'embouchure du fleuve se place en concordance avec une section E_3 appartenant au versant postérieur de l'onde.

Nous voyons dès lors qu'une onde de translation, qui avance dans un fleuve, donne naissance à un courant dirigé vers l'aval, dont le débit représente à chaque instant le volume d'eau perdu dans l'unité de temps par la partie de l'onde qui a dépassé l'embouchure ainsi que le débit des eaux supérieures. Si, au lieu de la section d'embouchure, nous avons considéré une section quelconque du fleuve nous aurons pu tenir exactement le même raisonnement, de sorte que la conclusion ci-dessus est valable en chaque point du fleuve.

Nous allons appeler le courant dirigé vers l'aval, produit par les résistances du fleuve, *courant de retour* ou *contre-courant*.

La propagation d'une onde de translation et l'action du courant de retour permettent d'expliquer tous les caractères de la marée fluviale.

A cet effet plaçons-nous à l'embouchure du fleuve et suivons le phénomène de la marée à partir de l'étale de basse mer.

Durant le gagnant, le niveau de la mer se relève progressivement et provoque dans le fleuve la formation d'une succession d'éléments d'onde de translation dont la hauteur croît sans cesse jusqu'à l'heure du plein, époque à laquelle elle est égale à la hauteur de la marée en mer. A partir de cet instant, la hauteur des éléments d'onde décroît continûment, jusqu'à s'annuler complètement à la marée basse suivante. Cet ensemble de tranches d'ondes affecte la forme d'une immense onde de translation qui avance dans le fleuve avec des célérités variables.

Si les frottements étaient inexistants et si en même temps le fleuve avait une longueur infinie, la célérité de l'onde et la

vitesse du courant seraient en chaque point du fleuve et à chaque instant de la marée données par les relations :

$$v = \sqrt{g(H + h)} - u'' \text{ et } u = v \frac{h}{H + h} - u'', \text{ d'où il résulterait}$$

que les vitesses seraient toujours positives, sauf vers le moment de marée basse auquel le débit d'amont susciterait la formation d'un courant de jusant pendant un temps plus ou moins long. Mais les résistances du fleuve troublent rapidement la propagation de l'onde de translation initiale.

A l'instant où la marée est basse à l'embouchure, la partie de l'onde marée précédente — ou l'onde complète précédente, comme c'est le cas pour les fleuves Amazone et Saint-Laurent, — qui se trouve encore dans le fleuve évacue vers la mer un certain débit, qui est en rapport avec les résistances du cours d'eau et l'importance des eaux supérieures. Le courant de jusant ainsi formé s'accroît à la marée montante du volume des eaux abandonnées par la partie de la nouvelle onde qui s'avance dans le fleuve; mais en même temps, cette même nouvelle onde produit un courant dirigé vers l'amont qui augmente sans cesse et finit par neutraliser complètement le contre-courant. C'est à cet instant que se place l'*étale de jusant*. Quand on envisage la manière dont il se produit, on voit qu'il doit toujours avoir lieu à la marée montante, même quand il n'y a pas de débit d'amont. Le retard de l'*étale de jusant* sur l'heure de marée basse dépendra des résistances du fleuve et de l'importance du débit supérieur. A partir de l'*étale de jusant*, le courant de retour est moins puissant que le courant de l'onde de translation, de sorte que la vitesse résultante est une vitesse de *flot*. Cette phase de la marée persiste jusqu'à ce que le volume des eaux abandonnées par l'onde dans l'unité de temps ainsi que le débit des eaux supérieures deviennent de nouveau égaux au débit propre de l'onde de translation. A cet instant, se produit une nouvelle eau molle dénommée : *étale de flot*. La position de cet *étale* par rapport au plein n'est plus aussi bien définie que celle de l'*étale de jusant* par rapport à la marée basse; mais il résulte des observations faites sur l'Escaut maritime et ses affluents soumis à marée que l'*étale de flot* se produit toujours après marée haute, sauf dans la région amont du fleuve où, sous l'influence du débit supérieur, l'*étale de flot* précède celui du plein. Si on se

rapproche même suffisamment de la limite de la marée, on trouve une section où l'étales de flot coïncide avec celui de jusant. En amont de ce point, il n'existe plus qu'un courant de jusant et le gonflement de la marée est entièrement constitué par les eaux supérieures. M. l'ingénieur en chef Van Brabant a traité le régime des étales de courant d'une manière scientifique, dans sa note sur les étales de courant de l'onde marée fluviale. Il arrive aux mêmes conclusions que ci-dessus.

A partir de l'étales de flot, les tranches d'ondes étant de moins en moins hautes, le débit du courant de retour est plus grand que celui de l'onde de translation, de sorte que le fleuve est soumis à un courant de jusant. Cette phase de la marée persiste jusqu'à l'étales de jusant suivant, à partir duquel un nouveau cycle commence.

Il résulte de l'analyse ci-dessus du phénomène de la marée que, si nous représentons dans une même épure le diagramme

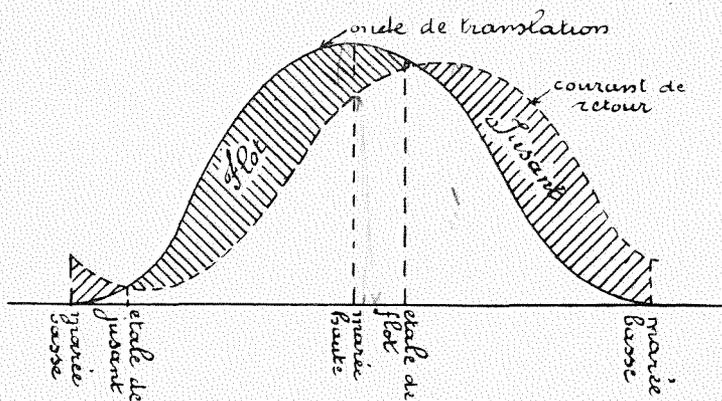


Fig. 14.

des vitesses de l'onde de translation et celui des vitesses du courant de retour, nous obtenons une épure semblable à celle de la figure 14 ci-contre. Les points de croisement des deux courbes marquent la position des étales de courant et les ordonnées comprises entre les deux courbes mesurent les vitesses de flot et de jusant.

L'existence du courant de retour permet encore d'expliquer la réduction anormale de la vitesse de propagation de l'onde fluviale dont nous avons parlé plus haut et le relèvement

important du niveau moyen du fleuve dans la direction amont.

En résumé, nous pouvons dire que la marée fluviale est le résultat de l'action combinée d'une onde de translation qui remonte le cours du fleuve et d'un courant de retour qui naît sous l'effet du travail des résistances du fleuve et de l'évacuation des eaux d'amont

CHAPITRE III.

MASCARET

Le mascaret est caractérisé par un ressaut brusque qui se forme à la tête de flot de l'onde fluviale. Il se manifeste sur certains fleuves à marée qui ont une faible profondeur sur un parcours relativement long. Dans des circonstances semblables, les tranches d'ondes successives qui remontent le cours du fleuve, à partir de l'instant de marée basse, sont de plus en plus hautes, marchent de plus en plus vite et tendent à se rejoindre. La réunion et la superposition des tranches d'ondes font redresser le gagnant et augmenter la courbure au sommet momentanément de l'onde. La courbure devient ainsi appréciable et est de nature à influencer la vitesse de propagation. Dès lors on ne peut plus négliger le terme de la courbure dans la formule 10, et il faut analyser la propagation de la première partie de l'onde fluviale de la même manière qu'une intumescence positive. Nous aurons donc aussi une *onde initiale* suivie d'une série d'ondulations alternativement positives et négatives. L'onde initiale est ce qu'on appelle le *mascaret*, et les ondulations positives et négatives qui suivent sont les *êteules*. Sur la Seine, les *êteules* sont au nombre de 11 à 15 et leur hauteur peut atteindre 1^m,50. Sur la Seine, le mascaret mesure 1^m 60 à 2 mètres de haut après son passage le niveau de l'eau baisse de 0^m,50 à 0^m,75. Le mascaret se présente suivant ce qui est indiqué au croquis (fig. 15).

Le mascaret commence d'abord par croître pendant un certain temps ; puis, ayant atteint son intensité maxima, il diminue peu à peu et finit par disparaître. Il occupe ordinairement toute la largeur du fleuve, d'une rive à l'autre. Quelquefois cependant, il ne règne que sur une partie de la largeur du lit à partir d'une rive, ou bien sa hauteur est plus grande sur une rive que sur l'autre ; tout cela dépend de la dis-

tribution des profondeurs, des bancs et des îles dans le lit du fleuve.

Quand le mascaret se propage dans une eau suffisamment

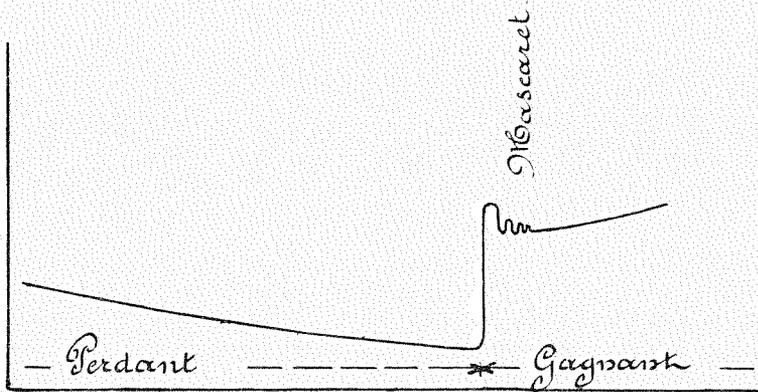


Fig. 15.

profonde, il conserve une surface lisse et porte alors quelquefois le nom caractéristique de *rouleau d'eau*. Lorsque la profondeur devient trop faible, le mascaret manque de base et se brise en déferlant. Si au contraire, la profondeur augmente le mascaret diminue, s'affaisse et peut même disparaître.

Le mascaret, ne se formant que dans des conditions particulières, n'est pas visible sur tous les fleuves. On l'observe, par exemple, sur la Seine, la Vilaine, la Charente, la Dordogne, la Garonne; on le trouve encore sur le Gange et le fleuve des Amazones. Il ne se produit pas sur l'Escaut où il y a partout une profondeur d'eau suffisante. Le seul endroit qui soit favorable à la formation du mascaret, est le seuil de Bath, mais celui-ci n'a pas une étendue suffisante pour donner au gagnant de l'onde le temps de rejoindre la tête.

Les hauteurs du mascaret sont assez variables, ce qui se conçoit, puisqu'elles dépendent de l'amplitude de la marée fluviale, de la profondeur et de la largeur du fleuve. Sur certains fleuves, le mascaret ne mesure que quelques décimètres; sur la Seine, il atteint 2 mètres et même plus; sur le Gange et le fleuve des Amazones : 5 à 6 mètres.

CHAPITRE IV.

THÉORIE DE LA MARÉE FLUVIALE.

§ 1. — Loi de l'énergie ou loi des sections à marée haute.

Pour les petites ondes de translation, et en particulier pour l'onde solitaire, on peut faire l'étude d'une onde complète, car les conditions de la propagation, dépendant du canal, sont les mêmes quel que soit le point considéré de l'onde. Mais, pour l'onde fluviale, qui se propage dans un fleuve dont la largeur et la profondeur varient sans cesse on ne peut plus opérer de la sorte, il faut se borner à établir la théorie d'une partie de l'onde, par exemple, d'un élément de longueur égale à l'unité. Parmi toutes les tranches d'onde que l'on peut étudier, celle qui offre le plus d'intérêt, au point de vue du régime maritime du fleuve, est celle qui se présente à l'étale du plein; car, c'est d'elle que dépend la section de marée haute et aussi celle de marée basse, dès que l'on connaît l'amplitude de la marée.

Nous nous placerons donc au sommet de l'onde fluviale et nous suivrons la propagation d'une tranche d'onde de longueur égale à l'unité.

L'énergie de cette tranche d'onde est égale à :

$$E = \rho g l h^2 \quad (21)$$

Cette énergie est employée à vaincre les résistances du fleuve qui s'opposent à la propagation de l'onde marée fluviale. Ces résistances sont :

1° Les frottements des particules fluides entre elles et contre les parois du fleuve. Les frottements intérieurs sont sensiblement les mêmes quel que soit le point considéré du fleuve, mais les frottements extérieurs varient avec la nature et l'importance des obstacles qui entravent la marche de l'onde fluviale. Les coudes brusques, le partage du fleuve en plusieurs bras séparés par des îles, les bancs et les hauts-fonds, l'irrégularité des profils en travers et des rives sont autant de causes qui influent sur la propagation de la marée fluviale. Il est difficile, pour ne pas dire impossible, de tenir compte séparément de ces diverses résistances. Si l'on tentait de le faire on compliquerait singulièrement le problème et on man-

querait d'éléments de base pour déterminer le coefficient de résistance adéquat à chaque espèce de résistance. Ce sont, d'ailleurs, les résistances intérieures qui prédominent, car si l'onde se meut apparemment avec une très grande célérité, les déplacements de l'eau sont beaucoup moins importants. Dans ces conditions, ce sont les frottements des molécules contre elles-mêmes et non contre les parois du lit qui doivent être considérés en ordre principal. Dans l'étude qui va suivre, nous n'introduisons pas de distinction entre les diverses résistances de frottement et nous en tenons compte en bloc sous la dénomination : frottements intérieurs et extérieurs.

2° Une seconde résistance qui peut entraver la propagation de la marée fluviale est le vent. Son influence est toutefois beaucoup moindre et plus variable que celle des résistances de frottement. Si un vent de tempête peut contrarier à un certain moment la propagation de l'onde fluviale, un vent de direction contraire peut la favoriser à un autre moment. Dans ces conditions, l'effet résultant du vent sur une marée moyenne déduite d'une longue série d'observations, qui est seule considérée dans nos études, doit être insignifiant. Nous ne tiendrons donc pas spécialement compte de l'influence du vent dans l'étude qui va suivre.

En résumé, il ne faut retenir des résistances qui s'opposent à la marche de l'onde marée fluviale que celles dues aux frottements.

Quand la vitesse ν n'est pas très grande, et surtout quand il faut tenir compte, en ordre principal, des résistances de frottement intérieur des liquides, la résistance due aux frottements par unité de longueur d'onde est égale à : $\varepsilon \gamma \nu$ (22).

γ est le périmètre mouillé; ε est un coefficient et ν est la vitesse de l'eau.

La valeur théorique de ν est égale à :

$$v = \sqrt{g(H+h)} \frac{h}{H+h} = \frac{Vg h}{V(H+h)}$$

Dans cette expression H est la profondeur à marée basse et h , l'amplitude de l'onde.

En remplaçant ν par sa valeur dans l'expression 22, nous obtenons

$$\varepsilon \cdot \lambda \cdot v = \varepsilon \cdot \lambda \cdot Vg \frac{h}{V(H+h)} \quad (25)$$

Le travail élémentaire de la résistance due aux frottements pendant le temps dt est égal à :

$$dT = \varepsilon \cdot \lambda \cdot \sqrt{g} \frac{h}{\sqrt{H+h}} \times \sqrt{g} \frac{h}{\sqrt{H+h}} dt.$$

En représentant $H+h$ par λ_1 l'expression ci-dessus devient :

$$dT = \varepsilon \cdot \lambda \cdot \frac{gh^2}{\lambda_1} dt.$$

Le travail dT représente encore la perte d'énergie de l'onde marée dans le temps dt . Nous pouvons donc écrire :

$$dE = -dT = -\varepsilon \cdot \lambda \cdot \frac{gh^2}{\lambda_1} dt. \quad (24)$$

En divisant les expressions (21) et (24) membre à membre nous obtenons :

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\varepsilon \lambda gh^2}{\rho gh^2 \lambda_1 l} dt$$

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\lambda}{\lambda_1 l} dt.$$

Pour les larges rivières, ce qui est en général le cas pour les rivières à marées, λ est sensiblement égal à l . Nous pouvons alors écrire :

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\varepsilon dt}{\rho \lambda_1}$$

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\varepsilon dx}{\rho \lambda_1 \frac{dx}{dt}} = -\frac{\varepsilon dx}{\rho \lambda_1 \sqrt{g \lambda_1}}$$

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\varepsilon}{\rho \sqrt{g}} \lambda_1^{-\frac{3}{2}} dx,$$

ou bien en représentant $\frac{\varepsilon}{\rho \sqrt{g}}$ par R

$$\frac{dE}{E} = -\frac{R}{\lambda_1^{\frac{3}{2}}} dx. \quad (25)$$

Deux cas peuvent se présenter sur une rivière à marée :

1° la vitesse du courant est une constante quel que soit le point considéré du fleuve ; 2° la vitesse varie suivant une loi

déterminée, qui peut toujours être supposée linéaire quand on considère des sections du fleuve suffisamment rapprochées.

Le premier cas se présente dans la partie aval du fleuve, le second dans la partie amont où les sections sont relativement petites et où leurs dimensions ne dépendent pas seulement de de la marée fluviale, mais aussi du débit d'amont et des conditions imposées par la navigation.

Premier cas. Vitesse constante.



$$\begin{aligned}
 v &= c^{ste} \\
 v^2 &= c^{ste} \\
 g \frac{h^2}{H+h} &= c^{ste} \\
 \frac{\rho g l h^2}{\rho l (H+h)} &= c^{ste} \\
 \frac{\rho g l h^2}{l (H+h)} &= c^{ste} \quad (26)
 \end{aligned}$$

$\rho g l h^2$ n'est autre chose que l'énergie E d'une tranche d'onde de longueur égale à l'unité; $l (H+h)$ est la section à marée haute que nous représentons par \mathcal{E} . L'expression 26 peut alors s'écrire :

$$\frac{E.}{\mathcal{E}} = c^{ste} .$$

Nous voyons ainsi, que dans le cas d'une vitesse constante, l'énergie de l'onde est proportionnelle à la section à marée haute. Nous pouvons alors remplacer le calcul de l'énergie de l'onde marée par celui de la section à marée haute. Nous obtenons ainsi l'équation différentielle :

$$\frac{d\mathcal{E}}{\mathcal{E}} = -R \lambda_1^{-\frac{3}{2}} dx. \quad (27).$$

Quand on applique l'équation ci-dessus à l'Escaut maritime et ses affluents soumis à la marée, on remarque qu'il est difficile d'introduire dans les calculs la profondeur à marée haute. car cette profondeur est très irrégulière et représente très mal l'allure générale des profondeurs du fleuve dont dépend la propagation de la marée fluviale. Ainsi, l'inclinaison des talus, l'existence de schorres plus ou moins étendus font que la différence entre la profondeur moyenne à marée haute et celle à

marée basse n'est pas égale à l'amplitude de la marée mais lui est souvent notablement inférieure. Il y a même un endroit sur l'Escaut : à Bath, en Hollande, où la profondeur moyenne à marée haute est plus petite que celle à marée basse. Le seul élément qui donne une idée exacte de l'allure générale des profondeurs du fleuve : est la profondeur moyenne à mi-marée. C'est aussi de cet élément, plutôt que de n'importe quelle autre dimension du fleuve, que dépend la propagation de l'onde fluviale. C'est eu égard à ces considérations et aussi après une vérification minutieuse faite sur l'Escaut maritime et ses affluents soumis à la marée, que nous avons admis dans nos calculs la profondeur moyenne à mi-marée, c'est-à-dire le résultat de la division de la section à mi-marée par la largeur à mi-marée. Soit λ cette profondeur. L'équation 27 prend alors la forme :

$$\frac{d\ell}{\ell} = -R\lambda^{-\frac{3}{2}} dx \quad (28).$$

Pour terminer la solution du problème, il faut se donner à présent la loi des profondeurs moyennes à mi-marée du fleuve. Trois cas peuvent se présenter :

1^o *Profondeur moyenne à mi-marée constante ; $\lambda = \lambda_0$*

$$\begin{aligned} \frac{d\ell}{\ell} &= -R\lambda_0^{-\frac{3}{2}} dx \\ I_n \ell &= -R\lambda_0^{-\frac{3}{2}} x + K \end{aligned}$$

Pour $x = 0$ $\ell = \ell_0$ et $I_n \ell_0 = K$.

Dès lors nous avons :

$$I_n \ell = I_n \ell_0 - R\lambda_0^{-\frac{3}{2}} x.$$

En passant des logarithmes népériens aux logarithmes vulgaires nous avons :

$$\log \ell = \log \ell_0 - R \log e \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x \quad (29).$$

✕

2^o *Profondeur moyenne à mi-marée décroissante.*

En considérant des tronçons du fleuve suffisamment courts,

nous pouvons assimiler la loi des profondeurs à une ligne droite, dont l'équation est égale à : $\lambda = \lambda_0 - ax$

$$\frac{d\ell}{\ell} = -R (\lambda_0 - ax)^{-\frac{3}{2}} dx$$

$$l_n \ell = -\frac{2R}{a} (\lambda_0 - ax)^{-\frac{1}{2}} + K$$

Pour $x = 0$

$$\ell = \ell_0$$

$$l_n \ell_0 = -\frac{2R}{a} \lambda_0^{-\frac{1}{2}} + K$$

$$K = l_n \ell_0 + \frac{2R}{a} \lambda_0^{-\frac{1}{2}}$$

$$l_n \ell = l_n \ell_0 - \frac{2R}{a} \left[(\lambda_0 - ax)^{-\frac{1}{2}} - \lambda_0^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$\log \ell = \log \ell_0 - \frac{2R \log e}{a} \left[(\lambda_0 - ax)^{-\frac{1}{2}} - \lambda_0^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (30). \quad *$$

3° Profondeur moyenne à mi-marée croissante : $\lambda = \lambda_0 + ax$

$$\frac{d\ell}{\ell} = -R (\lambda_0 + ax)^{-\frac{3}{2}} dx$$

$$l_n \ell = +\frac{2R}{a} (\lambda_0 + ax)^{-\frac{1}{2}} + K.$$

Pour $x = 0$

$$\ell = \ell_0$$

$$l_n \ell_0 = \frac{2R}{a} \lambda_0^{-\frac{1}{2}} + K$$

$$K = l_n \ell_0 - \frac{2R}{a} \lambda_0^{-\frac{1}{2}}$$

$$l_n \ell = l_n \ell_0 - \frac{2R}{a} \left[\lambda_0^{-\frac{1}{2}} - (\lambda_0 + ax)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$\log \ell = \log \ell_0 - \frac{2R \log e}{a} \left[\lambda_0^{-\frac{1}{2}} - (\lambda_0 + ax)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (31). \quad *$$

Second cas. — Vitesse variant suivant une loi linéaire.

$$v = (v_0 \pm wx)$$

$$v^2 = (v_0 \pm wx)^2$$

$$g \frac{h^2}{H + h} = (v_0 \pm wx)^2$$

$$\frac{\rho g l h^2}{\rho l (H + h)} = (\nu_0 \pm wx)^2$$

$$\frac{\rho g l h^2}{l (H + h)} = (\nu_0 \pm wx)^2 \rho$$

ou

$$\frac{E}{\ell} = (\nu_0 \pm wx)^2 \rho$$

$$\frac{E}{\ell} = (\nu_0 \sqrt{\rho} \pm w \sqrt{\rho} x)^2.$$

Posons : $\nu_0 \sqrt{\rho} = P$ et $w \sqrt{\rho} = p$.

On a :

$$\frac{E}{\ell} = (P \pm px)^2$$

$$dE = (P \pm px)^2 d\ell \pm 2p (P \pm px) \ell dx$$

$$\frac{dE}{E} = \frac{d\ell}{\ell} \pm \frac{2p}{P \pm px} dx.$$

Posons : $P \pm px = y$ $dy = \pm p dx$

$$\frac{dE}{E} = \frac{d\ell}{\ell} + \frac{2dy}{y}$$

$$\frac{d\ell}{\ell} + \frac{2dy}{y} = - R \lambda^{-\frac{3}{2}} dx$$

$$\frac{d\ell}{\ell} = - R \lambda^{-\frac{3}{2}} dx - \frac{2dy}{y}$$

$$l_n \ell = - \int_0^x R \lambda^{-\frac{3}{2}} dx - l_n y^2 + K.$$

Considérons à nouveau les trois cas qui ont été envisagés plus haut, dans l'hypothèse où la vitesse moyenne du courant est invariable.

1° *Profondeur moyenne à mi-marée constante* : $\lambda = \lambda_0$.

Dans ce cas nous avons :

$$l_n \ell = - R \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x - l_n (P \pm px)^2 + K$$

pour $x = 0$ $\ell = \ell_0$ et $P \pm px = P$

$$l_n \ell_0 = - l_n P^2 + K$$

$$K = l_n \ell_0 + l_n P^2$$

$$l_n \hat{\epsilon} = l_n \hat{\epsilon}_0 - R \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x + l_n P^2 - l_n (P \pm px)^2$$

$$l_n \hat{\epsilon} = l_n \hat{\epsilon}_0 - R \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x + l_n \left(\frac{P}{P \pm px} \right)^2.$$

Déterminons la valeur du troisième terme du second membre de l'équation ci-dessus :

$$\left(\frac{P}{P \pm px} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 \pm \frac{p}{P} x} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 \pm \frac{\nu \sqrt{\rho}}{\nu_0 \sqrt{\rho}} x} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 \pm \frac{\nu}{\nu_0} x} \right)^2.$$

Posons $\frac{\nu}{\nu_0} = \nu'$. Nous avons alors :

$$\left(\frac{P}{P \pm px} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 \pm \nu' x} \right)^2$$

d'où

$$l_n \hat{\epsilon} = l_n \hat{\epsilon}_0 - R \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x + l_n \left(\frac{1}{1 \pm \nu' x} \right)^2$$

$$\log \hat{\epsilon} = \log \hat{\epsilon}_0 - R \log e \lambda_0^{-\frac{3}{2}} x + \log \left(\frac{1}{1 \pm \nu' x} \right)^2 \quad (32) \quad *$$

2° *Profondeur moyenne à mi-marée décroissante :*

$$\lambda = \lambda_0 - ax.$$

En opérant comme ci-dessus on obtient :

$$\log \hat{\epsilon} = \log \hat{\epsilon}_0 - \frac{2R}{a} \log e \left[(\lambda_0 - ax)^{-\frac{1}{2}} - \lambda_0^{-\frac{1}{2}} \right] + \log \left(\frac{1}{1 \pm \nu' x} \right)^2 \quad (33) \quad *$$

3° *Profondeur moyenne à mi-marée croissante*

$$\lambda = \lambda_0 + ax.$$

L'équation finale est de la forme :

$$\log \hat{\epsilon} = \log \hat{\epsilon}_0 - \frac{2R}{a} \log e \left[\lambda_0^{-\frac{1}{2}} - (\lambda_0 + ax)^{-\frac{1}{2}} \right] + \log \left(\frac{1}{1 \pm \nu' x} \right)^2 \quad (34) \quad *$$

Si nous comparons les relations 32, 33, 34 à celles trouvées plus haut 29, 30, 31, nous voyons qu'elles n'en diffèrent que

par l'adjonction d'un terme supplémentaire au second membre; ce terme tient compte de la variation de la vitesse : il est positif quand la vitesse décroît et négatif quand elle croît.

L'étude ci-dessus, qui suppose que la vitesse soit constante n'implique pas nécessairement qu'elle soit invariable d'un bout à l'autre du fleuve ; il suffit pour cela que la vitesse ne change pas dans un même tronçon du fleuve compris, soit entre l'embouchure et un premier affluent à marée, soit entre deux affluents maritimes consécutifs. La vitesse peut donc changer, — mais la variation doit se faire brusquement au droit de chaque affluent à marée, de telle manière que le diagramme des vitesses soit représenté par une série de droites horizontales disposées en gradins (voir fig. 16). On peut déduire de cela que si la vitesse ne varie pas au droit d'un affluent à marée, il y aura une discontinuité dans la loi des sections ; si, au contraire, la vitesse change et si la variation est suffisante, la discontinuité pourra disparaître dans la courbe des sections.

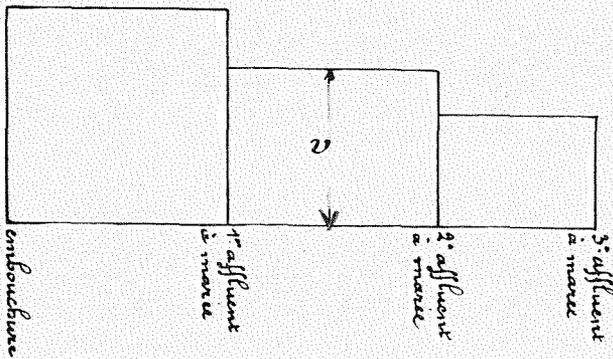


Fig. 16.

Les vitesses qui doivent être envisagées dans le calcul des sections sont celles du courant à marée haute. Ces vitesses sont toujours faibles, car nous sommes à proximité de l'étale de flot, et leur influence est très minime dans le régime maritime du fleuve. Ce qui importe davantage, c'est la vitesse moyenne du courant pendant une marée complète, car c'est d'elle que dépend l'entretien des sections du fleuve. Nous avons pu voir par l'étude de l'Escaut maritime et de ses affluents soumis à la marée qu'on peut substituer la vitesse moyenne du courant

pendant une marée à celle qui se réalise à marée haute, sans commettre d'erreurs pratiquement appréciables.

La théorie ci-dessus est établie en faisant intervenir la vitesse due à la marée seule, abstraction faite du débit d'amont. Si on veut donc vérifier les sections existant dans un fleuve à marée, il faut connaître par une cubature du fleuve les vitesses qui se réalisent quand il n'y a pas de débit d'amont. D'autre part, si on détermine les sections d'un fleuve par les formules établies ci-haut, il faut calculer après, les vitesses réelles qui s'établissent dans le fleuve en tenant compte du débit d'amont. Cela peut se faire en appliquant les formules qui donnent les vitesses moyennes de flot et de jusant, formules qui sont établies au paragraphe 9 du présent chapitre.

Quand on applique les équations 32, 33 et 34 à l'Escaut maritime et ses affluents soumis à la marée, on trouve en général des sections un peu trop grandes. On obtient des résultats qui concordent mieux avec la réalité en donnant à w la

valeur $\frac{w}{1,15 \times v_0}$ au lieu de $\frac{w}{v_0}$.

Pour l'Escaut maritime et ses affluents soumis à la marée le coefficient R est égal à 0,792, le kilomètre étant pris pour unité ; de sorte que : $R \log e = 0.344$ et $2R \text{ Loge} = 0.688$.

§ 2. — Loi de l'amplitude.

Nous avons vu par l'étude des mouvements ondulatoires que la hauteur d'une onde de translation varie en raison inverse de la profondeur du cours d'eau et qu'à égalité de profondeur, la hauteur varie en raison inverse de la racine carrée de la largeur du fleuve. Ces deux lois, qui supposent que l'énergie de l'onde soit constante, c'est-à-dire que l'influence du frottement soit négligeable, ne peuvent être appliquées à l'onde fluviale, que si cette condition est réalisée.

Ceci peut être fait de la manière suivante :

Soit O l'origine aval du fleuve et l un point quelconque. Représentons en ces points, par :

E_0 et E_1 les énergies de l'onde fluviale ;

ℓ_0 et ℓ_1 les sections mouillées à marée haute ;

l_0 et l_1 les largeurs du fleuve à mi-marée ;

λ_0 et λ_1 les profondeurs du fleuve à mi-marée ;

h_0 et h_1 les amplitudes de la marée.

L'énergie de l'onde étant proportionnelle à sa largeur, la partie de l'onde fluviale à l'embouchure O, dont l'énergie est égale à E_1 , mesure une largeur l donnée par la relation

$$l = l_o \frac{E_1}{E_o}.$$

Isolons par la pensée, dans le lit du fleuve, entre les points 0 et 1, une masse liquide dont la largeur soit égale à : $l_o \frac{E_1}{E_o}$, et supposons qu'il se propage dans cette masse une onde fluviale dont l'énergie reste constante égale à E_1 . Cette masse liquide n'étant plus soumise à l'influence des phénomènes de frottement satisfait aux deux théorèmes rappelés ci-dessus.

Supposons d'abord que la profondeur soit constante. Dans ce cas, l'amplitude de la marée : h'_1 au point 1, est donnée par la relation :

$$h'_1 = h_o \sqrt{\frac{l}{l_1}} = h_o \sqrt{\frac{l_o}{l_1} \times \frac{E_1}{E_o}}. \quad (35)$$

Comme $E_1 = a'c_1$, et $E_o = a'c_o$, a' étant une constante, la relation 35 peut être mise sous la forme

$$h'_1 = h_o \sqrt{\frac{l_o}{l_1} \times \frac{c_1}{c_o}}. \quad (36)$$

Si nous supposons maintenant que la profondeur du fleuve varie, l'amplitude h_1 de la marée est donnée par la relation :

$$h_1 = \frac{h'_1 \lambda_o}{\lambda_1} = h_o \frac{\lambda_o}{\lambda_1} \sqrt{\frac{l_o}{l_1} \times \frac{c_1}{c_o}}. \quad (37) \quad *$$

Quand on applique la formule (37) à l'Escaut maritime et ses affluents soumis à la marée, on obtient des résultats qui sont un peu plus forts que ceux fournis par l'observation. Si on veut avoir des résultats concordants avec la réalité, il faut affecter le second membre de l'équation d'une fonction réductrice φ de la forme :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{B}{\lambda_2} x} \quad (38)$$

B étant une constante.

La fonction φ montre, que la réduction de la hauteur théorique de la marée donnée par la formule 37 est d'autant plus

grande que le fleuve est moins profond et le point considéré plus éloigné de l'origine du tronçon de fleuve considéré.

La formule (38) n'est réellement pratique que dans le cas d'une profondeur moyenne à mi-marée constante; quand la profondeur varie, il est préférable de lui donner une autre forme, qui se prête mieux à un calcul exact.

A cet effet, remarquons que le second terme du dénominateur est l'expression d'une surface d'ordonnée $\frac{B}{\lambda^2}$ et d'abscisse x . Déterminons la valeur exacte de cette expression par voie d'intégration dans les deux cas qui peuvent se présenter en pratique.

1° *Profondeur moyenne à mi-marée décroissante* : $\lambda = \lambda_0 - ax$

$$\frac{B}{\lambda^2} x = \int_0^x B (\lambda_0 - ax)^{-2} dx = \frac{B}{a} (\lambda_0 - ax)^{-1} + K.$$

Pour $x = 0$ $\frac{B}{\lambda^2} x = 0$

$$K = -\frac{B}{a} \lambda_0^{-1}.$$

Donc

$$\frac{B}{\lambda^2} x = \frac{B}{a} \left(\frac{1}{\lambda_0 - ax} - \frac{1}{\lambda_0} \right). \quad (39)$$

2° *Profondeur moyenne à mi-marée croissante* : $\lambda = \lambda_0 + ax$
— En opérant comme ci-dessus on obtient :

$$\frac{B}{\lambda^2} x = \frac{B}{a} \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0 + ax} \right). \quad (40)$$

Si nous remarquons que dans les deux relations 39 et 40 la profondeur qui figure au premier terme de la parenthèse est la profondeur minima du tronçon considéré, tandis que celle qui figure au second terme est la profondeur maxima, nous pouvons réunir les deux expressions en une seule de la forme :

$$\frac{B}{\lambda^2} x = \frac{B}{a} \left(\frac{1}{\lambda_{min}} - \frac{1}{\lambda_{max}} \right). \quad (41)$$

La fonction réductrice est dès lors égale à :

$$\zeta = \frac{1}{1 + \Sigma \frac{B}{a} \left(\frac{1}{\lambda_{min}} - \frac{1}{\lambda_{max}} \right) + \Sigma \frac{B}{\lambda^2} x}. \quad (42) \quad \times$$

Le second terme du dénominateur s'applique aux sections du fleuve à profondeur variable, le troisième à celles de profondeur constante.

L'équation finale, qui donne l'amplitude de la marée aux différents points du fleuve est égale à :

$$h_1 = \frac{1}{1 + \Sigma \frac{B}{a} \left(\frac{1}{\lambda_{\min}} - \frac{1}{\lambda_{\max}} \right) + \Sigma \frac{B}{\lambda^2} x} h_0 \frac{\lambda_f}{\lambda_f} \sqrt{\frac{t_0}{t_1} \times \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} \quad (45).$$

Pour les rivières du bassin de l'Escaut maritime, $B = 0.125$, le kilomètre étant pris pour unité de longueur.

§ 3. — Loi du débit.

L'énergie d'une tranche d'onde de longueur égale à dx est donnée par l'expression :

$$dE = \rho g l h^2 dx. \quad (44)$$

$l h dx$ est le volume élémentaire dM de la tranche considérée.

Nous pouvons donc écrire :

$$dE = dM h$$

d'où :

$$E = \int h dM. \quad (45)$$

En prenant pour h sa valeur moyenne $\frac{h}{2}$, on obtient : $\frac{Mh}{2}$,

M étant le volume de l'onde marée fluviale.

L'énergie de l'onde marée fluviale est donc proportionnelle au volume de la marée multiplié par l'amplitude de la marée. Nous avons vu par la loi de l'énergie ou des sections que l'énergie d'un élément d'onde de longueur égale à l'unité et d'une hauteur égale à l'amplitude de la marée fluviale est proportionnelle à la section à marée haute. Si nous conservons la même profondeur, quelle que soit la tranche considérée de l'onde fluviale, la section ϵ sera aussi proportionnelle à l'énergie des autres tranches et, par conséquent, à l'énergie de l'ensemble de l'onde fluviale. Nous avons ainsi deux quantités ϵ et $\frac{Mh}{2}$ qui sont toutes deux proportionnelles à l'énergie de

l'onde marée fluviale, par conséquent leur rapport $\frac{Mh}{2\epsilon}$ doit

être une constante. Cette loi se vérifie parfaitement pour l'Escaut maritime et ses affluents soumis à marée ; les écarts relevés ne dépassent jamais de 5 p. c. : en plus ou en moins, la valeur moyenne de la constante C.

Comme les débits de la marée qui interviennent dans la vérification de la loi ont été obtenus par voie de cubature et ne sont pas plus exacts que les volumes de terrassements calculés dans un projet de route ou de canal, on peut dire que la vérification se fait d'une manière suffisamment précise pour que la loi puisse être appliquée en pratique. Dans la formule (46) ci-dessus M représente le volume de remplissage du fleuve pendant une marée, c'est donc le débit du flot augmenté du débit des eaux d'amont. Quand il n'y a pas de débit d'amont, le volume de remplissage est égal au débit de la marée.

Si nous représentons par F le débit du flot et par A celui d'amont, nous avons :

$$M = F + A \dots \dots \dots (47)$$

et

$$\star \frac{(F + A) h}{\epsilon} = C \dots \dots \dots (48)$$

C étant une constante.

Ceci nous permet d'énoncer le théorème suivant :

« Sur un fleuve à marée la somme du débit de flot et de celui d'amont pendant la durée du flot, multipliée par l'amplitude de la marée et divisée par la section à marée haute d'égale vitesse est une constante pour un même tronçon de rivière compris, soit entre l'embouchure et le premier affluent à marée, soit entre deux affluents à marée consécutifs. »

Considérons en particulier le confluent du fleuve et d'une rivière à marée. Soit : E, E₁, E₂, l'énergie de l'onde fluviale respectivement en aval du confluent, en amont et dans l'affluent même ; ε, ε₁, ε₂, les sections de marée haute proportionnelles à l'énergie de l'onde fluviale, en aval du confluent, en amont et à l'embouchure de l'affluent ; M = F + A, M₁ = F₁ + A₁, M₂ = F₂ + A₂ les volumes de remplissage ou les volumes de la marée respectivement en aval du confluent, en amont et dans l'affluent même ; C et C' la constante de la loi des débits respectivement en aval et en amont du confluent.

Immédiatement en amont du confluent l'énergie E de l'onde fluviale est mesurée par ε₁ + ε₂. Nous avons donc :

$$E = E_1 + E_2 = a (\epsilon_1 + \epsilon_2).$$

Comme ϵ_1 et ϵ_2 ne constituent, immédiatement en amont du confluent qu'une seule et même section, le rapport de ϵ_1 à l'énergie E_1 correspondante de l'onde marée est nécessairement le même que celui de ϵ_2 à E_2 . Nous avons donc :

$$\frac{E_1}{\epsilon_1} = \frac{E_2}{\epsilon_2}.$$

E_1 et E_2 étant mesurés par le produit des volumes de remplissage : $F_1 + A_1$ et $F_2 + A_2$ par l'amplitude h , nous pouvons écrire l'égalité ci-dessus sous la forme :

$$\frac{h (F_1 + A_1)}{\epsilon_1} = \frac{h (F_2 + A_2)}{\epsilon_2} = C' . . . (49)$$

D'où il résulte que la constante de la loi du débit est nécessairement la même dans l'affluent que dans le fleuve en amont du confluent.

La formule 49 peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} (F_1 + A_1) h &= C' \epsilon_1 \\ (F_2 + A_2) h &= C' \epsilon_2 \end{aligned}$$

d'où

$$(F_1 + A_1 + F_2 + A_2) h = C' (\epsilon_1 + \epsilon_2) . . . (50)$$

Or $F_1 + A_1 + F_2 + A_2$ n'est autre chose que le volume de la marée qui passe en aval du confluent et qui satisfait aussi à la relation

$$(F_1 + A_1 + F_2 + A_2) h = C \epsilon . . . (51)$$

Des formules 50 et 51 nous pouvons déduire :

$$C' = C \frac{\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2} (52)$$

Ceci montre que si nous connaissons C , ϵ , ϵ_1 , ϵ_2 , au droit du confluent d'un fleuve maritime et d'un affluent à marée, nous pouvons calculer la constante C' en amont du confluent sans faire aucune opération de cubature.

Plaçons-nous à l'embouchure du fleuve et appliquons-y la relation 46. La quantité $F + A$ étant en quelque sorte proportionnelle à h , le numérateur du premier membre est proportionnel à h^2 . Dans ces conditions, la constante C peut être mise sous forme : Γh^2 , Γ étant une quantité à déterminer.

La relation 46 prend ainsi la forme :

$$\frac{(F + A) h}{\varepsilon} = \Gamma \times h^2$$

$$M = F + A = \Gamma \times h \times \ell \quad (53)$$

Ce qui montre que le volume de la marée est proportionnel à l'amplitude h , à la section d'égale vitesse et à une quantité Γ .

M. l'ingénieur principal Van Brabandt a fait une cubature complète de cinq marées se propageant dans l'Escaut maritime et ses affluents à marée dont deux de forte amplitude, deux de faible amplitude et une marée moyenne résultant d'une longue série d'observations. Il résulte de ces opérations que pour une marée moyenne de l'amplitude considérée, pour laquelle les caractères principaux n'ont pas été altérés par des causes perturbatrices, telles : le vent, les crues d'amont, le reliquat de l'onde fluviale précédente qui peut avoir été ou beaucoup plus forte ou beaucoup plus faible que la marée considérée, la quantité Γ est une constante en chaque point du fleuve, mais qui varie d'un point à un autre. Ainsi, à l'embouchure de l'Escaut Γ est égal à 3860. Moyennant la connaissance de cette constante et celle des sections d'égale vitesse et des hauteurs de la marée, on peut déterminer les volumes de la marée en chaque point d'un fleuve sans aucune opération de cubature. C'est là une propriété très précieuse qui rend les plus grands services dans une étude d'amélioration de fleuve à marée.

§ 4. — Niveau moyen du fleuve.

Nous avons vu chapitre II, deuxième partie, que l'onde de translation qui remonte le cours d'un fleuve perd à chaque instant une partie de son volume qui est refoulée vers l'aval suivant les lois du mouvement par pente de surface dans les canaux à ciel ouvert. Ce volume fluide joint au débit des eaux d'amont constitue ce que nous avons appelé le *contre-courant* ou *courant de retour*.

Dans la partie aval d'un fleuve maritime, du moins c'est le cas pour l'Escaut, le contre courant est presque uniquement formé par la masse d'eau abandonnée par l'onde de translation ; ce n'est qu'à l'étale de jusant et dans la partie amont du fleuve, où l'onde fluviale ne possède plus qu'une très faible partie de

son énergie primitive, que le débit supérieur devient comparable à la perte de volume de l'onde de translation.

Pour nous permettre de nous rendre compte de l'importance du débit du courant de retour, faisons un calcul à l'embouchure de l'Escaut en admettant, pour la simplification des opérations, que l'étales de flot corresponde avec celle du plein. A cet instant, la vitesse du contre courant est égale à celle de l'onde de translation et peut être déterminée de la manière suivante.

Soit : u la vitesse du courant résultant de la propagation de l'onde de translation ; zu la vitesse du courant de retour, α est un coefficient qui est un peu plus petit que l'unité pour le flot et un peu plus grand que l'unité pour le jusant ; à l'instant de l'étales de flot ou de jusant α égale l'unité.

La vitesse de propagation W est égale à :

$$W = \sqrt{g(H + h)} - zu$$

et la vitesse u du courant direct est donnée par la relation :

$$u = (\sqrt{g(H + h)} - zu) \frac{h}{H + h}$$

d'où la valeur de u :

$$u = \sqrt{g(H + h)} \frac{h}{H + (1 + \alpha)h}$$

et le courant de retour zu :

$$zu = \sqrt{g(H + h)} \frac{\alpha h}{H + (1 + \alpha)h}$$

En se plaçant à l'instant de l'étales de flot $\alpha = 1$ et :

$$zu = \sqrt{g(H + h)} \frac{h}{H + 2h}$$

A l'embouchure de l'Escaut devant Flessingue : $H = 11^m,16$ et $h = 3^m,68$, donc :

$$zu = \sqrt{9,81(11,16 + 3,68)} \frac{3,68}{11,16 + 2 \times 3,68}$$

$$zu = 2^m,40.$$

La section du fleuve étant égale à 89.300 mètres carrés, le débit du courant de retour est égal à $89.300 \times 2^m,40 = 214.000$ mètres cubes. Ce débit est notablement supérieur à celui des eaux d'amont, qui n'est que de 127 mètres cubes ; de sorte que l'influence du débit d'amont est tout à fait négligeable vis-à-vis de celui du courant de retour.

Si nous voulions traiter la question du contre-courant avec

toute la rigueur voulue, nous aurions à résoudre un problème des plus complexes du mouvement varié et nous aurions peu de chance d'arriver à une solution quelque peu pratique. Nous avons donc jugé préférable de considérer la question d'un peu moins haut et d'admettre l'existence du courant de retour tel qu'il résulte de l'analyse de l'onde fluviale, faite au chapitre II de la seconde partie. C'est le courant de retour moyen pendant une marée complète qui trace l'axe hydraulique moyen du fleuve. En partant de cette hypothèse, le problème est ramené à l'étude d'un axe hydraulique du mouvement permanent dans les canaux à découvert. Traitons d'abord la question en supposant que le débit d'amont soit nul ou négligeable. Représentons par :

z_m : l'ordonnée de l'axe hydraulique moyen du fleuve en un point quelconque par rapport à un axe horizontal des abscisses.

x : l'abscisse correspondante à l'ordonnée z_m .

u' : la vitesse du courant de retour (abstraction faite du débit d'amont).

χ : le périmètre mouillé du fleuve.

ω : la section mouillée du fleuve.

m : le débit de la marée.

Les deux équations du mouvement permanent sont :

$$dz_m = d\left(\frac{u'^2}{2g}\right) + \frac{\chi}{\omega} bu'^2 dx \quad (54)$$

$$m = \omega u' \quad (55).$$

Comme la différentielle $d\left(\frac{u'^2}{2g}\right)$ a toujours une valeur très faible vis-à-vis de $\frac{\chi}{\omega} bu'^2 dx$ nous pouvons donner à l'équation 54 la forme :

$$dz_m = \frac{\chi}{\omega} bu'^2 \quad (56)$$

u' est égal à : $\sqrt{g(H+h)} \frac{\alpha h'}{H + (1+\alpha)h'}$ (Voir plus haut) ou

bien encore, en remplaçant h' par la valeur à considérer : $\frac{h}{2}$.

$$u' = \sqrt{g\left(H + \frac{h}{2}\right)} \frac{\alpha \frac{h}{2}}{H + \left(1 + \alpha\right) \frac{h}{2}}$$

soit approximativement :

$$u' = \sqrt{g} \frac{\alpha}{2} \frac{h}{\sqrt{H + \frac{h}{2}}} = \sqrt{g} \times \frac{\alpha}{2} \times \frac{h}{\sqrt{\lambda}}.$$

Dès lors l'équation (56) peut s'écrire :

$$dz_m = \frac{\chi}{\omega} \times \frac{bg}{4} \times \frac{\alpha^2 h^2}{\lambda} dx. \quad (57)$$

L'équation 57 dépend d'un coefficient α qui ne peut être déterminé par la théorie. L'étude de l'Escut maritime nous a permis de voir que :

$$\frac{g\alpha^2}{4} = \frac{c^{ste}}{\sqrt{\lambda}}$$

le kilomètre étant pris pour unité. Si nous remarquons que :

$$\frac{\chi}{\omega} = \frac{l + 2\lambda}{l\lambda} = \frac{1}{\frac{l}{l + 2\lambda} \lambda} \quad \text{l'équation 57 peut se mettre sous la}$$

forme :

$$dz_m = \frac{b \times c^{ste} \times h^2}{\frac{l}{l + 2\lambda} \times \lambda \sqrt{\lambda} \times \lambda} dx. \quad (58)$$

Nous avons admis pour b la formule donnée par Darcy et Bazin pour les parois en terre, soit :

$$b = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\frac{l}{l + 2\lambda} \lambda} \right).$$

dans laquelle l est la largeur du fleuve.

Tenons à présent compte de l'écoulement d'un débit d'eau d'amont. Dans ce cas la vitesse du courant est égale à : $u' + u''$, u' étant la vitesse due à l'usure de l'onde fluviale et u'' la vitesse qui résulte de l'évacuation des eaux d'amont. Si z représente l'ordonnée de l'axe hydraulique moyen du fleuve, l'équation différentielle du mouvement permanent est égale à :

$$dz = \frac{\chi}{\omega} b (u' + u'')^2 dx = \frac{b}{\frac{l}{l + 2\lambda} \lambda} (u'^2 + u''^2 + 2u'u''), dx.$$

Remplaçons u' par sa valeur trouvée plus haut : $\sqrt{g} \frac{\alpha h}{2\sqrt{\lambda}}$

et u'' par sa valeur $\frac{q}{l\lambda}$, q étant le débit des eaux d'amont.

$$dz = \frac{b}{l+2\lambda} \times \frac{q\alpha^2}{4} \times \frac{h^2}{\lambda^{4,2}} dx + \frac{b}{l+2\lambda} \times \frac{q^2}{l^2\lambda^5} dx + \frac{b}{l+2\lambda} \times \frac{\sqrt{g\alpha} h q}{l \lambda^{5,2}} dx. \quad (59)$$

Le premier terme est le relèvement élémentaire dz_m calculé plus haut. Le second terme donne le relèvement dans le cas où l'on considère le débit d'amont seul; représentons ce terme par dz_a . Le troisième terme résulte de l'action combinée de la marée et du débit d'amont; représentons ce terme par dz_{ma} . Dans ce cas, l'équation (59) peut s'écrire :

$$d\zeta = d\zeta_m + d\zeta_a + d\zeta_{ma} \quad (60).$$

De sorte que le relèvement total du niveau moyen du fleuve pour une longueur x du fleuve est égal à :

$$r = \int_0^x d\zeta = \int_0^x d\zeta_m + \int_0^x d\zeta_a + \int_0^x d\zeta_{ma} \quad (61).$$

Quand on veut résoudre l'équation (61) en donnant à h , λ , l et q les lois de variation exactes, on obtient des expressions qui ne sont pas intégrables. Si on veut avoir une solution pratique du problème qui fournisse des formules finales simples, d'application facile, il faut opérer sur des tronçons du fleuve suffisamment courts pour qu'on puisse substituer, sans commettre d'erreurs pratiquement appréciables, aux lois de variations vraies de h , λ , l et q des lois exponentielles approchées. Nous donnons ci-dessous la solution complète du problème dans cette hypothèse.

1° Valeur de $\int_0^x d\zeta_m$. Posons : $h = h_0 e^{\beta x}$; $\lambda = \lambda_0 e^{\gamma x}$.

β et γ peuvent être positifs ou négatifs. Nous donnerons à b la valeur fixée par Darcy et Bazin. Pour ne pas compliquer outre mesure les calculs, nous prendrons pour b et $\frac{l}{l+2\lambda}$ la valeur moyenne de la section considérée, car ces quantités

varient toujours très peu dans une même section de la rivière :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{b \times c^{ste}}{l} \times h_0^2 \times \lambda_0^{-\frac{5}{2}} \times e^{(2\beta - \frac{5}{2}\gamma)x} \times dx.$$

$$\frac{\quad}{l + 2\lambda}.$$

Posons

$$2\beta - \frac{5}{2}\gamma = k \quad \text{et} \quad \frac{b \times c^{ste}}{l} = k',$$

$$\frac{\quad}{l + 2\lambda}$$

$$d\tilde{\tau}_m = k' \times h_0^2 \times \lambda_0^{-\frac{5}{2}} \times e^{kx} \times dx$$

$$\int_0^x d\tilde{\tau}_m = k' \times h_0^2 \times \lambda_0^{-\frac{5}{2}} \int_0^x e^{kx} dx$$

$$\int_0^x d\tilde{\tau}_m = \frac{k'}{k} \times h_0^2 \times \lambda_0^{-\frac{5}{2}} \times e^{kx} + K.$$

Pour $x = 0$ $\int_0^x d\tilde{\tau}_m = 0$ et $e^{kx} = 1.$

Donc : $K = -\frac{k'}{k} \times h_0^2 \times \lambda_0^{-\frac{5}{2}}.$

Dès lors :

$$\int_0^x d\tilde{\tau}_m = \frac{k'}{k} \times \frac{h_0^2}{\lambda^{\frac{5}{2}}} (e^{kx} - 1) \quad (62).$$

Pour l'Escaut maritime et ses affluents soumis à marée, la constante c^{ste} est égale à : 0,093, le kilomètre étant pris pour unité.

2° Valeur de $\int_0^x d\tilde{\tau}_a.$

Posons : $q = q_0 e^{\lambda x}$; $\lambda = \lambda_0 e^{\varepsilon x}$; $l = l_0 e^{\varepsilon x}$; δ , γ ε peuvent être positifs ou négatifs. Nous donnons à b et $\frac{l}{l + 2\lambda}$ les mêmes valeurs que celles fixées plus haut.

$$d\tilde{\tau}_a = \frac{b}{l} \times q_0^2 \times \lambda_0^{-3} \times l_0^{-2} \left[e^{(2\gamma - 3\gamma - 2\varepsilon)x} \right] dx.$$

$$\frac{\quad}{l + 2\lambda}$$

Posons :

$$2\delta - 3\gamma - 2\varepsilon = k$$

$$\frac{b}{l} = k'$$

$$\frac{k'}{l + 2\lambda}$$

k' est la valeur moyenne du coefficient pour la section considérée du fleuve.

$$\int_0^x d\tau_a = k' \frac{q_0^2}{\lambda_0^3 \times l_0^2} \int_0^x e^{kx} dx = \frac{k'}{k} \times \frac{q_0^2}{\lambda_0^3 \times l_0^2} (e^{kx} - 1) \quad (63).$$

3° Valeur de $\int_0^x d\tau_{ma}$. Posons : $h = h_0 e^{\beta x}$; $\lambda = \lambda_0 e^{\gamma x}$
 $q = q_0 e^{\delta x}$; $l = l_0 e^{\varepsilon x}$; $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ sont des coefficients qui peuvent être positifs ou négatifs. b et $\frac{l}{l + 2\lambda}$ recevront à nouveau la même valeur que dans le terme en τ_m . Nous avons dit plus haut que :

$$g \frac{\alpha^2}{4} = \frac{e^{10}}{\sqrt{\lambda}} = \frac{0,095}{\sqrt{\lambda}}.$$

Nous pouvons tirer de là :

$$\sqrt{g} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{0,095}}{\lambda^{\frac{1}{4}}} = \frac{0,505}{\lambda^{\frac{1}{4}}}$$

$$\sqrt{g} \cdot \alpha = \frac{0,61}{\lambda^{\frac{1}{4}}}.$$

Remplaçons $\sqrt{g}\alpha$ par sa valeur dans le terme $\int_0^x d\tau_{ma}$

$$\int_0^x d\tau_{ma} = \int_0^x \frac{b}{l} \times \frac{0,61 \times h_0 \times q_0}{\lambda_0^{11/4} \times l_0} e^{(\beta + \delta - \varepsilon - \frac{11}{4}\gamma)x} \times dx.$$

Posons :

$$\frac{b \times 0,61}{l} = k'$$

$$\frac{k'}{l + 2\lambda}$$

$$\beta + \delta - \varepsilon - \frac{11}{4}\gamma = k$$

$$\int_0^x d\tau_{ma} = \frac{k'}{k} \times \frac{h_0 \times q_0}{l_0 \times \lambda_0^{11/4}} (e^{kx} - 1) \quad (64).$$

La formule (58) montre encore que le relèvement du niveau moyen du fleuve est proportionnel à h^2 , de sorte que le niveau de mi-marée se relève plus rapidement en vive eau qu'en morte eau, à moins que le facteur $\lambda^{5/2}$ qui figure au dénominateur neutralise l'influence du facteur h^2 . Ce cas se produit dans la partie amont d'un fleuve à marée où la diminution de profondeur en morte eau est sensible et devient comparable à la variation de l'amplitude. Mais partout ailleurs, surtout dans la partie aval du fleuve, le phénomène est apparent.

§ 5. — Vitesse de propagation de l'onde marée fluviale.

La vitesse de propagation d'une onde de translation telle qu'elle résulte des expériences de M. Bazin et Scott Russell et de la théorie de M. Boussinesq, est égale à $\sqrt{g(H+h)}$, h étant la hauteur en un point quelconque de l'onde.

Cette formule, qui a été déterminée pour de petites ondes de translation se propageant sur de faibles longueurs dans des canaux relativement larges et profonds, doit donner des résultats différents de la réalité quand on l'applique à de grandes ondes de translation qui parcourent de longs trajets dans des rivières sinueuses, encombrées d'obstacles, comme c'est le cas pour l'onde marée fluviale. Il résulte de l'étude de l'Escaut maritime et de ses affluents soumis à marée qu'il faut affecter l'expression $\sqrt{g(H+h)}$ d'un coefficient de correction ψ égal à :

$$\psi \text{ égal à } : \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(H+h)^2}}$$

A part cette première correction qui provient de l'influence des frottements, la vitesse de propagation de l'onde fluviale en subit une autre provenant de l'existence du contre-courant.

Déterminons cette correction.

Soient ;

u' la vitesse du courant de retour produit par la dépense d'énergie, à un instant t quelconque de la marée,

u'' la vitesse due à l'évacuation des eaux amont au même instant t de la marée,

u la vitesse produite par l'onde de translation à l'instant t de la marée, abstraction faite du phénomène de frottement.

v la vitesse réelle du courant à l'instant t de la marée. Elle est positive au flot et négative au jusant.

$$v = u - u' - u''$$

La vitesse de propagation de l'onde fluviale à un instant quelconque de la marée est égale à :

$$W = \Psi \sqrt{g(H + h')} - u' - u''.$$

Comme :

$$u' + u'' = u - v'$$

l'expression ci-dessus peut s'écrire :

$$W = \Psi \sqrt{g(H + h')} - u + v',$$

La vitesse u du courant de l'onde de translation est égale à :

$$u = (\Psi \sqrt{g(H + h')} - u + v') \frac{h'}{H + h'}.$$

D'où :

$$u = (\Psi \sqrt{g(H + h')} + v') \frac{h'}{H + 2h'}.$$

La vitesse de propagation de l'onde fluviale à un instant quelconque de la marée est donc égale à :

$$W = \Psi \sqrt{g(H + h')} - (\Psi \sqrt{g(H + h')} + v') \frac{h'}{H + 2h'} + v'$$

$$W = (\Psi \sqrt{g(H + h')} + v') \left(1 - \frac{h'}{H + 2h'} \right)$$

$$W = (\Psi \sqrt{g(H + h')} + v') \frac{H + h'}{H + 2h'} \quad (65)$$

Si nous nous plaçons à marée haute h' est égal à la hauteur totale de la marée h et v' représente la vitesse v_h du courant à marée haute; de sorte que la vitesse de propagation est égale à :

$$W_{mh} = (\Psi \sqrt{g(H + h)} + v_h) \frac{H + h}{H + 2h} \quad (66).$$

Dans la formule 66 tout est connu sauf v_h . Pour déterminer cette quantité, deux cas peuvent se présenter : ou bien les travaux qu'on projette d'exécuter ne modifient pas profondément le régime existant du fleuve, ou bien cela est.

Dans le premier cas une indication précise est fournie quant à la valeur v_h par l'étude du fleuve dans son état existant. Dans le second cas, il faut se donner la valeur de v_h , puis vérifier si elle correspond à la vitesse qui se réalisera. Ici encore, l'étude du fleuve avant l'exécution des travaux projetés peut fournir

des renseignements très précieux quant à la valeur probable de ν_h . Il est aussi à remarquer que ν_h est toujours très petit vis-à-vis de W_{mh} , de sorte qu'une erreur, même d'une certaine importance, commise dans l'évaluation de la valeur de ν_h , n'a qu'une influence minime sur la valeur W_{mh} .

Si nous considérons maintenant l'étale de marée basse $h = 0$ et $\nu' = -\nu_b$ (vitesse de courant de jusant à la basse mer) de sorte que la célérité à marée basse est donnée par la relation :

$$W_{mb} = \Psi \sqrt{gH} - \nu_b \quad (67)$$

Dans cette relation tout est de nouveau connu hormis la valeur de ν_b , qui peut être déterminée comme celle de ν_h .

Les formules 66 et 67 donnent, pour l'ensemble des rivières du bassin de l'Escaut maritime, des résultats qui concordent d'une manière très satisfaisante avec ceux de l'observation. La même concordance n'existe toutefois pas toujours quand on opère sur des tronçons isolés du fleuve ; on peut alors obtenir des résultats qui diffèrent parfois assez bien de la réalité. Mais, il faut ajouter que les discordances relevées, se présentent toujours aux endroits où la célérité de l'onde fluviale a une valeur anormale en désaccord complet avec toute théorie des mouvements ondulatoires. Citons quelques exemples :

Entre Terneuzen et Hansweert, la vitesse de propagation à marée haute mesure $6^m.38$, alors qu'elle atteint $8^m.66$ entre Hansweert et Bath, avec une profondeur beaucoup moindre. Pour une même profondeur de la rivière et une amplitude de marée sensiblement constante, la célérité à marée haute mesure $10^m.08$ entre Lillo et Fort-Philippe et $6^m.25$ entre Anvers et Hemixem.

Entre Termonde et Wetteren, la marée haute avance avec une vitesse de $3^m.79$ tandis qu'elle avance dans une eau moins profonde entre, Wetteren et Gand, avec une vitesse de $4^m.63$.

À marée basse, les discordances sont moins marquées, mais elles existent encore. Ainsi, la vitesse de propagation mesure $9^m.25$ entre Hansvert et Bath et $8^m.23$ seulement entre Terneuzen et Hansweert, bien que le fleuve y soit plus profond.

Les anomalies observées sont probablement dues au fait que les filets fluides du courant direct et du courant de retour ne sont pas toujours uniformément distribués dans l'étendue de la section mouillée, comme le suppose l'étude de la marée flu-

Handwritten notes:
 $\Psi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h}{H} \right)$
 $\nu_b = \frac{2}{211}$

viale. Si, en effet, cette hypothèse ne se vérifie pas et, si le courant direct de l'onde de translation et le contre-courant sont plus ou moins séparés en un point du fleuve, l'énergie cinétique et par conséquent la vitesse de propagation sont plus grandes en ce point du fleuve que ne l'indique la théorie. Mais comme d'autre part, l'équilibre du mouvement doit nécessairement se rétablir après un certain temps, l'excès de l'énergie cinétique sera absorbé sur une autre partie du fleuve en donnant lieu à une réduction plus forte de la vitesse de propagation que ne l'indique la théorie.

Il existe, sur des fleuves à marée, de nombreux exemples de la séparation des courants dirigés vers l'amont et vers l'aval. Ainsi, on remarque qu'aux étales de courant, le flot persiste d'un côté du fleuve alors que le jusant se fait déjà sentir de l'autre côté; ou bien encore, qu'un des courants se localise au milieu de la rivière, tandis que le courant de sens contraire suit les deux rives. Sur le fleuve Saint-Laurent, la séparation des courants de flot et de jusant se maintient pendant toute la durée de la marée.

Dans le sens de la profondeur, les filets fluides du flot et du jusant ont aussi une tendance à se séparer. On observe notamment que les étales de courant et les vitesses maxima se produisent d'abord au fond du fleuve et qu'ils se relèvent graduellement jusqu'à la surface de l'eau où ils se maintiennent un certain temps.

Les variations de profondeur du fleuve peuvent également provoquer des troubles dans la répartition uniforme des filets fluides. En effet, l'onde fluviale en se propageant d'un haut fond vers une partie profonde communique son énergie à une masse fluide de plus en plus grande, tandis qu'un phénomène contraire se produit quand la marée avance d'une mouille vers un seuil. Ces transformations successives dans la forme de l'énergie de l'onde doivent avoir une influence sur la distribution et la grandeur des vitesses de propagation. Ce cas est traité d'une manière très intéressante par M. Flamant dans son *Cours d'hydraulique*, page 465 « Flot de fond ». M. Flamant montre notamment comment les variations de profondeur peuvent modifier considérablement les vitesses de fond produites par le cheminement d'une ondulation.

Il semble encore résulter de l'étude des rivières du bassin de l'Escaut maritime que la vitesse de propagation est relati-

vement plus grande dans une partie sinueuse, où les courants sont mieux guidés et où la séparation des filets fluides est favorisée, que dans un alignement droit où ces circonstances favorables ne se présentent pas.

Ainsi, la célérité de l'onde fluviale est, toutes autres choses égales, plus faible dans les parties droites ou à grand rayon Terneuzen-Hansweert, Anvers-Hemixem que dans les parties sinueuses : Hansweert-Bath, Lillo-Anvers. C'est encore le cas sur la Durme où le calcul donne des vitesses de propagation inférieure à la réalité pour la partie sinueuse Thielrode-Waesmunster et supérieures pour la section beaucoup plus droite Waesmunster-Dacknam.

Ce fait peut s'expliquer de la manière suivante :

Au sortir d'une partie courbe AB du fleuve, dans laquelle le courant direct de l'onde de translation et le courant de retour ont été relativement mieux séparés que dans un alignement droit, l'énergie cinétique et par conséquent la vitesse de propagation sont plus grandes que si l'onde fluviale sortait d'une partie droite. De même le contre-courant qui quitte la section sinueuse DC est animé d'une vitesse plus grande que s'il sortait d'un alignement droit. Dans ces conditions, l'équilibre général du mouvement est rompu et doit se rétablir dans la partie droite BC en donnant lieu à une réduction appréciable de la vitesse de propagation.

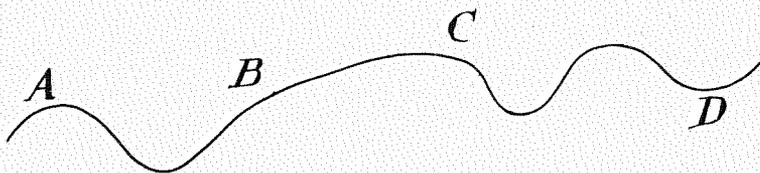


Fig. 17.

Dans l'état actuel de la science, il est impossible de tenir compte des diverses causes qui peuvent agir sur la valeur de la célérité; il faut donc se borner à appliquer les formules plus générales 66 et 67 qui, si elles ne donnent pas toujours des résultats très exacts pour un tronçon isolé du fleuve, se vérifient au moins pour l'ensemble d'un fleuve maritime.

Reprenons la formule 66, qui donne la valeur de la célérité à marée haute, et supprimons-y le terme v_h , qui est toujours très petit vis-à-vis de $\psi \sqrt{g(H+h)}$, ainsi que le coefficient de

correction ψ , qui est voisin de l'unité pour une profondeur quelque peu importante.

La relation 66 peut alors s'écrire :

$$W_{mh} = \sqrt{g (H + h)} \frac{H + h}{H + 2h}$$

ou bien encore :

$$W_{mh} = \sqrt{g H} \frac{\left(1 + \frac{h}{H}\right)^{\frac{3}{2}}}{H + 2\frac{h}{H}}$$

Posons : $\frac{h}{H} = y$

$$W_{mh} = \sqrt{g H} \frac{(1 + y)^{\frac{3}{2}}}{(1 + 2y)}$$

Proposons nous de chercher pour quelle valeur de y , W_{mh} est maximum ou minimum. A cet effet égalons la dérivée $\frac{dW_{mh}}{dy}$ à zéro.

$$\sqrt{g H} \frac{\frac{5}{2} (1 + y)^{\frac{1}{2}} (1 + 2y) - 2 (1 + y)^{\frac{3}{2}}}{(1 + 2y)^2} = 0$$

$$\frac{(1 + y)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{5}{2} (1 + 2y) - 2 (1 + y) \right]}{(1 + 2y)^2} = 0$$

$$\frac{(1 + y)^{\frac{1}{2}} \left(y - \frac{1}{2} \right)}{(1 + 2y)^2} = 0.$$

Première solution : $1 + 2y = \infty$ ou $y = \infty$.

Cette condition peut être réalisée en faisant $h = \infty$ ou $H = 0$. Ces deux cas ne présentent aucun intérêt pratique. Il en est de même de la *deuxième solution* qu'on obtient en posant :

$$(1 + y)^{\frac{1}{2}} = 0 \text{ ou } y = -1 \text{ ou bien encore } h = -H.$$

Troisième solution.

$$y - \frac{1}{2} = 0$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{2}$$

$$h = \frac{H}{2}.$$

Vérifions si pour $h = \frac{H}{2}$ la fonction passe par un maximum ou un minimum.

Pour $y < \frac{1}{2}$ la dérivée est négative.

Pour $y > \frac{1}{2}$ la dérivée est positive.

Donc, la vitesse de propagation passe par un minimum.

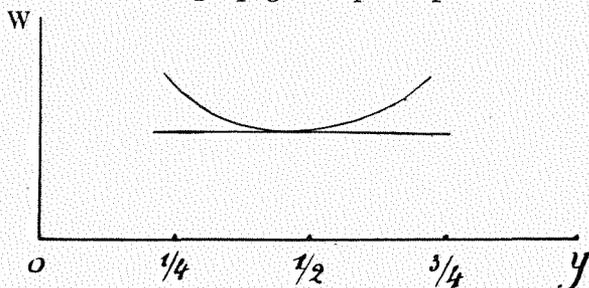


Fig. 18.

Ceci explique comment la célérité de l'onde marée fluviale peut être plus grande en morte eau qu'en vive eau ; il suffit pour cela que l'amplitude de la marée de syzygie soit approximativement égale à la moitié de la profondeur du fleuve à basse mer. A marée basse, la célérité de propagation est toujours plus grande en morte eau qu'en vive eau, car la profondeur de marée basse est plus grande pour la marée de quadrature que pour celle de syzygie.

Cette anomalie apparente a été signalée par M. Bourdelles dans son étude sur le régime de la marée dans les estuaires et les fleuves. Il s'exprime à ce sujet de la manière suivante :

« En vive eau, la vitesse de l'eau est plus grande qu'en morte eau ; le frottement qui est proportionnel au carré de la vitesse est plus important en vive eau qu'en morte eau.

» La résistance supplémentaire, qui est introduite en vive eau, exerce une action retardatrice sur la propagation de l'onde marée et peut masquer, dans certains cas, l'accroissement de célérité dû à l'augmentation de l'amplitude. »

Cette explication du phénomène est parfaitement judicieuse et peut satisfaire l'esprit, mais l'introduction du *courant de retour* permet d'expliquer beaucoup mieux l'influence des forces de frottement.

Voyons par un exemple numérique quelle peut être la différence entre la vitesse de propagation de la marée de vive eau et celle de morte eau.

Profondeur moyenne de mi-marée : 6^m.25.

Amplitude de la marée de vive eau : 2^m.50.

Amplitude de la marée de morte eau : 1^m.50.

Profondeur de la marée basse en vive eau : 5 mètres.

Profondeur de la marée basse en morte eau : 5^m.50.

Marée haute. — 1° Vive eau.

$$W = \sqrt{9,8 (5 + 2,5)} \times \frac{5 + 2,5}{5 + 2 \times 2,5} = 6^m,45.$$

2° Morte eau.

$$W = \sqrt{9,81 (5,5 + 1,5)} \times \frac{5,5 + 1,5}{5,5 + 2 \times 1,5} = 6^m,82.$$

Marée basse. 1° — Vive eau.

$$W = \sqrt{9,81 \times 5^m,00} = 7^m,00.$$

2° Morte eau.

$$W = \sqrt{9,81 \times 5,5} = 7^m,55.$$

§. 6. — Courbes locales de marée.

En pleine mer, les courbes de marée ont une forme régulière qui diffère en général fort peu de la sinusoïde dont l'équation est :

$$y = \frac{h}{2} \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad (68).$$

r étant la hauteur comptée à partir du niveau de mi-marée, $\frac{h}{2}$ étant la demi-amplitude de la marée, T la durée de la marée, t le temps écoulé depuis l'instant où $r = \frac{h}{2}$.

La forme régulière des courbes-marées s'altère en général dès que le mouvement ondulatoire pénètre dans un fleuve. Les irrégularités qui s'introduisent dans les courbes locales sont dues à la présence des îles, bancs, schorres, qui modifient à un instant donné de la marée la largeur où la profondeur moyenne du fleuve. Un resserrement du lit majeur entre deux digues à talus raides donne lieu à un relèvement plus rapide de la courbe locale ; la présence d'un schorre, au contraire, ralentit la montée de la marée.

Il est difficile, si pas impossible, de tenir compte dans un calcul analytique, des multiples circonstances qui peuvent agir sur la forme des diagrammes de la marée, aussi, est-il préférable de tracer les courbes-marées futures d'une rivière maritime par comparaison avec celles qui sont enregistrées sur le fleuve avant l'exécution des travaux.

§ 7. Durée du gagnant et du perdant, durée du flot et du jusant.

La connaissance de la vitesse de propagation permet de calculer exactement, en chaque point du fleuve, l'heure de marée haute et celle de marée basse et, par conséquent, la durée du gagnant et celle du perdant.

La détermination des étales de courant et des durées du flot et du jusant n'est pas aussi aisée. On ne peut y arriver que par l'opération de la cubature, dont il est question plus loin (voir paragraphe 8), qui résout la question des vitesses de flot et de jusant. Sachons toutefois, dès maintenant, qu'il résulte des opérations de cubature et des observations faites sur les fleuves à marée existants que dans les parties du fleuve où le débit d'amont est faible vis-à-vis de celui de la marée, le flot dure à peu près autant que le gagnant et le jusant que le perdant. Cette propriété peut être appliquée très avantageusement dans les études d'avant-projet, pour lesquelles la connaissance exacte de la durée du flot et du jusant n'est pas absolument indispensable.

§ 8. — Vitesses des courants de flot et de jusant.

Nous avons vu, par l'étude de l'onde marée fluviale, que les courants de marée résultent de l'action combinée d'une onde

de translation qui remonte le cours du fleuve et d'un courant dirigé vers l'aval qui prend naissance sous l'action des frottements, de telle sorte que si nous figurons sur une même épure (fig. 14) le diagramme des vitesses de l'onde de translation et celui des vitesses du courant de retour, l'ordonnée mesurée entre les deux courbes représente la vitesse réelle du courant de marée.

Il est assez tentant de dresser cette épure et de solutionner de la sorte le problème des vitesses des courants de marée ; mais, quand on veut opérer de la sorte, on se trouve immédiatement en présence de difficultés de calculs quasi insurmontables, qui ne permettent guère d'entrevoir une solution quelque peu exacte ou pratique ; il est plus simple de déterminer les vitesses de flot et de jusant par l'opération de la cubature. C'est cette solution-là que nous allons indiquer.

L'opération de la cubature a été décrite en détail par MM. Comoy, Lechalas, Partiot, du corps des ponts et chaussées de France, M. Flamant, professeur d'hydraulique et M. Van Brabandt, ingénieur principal des ponts et chaussées de Belgique. Elle a pour objet d'évaluer pour la totalité ou pour une partie d'un fleuve à marée les volumes d'eau de vidange ou de remplissage pendant une période donnée. L'opération de la cubature est conduite de la manière suivante :

En différents points du fleuve, on détermine les courbes locales de marée et on en déduit à des intervalles de temps donnés les profils instantanés du fleuve. Puis, on reporte les niveaux des courbes instantanées sur les profils en travers du fleuve, choisis en nombre assez grand pour qu'on puisse calculer les volumes d'eau avec une exactitude suffisante et on détermine les volumes d'eau limités par le lit du fleuve, les profils en travers extrêmes amont et aval et les courbes instantanées considérées. Les volumes ainsi calculés sont de remplissage, quand ils sont ajoutés à la masse liquide du fleuve et, de vidange, quand ils en sont soustraits. Cette opération répétée toutes les heures ou toutes les demi-heures, donne une série de volumes partiels de remplissage ou de vidange tels que, pour une marée moyenne d'une durée de 12 h. 25, la somme des premiers soit égale à la somme des derniers. On porte ensuite en abscisses les intervalles de temps et en ordonnées les volumes moyens de remplissage ou de vidange, c'est-à-dire les quotients des volumes de la cubature divisés

par les intervalles de temps considérés, en convenant de porter les débits de remplissage au-dessus de l'axe des abscisses et les débits de vidange en dessous. On mène par l'extrémité de chaque ordonnée une parallèle à l'axe des abscisses, on obtient ainsi une série de rectangles dont chacun représente, soit un volume de remplissage, soit un volume de vidange et qui sont tels que la surface totale des rectangles positifs est égale à celle des rectangles négatifs, du moins pour une marée moyenne normale. On substitue au diagramme en gradins des volumes moyens de la cubature une courbe telle que, pour chacun des intervalles de temps considéré, il y ait équivalence entre la surface de la courbe et celle du rectangle correspondant; cette courbe donne la loi de variation réelle, du moins avec une très grande approximation, des débits de remplissage et de vidange.

Si on porte sur la même épure le diagramme du débit supérieur, qui est une droite parallèle à l'axe des abscisses d'ordonnée positive, — puisque le débit d'amont est constant — la différence entre une ordonnée de la courbe et celle de la droite horizontale représente le débit de flot et l'ordonnée négative de la courbe ajoutée à celle de la droite horizontale mesure le débit de jusant.

Il résulte ainsi des tracés faits que si l'on admet comme nouvel axe des abscisses la droite des débits d'amont, on peut lire directement sur l'épure les débits de flots et de jusant.

Les points où la courbe des débits coupe le nouvel axe des abscisses marquent les instants des étales de courant et les intervalles de temps mesurés entre ces étales donnent la durée du flot et celle du jusant. La courbe des débits donne encore : le retard de l'étales de jusant sur l'heure de marée basse et celui de l'étales de flot sur l'heure du plein ; les débits totaux, moyens et maxima au flot et au jusant, ainsi que les instants auxquels se produisent les débits maxima. Si l'on complète l'épure par le diagramme des sections mouillées, on peut tracer la loi de variation des vitesses de flot et de jusant et déterminer une série de valeurs particulières de la vitesse qui sont intéressantes à connaître au point de vue du régime maritime du fleuve, notamment les vitesses moyennes de flot et de jusant, les vitesses maxima de flot et de jusant et les heures auxquelles elles se produisent ; la vitesse moyenne générale du courant de marée.

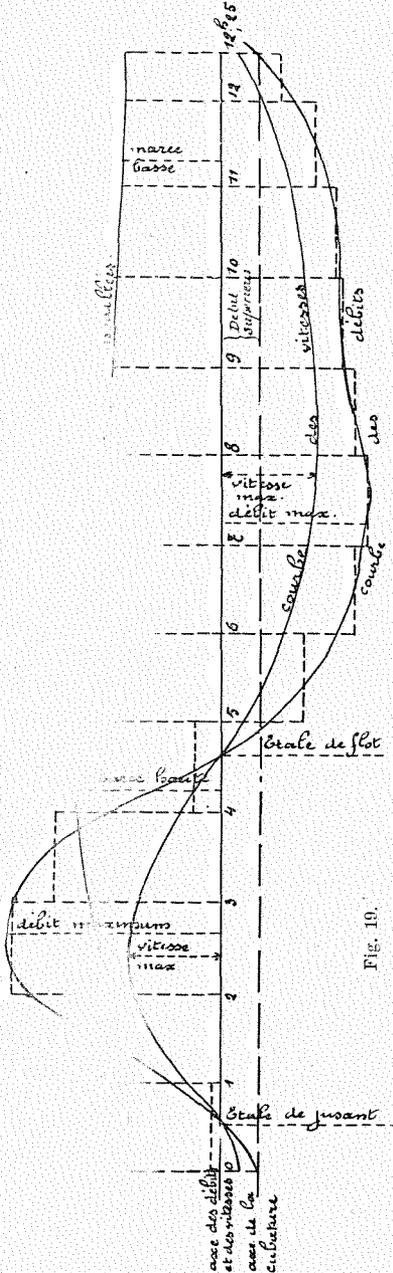


Fig. 19.

En résumé, l'opération de la cubature fournit les indications suivantes :

- 1° Volumes de flot et de jusant ;
- 2° Diagrammes des débits de flot et de jusant ;
- 3° Débits maxima de flot et de jusant ainsi que les heures auxquelles ils se produisent ;
- 4° Heures des étales de flot et de jusant ;
- 5° Durées du flot et du jusant ;
- 6° Retard de l'étales de flot sur celle de marée haute, et de l'étales de jusant sur celle de marée basse ;
- 7° Diagramme des vitesses pendant une marée complète ;
- 8° Vitesses maxima de flot et de jusant, ainsi que les instants auxquels elles se produisent ;
- 9° Vitesses moyennes de flot et de jusant et la vitesse moyenne générale pendant une marée.

§ 9. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant Vitesse moyenne générale du courant de marée.

Nous avons vu au paragraphe précédent comment il est possible de déterminer exactement les vitesses de

flot et de jusant. Mais la méthode indiquée conduit à une opération longue et laborieuse qu'on ne peut raisonnablement exiger que pour une étude définitive.

Nous allons donner ci-dessous un mode de calculs beaucoup plus simple des vitesses moyennes de flot et de jusant ainsi que de la vitesse moyenne générale du courant de marée, dont la connaissance peut suffire dans nombre d'études et d'avant-projets. Considérons une courbe marée locale et rapportons-la à deux axes des coordonnées : l'un vertical passant par le point o , l'autre horizontal tangent à la courbe locale en o . Soit o et o' les étales de marée basse, a l'étales de marée haute, 1 et 3 les étales de jusant, 2 l'étales de flot.

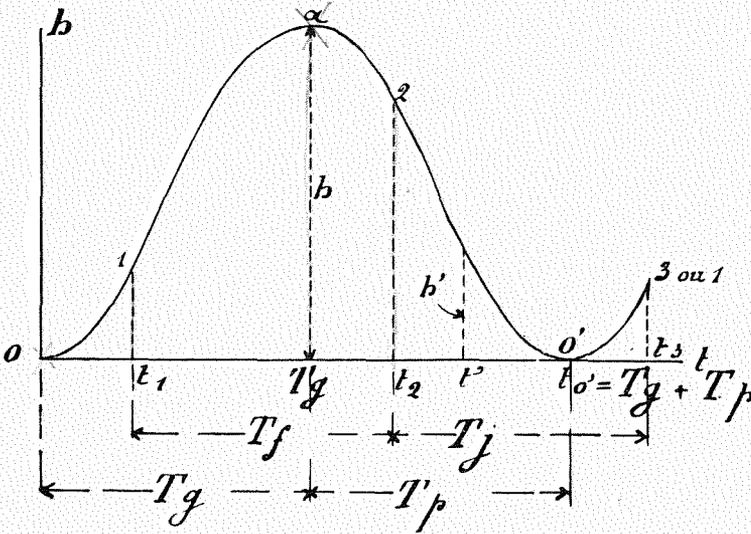


Fig. 20.

Désignons par :

h : amplitude de la marée.

h' : une hauteur quelconque de l'onde fluviale à l'instant t'

T_g et T_p la durée respective du gagnant et du perdant.

T_f et T_j la durée respective du flot et du jusant.

$t_o = o$ et $t_{o'} = T_g + T_p$ les instants de la marée basse.

t_1 et t_3 les instants de l'étales de jusant.

t_2 : l'instant de l'étales de flot.

La courbe locale de marée peut être définie par les équations :

Gagnant oa : $h' = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{t'}{T_g} \right)$ (69)

Perdant ao : $h' = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{T_g + T_p - t'}{T_p} \right)$ (70)

Déterminons la valeur de l'intégrale $\int h' dt$ pour les sections : $o1$, $1a$, $a2$, $2o'$, $o'3$ en remarquant que la valeur de l'intégrale pour $o1$ est la même que pour $o'3$.

Section $o1$ ou $o'3$:

$$S_{o1} = S_{o'3} = \int_0^1 h' dt' = \int_0^1 \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{t'}{T_g} \right) dt' = \frac{h}{2} t_1 - \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \left(\sin \pi \frac{t'}{T_g} \right)_0^{t_1}$$

$$S_{o1} = S_{o'3} = \frac{h}{2} t_1 - \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} \quad (71).$$

Section $1a$

$$S_{1a} = \int_1^a h' dt' = \int_{t_1}^{T_g} \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{t'}{T_g} \right) dt' = \frac{h}{2} (T_g - t_1) - \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \left(\sin \pi \frac{t'}{T_g} \right)_{t_1}^{T_g}$$

$$S_{1a} = \frac{h}{2} (T_g - t_1) + \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} \quad (72).$$

Section $a2$

$$S_{a2} = \int_a^2 h' dt' = \int_{T_g}^{t_2} \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{T_g + T_p - t'}{T_p} \right) dt'$$

$$S_{a2} = \frac{h}{2} (t_2 - T_g) + \frac{h}{2} \frac{T_p}{\pi} \left(\sin \pi \frac{T_g + T_p - t'}{T_p} \right)_{T_g}^{t_2}$$

$$S_{a2} = \frac{h}{2} (t_2 - T_g) + \frac{h}{2} \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} \quad (75).$$

Section $2o'$

$$S_{2o'} = \int_2^{o'} h' dt' = \int_{t_2}^{T_g + T_p} \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{T_g + T_p - t'}{T_p} \right) dt'$$

$$S_{2o'} = \frac{h}{2} (T_g + T_p - t_2) + \frac{h}{2} \times \frac{T_p}{\pi} \left(\sin \pi \frac{T_g + T_p - t'}{T_p} \right)_{t_2}^{T_g + T_p}$$

$$S_{2o'} = \frac{h}{2} (T_g + T_p - t_2) - \frac{h}{2} \times \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} \quad (74).$$

Des quatre relations 71, 72, 73 et 74 nous pouvons déduire :

$$1^\circ \quad S_{12} = S_{1a} + S_{a2} = \frac{h}{2} (T_g - t_1) + \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} +$$

$$\frac{h}{2} (t_2 - T_g) + \frac{h}{2} \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p}.$$

$$S_{12} = \frac{h}{2} (t_2 - t_1) + \frac{h}{2} \left(\frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} + \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} \right). \quad (75)$$

$$\begin{aligned} 2^\circ \quad S_{20'3} = S_{20'} + S_{0'1} &= \frac{h}{2} (T_g + T_p - t_2) - \\ &\frac{h}{2} \times \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} + \frac{h}{2} t_1 - \frac{h}{2} \frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} \\ S_{20'3} &= \frac{h}{2} (T_g + T_p - t_2 + t_1) \\ &- \frac{h}{2} \left(\frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} + \frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} \right). \quad (76) \end{aligned}$$

Posons :

$$\frac{T_g}{\pi} \sin \pi \frac{t_1}{T_g} + \frac{T_p}{\pi} \sin \pi \frac{T_g + T_p - t_2}{T_p} = G$$

et remarquons que :

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= T_f \\ T_g + T_p - t_2 + t_1 &= T_j. \end{aligned}$$

Nous pouvons alors écrire les relations 75 et 76 sous la forme :

$$S_{12} = \frac{h}{2} T_f + \frac{h}{2} G = \frac{h}{2} T_f \left(1 + \frac{G}{T_f} \right) \quad (77)$$

$$S_{20'3} = \frac{h}{2} T_j - \frac{h}{2} G = \frac{h}{2} T_j \left(1 - \frac{G}{T_j} \right) \quad (78).$$

Soit :

F le volume du flot.

l la largeur du fleuve à mi-marée.

H la profondeur du fleuve à marée basse.

v_f la vitesse moyenne du courant de flot.

Le débit élémentaire de flot est approximativement égal à :

$$dF = l (H + h') v_f dt'.$$

et le volume total de flot est donné par l'intégrale :

$$F = \int_{t_1}^{t_2} dF = \int_{t_1}^{t_2} l (H + h') v_f dt'$$

$$F = l v_f \left(\int_{t_1}^{t_2} H dt' + \int_{t_1}^{t_2} h' dt' \right)$$

$$F = l v_f (H T_f + S_{12}) = l v_f \left[H \times T_f + \frac{h}{2} T_f \left(1 + \frac{G}{T_f} \right) \right]$$

$$F = l v_f T_f \left[H + \frac{h}{2} \left(1 + \frac{G}{T_f} \right) \right]. \quad (79).$$

En résolvant cette dernière équation par rapport à v_f nous avons :

$$v_f = \frac{F}{l \left[H + \frac{h}{2} \left(1 + \frac{G}{T_f} \right) \right] T_f} \quad (80).$$

Considérons maintenant la période de jusant, soit :

J le volume d'eau du jusant.

v_j la vitesse moyenne du courant de jusant.

Le débit élémentaire du courant de jusant est approximativement égal à :

$$dJ = l (H + h') v_j dt'$$

et le volume total du jusant est donné par l'intégrale :

$$J = \int_2^3 dJ = \int_{t_2}^{t_3} l (H + h') v_j dt'$$

$$J = lv_j \left(\int_{t_2}^{t_3} H dt' + \int_{t_2}^{t_3} h' dt' \right)$$

$$J = lv_j (H \times T_j + S_{203}) = lv_j \left[H \times T_j + \frac{h}{2} \times T_j \left(1 - \frac{G}{T_j} \right) \right]$$

$$J = lv_j \times T_j \left[H + \frac{h}{2} \left(1 - \frac{G}{T_j} \right) \right] \quad (81).$$

En résolvant cette dernière équation par rapport à v_j on obtient :

$$v_j = \frac{J}{l \left[H + \frac{h}{2} \left(1 - \frac{G}{T_j} \right) \right] T_j} \quad (82).$$

Les relations 81 et 82 montrent que l'on obtient la vitesse moyenne de flot en considérant une section un peu plus grande que la section de mi-marée et la vitesse moyenne de jusant, une section un peu plus petite. Dans les formules 81 et 82, tout est connu sauf T_f , T_j et G .

La quantité G a une forme assez complexe et dépend d'une série d'éléments dont la valeur exacte ne peut être obtenue que par l'opération de la cubature, qui est précisément l'opération que l'on veut éviter. Mais, si la théorie ne donne pas complètement la solution, l'étude de l'Escaut maritime montre que G a une valeur sensiblement constante, égale à 4800, la seconde étant prise pour unité de temps.

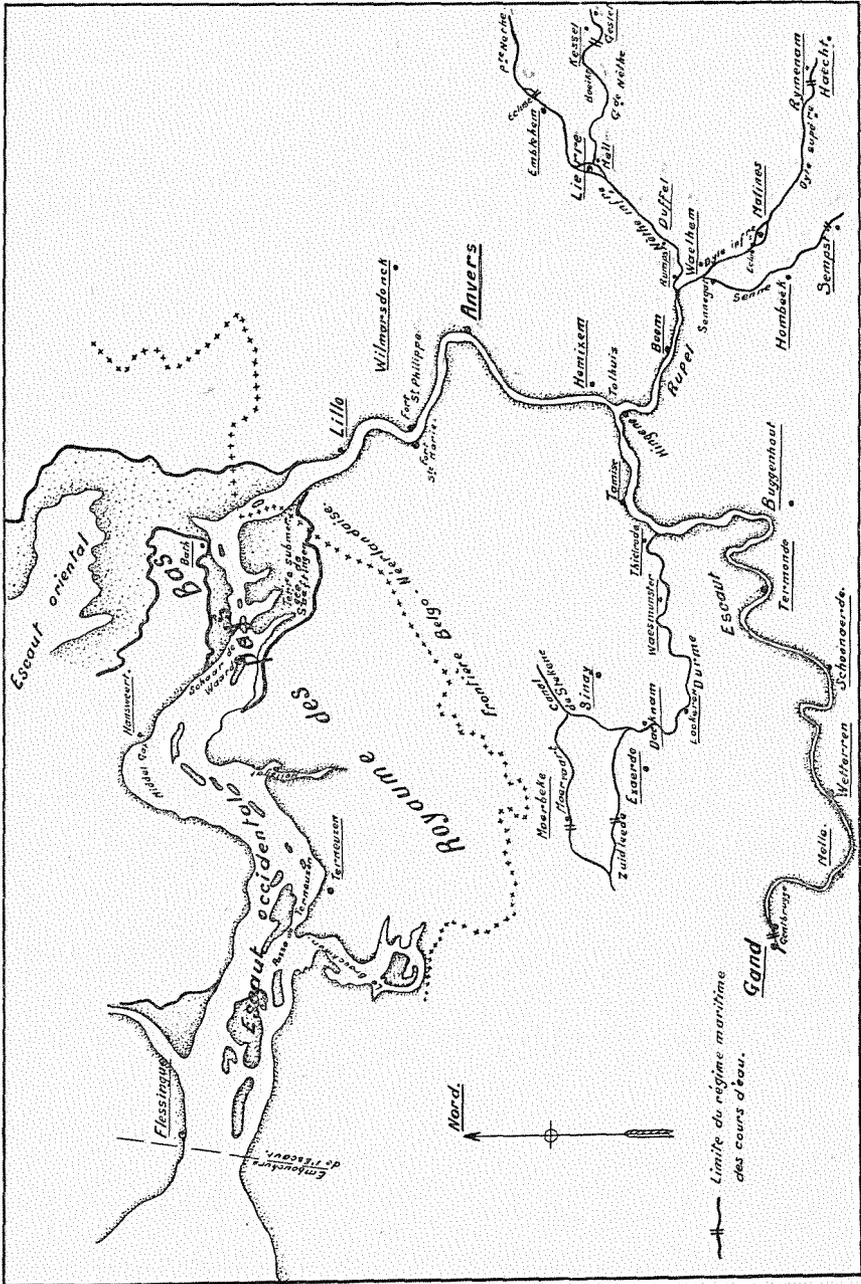
En ce qui concerne T_f et T_j , nous avons vu au paragraphe 7

que dans les parties du fleuve, où le débit d'amont est faible vis-à-vis de celui de la marée, T_f et T_j sont approximativement égaux aux durées du gagnant et du perdant, qui peuvent être déterminées dès qu'on connaît les vitesses de propagation de l'onde fluviale.

Dans ces conditions, tous les éléments sont connus dans les relations 81 et 82, et nous pouvons calculer les vitesses moyennes de flot et de jusant avec une très grande approximation.

La vitesse moyenne générale du courant pendant une marée complète est égale à :

$$u = \frac{v_f \times T_f + v_j \times T_j}{T_f + T_j} \quad (83). \quad \checkmark$$



Carte de l'Escaut maritime et de ses affluents à marée.

TROISIÈME PARTIE

Application de la théorie des marées fluviales aux rivières à marée du Bassin de l'Escaut maritime

CHAPITRE PREMIER

DESCRIPTION SOMMAIRE DES RIVIÈRES DU BASSIN DE L'ESCAUT MARITIME (v. carte ci-contre).

L'Escaut maritime mesure 159 kilomètres de long et s'étend depuis son embouchure, devant Flessingue, jusqu'au barrage éclusé de Gentbrugge. En amont de ce barrage, commence la partie fluviale qui reçoit, dans la traverse hydraulique de Gand, un affluent très important : *La Lys*.

Anciennement l'Escaut communiquait avec la mer par le seul bras oriental mais, lors de l'irruption des eaux de la mer dans une ancienne crique, qui est devenue depuis l'Escaut occidental ou Hont, une nouvelle embouchure vint s'ajouter à la première. Le nouveau bras étant beaucoup plus puissant que le premier, ce fut lui seul qui alimenta dans la suite et l'Escaut belge et une partie de l'Escaut oriental. Cette situation se maintint jusqu'en 1867, époque à laquelle l'Escaut oriental fut barré par une des digues du chemin de fer Flessingue-Rozendael. Depuis cette date, l'Escaut belge n'a de nouveau plus qu'un seul débouché à la mer : soit l'Escaut occidental ou Hont.

Entre l'embouchure et la frontière Hollando-Belge, le fleuve présente le caractère d'un véritable estuaire; les largeurs y sont grandes : 4.000 à 6.000 mètres, le lit y est encombré de bancs de sable séparés par des chenaux et des faux-chenaux, appelés *schaar*, et les rives y sont bordées de *schorres* d'une étendue parfois très considérable.

Plusieurs bras de mer se détachent de cette partie du fleuve, tels : l'Escaut oriental, le Hellegat, le Braeckman et le Sloe, dont l'importance actuelle n'est plus comparable à celle du passé. Ainsi le Sloe, qui constituait autrefois une grande voie de communication par eau entre le Hont et l'Escaut oriental, est barré depuis 1867 par une des digues du chemin de fer de Flessingue à Roozendael. L'Escaut oriental n'est plus la com-

munication directe de l'Escaut belge avec la mer, mais a subi le même sort que le Sloec. Quant au Braeckman, il mesurait au xvii^e siècle une largeur double de celle de nos jours et sa passe navigable, qui donnait accès au canal de Gand, valait encore en 1800 l'Escaut devant Anvers. Aujourd'hui, la puissance hydraulique de ce bras a fortement diminué et un jour viendra où elle aura complètement disparu comme celle de tant d'autres dérivations, parmi lesquelles on peut citer le Melkader, qui avait une dimension comparable à celle du fleuve principal, et la rivière de Hulst qui, partant en amont d'Osse-nisse, se raccordait avec le Braeckman et mesurait, à marée basse, 250 mètres de large et à marée haute, 750 mètres, soit presque le double de la largeur devant Anvers.

En aval de Lillo, l'aspect du fleuve change complètement : le profil en travers devient plus régulier et la largeur est beaucoup moindre. En face de Lillo, le fleuve mesure 820 mètres de large, 432 devant Anvers et environ 33 mètres à l'extrémité de la partie maritime près du barrage de Gentbrugge.

L'Escaut maritime reçoit en Belgique deux affluents importants qui sont soumis aux oscillations de la marée : le Rupel et la Durme, et un affluent à régime exclusivement fluvial : la Dendre.

Le Rupel a une longueur de 11km.5 et s'étend jusqu'à Rumpst où il est formé par la jonction de la Dyle et de la Nèthe inférieure. Le régime de cette rivière est entièrement maritime.

La Nèthe inférieure, qui débouche dans le Rupel, a une longueur de 15 kilomètres et remonte jusqu'au confluent de la Grande et de la Petite Nèthe à Lierre. Une dérivation barragée, qui a été creusée au Nord de la ville de Lierre, établit une communication directe entre la partie amont de la Nèthe inférieure et la partie aval de la Petite Nèthe. Elle est mise en service chaque fois que la ville de Lierre est menacée d'une inondation par les fortes crues d'amont. La Nèthe inférieure est complètement maritime.

La Petite Nèthe n'est soumise aux fluctuations de la marée que jusqu'à l'écluse barragée d'Emblehem, située à 6 kilomètres de l'embouchure de la rivière. A partir de ce point, le régime de la rivière est exclusivement fluvial.

La marée peut se propager librement dans la Grande Nèthe mais, par suite de la faible énergie que possède encore l'onde

fluviale, les variations de niveau deviennent inappréciables à partir du pont de Boekt à 8km.4 de l'embouchure à Lierre.

La Dyle, qui forme par sa jonction avec la Nèthe inférieure le Rupel, est soumise au régime maritime jusqu'à Haecht à 23km.4 en amont de Rumpst, mais pour faciliter la navigation intérieure en amont de Malines, la marée est arrêtée certains jours dans cette ville. La partie de la Dyle comprise dans la traversée de la ville de Malines est transformée depuis quelques années en bassin à flot. La propagation de la marée de l'aval jusqu'à l'amont de la ville est assurée par une dérivation qui contourne l'agglomération. Cette modification apportée au cours naturel de la rivière, met la ville de Malines à l'abri des inondations produites, soit par une crue d'amont, soit par une marée haute extraordinaire; elle améliore en outre notablement la navigation dans la traversée de la ville.

La Senne, qui est un affluent de la Dyle, est soumise aux oscillations de la marée jusqu'au barrage de Hombeek à 6km.8 de l'embouchure. En ouvrant les vannes automobiles du barrage, la marée peut remonter librement le cours de la rivière jusqu'à extinction complète du mouvement ondulatoire, ce qui se produit à environ 5 kilomètres en amont de Hombeek.

Le second affluent maritime de l'Escaut, la Durme, a son embouchure à Thielrode. Cette rivière est formée à Dacknam par la jonction du Moervaert et de la Zuidlede et mesure 26 kilomètres de long. Le Moervaert se réunit, à son extrémité amont, au canal de Gand à Terneuzen par l'intermédiaire de l'écluse du Roodenhuyze et subit les oscillations de la marée jusqu'à environ 10 kilomètres en amont de Dacknam.

La Zuidlede, qui rejoint de nouveau le Moervaert à son extrémité amont, a un régime maritime sur près de 10 kilomètres de long, soit jusqu'en amont de Mendonck.

La Durme a encore un sous affluent maritime : le canal de Stekene. Cette rivière débouche dans le Moervaert et est soumise aux fluctuations de la marée sur près de 5 kilomètres de long.

Les débits d'amont moyens des rivières du bassin de l'Escaut maritime ont été déterminés avec le plus de soin possible, en se servant de documents peu complets et pas toujours très précis, par M. Van Brabandt, Ingénieur en chef Directeur des Ponts et Chaussées. Les résultats de ce travail sont rapportés dans une note intitulée *Études sur le régime des rivières du*

bassin de l'Escaut maritime et ils sont précédés du préambule, qu'il sera utile de reproduire ici :

« Ce débit (débit supérieur) est constitué, pour chaque rivière, par l'eau fluviale qui est amenée à l'amont de la région maritime ainsi que par les affluents, les ruisseaux et les fossés d'assèchement ou les sources débouchant dans la partie soumise à la marée.

Les débits de ces rivières ou de ces ruisseaux ne pourraient être déterminés d'une manière exacte qu'à l'aide d'observations hydrométriques comportant des jaugeages méthodiques à toute flottaison et s'étendant sur toute une série d'années. Malheureusement, nous ne disposions pas d'observations de l'espèce, ni du temps, ni du personnel nécessaires pour en organiser. Il a donc fallu se contenter d'évaluer les différents débits supérieurs à l'aide des rares données qu'on possédait quelque incertaines qu'elles fussent. Certes, les évaluations auxquelles nous avons abouti manquent de précision, mais il y a lieu de répéter ici ce qui a été dit plus haut : c'est que dans la région inférieure du fleuve, celle qui nous intéresse le plus, une erreur commise dans l'évaluation des débits supérieurs ne peut exercer une influence sensible sur le débit total, et ce, à cause de l'importance si considérable du volume de l'eau refoulée par la marée comparé à l'eau introduite en rivière par les affluents, les fossés et les sources ».

Ainsi qu'il résulte des explications données ci-dessus par M. Van Brabandt, les débits d'amont de l'Escaut maritime et de ses affluents soumis à marée n'ont pu être déterminés avec toute la précision voulue. Les données fournies par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt peuvent néanmoins servir dans la vérification de la loi des débits, car c'est le volume de remplissage qui y intervient et non le débit de flot. Nous verrons dans l'étude du niveau moyen des rivières maritimes comment certains chiffres fournis par M. Van Brabandt doivent dans quelques rares cas, être corrigés, pour obtenir des résultats concordants avec les indications données par le fleuve.

DÉBITS D'AMONT MOYENS.

Escaut. — Le débit supérieur moyen à Gand est égal à 23 mètres cubes. En un point quelconque du fleuve le débit d'amont moyen est donné par la relation :

$$q = 23 \text{ m}^3 + \Sigma q' + 0,00259x^2 \quad (84)$$

dans laquelle $\Sigma q'$ représente la somme des débits d'amont amenés par les affluents principaux du fleuve, tels : la Dendre, la Durme et le Rupel, et x la distance en kilomètres mesurée à partir du barrage de Gentbrugge.

En appliquant la formule (84) aux points principaux de l'Escaut, tels les postes marégraphiques, on obtient les débits suivants :

Tableau 1.

Stations.	Débits d'amont.	Stations.	Débits d'amont.
Flessingue.	m ³ . 127	Thielrode.	m ³ . 40
Terneuzen.	114	Durme. {	Aval. 40
Hansweert.	105		Amont. 38
Bath.	96	Baesrode.	35.5
Lillo.	91	Termonde. {	Aval. {
Fort Philippe.	88		Dendre. { 33.5
Anvers.	85		Amont. {
Hemixem.	80.5		Dendre. { 26.5
Rupel. {	Aval. 80	Wetteren.	23.5
	Amont. 43	Gand.	23.0

Dendre. — Le débit supérieur moyen à l'embouchure de la rivière est de 7 mètres cubes.

Durme. — Le débit d'amont moyen est excessivement faible : il mesure environ 1 mètre cube au confluent du Moervaert et de la Zuidlede, 1^m3.5 à Waesmunster et 2 mètres cubes à l'embouchure.

Rupel, Nèthe inférieure, Grande et Petite Nèthe, Dyle et Senne. — En admettant que le débit supérieur moyen en chaque point de la rivière soit au débit supérieur total du cours d'eau, comme la superficie du bassin hydrographique au point considéré est à la superficie du bassin hydrographique total de la rivière, M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Bra-

bandt a pu donner les valeurs suivantes du débit d'amont moyen :

Tableau 2.

Stations.		Débites d'amont.	Stations.		Débites d'amont.
Rupel.	{ Embouchure.	m ³ 37	Grande Nèthe.	{ Confluent Lierre.	m ³ 5
	{ Rumpst.	35.5		{ Limite de la marée.	5
Nèthe inférieure.	{ Rumpst.	11	Dyle.	{ Rumpst.	24.5
	{ Confluent Lierre.	40		{ Aval. Senne.	24.5
Petite Nèthe.	{ Confluent Lierre.	5	{ Amont. Senne.	16.5	
	{ Emblehem.	5			

Stations.		Débites d'amont.
Dyle.	{ Malines.	m ³ 16.5
	{ Limite de la marée.	16.5
Senne.	{ Embouchure.	8
	{ Limite de la marée.	8

CHAPITRE II

DOCUMENTS QUI ONT SERVI A FAIRE L'ÉTUDE THÉORIQUE
DE L'ESCAUT MARITIME ET DE SES AFFLUENTS SOUMIS A LA MARÉE

Les profils en travers dont nous nous sommes servi sont ceux qui ont permis à M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt de faire la cubature d'une marée moyenne. Il n'y a d'exception que pour le Rupel et la Senne. Pour le Rupel,

nous n'avons pu retrouver les documents dont s'est servi M. Van Brabandt et pour la Senne nous avons dû faire lever de nouveaux profils correspondant à la situation réellement existante, car les profils employés par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt furent ceux qui avaient été dressés pour les travaux d'amélioration de la Senne et ne tiennent pas compte des envasements survenus depuis la mise en service du nouveau lit de la rivière.

Escaut maritime. — De Gentbrugge à Wetteren et de Mariakerke à Thielrode : Profils levés par le service spécial de l'Escaut.

De Wetteren à Mariakerke : Profils levés par le service des études en 1897.

De Thielrode à la frontière Belge-Néerlandaise : Profils levés par le service des études en 1897-1898.

De la frontière à la mer : Profils levés sur la carte hydrographique néerlandaise dressée en 1891-1892.

Rupel. — Profils levés par le service spécial de l'Escaut en 1910.

Nethe inférieure. — Profils levés par le service spécial de l'Escaut.

Grande Nèthe et petite Nèthe. — Profils levés par le service des Ponts et Chaussées de la Province.

Dyle. — De l'embouchure à Malines : Profils levés par le service spécial de l'Escaut. Partie de la rivière en amont de Malines : Profils levés par le service des Ponts et Chaussées de la Province.

Senne. — Profils levés en 1919.

Durme. — Profils levés par le service spécial de l'Escaut.

Nous nous basons encore sur les observations marégraphiques moyennes de la période 1888-1895, dont s'est également servi M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt pour faire son étude détaillée de la marée moyenne. Par exception, nous avons recours aux observations marégraphiques de la période 1900-1910; celles-ci sont très précises, mais elles ont été faites longtemps après le levé des profils en travers des rivières maritimes.

CHAPITRE III.

ÉTUDE DE L'ESCAUT MARITIME (1).

§ I. — Calcul des sections à marée haute.

Nous avons figuré planche I les profondeurs moyennes à mi-marée, depuis l'embouchure devant Flessingue jusqu'à Gentbrugge.

Au profil en long ainsi tracé, qui a une allure forte irrégulière, nous avons substitué un autre profil régulier, composé d'éléments droits qui sont tracés de telle manière que la profondeur moyenne générale du fleuve soit sensiblement conservée.

Les profondeurs vraies et admises sont réunies dans les tableaux III¹ et III², ci-dessous.

(1) Tous les calculs sont faits à l'aide de la règle à calculer.

des postes du fleuve	distances	admise aux postes	des sections du fleuve	pour les sections du fleuve
Gand	Km. 14.730	Mét. 2.8	Gand-Wetteren	$(2,80 + 3,51) : 2 =$ 3,15
Wetteren	22.960	3.51	Wetteren-Termonde	$(3,51 + 4,60) : 2 =$ 4,06
Termonde	6.750	4.60	Termonde-Baesrode	$\left\{ \begin{array}{l} 4,6 \times \frac{6,75}{2} + 5,4 \frac{6,75 + 4,0}{2} + \\ 4,3 \times \frac{4}{2} = x(6,75 + 4,00) \quad x = \end{array} \right.$
4 kilom. amont de Baesrode	4.000	5.40		
Baesrode	8.870	4.30	Baesrode-Durme	$(4,3 + 5,00) : 2 =$ 4,94 4,25
Durme	10.500	5.00	Durme-Rupel	$(5,00 + 5,40) : 2 =$ 5,20
Rupel	2.625	5.40	Rupel-Hemixem	$(5,40 + 8,03) : 2 =$ 6,715
Hemixem	26.225	8.03	Hemixem-Lillo	8,03
Lillo	1.000	8.03	Lillo-Bath	$\left\{ \begin{array}{l} 8,03 \times 1,00 + \frac{8,03 + 4,5}{2} \times 5 \\ + 5,00 \times 4,5 = x(1 + 5 + 5) \quad x = \end{array} \right.$
1 kilomètre aval Lillo	5.000	8.03		
5 kilomètres amont Bath	5.000	4.50	Bath-Hansweert	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8,98 + 8,5}{2} \times 4,1 + \frac{8,5 + 4,5}{2} \times \\ 10 + 4,5 \times 2 = x(4,1 + 10 + 2) \quad x = \end{array} \right.$
Bath	2.000	4.50		
2 kilom. aval Bath	10.000	4.50	Hansweert-Flessingue	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8,98 + 10,8}{2} \times 15,3 + \\ \frac{10,8 + 13}{2} \times 18,5 = x(15,3 + 18,5) \quad x = \end{array} \right.$
4km.4 amont Hansweert	4.100	8.50		
Hansweert	15.300	8.98		
Terneuzen	18.500	10.80		
Flessingue	13.00	13.00		

Tableau 3²

SECTIONS	Profondeurs moyennes	
	vraies	admises
Gand-Wetteren	3.03	3.15
Wetteren-Termonde	3.76	4.06
Termonde-Baesrode	4.94	4.94
Baesrode-Durme	4.63	4.65
Durme-Rupel	5.2	5.2
Rupel-Hemixem	6.70	6.715
Hemixem-Lillo	8.03	8.03
Lillo-Bath	5.75	5.62
Bath-Hansweert	7.55	6.81
Hansweert-Flessingue	11.00	11.00
<i>Moyenne générale.</i>	6.74	6.72

Il résulte des tableaux III qu'il y a une concordance très satisfaisante entre les profondeurs moyennes vraies du fleuve et celles admises ; il n'y a d'écarts appréciables que pour les sections Gand-Termonde et Lillo-Hansweert. En amont de Termonde, la profondeur admise est un peu plus grande que celle qui existe, le contraire se présente entre Lillo et Hansweert. Comme les profondeurs moyennes adoptées ont été choisies de telle manière que le calcul des sections donne des résultats concordants d'un bout à l'autre du fleuve, on pourrait déduire des modifications apportées, que la résistance du fleuve est plus faible en amont de Termonde et plus grande dans le coude de Bath. Quand cela serait, la chose serait parfaitement admissible, car la partie du fleuve en amont de Termonde a subi d'importants travaux d'amélioration et de rectification qui ont dû faciliter la propagation de l'onde marée, tandis que le coude de Bath, qui est encombré de bancs de sable et bordé

d'immenses *schorres*, doit présenter des résistances plus grandes que partout ailleurs sur le fleuve. Mais pour que cette conclusion fût vraiment valable, il faudrait être certain que la profondeur moyenne réelle du fleuve, qui a existé pendant la période des observations marégraphiques 1888-1895, est bien celle dont nous tenons compte dans nos études. Or, cette certitude n'existe pas. Les données dont nous disposons correspondent à la situation d'un jour : celui des sondages, et non pas à la situation moyenne de plusieurs années. Ainsi, les profondeurs en amont de Termonde résultent d'un sondage fait en 1897, soit deux ans après la période des observations de marée. Or, ces sondages ont démontré que les sections réalisées au cours des travaux d'amélioration du fleuve, ne se sont pas maintenues, mais ont subi des envasements notables. Il est donc probable que les profondeurs du fleuve, qui ont existé pendant la période des observations marégraphiques 1888-1895, ont été plus grandes que pendant la période postérieure de 1897. Quant au coude de Bath, où les profondeurs moyennes sont plus petites à marée haute qu'à marée basse, elles ont été déterminées d'après une carte hydrographique néerlandaise dressée en 1891-1892.

Dans ces conditions, nous avons cru judicieux de ne pas introduire dans nos études une résistance variable et d'admettre aux quelques rares endroits, où la résistance semble être différente de la résistance moyenne, une profondeur un peu différente de celle donnée par les sondages. C'est en opérant de cette manière que nous avons pu attribuer au coefficient de résistance du fleuve la valeur moyenne : 0.792, le kilomètre étant pris pour unité.

La planche II montre : que la section de marée haute à l'embouchure, devant Flessingue, peut être prise égale à 86.000 mètres carrés et que la profondeur moyenne de mi-marée, au même point est sensiblement égale à 13,00 mètres. Le diagramme des sections montre encore, qu'il n'y a pas de discontinuités dans la loi de variation des sections au droit des affluents soumis à marée, de sorte que c'est la vitesse du courant qui y change brusquement. Connaissant la section à l'embouchure du fleuve et le mode de variation de la vitesse, qui se fait brusquement au droit des affluents à marée, nous pouvons calculer toutes les sections d'égale vitesse du fleuve par application des formules 29, 30 et 31.

Calcul des sections.

FLESSINGUE JUSQUE 4KM.1 EN AMONT D' HANSWEERT.

Profondeur moyenne à mi-marée à Flessingue : 13 mètres ;
à 4km 1 en amont d'Hansweert : 8^m.5.

Distance entre les deux points : 37km.9.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 13^m,00 - ax$$

$$a = \frac{13 - 8,5}{37,9} = 0,1188.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à :

Terneuzen : 13^m — 0.1188 × 18,5 = 10^m.80.

Hansweert : 13 — 0.1188 × 33.8 = 8^m.98.

Section à Flessingue : 86.000 mètres carrés.

$$\log. 86.000 = 4.93450.$$

Section à Terneuzen.

$$\log \ell = 4,93450 - \frac{0,688}{0,1188} \left(\frac{1}{\sqrt{10,8}} - \frac{1}{\sqrt{13}} \right) = 4,77780.$$

$$\ell = 59950^m.$$

Section à Hansweert.

$$\log \ell = 4,93450 - \frac{0,688}{0,1188} \left(\frac{1}{\sqrt{8,98}} - \frac{1}{\sqrt{13}} \right) = 4,61050$$

$$\ell = 40785^m.$$

Section à 4 km. 1 en amont d'Hansweert.

$$\log \ell = 4,93450 - \frac{0,688}{0,1188} \left(\frac{1}{\sqrt{8,5}} - \frac{1}{\sqrt{13}} \right) = 4,55200$$

$$\ell = 55645^m.$$

4 KM.1 EN AMONT DE HANSWEERT JUSQUE 2 KILOMÈTRES EN AVAL
DE BATH.

Profondeur moyenne à mi-marée à 4 km.1 en amont d'Hansweert 8^m5; à 2 kilomètres en aval Bath : 4^m5.

Distance entre les deux points : 10 kilomètres.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 8^m,5 - ax$$

$$a = \frac{8,5 - 4,5}{10} = 0,4.$$

Section à 2 kilomètres en aval de Bath.

$$\log \ell = 4,55200 - \frac{0,688}{0,4} \left(\frac{1}{\sqrt{4,5}} - \frac{1}{\sqrt{8,5}} \right) = 4,55140$$

$$\ell = 21448^{\text{m}^2}.$$

2 KILOMÈTRES EN AVAL DE BATH JUSQUE 5 KILOMÈTRES EN AMONT DE BATH.

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 4^m5.

Valeur du coefficient d'usure de l'onde marée :

$$\frac{R \log e}{\lambda^2} = \frac{0,544}{4,5^{\frac{3}{2}}} = \frac{0,544}{9,55} = 0,0562.$$

Section à Bath.

$$\log \ell = 4,55140 - 0,0562 \times 2 = 4,25940$$

$$\ell = 18172^{\text{m}^2}.$$

Section à 5 kilomètres en amont de Bath.

$$\log \ell = 4,55140 - 0,0562 \times 7 = 4,0791$$

$$\ell = 11998^{\text{m}^2}.$$

5 KILOMÈTRES EN AMONT DE BATH JUSQUE 1 KILOMÈTRE EN AVAL DE LILLO.

Profondeur moyenne à mi-marée à 5 kilomètres en amont de Bath : 4^m5 ; à 1 kilomètre en aval Lillo : 8^m03.

Distance entre les deux points : 5 kilomètres.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 4,5 + ax$$

$$a = \frac{8,05 - 4,5}{5} = 0,706.$$

Section à 1 kilomètre en aval de Lillo.

$$\log \ell = 4,07910 - \frac{0,688}{0,706} \left(\frac{1}{\sqrt{4,5}} - \frac{1}{\sqrt{8,05}} \right) = 3,96550$$

$$\ell = 9194^{\text{m}^2}.$$

1 KILOMÈTRE EN AVAL DE LILLO JUSQUE HEMIXEM.

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 8^m03.

Valeur du coefficient d'usure de l'onde marée :

$$\frac{R \log e}{\lambda^2} = \frac{0,544}{8,05^{\frac{3}{2}}} = \frac{0,544}{22,76} = 0,01512.$$

Section à Lillo.

$$\log \ell = 3,96550 - 0,01512 \times 1 = 3,94858$$

$$\ell = 8879^{\text{m}^2}.$$

Section à Fort Philippe.

$$\log \ell = 5,96550 - 0,01512 \times 7,65 = 5,84770$$
$$\ell = 7042^{m^2}.$$

Section à Anvers-Kattendyk.

$$\log \ell = 5,96550 - 0,01512 \times 14,85 = 5,75920$$
$$\ell = 5485^{m^2}.$$

Section à Anvers à 9 km.95 en amont de Fort Philippe.

$$\log \ell = 5,96550 - 0,01512 \times 17,60 = 5,69750$$
$$\ell = 4985^{m^2}.$$

Section à Hemixem.

$$\log \ell = 5,96550 - 0,01512 \times 27,225 = 5,55200$$
$$\ell = 3565^{m^2}.$$

HEMIXEM JUSQU'À L'EMBOUCHURE DU RUPEL OU HINGENE
(TOLHUYS).

Profondeur moyenne à mi-marée à Hemixem : 8^m03 ; à Hingene : 5^m40.

Distance entre les deux points : 2 km. 625.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 8,05 - ax$$
$$a = \frac{8,05 - 5,4}{2,625} = 1.$$

Section à l'embouchure du Rupel.

$$\log \ell = 5,55200 - \frac{0,688}{1} \left(\frac{1}{\sqrt{5,4}} - \frac{1}{\sqrt{8,05}} \right) = 5,49905$$
$$\ell = 3155^{m^2}.$$

EMBOUCHURE DU RUPEL JUSQU'À L'EMBOUCHURE DE LA DURME.

Profondeur moyenne à mi-marée au Rupel : 5^m40 ; à la Durme : 5 mètres.

Distance entre les deux points : 10 km.5.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 5,4 - ax$$
$$a = \frac{5,4 - 5,0}{10,5} = 0,0381.$$

Profondeurs moyennes à mi-marée à :

Tamise : 5^m4 - 0,0381 × 6,52 = 5^m15 ;

Thielrode : 5^m4 - 0,0381 × 9,5 = 5^m04.

Section à Tamise.

$$\log \xi = 5,49905 - \frac{0,688}{0,0581} \left(\frac{1}{\sqrt{5,15}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right) = 5,51813$$

$$\xi = 2080^{\text{m}^2}.$$

Section à Thielrode.

$$\log \xi = 5,49905 - \frac{0,688}{0,0581} \left(\frac{1}{\sqrt{5,04}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right) = 5,22775$$

$$\xi = 1690^{\text{m}^2}.$$

Section à la Durme.

$$\log \xi = 5,49905 - \frac{0,688}{0,0581} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right) = 5,19205$$

$$\xi = 1556^{\text{m}^2}.$$

EMBOUCHURE DE LA DURME JUSQUE BAESRODE.

Profondeur moyenne à mi-marée à la Durme : 5 mètres; à Baesrode : 4^m3.

Distance entre les deux points : 8 km. 870.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 5,00 - ax$$

$$a = \frac{5,00 - 4,50}{8,87} = 0,079.$$

Section à Baesrode.

$$\log \xi = 5,19205 - \frac{0,688}{0,079} \left(\frac{1}{\sqrt{4,5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,88705$$

$$\xi = 771^{\text{m}^2}.$$

BAESRODE JUSQUE 4 KILOMÈTRES EN AMONT DE BAESRODE.

Profondeur moyenne à mi-marée à Baesrode : 4^m3; à 4 kilomètres en amont de Baesrode : 5^m4.

Distance entre les deux points : 4 kilomètres.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 4,5 + ax$$

$$a = \frac{5,4 - 4,5}{4} = 0,275.$$

Section à 4 kilomètres en amont de Baesrode.

$$\log \xi = 2,88705 - \frac{0,688}{0,275} \left(\frac{1}{\sqrt{4,5}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right) = 2,75695$$

$$\xi = 571^{\text{m}^2}, 4.$$

4 KILOMÈTRES EN AMONT DE BAESRODE JUSQUE TERMONDE.

Profondeur moyenne à mi-marée à 4 kilomètres en amont de Baesrode : 5^m4 ; à Termonde : 4^m60 .

Distance entre les deux points : 6 km. 750.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 5,4 - ax$$

$$a = \frac{5,4 - 4,6}{6,75} = 0,1186.$$

Section à Termonde.

$$\log \epsilon = 2,75695 - \frac{0,688}{0,1186} \left(\frac{1}{\sqrt{4,6}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right) = 2,54795$$

$$\epsilon = 355^m2,1.$$

TERMONDE-GAND.

Profondeur moyenne à mi-marée à Termonde : 4^m60 ; à Gand : 2^m80 .

Distance entre les deux points : 37 km. 690.

Loi des profondeurs moyennes à mi-marée :

$$H = 4,6 - ax$$

$$a = \frac{4,6 - 2,8}{37,690} = 0,0477.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à

Schoonaerde : $4,6 - 0,0477 \times 10,65 = 4^m,09$

Wetteren : $4,6 - 0,0477 \times 22,96 = 3^m,51$

Melle : $4,6 - 0,0477 \times 29,045 = 3^m,21.$

Section à Schoonaerde

$$\log \epsilon = 2,54795 - \frac{0,688}{0,0477} \left(\frac{1}{\sqrt{4,09}} - \frac{1}{\sqrt{4,6}} \right) = 2,14445$$

$$\epsilon = 159^m2,5.$$

Section à Wetteren

$$\log \epsilon = 2,54795 - \frac{0,688}{0,0477} \left(\frac{1}{\sqrt{3,51}} - \frac{1}{\sqrt{4,6}} \right) = 1,57395$$

$$\epsilon = 37^m2,49.$$

Section à Melle

$$\log \epsilon = 2,54795 - \frac{0,688}{0,0477} \left(\frac{1}{\sqrt{3,21}} - \frac{1}{\sqrt{4,6}} \right) = 1,21695$$

$$\epsilon = 16^m2,48$$

Section à Gand

$$\log \epsilon = 2,54795 - \frac{0,688}{0,0477} \left(\frac{1}{\sqrt{2,8}} - \frac{1}{\sqrt{4,6}} \right) = 0,65795$$

$$\epsilon = 4^m2,55$$

Tableau 4. — Récapitulation des sections calculées et existantes aux points principaux de l'Escaut.

Stations.	Sections		Stations.	Sections	
	cal- culées.	exis- tantes.		cal- culées.	exis- tantes.
	M ²	M ²		M ²	M ²
Flessingue	86.000	89.300	Hemixem	3565	2926.
Terneuzen	59950	64590	Rupel	3155	2845
Hansweert	40785	47640	Tamise	2080	2100
4.1 Km. amont Hans- weert	35645	40700	Thielrode	1690	1701
2 Km. aval Bath . . .	21448	34500	Durme	1556	1890
Bath	18172	30370	Baesrode	771	883
5 Km. amont Bath . .	11998	11500	4 Km. amont Baes- rode	571.4	803
1 Km. aval Lillo . . .	9194	9800	Termonde	353.1	590
Lillo	8879	8416	Schoonaerde	139.5	417
Fort Philippe	7042	6935	Wetteren	37.49	249
Anvers-Kattendyk . .	5485	4935	Melle	16.48	146
Anvers (9 95 Km amont fort Philippe)	4983	4835	Gand	4.55	103.

Si l'on examine le tableau ci-dessus et surtout la planche II, on voit qu'il y a une concordance très satisfaisante entre les sections calculées et celles existantes. Il n'y a d'exception qu'au droit de la situation troublée de Bath et en amont de Baesrode où les sections réelles sont beaucoup plus grandes que celles données par la théorie. Mais, c'est aussi en ces endroits que la constance de la vitesse ne se vérifie pas. A Bath, la vitesse est plus petite que dans les autres sections du fleuve situées en aval du Rupel et, en amont de Baesrode, la vitesse suit une loi décroissante. Cela ressort très nettement du tableau V des vitesses moyennes générales du courant pendant une marée complète, telles qu'elles résultent de l'opération de cubature de la marée moyenne faite par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt.

Tableau 5.

Stations.	Vitesses moyennes générales du courant de marée.	Stations.	Vitesses moyennes générales du courant de marée.
Flessingue	0.627	Aval Rupel	0.864
Terneuzen	0.615	Thielrode	0.69
Hansweert	0.553	Amont Durme	0.441
Bath	0.444	Baesrode	0.454
Lillo	0.646	Termonde	0.388
Fort Philippe	0.615	Wetteren	0.21
Anvers	0.671	Gand	0.31
Hemixem.	0.855		

Si donc on trouve à Bath et en amont de Baesrode des écarts entre les résultats de la pratique et ceux de la théorie, c'est que les formules 29, 30 et 31 ne sont plus d'application et qu'il faille se servir des relations 32, 33 et 34.

Faisons les corrections voulues.

Section Terneuzen-Hansweert. — Admettons que la vitesse varie suivant une loi rectiligne de la forme : $v = v_0 - wx$.

A Terneuzen, la vitesse est égale à 0^m.615 et à Hansweert 0^m.553 donc :

$$w = \frac{0.615 - 0.555}{15,5} = 0,00406$$

et

$$w' = \frac{0,00406}{1,15 \times 0,615} = 0,00575.$$

Le terme supplémentaire à ajouter au logarithme de la section à Hansweert, calculée dans l'hypothèse d'une vitesse constante, est égal à :

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{1}{1 - 0,00575 \times 15,5} \right) &= \log \left(\frac{1}{1 - 0,0877} \right)^2 = \\ &= \log \left(\frac{1}{0,9123} \right)^2 = \log (1,096)^2 = \log 1,202 = 0,07990. \end{aligned}$$

$$\log \xi = 4,61050 + 0,07990 = 4,69040$$

$$\xi = 49020\text{m}^2.$$

Le résultat ci-dessus se rapproche de la section existante qui est de 47.640 mètres carrés.

Section Hansweert-Bath. — En disposant les calculs comme ci-dessus, on obtient :

$$w = \frac{0,555 - 0,444}{16,1} = 0,00677$$

$$w' = \frac{0,00677}{1,15 \times 0,555} = 0,01067$$

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01067 \times 16,1} \right)^2 = \log \left(\frac{1}{0,8285} \right)^2 = 0,16256$$

$$\log \xi = 4,25940 + 0,07990 + 0,16256 = 4,50186$$

$$\xi = 31760\text{m}^2.$$

Cette section est sensiblement égale à celle qui existe réellement, soit : 30.570 mètres carrés.

Section Baesrode-Wetteren. — Ici le problème se complique par suite de l'influence du débit d'amont, dont il n'a pas été possible de tenir compte dans l'établissement des formules théoriques. Les calculs de correction de la partie *Terneuzen-Bath* ont pu être faits en se servant directement des chiffres du tableau V, parce que ceux-ci sont peu ou pas influencés par l'existence du débit supérieur qui est négligeable vis-à-vis de l'énorme débit de la marée. Mais pour la partie amont du fleuve, où les eaux supérieures augmentent d'une manière appréciable la vitesse moyenne générale du courant pendant une marée complète, il faut corriger les vitesses du tableau V, de manière à éliminer l'influence du débit d'amont, avant de s'en servir dans le calcul des sections. C'est, par exemple, sous l'effet du débit supérieur que la vitesse moyenne du courant de marée augmente depuis Wetteren jusqu'à Gand, après avoir diminuée depuis Baesrode jusqu'à Wetteren. Si donc, nous négligions de corriger pour cette partie du fleuve les chiffres du tableau V, la théorie conduirait à des sections trop petites. Ceci est pleinement confirmé dès qu'on procède au calcul. Vitesse à Baesrode : 0^m.454; à Wetteren : 0^m.21.

$$w = \frac{0,454 - 0,21}{22,96 \text{ * } 10,75} = 0,00724$$

$$w' = \frac{0,00724}{1,15 \times 4,54} = 0,01387.$$

Le terme supplémentaire à ajouter au logarithme de la section à Wetteren, calculée dans l'hypothèse d'une vitesse moyenne de marée constante, est égal à :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01587 \times 55,71} \right)^2 = 0,54654$$

$$\log \varepsilon = 1,57595 + 0,54654 = 2,12049$$

$$\delta = 132^{m^2}.$$

Section beaucoup plus petite que la section réelle qui mesure 249 mètres carrés.

Pour pouvoir traiter la question exactement, il faudrait connaître la vitesse moyenne du courant de marée à Baesrode et à Wetteren, en supposant qu'il n'y ait plus de débit d'amont. Or cette vitesse moyenne ne peut être déterminée exactement que par la cubature du fleuve, abstraction faite du débit d'amont, ce qui est une opération longue et difficile et qui exige que tout le problème de la marée fluviale soit résolu. La loi des vitesses moyennes nous fournit, il est vrai, des formules qui permettent de calculer la vitesse moyenne avec une certaine précision, mais l'exactitude n'est pas suffisante pour que les formules puissent être appliquées au cas qui nous préoccupe. Il suffit, en effet, d'une erreur de quelques pour cent dans le calcul de la vitesse moyenne pour obtenir des erreurs très importantes, soit le carré du pour cent, dans le calcul des sections. La difficulté peut être écartée d'une manière simple de deux façons différentes.

1° On se donne la section à la limite de la partie maritime, soit à Gentbrugge. Cette section étant exclusivement entretenue par le débit d'amont, sa surface dépend uniquement du régime fluvial du fleuve.

Cette section peut donc être trouvée en étudiant la partie fluviale de l'Escaut. Quand on fait cela, on trouve que la section, que l'Escaut fluvial est capable d'entretenir à lui seul à Gentbrugge, est d'environ 120 mètres carrés. Connaissant ainsi la section à Gentbrugge et à Baesrode, on peut calculer la valeur du coefficient w' du terme supplémentaire dans les formules 32, 33 et 34 et terminer la résolution du problème des sections définitives du fleuve.

2° On connaît la section d'équilibre d'égale vitesse à Gentbrugge, c'est $4^{m^2}.55$. Partant de ce chiffre, on peut calculer

par la loi de l'amplitude la largeur du fleuve de manière à réaliser l'amplitude observée, soit 1^m.42. Cette largeur est indiquée plus loin et est égale à 30^m.90. Cette dimension donne une section à marée haute égale à 30^m.90 (2^m.80 + 0.71 (demi-amplitude)) = 108^m2.46, soit environ 110 mètres carrés.

Nous trouvons ainsi à nouveau la section d'équilibre à Gentbrugge. En partant du chiffre ci-dessus, nous pouvons calculer le coefficient w' et déterminer toutes les sections intermédiaires entre Gand et Baesrode.

Nous allons faire le calcul avec 110 mètres carrés qui nous paraît être le chiffre le mieux établi.

$$\text{Log } 110 = 2.04139.$$

$$\text{Log } 4^{\text{m}255} = 0.65795.$$

Différence = 1.38344 ou la valeur du terme supplémentaire dans la formule (33).

Distance entre Baesrode et Gentbrugge : 48km.44. ✓

$$1,38544 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 48,44} \right)^2$$

$$w' = 0,01646.$$

Section à Termonde.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01646 \times 10,75} \right)^2 = 0,16879$$

$$\log \hat{\epsilon} = 2,54795 + 0,16879 = 2,71674$$

$$\hat{\epsilon} = 520^{\text{m}2},90.$$

Section à Schoonaerde.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01646 \times 21,58} \right)^2 = 0,57566$$

$$\log \hat{\epsilon} = 2,14445 + 0,57566 = 2,52011$$

$$\hat{\epsilon} = 331^{\text{m}2},2.$$

Section à Wetteren.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01646 \times 33,71} \right)^2 = 0,70200$$

$$\log \hat{\epsilon} = 1,57595 + 0,70200 = 2,27595$$

$$\hat{\epsilon} = 188^{\text{m}2},80.$$

Section à Melle.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,01646 \times 39,795} \right)^2 = 0,92169$$

$$\log \hat{\epsilon} = 1,21695 + 0,92169 = 2,13864$$

$$\hat{\epsilon} = 157^{\text{m}2},60.$$

En portant les sections ci-dessus sur le diagramme planche II, on voit qu'il y a une concordance très satisfaisante entre la courbe des sections vraies et celle des sections calculées.

Considérations particulières. — Il résulte des calculs ci-dessus que l'onde marée de l'Escaut arrivant devant le barrage de Gentbrugge ne possède plus qu'une très faible partie de son énergie primitive. Elle est représentée par une section de 4m^255 , ce qui peut être aisément absorbée par des remous, des frottements extraordinaires ou une transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle par un relèvement de l'onde marée fluviale. L'Escaut maritime est donc un fleuve en équilibre dynamique, c'est-à-dire un fleuve maritime dont la puissance hydraulique est entièrement absorbée, par les travaux résistants dus aux phénomènes de frottement, quand l'onde marée fluviale arrive à la fin de sa course. Nous pouvons dire ici que l'équilibre dynamique des fleuves à marée est la condition primordiale et essentielle à laquelle tout fleuve maritime doit satisfaire pour qu'il soit viable. Pas d'équilibre, pas de régime stable. En effet, si une partie de l'énergie de l'onde fluviale n'est pas absorbée par les résistances du fleuve, l'énergie encore disponible, qui doit être amortie coûte que coûte en vertu des lois générales de la mécanique, se dépensera en créant des remous, labourant le plafond, attaquant les rives, déplaçant les bancs de sable, creusant de nouvelles passes ou fausses passes, relevant le fond, etc., et cela jusqu'au moment où des résistances nouvelles créées assureront l'équilibre entre la puissance hydraulique de l'onde marée fluviale et le travail à produire pour propager l'onde. Les ruptures de digues, les grands élargissements accompagnés d'un relèvement du fond sont des indices d'un manque d'équilibre local qui a dû exister à un certain moment sur le fleuve. Nous avons sur l'Escaut un exemple typique d'une situation de l'espèce : c'est l'élargissement formidable et l'exhaussement non moins extraordinaire du plafond du fleuve dans le coude de Bath, qui se sont produits au cours de grandes inondations des xiv^{e} , xv^{e} et xvi^{e} siècles. Pour bien montrer l'influence des immenses schorres et des bancs de sables, qui encombrant en cet endroit le lit du fleuve, nous allons supposer un instant qu'ils aient disparu et nous allons calculer pour cette nouvelle situation les sections d'égalité vitesse depuis Flessingue jusqu'au Rupel.

Admettons que la profondeur moyenne à mi-marée varie d'une manière continue, suivant une loi rectiligne, depuis Flessingue, où elle serait de 13 mètres, jusque Hemixem, où elle mesurerait 8 mètres. Nous aurions donc :

$$\lambda = 15^m,00 - ax.$$

D'où :

$$a = \frac{15^m - 8}{87^{\text{km}},125} = 0,0574.$$

De sorte que les profondeurs aux points principaux de l'Escaut seraient :

Terneuzen . . .	11 ^m .94.
Hansweert . . .	11 ^m .06.
Bath	10 ^m .14.
Lillo	9 ^m .50.
Fort Philippe . .	9 ^m .12.
Anvers	8 ^m .71.
Hemixem	8 ^m .00.

Les sections d'égale vitesse aux mêmes points sont données par les calculs suivants :

Flessingue. = 86,000 mètres carrés, soit la même section d'égale vitesse que celle qui existe actuellement :

$$\log \hat{\epsilon} = \log 86000 = 4,93450.$$

Terneuzen.

$$\log \epsilon = 4,93450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{11,94}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$\log \hat{\epsilon} = 4,79030$$

$$\hat{\epsilon} = 61750^{\text{m}^2}.$$

Hansweert.

$$\log \epsilon = 4,93450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{11,06}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$\log \hat{\epsilon} = 4,64650$$

$$\hat{\epsilon} = 44510^{\text{m}^2}.$$

Bath.

$$\log \epsilon = 4,93450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{10,14}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) = 4,49100$$

$$\hat{\epsilon} = 50980^{\text{m}^2}.$$

Lillo.

$$\log \varepsilon = 4,95450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{9,5}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) = 4,5475$$

$$\varepsilon = 2226 \text{ m}^2.$$

Fort Philippe.

$$\log \varepsilon = 4,95450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{9,12}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) = 4,2880$$

$$\varepsilon = 19110 \text{ m}^2.$$

Anvers.

$$\log \varepsilon = 4,95450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{8,71}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) = 4,196$$

$$\varepsilon = 15550 \text{ m}^2.$$

Hemixem.

$$\log \varepsilon = 4,95450 - \frac{0,688}{0,0574} \left(\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) = 4,0225$$

$$\varepsilon = 10550 \text{ m}^2.$$

Tableau 6. — Tableau récapitulatif des sections calculées et existantes.

Stations.	Sections	
	calculées.	existantes.
Flessingue	M ² 86000	M ² 89300
Terneuzen	61730	64590
Hansweert	44310	47640
Bath	30980	30570
Lillo	22260	8416
Fort Philippe	19410	6935
Anvers	15530	4935
Hemixem	10530	2926

Les calculs ci-dessus montrent que les nouvelles sections sont sensiblement les mêmes que celles qui existent, depuis

Flessingue jusque Bath. Cette similitude ne s'applique évidemment pas à la forme de la section, mais seulement à la surface, car les nouvelles profondeurs réalisées sont plus grandes que celles qui existent actuellement. Ainsi à Bath, la nouvelle profondeur est égale à 10^m.14, alors qu'on n'y sonde aujourd'hui que 4^m.50. A partir du seuil de Bath, la situation change complètement. Aux postes de Lillo, Fort Philippe, Anvers et Hemixem, les sections nouvelles sont environ trois fois plus grandes que celles qui existent et comme la même conclusion est valable pour les débits, quand l'amplitude de la marée ne change pas, nous pouvons dire que les volumes du flot sont augmentés dans le même rapport.

Ceci montre que l'onde fluviale qui s'engage dans l'Escaut à Flessingue est trop puissante pour pouvoir être reçue par la partie du fleuve située sur le territoire belge. Il est dès lors tout naturel, puisque indispensable, qu'un amortisseur d'énergie se soit créé en un endroit du fleuve et que la vague marée s'y soit proportionnée aux dimensions du cours d'eau situé plus en amont. Cet amortisseur d'énergie est le seuil de Bath.

La situation troublée de Bath est donc un mal nécessaire, puisqu'il assure l'équilibre dynamique du fleuve. Ceci ne veut pas dire que le coude de Bath ne puisse pas être amélioré, surtout au point de vue de la navigation maritime. Des modifications, même profondes, peuvent être apportées en cet endroit du fleuve, tel l'aménagement d'un chenal navigable par tout état de marée entre deux digues submersibles ou insubmersibles (c'est une question à examiner, qui sort du cadre de la présente étude), pourvu que les changements apportés ne détruisent pas l'équilibre existant du fleuve ou pourvu qu'ils en réalisent un autre susceptible d'être admis. Si on ne veut, par exemple, pas modifier l'équilibre existant, il faudra avoir soin de maintenir les schorres latéraux qui jouent en quelque sorte le rôle de frein ; et, si l'on emploie des digues insubmersibles, il faudra prévoir tant du côté amont qu'aval, des communications entre le fleuve et les bassins latéraux d'épanchement, il faudra même assurer le maintien de la profondeur et de la surface de ces bassins si l'on veut combattre une diminution lente, mais progressive, de la puissance hydraulique du fleuve situé plus en aval.

L'analyse de l'élargissement de Bath montre encore que nous disposons en cet endroit d'une énergie considérable qui,

récupérée, peut permettre d'améliorer dans de vastes proportions les rivières maritimes existantes ou de rendre maritimes des rivières à régime fluvial. On pourrait, par exemple, rendre maritime le Démer et donner accès aux grands bateaux rhénans jusqu'au delà de Hasselt, sans qu'ils aient à franchir une seule écluse. On comprendra aisément tout l'intérêt que présente cette question pour le port d'Anvers, quand on remarquera que sa solution permettrait d'établir, entre Anvers et la Meuse, une voie de grande communication par eau qui ne comporterait plus que deux écluses : l'une située au delà de Hasselt, l'autre à la Meuse. Le port d'Anvers, lui-même, verrait la largeur de sa rade plus que doublée et sa profondeur majorée d'au moins 25 p. c. D'autres rivières, telles que le Rupel, verraient leur puissance hydraulique augmentée dans des proportions gigantesques : il ne serait, par exemple, pas difficile d'y entretenir 8 mètres sous marée basse et de maintenir 6 mètres jusque devant Malines.

En un mot, la récupération de l'énergie hydraulique disponible à Bath peut permettre de modifier complètement l'aspect et les éléments caractéristiques des rivières du bassin maritime de l'Escaut. Mais toutes ces transformations doivent entraîner des travaux gigantesques, qui absorberont forcément des centaines de millions et dureront des dizaines d'années. Ils ne pourront donc jamais être entrepris qu'après mûr examen et à des époques où leur nécessité se fera nettement sentir.

La propriété de l'énergie de l'onde fluviale permet aussi d'expliquer comment un fleuve maritime est condamné à s'ensabler s'il n'est pas entretenu par une énergie supplémentaire, comme un dragage ou un courant d'eaux supérieures suffisamment important.

Soit, en effet, une rivière maritime en équilibre dynamique, sous l'action d'une onde moyenne déterminée. Pour toute autre onde moins puissante, par exemple une onde de quadrature, qui s'amortit plus rapidement que l'onde moyenne, il y aura à l'amont du fleuve une partie qui ne sera plus entretenue par le jeu régulier des courants de marée. Si pendant ces périodes, la partie de la rivière, qui n'a plus qu'un régime exclusivement fluvial, n'est pas tenue à profondeur, par un dragage ou un courant d'amont suffisamment intense, cette partie, dis-je, s'ensablera et présentera à l'onde moyenne suivante, ou à toute autre onde plus puissante, une résistance plus grande que

précédemment. Dans ces conditions, la marée s'éteindra avant d'avoir atteint la limite primitive de la partie maritime et le premier pas aura été fait vers l'ensablement lent, mais continu et progressif, du fleuve. A chaque marée de faible amplitude suivante, le même phénomène se répétera et ainsi de suite jusqu'à ensablement complet du fleuve.

Cette action extinctrice des fleuves maritimes est encore renforcée par le jeu des courants de marée même. En effet, la vitesse moyenne du flot, qui est sensiblement égale à celle du jusant dans la partie aval d'un fleuve à marée, devient notablement plus grande que cette dernière, quand on fait abstraction du débit supérieur, dans la région amont, par suite de la durée plus courte du flot. Les matières qui sont donc entraînées au flot sont plus volumineuses et sont à plus gros grains que celles qui sont reportées vers l'aval pendant le jusant. Par suite de cette circonstance, il se dépose à chaque marée, en commençant par l'amont, un certain volume d'alluvions qui produit à la longue l'envasement complet du fleuve.

C'est aux deux causes définies ci-dessus, qui commencent toutes les deux leur action par l'amont, qu'il faut attribuer la disparition des fleuves à marée. En résumé, le mouvement oscillatoire de la marée fluviale tend à s'éteindre au même titre que le mouvement pendulaire et il faut une énergie supplémentaire, comme un courant d'amont assez important ou un travail de dragage, pour conserver au fleuve toute sa puissance hydraulique.

§ 2. — Amplitudes de l'onde marée fluviale.

Nous avons figuré à la planche I le diagramme des largeurs à mi-marée. Ce diagramme montre que les largeurs varient d'un point à l'autre du fleuve, et parfois d'une manière très appréciable sur une distance très courte. Cela est principalement le cas entre Anvers et Baesrode et dans le coude de Bath, où il y a même une différence considérable entre la largeur à marée basse : 3 000 mètres et celle à marée haute : 10.000 mètres.

L'étude par observation directe des marées montre que l'amplitude de l'onde fluviale ne suit pas exactement les variations de la largeur du fleuve, mais qu'elle est régularisée par des écoulements secondaires dont les lois sont inconnues

et par conséquent dont il n'a pas été tenu compte dans la théorie des marées fluviales. La hauteur totale de la marée ne dépend donc pas de la largeur mesurée exactement au point considéré, mais d'une largeur moyenne qui est en rapport avec l'allure générale du diagramme des largeurs véritables. Quelle est cette largeur moyenne? La théorie ne permet pas de répondre à cette question. Nous pourrions opérer ici comme pour les profondeurs variables du fleuve, c'est-à-dire substituer au diagramme des largeurs vraies, une courbe dont l'allure générale et la surface soient les mêmes que celles du diagramme; mais, cette courbe s'écarterait forcément en certains points du fleuve d'une manière notable de la largeur vraie et ne s'y prêterait pas à une vérification sérieuse de la hauteur de la marée. Nous avons préféré vérifier la loi de l'amplitude en calculant les largeurs du fleuve, qui correspondent aux hauteurs de marée observées et en les comparant à celles qui existent réellement.

SECTION FLESSINGUE-RUPEL.

Flessingue. — Données :

Amplitude : 3^m.68.

Profondeur moyenne à mi-marée : 13 mètres.

Section d'équilibre à marée haute : 86.000 mètres carrés.

Largeur théorique du fleuve l :

$$l = \frac{86000}{15 + \frac{3.68}{2}} = 5795^m.$$

Terneuzen. — Données :

Amplitude : 3^m.94.

Profondeur moyenne à mi-marée : 10^m.80.

Valeur de α pour la section Flessingue-Terneuzen : 0.1188 (voir calcul des sections).

Section d'équilibre à marée haute : 59.950 mètres carrés.

Le coefficient de réduction φ est égal à :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0.125}{0.1188} \left(\frac{1}{10.8} - \frac{1}{15} \right)} = \frac{1}{1 + 0.01651} = 0.985.$$

La largeur théorique du fleuve l_2 à Terneuzen est donnée par la relation :

$$5.94 = 0.985 \times 3.68 \times \frac{15}{10.8} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{59950}{86000}}$$

$$l_2 = 4940^m.$$

3.86

$\frac{1.68}{2.1}$ $\frac{1.13}{1.5}$ $\frac{3.68}{4.5}$ $\frac{3.94}{5.0}$

Hansweert. — Données :

Amplitude : 4^m,16

Profondeur moyenne à mi-marée : 8^m,98.

Valeur de a pour la section Terneuzen-Hansweert : $a = 0.1188$
(voir calcul des sections).

Section d'équilibre à marée haute : 40785 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1188} \left(\frac{1}{8,98} - \frac{1}{15} \right)} = \frac{1}{1 + 0,0362} = 0,964.$$

Largeur théorique du fleuve l_2 :

$$4,16 = 0,964 \times 5,68 \times \frac{15}{8,98} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{40785}{86000}}$$

$$l_2 = 4250^m.$$

Bath. — Données :

Amplitude : 4^m,41.

Profondeur moyenne à mi-marée : 4^m,5.

Valeurs des coefficients a entre Hansweert et Bath : 0.1188
et 0,4 (voir calcul des sections).

Section d'équilibre à marée-haute : 18172 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1188} \left(\frac{1}{8,5} - \frac{1}{15} \right) + \frac{0,125}{0,4} \left(\frac{1}{4,5} - \frac{1}{8,5} \right) + \frac{0,125}{4,5^2} \times 2}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0427 + 0,0327 + 0,0124} = \frac{1}{1 + 0,0878} = 0,918.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4,41 = 0,918 \times 5,68 \times \frac{15}{4,5} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{18172}{86000}}$$

$$l_2 = 6015^m.$$

Lillo. — Données :

Amplitude : 4^m,45.

Profondeur moyenne à mi-marée : 8^m,03.

Section d'équilibre à marée-haute : 8879 mètres carrés.

Valeur du coefficient a entre Bath et Lillo : $a = 0,706$.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0427 + 0,0527 + \frac{0,125 \times 7}{20,25} + \frac{0,125}{0,706} \left(\frac{1}{4,5} - \frac{1}{8,05} \right) + \frac{0,125 \times 1}{8,05^2}}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0427 + 0,0527 + 0,0452 + 0,0175 + 0,0019} = \frac{1}{1,1378} = 0,878.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4,45 = 0,878 \times 5,68 \times \frac{15}{8,05} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{8879}{86000}}$$

$$l_2 = 827^m.$$

Fort Philippe. — Données :

Amplitude : 4^m,41.

Profondeur moyenne à mi-marée : 8^m,03.

Section d'équilibre à marée haute : 7042 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0427 + 0,0527 + 0,0452 + 0,0175 + \frac{0,125 \times 7,65}{8,05^2}}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1559 + 0,0148} = \frac{1}{1 + 0,1507} = 0,868.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4,41 = 0,868 \times 5,68 \times \frac{15}{8,05} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{7042}{86000}}$$

$$l_2 = 654^m.$$

Anvers. (9km,95 de Fort Philippe). — Données :

Amplitude : 4^m,36.

Profondeur moyenne à mi-marée : 8^m,03.

Section d'équilibre à marée haute : 4983 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1559 + \frac{0,125 \times 17,60}{8,05^2}} = \frac{1}{1,1559 + 0,0341} = 0,855.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4,36 = 0,855 \times 5,68 \times \frac{15}{8,05} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{4985}{86000}}$$

$$l_2 = 459^m.$$

Hemixem. — Données :

Amplitude : 4^m,31.

Profondeur moyenne à mi-marée : 8^m,03.

Section d'équilibre à marée haute : 3565 mètres carrés.

Coefficient de réduction : φ .

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1559 + \frac{0,125 \times 27,225}{8,03^2}} = \frac{1}{1,1559 + 0,0527}$$

$$\varphi = \frac{1}{1,1886} = 0,841.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4.51 = 0,841 \times 3,68 \times \frac{15}{8,03} \sqrt{\frac{5795}{l_2} \times \frac{5565}{86000}} \quad 4.36$$

$$l_2 = 525 \text{ mètres.} \quad 2.4$$

Tableau 7. — Tableau récapitulatif des largeurs vraies et calculées.

Stations.	Largeurs		Observations.
	calculées.	moyennes existantes (2)	
Flessingue	5795	5795	(1) Le point considéré est pris à 9.95 Km. en amont de Fort Philippe, c'est-à-dire en dehors de la fosse qui existe en rade d'Anvers.
Terneuzen	4940	5136	
Hansweert	4250	4232	
Bath	6015	5122	
Lillo	827	794	
Fort Philippe	654	690	(2) Les largeurs moyennes sont calculées sur 1 Km. de longueur du fleuve : 500 m. en aval et 500 m. en amont de la station considérée.
Anvers (1)	459	415	
Hemixem	325	318	

Si nous portons sur le diagramme des largeurs de la planche I les largeurs calculées du tableau 7 et si nous réunissons par une courbe les extrémités des ordonnées ainsi obtenues, nous voyons qu'il y a une concordance très satisfai-

sante entre la loi des largeurs théoriques et celle des largeurs vraies.

La vérification de l'amplitude de la marée au droit du Rupel n'est pas aussi simple qu'aux autres points de l'Escaut, car l'énergie de l'onde fluviale y diminue brusquement et il est impossible d'y définir avec exactitude la largeur du fleuve par suite du débouché d'un affluent à marée. Tout ce qui peut être fait en ce point : c'est déterminer l'amplitude théorique de la marée immédiatement en amont du confluent de manière à réaliser exactement la section d'égale vitesse, soit 3153 mètres carrés, calculée plus haut. La hauteur, ainsi déterminée, aura la même signification que celle enregistrée à l'embouchure du fleuve devant Flessingue et pourra servir à la vérification de la loi de l'amplitude depuis le Rupel jusqu'à la Durme.

Déterminons d'abord la section ϵ'_1 immédiatement en amont du Rupel qui soit à l'énergie de l'onde fluviale comme la section ϵ en aval du confluent est à l'énergie de l'onde marée en ce point.

La section ϵ'_1 satisfait à la relation :

$$\frac{F_1 + A_1}{\epsilon'_1} \times h = c$$

C étant la valeur de la constante immédiatement en aval du Rupel. Nous avons d'autre part les formules 49, 51 et 52 déterminées plus haut.

$$\frac{F_1 + A_1}{\epsilon'_1} \times h = \frac{F_2 + A_2}{\epsilon_2} = c' \quad (49)$$

$$(F_1 + A_1 + F_2 + A_2) h = c \epsilon \quad (51)$$

$$c' = c \frac{\epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (52)$$

c' est la valeur de la constante immédiatement en amont du Rupel. Ce qui permet d'écrire les deux relations suivantes :

$$\epsilon'_1 = \epsilon \frac{F_1 + A_1}{F_1 + A_1 + F_2 + A_2} \quad (a)$$

$$\epsilon'_1 = \epsilon \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (b)$$

ou bien en remplaçant $\epsilon = \epsilon_1$ par sa valeur : 3155 mètres.

$$\epsilon'_1 = 3155 \frac{F_1 + A_1}{F_1 + A_1 + F_2 + A_2} \quad (a)'$$

$$\epsilon'_1 = 3155 \frac{3155}{3155 + \epsilon_2} \quad (b)'$$

En appliquant, soit l'une soit l'autre formule, on peut trouver la valeur de ϵ'_1 . Comme les études de M. l'ingénieur en chef Directeur Van Brabandt donnent d'une manière très exacte la valeur des débits de flot et d'amont, nous ferons usage de la formule (a)' :

$$\begin{aligned} F_1 + A_1 + F_2 + A_2 &= 40.004.400 \text{ m}^3 \\ F_1 + A_1 &= 29.520.940 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

(Voir vérification de la loi des débits.)

$$\epsilon'_1 = 5155 \times \frac{29\ 520.940}{40.004.400} = 2525 \text{ m}_2.$$

L'amplitude de l'onde marée et la largeur du fleuve correspondant à la section 3155 mètres carrés, immédiatement en amont du Rupel, sont données par les deux équations

$$1. \left\{ \begin{aligned} h_1 &= \varphi \times 5,68 \times \frac{15}{5,4} \sqrt{\frac{5795}{l_1} \times \frac{2525}{86000}} \\ 5,4 \times l_1 + l_1 \times \frac{h_1}{2} &= 5155. \end{aligned} \right.$$

En vue de faciliter les calculs, nous avons supprimé dans les équations ci-dessus les triangles supplémentaires résultant de l'inclinaison des talus, qui sont situés au-dessus du niveau de mi-marée, et dont il faudrait tenir compte pour déterminer exactement la surface de la section; mais comme ces triangles sont très petits vis-à-vis de la surface totale de la section, l'erreur ainsi commise n'est pas appréciable en pratique.

$$\varphi = \frac{1}{1 + N + \frac{0,125}{1} \left(\frac{1}{5,4} - \frac{1}{8,05} \right)}$$

N étant le second terme du dénominateur de la fonction φ pour le poste d'Hemixem, soit : 0.1886.

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1886 + 0,0076} = 0,855$$

$$2. \left\{ \begin{aligned} h_1 &= 0,855 \times 5,68 \times \frac{15}{5,4} \sqrt{\frac{5795}{l_1} \times \frac{2525}{86000}} \\ l_1 \times 5,4 + l_1 \times \frac{h_1}{2} &= 5155 \end{aligned} \right.$$

$$h_1 = 4^m,58$$

$$l_1 = \frac{2 \times 5155}{10,8 + 4,58} = 411 \text{ mètres.}$$

Les éléments dont il faut donc tenir compte, en amont du Rupel, pour la vérification de la loi de l'amplitude sont :

Section : $\mathcal{E}_1 = 3155$ mètres carrés.

Largeur $l_1 = 411$ mètres.

Hauteur de la marée $h_1 = 4^m.58$.

SECTION RUPEL-DURME.

Tamise. — Données :

Amplitude : $4^m.08$.

Profondeur moyenne à mi-marée : $5^m.15$.

Valeur de a pour la section Rupel-Durme : 0.0381.

Section d'équilibre à marée haute : 2.080 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0.125}{0.0381} \left(\frac{1}{5.15} - \frac{1}{5.4} \right)} = \frac{1}{1 + 0.0295} = 0.97.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$4.08 = 0.97 \times 4.58 \times \frac{5.4}{5.15} \sqrt{\frac{411}{l_2} \times \frac{2080}{5155}}.$$

$$l_2 = 554 \text{ mètres.}$$

Thielrode. — Données :

Amplitude : $3^m.99$.

Profondeur moyenne à mi-marée : $5^m.04$.

Valeur de a pour la section Rupel-Durme : 0.081.

Section d'équilibre à marée haute : 1690 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0.125}{0.0381} \left(\frac{1}{5.04} - \frac{1}{5.40} \right)} = \frac{1}{1 + 0.0427} = 0.958.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$3.99 = 0.958 \times 4.58 \times \frac{5.4}{5.04} \sqrt{\frac{411}{l_2} \times \frac{1690}{5155}}$$

$$l_2 = 506 \text{ mètres.}$$

Tableau 8. — Tableau récapitulatif des largeurs vraies et calculées.

Stations.	Largeurs		Observations.
	calculées.	moyennes vraies (1).	
Tamise ✓	334	294	(1) Voir notice du tableau 7.
Thielrode /	306	244	

En regard de la Durme il faut opérer comme au droit du Rupel.

$$\begin{aligned}
 F_1 + A_1 + F_2 + A_2 &= 16.665.000 \text{ m}^5 \\
 F_1 + A_1 &= 12.885.440 \text{ m}^5 \\
 \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 &= 1556 \text{ m}^2.
 \end{aligned}$$

(Voir vérification de la loi des débits.)

$$\mathcal{E}'_1 = 1556 \times \frac{12\ 885\ 440}{16.665.000} = 1202 \text{ m}^2.$$

L'amplitude de l'onde marée et la largeur du fleuve correspondant à la section d'égale vitesse : 1556 mètres carrés sont données par les deux équations :

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \left\{ \begin{aligned} h_1 &= \varphi \times 4,58 \times \frac{5,4}{5} \sqrt{\frac{411}{l_1} \times \frac{1202}{3155}} \\ l_1 \left(5,00 + \frac{h_1}{2} \right) &= 1556 \end{aligned} \right. \\
 & \varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,0381} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5,4} \right)} = 0,955. \\
 2. \quad & \left\{ \begin{aligned} h_1 &= 0,955 \times 4,58 \times \frac{5,4}{5} \sqrt{\frac{411}{l_1} \times \frac{1202}{3155}} \\ l_1 &= (10,00 + h_1) = 5112 \\ & h_1 = 5^m,95. \end{aligned} \right. \\
 & l_1 = \frac{5112}{10 + 5,95} = 225 \text{ mètres.}
 \end{aligned}$$

Les données dont il faut donc tenir compte en amont de la Durme sont :

Section $\mathcal{E}_1 = 1.556$ mètres carrés.

Largeur $l_1 = 223$ mètres.

Amplitude de la marée $h_1 = 3^m,95$.

SECTION DURME-GAND.

Nous disposerons les calculs comme pour la partie aval de l'Escaut, sauf à Wetteren et à Gand où la largeur du fleuve varie régulièrement et où il est possible de déterminer assez exactement la largeur dont il faut tenir compte dans le calcul de l'amplitude, soit : 52^m.86 à Wetteren et 33 mètres à Gand.

Baesrode. — Données :

Amplitude : 3^m.36.

Profondeur moyenne à mi-marée : 4^m.30.

Valeur de a pour la section Durme-Baesrode : 0,079.

Section d'équilibre à marée haute : 771 mètres carrés.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,079} \left(\frac{1}{4,5} - \frac{1}{5,0} \right)} = \frac{1}{1 + 0,0507} = 0,951.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$5,36 = 0,951 \times 5,95 \times \frac{5}{4,5} \sqrt{\frac{225}{l_2} \times \frac{771}{1556}}$$

$$l_2 = 187^m.$$

Termonde. — Données :

Amplitude : 2^m.76.

Profondeur moyenne à mi-marée : 4^m.60.

Valeurs de a pour la section Baesrode-Termonde : 0.275 et 0.1186.

Section d'équilibre à marée haute : 353 m².1.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0507 + \frac{0,125}{0,275} \left(\frac{1}{4,5} - \frac{1}{5,4} \right) + \frac{0,125}{0,1186} \left(\frac{1}{4,6} - \frac{1}{5,4} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0507 + 0,0148 + 0,0184} = \frac{1}{1 + 0,0859} = 0,921.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$276 = 0,921 \times 5,95 \times \frac{5}{4,6} \sqrt{\frac{225}{l_2} \times \frac{353,1}{1556}} \times$$

$$l_2 = 104^m.$$

Schoonaerde. — Données :

Amplitude : 2^m.18.

Handwritten calculations and notes at the bottom of the page, including a vertical calculation: $\frac{1.04}{4.6} = 0.226$, and other scribbles and numbers like 6.122, 1.55, 1.04, 1.38.

Profondeur moyenne à mi-marée : 4^m.09.

Valeur de a pour la section Termonde-Gentbrugge : 0.0477.

Section d'équilibre à marée haute : 139 m² 5.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + \frac{0,125}{0,0477} \left(\frac{1}{4,09} - \frac{1}{4,6} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + 0,0699} = \frac{1}{1 + 0,1558} = 0,865.$$

Largeur théorique du fleuve :

$$2,18 = 0,865 \times 5,95 \times \frac{5}{4,09} \sqrt{\frac{225}{l_2} \times \frac{159,5}{1556}}$$

$$l_2 = 75^m,6.$$

Wetteren. — Données :

Largeur moyenne du fleuve : 52^m.86.

Profondeur moyenne à mi-marée : 3^m.51

Valeur de a pour la section Termonde-Gentbrugge : 0.0477.

Section d'équilibre à marée haute 37 m² 49.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + \frac{0,125}{0,0477} \left(\frac{1}{5,51} - \frac{1}{4,6} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + 0,177} = \frac{1}{1 + 0,2609} = 0,795.$$

Amplitude théorique :

$$h_2 = 0,795 \times 5,95 \times \frac{5}{5,51} \sqrt{\frac{225}{52,86} \times \frac{57,49}{1556}}$$

$$h_2 = 1^m,42.$$

Gentbrugge. — Données :

Largeur moyenne : 33 mètres.

Profondeur moyenne à mi-marée : 2^m.80

Valeur de a pour la section Termonde-Gentbrugge : 0.0477.

Section d'équilibre à marée haute : 4 m² 55.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + \frac{0,125}{0,0477} \left(\frac{1}{2,8} - \frac{1}{4,6} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0859 + 0,567} = \frac{1}{1 + 0,4509} = 0,688.$$

Amplitude théorique :

$$h_2 = 0,688 \times 3,95 \times \frac{5}{2,8} \sqrt{\frac{225}{55} \times \frac{4,55}{1556}}$$

$$h_2 = 0^m,68.$$

Tableau récapitulatif 9V

STATIONS.	LARGEURS		AMPLITUDES	
	calculées.	moyennes vraies.	calculées.	moyennes vraies.
Baesrode . . .	187m.	156m.		
Termonde. . .	104	97		
Schoonaerde . .	73.6	77		
Wetteren. . .		52,86	1 ^m .48	1 ^m .57
Gentbrugge . .		33	0.68	1.42

Si nous examinons les résultats des calculs depuis le Rupel jusque Gand et surtout si nous comparons la courbe des largeurs théoriques au diagramme des largeurs vraies (planche I), nous voyons que la loi de l'amplitude se vérifie d'une manière très satisfaisante pour toute cette partie de l'Escaut, exception faite pour Gentbrugge, où il y a une différence de près de 100 p. c. Cet énorme écart provient de ce que l'amplitude calculée correspond à une onde marée qui remonterait librement le fleuve, alors qu'à Gentbrugge, l'onde fluviale est arrêtée contre les parois d'un barrage. Par suite de cette circonstance, l'énergie cinétique de l'onde de translation n'est plus absorbée par les résistances de frottement du fleuve, mais doit être amortie devant le barrage par une résistance locale ou doit être transformée en énergie potentielle. Il n'est guère possible de détruire l'énorme quantité d'énergie cinétique, encore disponible devant le barrage de Gentbrugge, par des résistances locales suffisamment grandes. Il faut donc que l'énergie cinétique se transforme en énergie potentielle par une augmen-

tation de la hauteur de l'onde. Comme l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle, l'augmentation de l'amplitude de la marée doit être sensiblement égale à l'amplitude même, c'est ce qui se vérifie à Gentbrugge. C'est encore à l'existence du barrage de Gentbrugge qu'il faut attribuer le relèvement du lieu géométrique de marée haute à partir de Wetteren, et une montée moins rapide du lieu géométrique de marée basse, à partir du même point (planche III).

Si on calcule à Wetteren et à Gentbrugge les largeurs théoriques correspondant aux amplitudes observées, on trouve :

Wetteren :

$$1,57 = 0,795 \times 3,95 \times \frac{5}{5,51} \sqrt{\frac{225}{l_2} \times \frac{57,49}{1556}}$$

$$l_2 = 45^m,40$$

Gentbrugge :

$$0,71 = 0,688 \times 3,95 \times \frac{5}{2,8} \sqrt{\frac{225}{l_2} \times \frac{4,55}{1556}}$$

$$l_2 = 50,90.$$

Ce sont les dimensions du tableau 9 que nous avons portées sur le diagramme des largeurs.

Considérations particulières. — Nous verrons plus loin, par l'étude du niveau moyen de l'Escaut maritime, que l'influence du débit d'amont est inappréciable entre l'embouchure à Flessingue et Baesrode, de sorte que le niveau de mi-marée pour cette partie du fleuve reste sensiblement invariable à toute époque de l'année. En amont de Baesrode, au contraire, les grandes pluies de l'hiver ont pour effet de relever le niveau de mi-marée et les sécheresses de l'été de l'abaisser, de sorte que la profondeur du fleuve est plus grande en hiver qu'en été. Comme la hauteur de l'onde fluviale est inversement proportionnelle à la profondeur moyenne du fleuve, l'amplitude de la marée doit être invariable pendant toute l'année, depuis Flessingue jusque Baesrode, et être plus grande l'été que l'hiver en amont de Baesrode. C'est ce qui se vérifie parfaitement sur l'Escaut maritime, comme on peut le voir par l'examen du tableau 10, qui donne les cotes de niveau de la mi-marée et les amplitudes moyennes observées pendant les périodes d'été et d'hiver de la décade 1891-1900.

Tableau 10.

Stations.	Niveau moyen de la mi-marée pendant la décade 1891-1900.		Amplitude moyenne de la marée pendant la décade 1891-1900.	
	Été.	Hiver.	Été.	Hiver.
Flessingue	2 ^m , 22	2 ^m , 20	3 ^m , 70	3 ^m , 66
Terneuzen	2, 23	2, 21	3, 94	3, 92
Hansweert	2, 21	2, 20	4, 16	4, 14
Bath	2, 36	2, 34	4, 39	4, 39
Lillo	2, 51	2, 47	4, 39	4, 46
Fort Philippe	2, 55	2, 52	4, 35	4, 43
Anvers	2, 58	2, 55	4, 37	4, 42
Hemixem	2, 58	2, 57	4, 34	4, 36
Rupel	2, 52	2, 55	4, 27	4, 26
Baesrode	2, 76	2, 85	3, 48	3, 28
Termonde	2, 91	3, 09	2, 91	2, 64
Wetteren	2, 86	3, 37	1, 91	1, 51
Gand	2, 99	3, 80	1, 98	1, 54

La différence de hauteur entre la marée d'été et celle d'hiver se remarque déjà à partir de Baesrode, mais elle est très importante à Wetteren et à Gand. L'écart existant à Gand ne provient toutefois pas uniquement du relèvement du niveau de mi-marée en hiver, mais aussi de l'ouverture du barrage pendant les crues d'hiver, qui a pour conséquence de diminuer de moitié l'amplitude de la marée.

Nous avons vu au paragraphe précédent que la section d'égale vitesse à Bath mesure 18172 mètres carrés, tandis que la section existante est de 30570 mètres carrés et donne lieu à une réduction notable de la vitesse moyenne du courant

de marée. On peut se proposer de réaliser la section d'égalité vitesse, non pas dans le but de faire disparaître le haut-fond de Bath, puisqu'il est nécessaire à l'équilibre dynamique du fleuve, mais en vue d'augmenter la vitesse de l'eau et de faciliter l'entretien de la passe navigable. La loi de l'amplitude permet de résoudre ce problème. La hauteur de la marée et la largeur du fleuve sont données, dans ce cas, par les deux équations suivantes :

$$h_1 = \varphi \times 5,68 \times \frac{15}{4,5} \sqrt{\frac{5795}{l_1} \times \frac{18172}{86000}}$$

$$l_1 \left(4,5 + \frac{h_1}{2} \right) = 18172$$

$\varphi = 0.918$ (voir calcul de l'amplitude de la marée à Bath).

$h_1 = 7^m.25$ (hauteur actuelle 4,41 mètres).

$$l_1 = \frac{2 \times 18172}{9 + 7.25} = 2259^m \text{ (largeur actuelle environ 6000 m.)}$$

Il résulte des calculs ci-dessus que la réalisation de la section d'égalité vitesse augmente considérablement la hauteur de la marée et diminue dans une proportion non moindre la largeur du fleuve. Comme le niveau de mi-marée varie fort peu par suite du changement étudié, l'accroissement de la hauteur de la marée aura pour conséquence de diminuer la profondeur moyenne à basse mer d'environ :

$$\frac{7^m.25 - 4,41}{2} = 1^m.41$$

et d'augmenter de la même quantité celle de haute mer. Au point de vue de la navigation, la situation serait donc plus favorable à marée haute et plus mauvaise à marée basse.

En résumé, un rétrécissement du fleuve dans le coude de Bath, non accompagné de l'exécution des travaux nécessaires pour permettre d'abaisser le seuil sans nuire à l'équilibre dynamique du fleuve, doit être considéré comme un mauvais travail et pour ce motif doit être condamné.

§ 3. — Loi du débit.

Les données qui interviennent dans la vérification ci-dessous de la loi du débit, sont toutes reprises dans l'étude de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt, sur le régime des rivières du bassin de l'Escaut maritime. Voir notamment les pages 172 et 173.

SECTION FLESSINGUE-RUPEL.

Flessingue

Débit de flot	1.176.294.300 ^{m³}
Débit supérieur pendant le flot : 127 ^{m³} (6 × 3600'' + 5 × 60'')	2.780.000
Total.	<u>1.179.074.300^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{1.179.074.500^{m^3} \times 5^{m,68}}{86000^{m^2}} = 50400.$$

Terneuzen.

Débit de flot	750.563.400 ^{m³}
Débit supérieur : 114 (6 × 3600 + 19 × 60)	2.595.000
Total.	<u>753.158.400^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{753.158.400 \times 5,94}{59950} = 49500.$$

Hansweert.

Débit de flot	481.526.000 ^{m³}
Débit supérieur : 105 (6 × 3600 + 14 × 60).	2.360.000
Total.	<u>483.886.000^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{483.886.000 \times 4,16}{40785} = 49500.$$

Bath.

Débit de flot	187.068.800 ^{m³}
Débit supérieur : 96 (5 × 3600 + 56 × 60) .	2.050.000
Total.	<u>189.118.800^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{189.118.800 \times 4,41}{18172} = 45900.$$

Lillo.

Débit de flot	92.389.300 ^{m3}
Débit supérieur : 91 (5 × 3600 + 50 × 60) .	1.911.000
Total.	<u>94.300.300^{m3}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{94.500.500 \times 4,45}{8879} = 47500.$$

Fort Philippe.

Débit de flot	73.950.500 ^{m3}
Débit supérieur : 88 (5 × 3600 + 48 × 60) .	1.840.000
Total.	<u>75.790.500^{m3}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{75.790.500 \times 4,41}{7042} = 47500.$$

Anvers.

Débit de flot	59.341.900 ^{m3}
Débit supérieur : 85 (5 × 3600 + 40 × 60) .	1.735.000
Total.	<u>61.076.900^{m3}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{61.076.900 \times 4,57}{5485} = 48650.$$

Hemixem.

Débit de flot	41.733.250 ^{m3}
Débit supérieur : 80,5 (5 × 3600 + 22 × 60) .	1.558.000
Total.	<u>43.291.250^{m3}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{43.291.250 \times 4,51}{5565} = 52500.$$

Rupel (aval embouchure).

Débit de flot	38.455.400 ^{m3}
Débit supérieur : 80 (5 × 3600 + 22 × 60) .	1.549.000
Total.	<u>40.004.400^{m3}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{40.004.400 \times 4,2}{5155} = 52200.$$

Valeur moyenne de la constante C entre Flessingue et le Rupel :

$$C = (50400 + 49500 + 49500 + 45900 + 47300 + 47500 + 48650 + 52500 + 52200) : 9 = 49550.$$

SECTION RUPEL-DURME.

Rupel (amont embouchure).

Débit de flot	28.690.940 ^{m³}
Débit supérieur : 43 ^{m³} (5 × 3600'' + 32 × 60'')	830.000
Total.	<u>29.520.940^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{29.520.940^{\text{m}^3} \times 4^{\text{m}, 2}}{5155^{\text{m}^2}} = 59500$$

Thielrode.

Débit de flot	16.841.760 ^{m³}
Débit supérieur : 40 (5 × 3600 + 5 × 60)	732.000
Total.	<u>17.573.760^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{17.573.760 \times 3,99}{1690} = 41400.$$

Durme (aval embouchure).

Débit de flot	15.900.000 ^{m³}
Débit supérieur : 40 (5 × 3600 + 5 × 60)	732.000
Total.	<u>16.632.000^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{16.632.000 \times 3,96}{1556} = 42500.$$

Valeur moyenne de la constante C entre le Rupel et la Durme :

$$C = (59500 + 41400 + 42500) : 3 = 41000.$$

SECTION DURME-GENTBRUGGE.

Durme (Amont embouchure).

Débit de flot	12.160.440 ^{m³}
Débit supérieur : 38 ^{m³} (5 × 3600'' + 5 × 60'')	695.000
Total.	<u>12.855.440^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{12.855.440^{\text{m}^3} \times 5^{\text{m}, 96}}{1556^{\text{m}^2}} = 32700.$$

Baesrode.

Débit de flot	6.224.000 ^{m³}
Débit supérieur : 35,5 (4 × 3600 + 50 × 60)	617.000
Total.	<u>6.841.000^{m³}</u>

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{6.841.000 \times 5,56}{771} = 29850$$

Termonde.

Débit de flot	3.429 960 ^{m³}
Débit supérieur : 26,5 (4 × 3600 + 46 × 60)	454.000
Total.	3.883.960 ^{m³}

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{3.883.960 \times 2,76}{555,1} = 30550.$$

Wetteren.

Débit de flot	439.350 ^{m³}
Débit supérieur : 23,5 (3 × 3600 + 46 × 60)	319.000
Total.	758.350 ^{m³}

Valeur de la constante C :

$$C = \frac{758.350 \times 1,57}{57,41} = 51.800.$$

Valeur moyenne de la constante C pour la section Durme-Gentbrugge :

$$C = (52700 + 29850 + 30550 + 51800) : 4 = 51200.$$

Si le barrage de Gentbrugge n'existait pas le volume de remplissage en amont de Gentbrugge serait égal à :

$$\frac{51200 \times 4^m,55}{0,74} = 200000m^3$$

en admettant pour C la valeur moyenne calculée pour la section en amont de la Durme.

Il résulte des calculs ci-dessus que la vérification de la loi des débits se fait d'une manière très satisfaisante, pour une marée moyenne, sur toute l'étendue du fleuve. Les écarts relevés entre les résultats de la théorie et ceux de la pratique ne dépassent guère 5 p. c. le résultat moyen, ce qui est bien peu quand on envisage qu'il s'agit d'un des phénomènes les plus complexes qui se présentent en hydraulique fluviale

Considérons maintenant quatre autres marées dont la cubature a également été faite par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt, soient : les deux marées de forte amplitude du 8-9 avril 1890 et les deux marées de faible amplitude du 8-9 octobre 1890.

Le niveau de la mi-marée variant relativement peu, quelle que soit la marée considérée, nous pouvons admettre, avec un certain degré d'approximation, que l'énergie des quatre marées envisagées varie suivant la même loi que celle de la marée moyenne. Nous pouvons dès lors représenter l'énergie des quatre ondes fluviales par les mêmes sections mouillées que celles qui ont été obtenues pour la marée moyenne. En opérant de cette manière, on peut dresser les tableaux XI, XII, XIII et XIV ci-après :

Tableau 11. — Marée du 8-9 avril 1890.

1^{er} flot.

Stations.	Débîts de flot.	Débîts supérieurs moyens.	Débîts totaux.	Amplitudes.	Sections d'équilibre.	Valeurs de la constante.	Valeurs moyennes de la constante.
	m ³	m ³	m ³	m.	m ²		
Flessingue	1.387.434.300	2.780.000	1.390.214.300	3,93	86.000	64.400	63.239
Terneuzen	894.683.200	2.595.000	897.278.200	4,28	59.950	64.000	
Hausweert	588.153.900	2.360.000	590.513.000	4,45	40.785	64.400	
Bath.	236.754.200	2.050.000	238.804.200	4,85	18.172	63.800	
Lillo.	104.480.900	1.911.000	106.391.900	4,88	8.879	58.400	
Fort Philippe	83.978.200	1.840.000	85.818.200	4,76	7.042	58.000	
Anvers	67.808.500	1.735.000	69.543.500	4,78	5.485	60.600	
Hemixem	49.227.300	1.558.000	50.785.300	4,59	3.565	65.400	
Rupel. } Aval.	46.004.200	1.549.000	47.553.200	4,65	3.155	70.100	
Rupel. } Amont	33.658.300	830.000	34.488.300	4,65	3.155	50.900	
Thielrode	19.530.300	732.000	20.262.300	4,25	1.690	50.900	51.266
Durme } Aval.	18.440.000	732.000	19.172.000	4,22	1.556	52.000	
Durme } Amont	13.655.000	695.000	14.350.000	4,22	1.556	38.900	
Baesrode	6.801.000	617.000	7.418.000	3,67	771	35.300	35.100
Termonde	3.715.000	454.000	4.169.000	2,60	353,1	30.800	
Wetteren	497.700	319.000	816.700	1,62	37,5	35.400	

Tableau 12. — Marée du 8-9 avril 1890.

2^e flot.

Stations.	Débîts de flot.	Débîts supérieurs moyens.	Débîts totaux.	Amplitudes.	Sections d'équilibre.	Valeurs de la constante.	Valeurs moyennes de la constante.
	m ³	m ³	m ³	m.	m ²		
Flessingue	1.273.603.700	2.780.000	1.276.383.700	3,94	86.000	58.400	53.766
Terneuzen	823.944.800	2.595.000	826.539.800	4,15	59.980	57.200	
Hansweert	533.807.600	2.360.000	536.167.600	4,24	40.785	55.700	
Bath	213.033.000	2.050.000	215.083.000	4,66	18.172	55.200	
Lillo	94.236.000	1.911.000	96.147.000	4,60	8.879	49.800	
Fort Philippe	74.906.800	1.840.000	76.746.800	4,49	7.042	49.000	
Anvers	59.674.700	1.735.000	61.409.700	4,41	5.485	49.400	
Hemixem	43.014.100	1.558.000	44.562.100	4,23	3.565	52.900	
Rupel. { Aval	40.154.100	1.549.000	41.703.100	4,26	3.155	56.300	
{ Amont	29.901.500	830.000	30.731.500	4,26	3.155	41.500	
Thielrode	17.578.000	732.000	18.310.000	3,87	1.690	42.000	42.070
Durme. { Aval	16.580.000	732.000	17.312.000	3,84	1.556	42.700	
{ Amont	12.710.300	695.000	13.405.300	3,84	1.556	33.100	
Baesrode	6.236.700	617.000	6.853.700	3,36	771	28.800	27.650
Termonde	3.243.200	454.000	3.697.200	2,48	353	25.800	
Wetteren	350.600	319.000	669.600	1,24	37,5	22.200	

Tableau 13. — Marée du 8-9 octobre 1890.

1^e flot.

Stations.	Débits de flot.	Débits supérieurs moyens.	Débits totaux.	Amplitudes.	Sections d'équilibre.	Valeurs de la constante.	Valeurs moyennes de la constante.	
	m ³	m ³	m ³	m.	m ²			
Flessingue	629.839.700	2.780.000	632.619.700	1.72	86.000	12.550		
Terneuzen	418.679.200	2.595.000	421.274.200	2.03	59.980	14.250		
Hansweert	272.888.500	2.360.000	275.248.500	2.25	40.785	15.150		
Bath.	110.573.600	2.050.000	112.623.600	2.47	18.172	15.500		
Lillo	57.982.800	1.911.000	59.893.800	2.59	8.879	17.500		
Fort Philippe	48.266.000	1.840.000	50.106.000	2.62	7.042	18.670		
Anvers	39.714.500	1.735.000	41.449.500	2.71	5.485	20.500		
Hemixem	29.035.600	1.558.000	30.593.600	2.73	3.565	23.400		
Tolbuys {	Aval	27.157.500	1.549.000	28.706.500	2.80	3.155	25.500	} 20.170
	Amont	20.116.200	830.000	20.946.200	2.80	3.155	18.600	
Thielrode	12.326.200	732.000	13.058.200	2.69	1.690	20.700		
Durme {	Aval	11.630.000	732.000	12.362.000	2.67	1.566	21.200	
	Amont	8.973.600	695.000	9.668.600	2.67	1.556	16.600	
Baesrode	4.867.200	617.000	5.484.200	2.45	771	17.450		
Termonde	2.820.200	454.000	3.274.200	2.28	353	21.200		
Wetteren ²⁾	3.653.000	319.000	684.300	1.30	37.5	23.700		

Tableau 14. — Marée du 8-9 octobre 1890.

2^e flot.

Stations.	Débites de flot.	Débites supérieurs moyens.	Débites totaux.	Amplitudes.	Sections d'équilibre.	Valeurs de la constante.	Valeurs moyennes de la constante.	
	m ³	m ³	m ³	m.	m ²			
Flessingue	884.970.700	2.780.000	887.750.700	2.73	86.000	28.200		
Terneuzen	581.233.300	2.595.000	583.828.300	3.02	59.980	29.400		
Hansweert	367.327.600	2.360.000	369.687.600	3.26	40.785	30.000		
Bath.	145.072.900	2.050.000	147.122.900	3.47	18.172	28.150		
Lillo.	76.204.800	1.941.000	78.145.800	3.55	8.879	31.300		
Fort Philippe	61.815.300	1.840.000	63.655.300	3.65	7.042	33.000		
Anvers	49.980.600	1.735.000	51.715.600	3.58	5.485	33.800		
Hemixem	35.594.400	1.558.000	37.152.400	3.56	3.565	37.200		
Tolhuys	Aval	33.126.800	1.549.000	34.675.800	3.56	3.455	39.200	}
	Amont	25.124.700	830.000	25.954.700	3.56	3.455	29.400	
Thielrode	15.268.700	732.000	16.000.700	3.44	1.690	32.600	} 31.730	
Durme	Aval	14.400.000	732.000	15.132.000	3.42	1.556		33.300
	Amont	11.258.700	695.000	11.953.700	3.42	1.556	26.300	
Baesrode	6.071.600	617.000	6.688.600	3.02	771	26.200	} 27.200	
Termonde	3.398.900	454.000	3.852.900	2.60	353	28.400		
Wetteren	371.700	319.000	690.700	1.53	37,5	27.900		

Les tableaux XI à XIV montrent que la loi des débits s'applique également aux marées de forte amplitude, et qu'elle se retrouve pour le second flot de la marée de faible amplitude en amont du Rupel. La vérification de la loi ne se fait pas d'une manière aussi complète pour le premier flot de la marée de faible amplitude du 8-9 octobre 1890 et pour le second flot de la même marée en aval du Rupel. Cela provient de ce que les marées envisagées ne sont pas des marées moyennes normales de l'amplitude considérée, mais sont des marées isolées dont les caractères essentiels ont été altérés par des phénomènes autres que ceux qui déterminent la propagation de l'onde de translation, comme par exemple : le vent. Voici quelques exemples d'irrégularités et d'anomalies qu'on peut observer dans la propagation des quatre marées considérées. Les deux flots de forte amplitude ont sensiblement la même hauteur à l'embouchure : 3^m.93 et 3^m 94, malgré cela il y a une différence de près de 10 p. c. dans les débits de la marée à l'embouchure devant l'essingue.

L'amplitude du premier flot de la marée du 8-9 avril 1890 est plus grande que celle de la marée moyenne jusque dans le voisinage de Baesrode et plus petite en amont de ce point. Pour le second flot de la même marée, l'amplitude est déjà égale à celle de la marée moyenne à partir d'Anvers et elle y devient plus petite à partir de la Durme.

Quant aux hauteurs des deux flots de la marée de faible amplitude du 8-9 octobre, elles sont plus grandes que celles de la marée moyenne, toutes autres choses étant égales et toute proportion gardée. En effet pour obtenir l'amplitude théorique de la marée du 8-9 octobre en un point du fleuve, il suffit de réduire l'amplitude de la marée moyenne en ce même point dans le rapport de *l'amplitude à l'embouchure de la marée du 8-9 octobre* à *l'amplitude à l'embouchure pour la marée moyenne*. Or si on fait ce calcul, voici ce que l'on obtient :

Anvers. — Premier flot.

$$\text{Hauteur théorique : } 4,57 \times \frac{1,72}{5,68} = 2,04 \text{ m.}$$

Hauteur observée : 2,71 m.

Deuxième flot.

$$\text{Hauteur théorique : } 4,75 \times \frac{2,75}{5,68} = 5,24 \text{ m.}$$

Hauteur observée : 3,58 m.

Termonde. — Premier flot.

Hauteur théorique : $2,76 \times \frac{1,72}{5,68} = 1,29$ m.

Hauteur observée : 2,28 m.

Deuxième flot.

Hauteur théorique : $2,76 \times \frac{2,75}{5,68} = 2,05$ m.

Hauteur observée : 2,60 m.

Il n'est donc pas étonnant que la vérification de la loi des débits ne se fasse pas aussi rigoureusement que pour la marée moyenne résultant d'une longue série d'observations, mais eu égard aux résultats obtenus nous pouvons admettre que la loi des débits est applicable à toute marée moyenne normale de l'amplitude considérée

Nous avons vu par l'étude théorique de la loi des débits que la constante C en un point du fleuve est égale à une quantité Γ multipliée par le carré de la hauteur de l'onde. Nous avons dit en même temps que Γ est une constante en chaque point du fleuve, mais qu'elle varie d'un point à l'autre de celui-ci. Procédons à la vérification de cette propriété en nous plaçant à l'embouchure et aux points principaux de l'Escaut.

Tableau 15.

Stations.	Marée moyenne.		Marée du 8-9 avril 1890.				Marée du 8-9 octobre 1890.			
			1 ^{er} Flot.		2 ^e Flot.		1 ^{er} Flot.		2 ^e Flot.	
	<i>h</i> ²	Γ	<i>h</i> ²	Γ	<i>h</i> ²	Γ	<i>h</i> ²	Γ	<i>h</i> ²	Γ
Flessingue	13,55	3720	15,45	4170	15,52	3760	2,96	4240	7,45	3790
Terneuzen	15,52	3185	18,35	3490	17,22	3320	4,12	3460	9,12	3230
Hansweert	17,29	2860	19,80	3250	18,02	3090	5,07	2990	10,63	2820
Bath	19,42	2370	23,55	2715	21,70	2544	6,10	2510	12,05	2340
Lillo	19,80	2380	23,85	2460	21,18	2360	6,72	2600	12,6	2480
Fort Philippe	19,42	2440	23,65	2450	20,20	2430	6,86	2720	13,32	2480
Anvers	19,11	2545	23,85	2540	19,42	2543	7,34	2790	12,82	2640
Hemixem	18,55	2820	21,10	3100	17,90	2960	7,45	3140	12,68	2940
Thielrode	15,94	2600	18,07	2825	14,99	2800	7,24	2860	11,85	2750
Baesrode	11,30	2635	13,49	2620	11,30 ³ ₈	2550	6,00	2910	9,12	2875
Termonde	7,62	3990	6,76	4560	6,14	4200	5,20	4080	6,76	4200
Wetteren	2,46	12930	2,62	13510	1,54	14400	1,69	14000	2,34	11920

Il résulte du tableau XV ci-dessus que la propriété se vérifie d'une manière très satisfaisante pour les différents points considérés. A l'embouchure devant Flessingue, la quantité Γ a une valeur comprise entre 3720 et 3790 pour trois marées et une valeur plus grande que 4100 pour deux autres. Parmi ces deux dernières marées il y en a une : le premier flot de la marée de faible amplitude du 8-9 octobre 1890, qui a un caractère tout à fait anormal et une autre : le premier flot de la marée de forte amplitude du 8-9 avril 1890, qui a un débit de marée dépassant celui du flot suivant de près de 10 p. c., alors que les deux marées ont sensiblement même hauteur totale. Il ne faut donc pas attacher une valeur trop absolue aux résultats que donne l'étude de ces deux marées, mais il faut considérer de préférence ceux qui se rapportent aux trois autres marées d'allure plus régulière, dont il y en a une moyenne, résultant d'une longue série d'observations. C'est en nous laissant guider par ces considérations et aussi en tenant compte de ce qui se passe aux autres points de l'Escaut que nous avons pu attribuer à Γ la valeur 3860.

Nous donnons ci-dessous, à titre de vérification et aussi afin de pouvoir mieux se rendre compte de la valeur pratique de la loi des débits, les volumes de remplissage pour la marée moyenne, calculés d'après les formules théoriques.

Tableau 16.

SECTION FLESSINGUE-RUPEL.

Valeur de la constante $C = 3860 \times 3,68^2 = 52300$.

Stations.	Volumes de remplissage	
	calculés par la théorie.	établis par cubature.
	m ³	m ³
Flessingue	1.222.000.000	1.179.074.300
Terneuzen	797.000.000	753.000.000
Hansweert	514.000.000	483.886.000
Bath	216.000.000	189.118.800
Lillo	104.600.000	94.300.300
Fort Philippe	83.500.000	75.790.500
Anvers	65.700.000	61.076.900
Hemixem	43.291.300	43.291.300
Tolhuys aval Rupel	39.300.000	40.004.400

SECTION RUPEL-DURME.

$$\text{Valeur de la constante } C' = 52500 \times \frac{5155}{5155 + 1120} = 58700.$$

(3155 et 1120 mètres carrés sont les sections d'égalé vitesse de l'Escaut et du Rupel au droit de l'embouchure du Rupel.)

Stations.	Volumés de remplissage	
	calculés par la théorie.	établis par cubature.
	m ³	m ³
Tolhuys amont Rupel	29.050.000	29.520.940
Thielrode	16.410.000	17.575.760
Aval Durme	15.210.000	16.032.000

SECTION DURME-GAND.

$$\text{Valeur de la constante } C' = 58700 \times \frac{4556}{4556 + 456,5} = 29900.$$

(1556 mètres carrés et 456,5 sont les sections d'égalé vitesse de l'Escaut et de la Durme au droit de l'embouchure de la Durme).

Stations.	Volumés de remplissage	
	calculés par la théorie.	établis par cubature.
	m ³	m ³
Amont Durme.	11.750.000	12.855.000
Baesrode	6.850.000	6.841.000
Termonde	3.830.000	3.883.960
Wetteren	714.000	758.355

Considérations particulières. — Nous avons calculé plus haut (loi de l'amplitude) la hauteur de l'onde fluviale dans le

cas où l'on réaliserait la section d'égalité vitesse à Bath. Il peut être intéressant de connaître dans cette même hypothèse le nouveau volume de la marée. La loi des débits permet de résoudre ce problème.

$$(F + A) 7^m,23 = 52300 \times 18172$$

soit $F + A = 131.500.000 \text{ m}^3$,

au lieu de 216.000.000 mètres cubes qui est le volume théorique de la marée passant actuellement par Bath.

La réalisation de la section d'égalité vitesse aurait donc pour conséquence de réduire considérablement le débit de flot à Bath. Cette réduction du volume de la marée signifie-t-elle que l'entretien du fleuve se ferait dans des conditions moins favorables qu'actuellement? Nullement, car si la nouvelle onde fluviale serait moins volumineuse, sa masse fluide serait animée d'une plus grande vitesse, de sorte que l'énergie totale, dont dépend l'entretien du fleuve n'aurait pas changé théoriquement. Théoriquement on peut même concevoir que le volume de flot à Bath soit le même qu'à Lillo, il suffirait pour cela que l'onde marée s'affaisse suffisamment en passant de Bath à Lillo. Dans ce cas, le lieu géométrique des étales de flot correspondrait avec celui des étales de jusant pour toute la partie comprise entre Bath et Lillo, de sorte que le volume d'eau compris entre les deux lieux géométriques des étales qui, d'après la belle démonstration due à M. l'Ingénieur en chef Van Brabandt, représente le volume de flot qui se loge entre Bath et Lillo, serait bien égal à zéro.

Si on poussait l'affaissement de l'onde marée encore plus loin, on pourrait concevoir que le lieu géométrique des étales de flot passât en-dessous de celui des étales de jusant, de sorte que le volume d'eau compris entre les deux lieux géométriques deviendrait négatif. Dans ce cas, le volume de flot à Lillo, serait plus grand qu'à Bath.

Tout ceci montre que le volume d'eau amené par la marée n'est pas tout dans un fleuve maritime; c'est l'énergie de l'onde fluviale qui importe: et volume et vitesse, car, c'est de cet élément là que dépend le degré de viabilité du fleuve.

§ 4. — Niveau moyen du fleuve.

Dans les calculs de vérification donnés ci-après nous avons opéré sur des tronçons du fleuve suffisamment courts pour que

nous puissions substituer, sans commettre d'erreurs pratiquement appréciables, aux lois de variation vraies de la hauteur de la marée, de la profondeur et de la largeur du fleuve, ainsi que du débit supérieur des lois exponentielles; en opérant ainsi nous pouvons appliquer les formules 62, 63 et 64.

RELÈVEMENT DÛ AU PHÉNOMÈNE DE LA MARÉE.

Flessingue-Terneuzen.

Amplitude à Flessingue : 3^m,68; à Terneuzen : 3^m,94.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,68 e^{0,0037x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Flessingue : 13 mètres; à Terneuzen : 10^m,80.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 13 e^{-0,01003x}.$$

Largeur de la rivière à Flessingue : 5795 mètres; à Terneuzen : 4940 mètres.

Valeur moyenne du coefficient : $\frac{l}{l + 2\lambda}$

$$\left[\frac{5795}{5795 + 2 \times 15} + \frac{4940}{4940 + 2 \times 10,8} \right] : 2 = \left[0,996 + 0,997 \right] : 2 = 0,9965.$$

Valeur moyenne de coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 15} \right) = 0,307$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,997 \times 10,8} \right) = 0,313$$

Valeur moyenne : 0,620 : 2 = 0,31.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,51 \times 0,095 \times 5,68^2 \times e^2 \times 0,0037x}{0,9965 \times 15^{5,2} \times e^{-5/2} \times 0,01003x} dx.$$

Relèvement total à Terneuzen :

$$\tau_m = \frac{0,51 \times 0,095}{0,9965 \times 0,0525} \times \frac{15,55}{605,4} \left(e^{0,0325 \times 18,5} - 1 \right) = 0^m,016.$$

Terneuzen-Hansweert.

Amplitude à Terneuzen : 3^m,94; à Hansweert : 4^m,16.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,94 e^{0,00355x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Terneuzen : 10^m,80 ;
à Hansweert : 8^m,98.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 10,8e^{-0,01208x}$$

Largeur de la rivière à Terneuzen : 4940 mètres ; à
Hansweert : 4250 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{4940}{4940 + 2 \times 10,8} + \frac{4250}{4250 + 2 \times 8,98} \right] : 2 = \left[0,997 + 0,995 \right]$$

$$: 2 = 0,996.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,997 \times 10,8} \right) = 0,313$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,995 \times 8,98} \right) = 0,319$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,632 : 2 = 0,316.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{z}_m = \frac{0,316 \times 0,095 \times 5,94^2 \times e^2 \times 0,00355x}{0,996 \times 10,8^{5/2} \times e^{-5,2} \times 0,01208x} dx.$$

Relèvement total à Hansweert :

$$\bar{z}_m = \frac{0,316 \times 0,095}{0,996 \times 0,0588} \times \frac{15,52}{584,60} \left(e^{0,0388 \times 15,3} - 1 \right) = 0^m,025.$$

Hansweert-Bath.

Amplitude à Hansweert : 4^m,16 ; à Bath : 4^m,41.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,16e^{0,00363x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Hansweert : 8^m,98 ;
à 4 km. 1 en amont de Hansweert : 8^m,50 ; à 2 kilomètres en
aval de Bath : 4^m,5 ; à Bath : 4^m,5.

Largeur à mi-marée à Hansweert : 4250 mètres ; à Bath :
6015 mètres.

Valeur du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$ à :

$$\text{Hansweert : } \frac{4250}{4250 + 2 \times 8,98} = 0,995$$

$$\text{Bath : } \frac{6015}{6015 + 2 \times 4,50} = 0,997$$

$$\text{Valeur moyenne : } 1,992 : 2 = 0,996.$$

Première Section : Hansweert-4 km. 1 amont Hansweert.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 8,98e^{-0,134x}.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 8,98} \right) = 0,319$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 8,5} \right) = 0,321$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,640 : 2 = 0,320.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\gamma}_m = \frac{0,52 \times 0,095 \times 4,16^2 \times e^2 \times 0,00363x}{0,996 \times 8,98^{5,2} \times e^{-5/2} \times 0,0134x} dx.$$

Relèvement total à 4 km. 1 en amont de Hansweert :

$$\bar{\gamma}_m = \frac{0,52 \times 0,095}{0,996 \times 0,0108} \times \frac{17,50}{240} \left(e^{0,0408 \times 4,1} - 1 \right) = 0^m,01.$$

2^e Section : 4 km. 1 amont Hansweert-2 kilom. aval Bath.

Amplitude à 4 km. 1 en amont de Hansweert :

$$h = 4,16e^{0,00363 \times 4,1} = 4^m,22.$$

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 8,50e^{-0,0636x}.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 8,5} \right) = 0,521$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 4,5} \right) = 0,559$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,680 : 2 = 0,340.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\gamma}_m = \frac{0,54 \times 0,095 \times 4,22^2 \times e^2 \times 0,00363x}{8,5^{5,2} \times e^{-5/2} \times 0,0636x \times 0,996} dx.$$

Relèvement total à 2 kilomètres en aval de Bath :

$$\bar{\gamma}_m = \frac{0,54 \times 0,095}{0,996 \times 0,1664} \times \frac{17,81}{209,4} \left(e^{0,1664 \times 4} - 1 \right) = 0^m,07.$$

3^e Section : 2 kilomètres aval Bath-Bath.

Amplitude à 2 kilomètres en aval de Bath :

$$h = 4,16 e^{0,00363 \times 4,1} = 4^m,38,$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 4^m,5.

Valeur du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,996 \times 4,5} \right) = 0,559.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,559 \times 0,095 \times 4,58^2 \times e^{2 \times 0,00363x}}{0,996 \times 4,5^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à Bath :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,559 \times 0,095}{0,996 \times 0,00726} \times \frac{19,20}{42,86} \left(e^{0,00726 \times 2} - 1 \right) = 0^m,031.$$

Relèvement total de la section Hansweert-Bath :

$$\tilde{\tau}_m = 0,01 + 0,07 + 0,031 = 0^m,111.$$

Bath-Lillo.

Amplitude à Bath : 4^m,41 ; à Lillo : 4^m,45.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,41 e^{0,00082x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Bath : 4^m,5 ; à 5 kilomètres en amont de Bath : 4^m,5 ; à 1 kilomètre en aval de Lillo : 8^m,03 ; à Lillo : 8^m,03.

Largeur à mi-marée à Bath : 6015 mètres ; à Lillo : 827 mètres.

Valeur du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$ à :

$$\text{Bath : } \frac{6015}{6015 + 2 \times 4,50} = 0,997,$$

$$\text{Lillo : } \frac{827}{827 + 2 \times 8,05} = 0,981.$$

En répartissant la différence entre les deux valeurs ci-dessus proportionnellement aux distances, nous obtenons comme

valeur du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$ à :

$$5 \text{ kilomètres en amont de Bath } \dots \dots \dots 0,99.$$

$$1 \text{ kilomètre en aval de Lillo } \dots \dots \dots 0,982.$$

Première Section : Bath — 5 kilomètres en amont de Bath.

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 4^m,5.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda} : \frac{0,997+0,99}{2} = 0,9955$.

Valeur du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,9955 \times 4,5} \right) = 0,558.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0,558 \times 0,095 \times 4,41^2 \times e^{2 \times 0,00082x}}{0,9955 \times 4,5^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à 5 kilomètres en amont de Bath :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,558 \times 0,095}{0,9955 \times 0,00164} \times \frac{19,4}{42,86} \left(e^{0,00164 \times 5} - 1 \right) = 0^m,075.$$

2^e Section : 5 kilomètres amont Bath — 1 kilomètre aval Lillo.

Amplitude à 5 kilomètres amont Bath :

$$h = 4,41 e^{0,00082 \times 5} = 4^m,43.$$

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 4,50 e^{0,116x}.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda} : \frac{0,99 + 0,982}{2} = 0,986$.

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,99 \times 4,5} \right) = 0,559$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,982 \times 8,05} \right) = 0,524$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,685 : 2 = 0,5415.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0,5415 \times 0,095 \times 4,45^2 \times e^{2 \times 0,00082x}}{0,986 \times 4,5^{5/2} \times e^{5/2} \times 0,116x} dx.$$

Relèvement total à 1 kilomètre en aval de Lillo :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,5415 \times 0,095}{0,986 \times 0,28856} \times \frac{19,65}{42,86} \left(1 - e^{-0,28836 \times 5} \right)$$

$$\tilde{\tau}_m = 0^m,059.$$

3^e Section : un kilomètre aval Lillo-Lillo.

Amplitude à un kilomètre en aval de Lillo :

$$h = 4,41 e^{0,00082 \times 10} = 4^m,45.$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 8^m,03.

Valeur moyenne du coefficient :

$$\frac{l}{l+2\lambda} = \frac{0,982 + 0,981}{2} = 0,9815.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,9815 \times 8,05} \right) = 0,324.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,524 \times 0,095 \times 4,45^2 \times e^2 \times 0,00082x}{0,9815 \times 8,05^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à Lillo :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,524 \times 0,095}{0,9815 \times 0,00164} \times \frac{19,8}{185,70} \left(e^{0,00164 \times 1} - 1 \right) = 0,003.$$

Relèvement total sur la section Bath-Lillo :

$$\tilde{\tau}_m = 0^m,073 + 0,039 + 0,003 = 0^m,115.$$

Lillo-Fort Philippe.

Amplitude à Lillo : 4^m,45 ; à Fort Philippe : 4^m,41.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,45e^{-0,00136x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 8^m,03.

Largeur de la rivière à Lillo : 827 mètres ; à Fort Philippe : 654 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{827}{827 + 2 \times 8,05} + \frac{654}{654 + 2 \times 8,05} \right] : 2 = \left[0,981 + 0,977 \right] \\ : 2 = 0,979.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,979 \times 8,05} \right) = 0,3245.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,5245 \times 0,095 \times 4,45^2 \times e^{-2 \times 0,00136x}}{0,979 \times 8,05^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à Fort Philippe :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,5245 \times 0,095}{0,979 \times 0,00272} \times \frac{19,80}{185,70} \left(1 - e^{-0,00272 \times 6,65} \right) \\ = 0^m,022.$$

Fort Philippe. — Anvers.

Amplitude à Fort Philippe : 4^m,41; à Anvers : 4^m,37.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,41e^{-0,00127x}$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 8^m,03.

Largeur de la rivière à Fort Philippe : 654 mètres; à Anvers : 459 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{654}{654 + 2 \times 8,05} + \frac{459}{459 + 2 \times 8,05} \right] : 2 \\ = \left[0,977 + 0,967 \right] : 2 = 0,972.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,972 \times 8,05} \right) = 0,325.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,325 \times 0,095 \times 4,41^2 \times e^{-2 \times 0,00127x}}{0,972 \times 8,05^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à Anvers :

$$= \frac{0,325 \times 0,095}{0,972 \times 0,00234} \times \frac{19,4}{185,70} \left(1 - e^{-0,00234 \times 7,2} \right)$$

$$\zeta_m = 0^m,024.$$

Anvers-Hemixem.

Amplitude à Anvers : 4^m,37; à Hemixem : 4^m,31.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,37e^{-0,00112x}$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 8^m,03.

Largeur de la rivière à Anvers : 459 mètres; à Hemixem : 325 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{459}{459 + 2 \times 8,05} + \frac{325}{325 + 2 \times 8,05} \right] : 2 \\ \left[0,967 + 0,952 \right] : 2 = 0,960.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,96 \times 8,05} \right) = 0,3255.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0.5255 \times 0.095 \times 4.57^2 \times e^{-2 \times 0.00112x}}{0.96 \times 8.05^{5/2}} dx.$$

Relèvement total à Hemixem :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0.5255 \times 0.095}{0.96 \times 0.00224} \times \frac{19.10}{185.70} \left(1 - e^{-0.00224 \times 12.375} \right)$$

$$\tilde{\tau}_m = 0^m,041.$$

Hemixem-Rupel.

Amplitude à Hemixem : 4^m,31 ; au Rupel : 4^m,20.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,31e^{-0,00082x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Hemixem : 8^m,03.

Au Rupel : 5^m.40.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 8,03 e^{-0,151x}.$$

Largeur de la rivière à Hemixem : 325 mètres ; au Rupel : 411 mètres.

Valeur moyenne du coefficient : $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{325}{325 + 2 \times 8,05} + \frac{411}{411 + 2 \times 5,4} \right] : 2 = \left[0,952 + 0,972 \right] : 2 = 0,962.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,952 \times 8,05} \right) = 0,326$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,972 \times 5,4} \right) = 0,346$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,672}{2} = 0,336.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0.556 \times 0.095 \times 4.51^2 \times e^{-2 \times 0.00082x}}{0.962 \times 8.05^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0.151x}} dx$$

Relèvement total du Rupel :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0.556 \times 0.095}{0.962 \times 0.55856} \times \frac{18.55}{185.70} \left(e^{0.35836 \times 2.625} - 1 \right)$$

$$\tilde{\tau}_m = 0^m,014.$$

Rupel-Durme :

Amplitude au Rupel : 4^m.20 ; à la Durme : 3^m.96.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,2 e^{-0,0056x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée au Rupel : 5^m.40 ; à la Durme : 5 mètres.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 5,4 e^{-0,00732x}.$$

Largeur de la rivière au Rupel : 411 mètres ; à la Durme : 223 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$\left[\frac{411}{411 + 2 \times 5,4} + \frac{225}{225 + 2 \times 5} \right] : 2 = (0,972 + 0,966) : 2 = 0,969.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,972 \times 5,4} \right) = 0,546$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,966 \times 5,0} \right) = 0,555$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,699}{2} = 0,5495.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,5495 \times 0,095 \times 4,20^2 \times e^{-2 \times 0,0056x}}{0,969 \times 5,4^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,00732x}} dx.$$

Relèvement total à la Durme :

$$\tau_m = \frac{0,5495 \times 0,095}{0,969 \times 0,0074} \times \frac{17,65}{68,08} \left(e^{0,0071 \times 10,5} - 1 \right) = 0,094.$$

Durme-Baesrode.

Amplitude à la Durme : 3^m.96 ; à Baesrode : 3^m.36.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,96 \times e^{-0,0185x}$$

Profondeur moyenne à mi-marée à la Durme : 5 mètres ; à Baesrode : 4^m.30.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 5^m,00 e^{-0,017x}.$$

Largeur de la rivière à la Durme : 223 mètres ; à Baesrode : 187 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{225}{225 + 2 \times 5,0} + \frac{187}{187 + 2 \times 4,5} \right] : 2 = (0,966 + 0,956) : 2 = 0,961.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,966 \times 5,00} \right) = 0,555$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,956 \times 4,5} \right) = 0,565$$

Valeur moyenne : 0,559

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\gamma}_m = \frac{0,559 \times 0,095 \times 5,96^2 \times e^{-2 \times 0,0185x}}{0,961 \times 5^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,017x} \times dx.$$

Relèvement total à Baesrode :

$$\bar{\gamma}_m = \frac{0,559 \times 0,095}{0,961 \times 0,0056} \times \frac{15,69}{56,10} \left(e^{0,0056 \times 8,87} - 1 \right) = 0^m,089.$$

Baesrode-Termonde :

Amplitude de la marée à Baesrode : 3^m,36; à Termonde : 2^m,76.

Loi de variation de l'amplitude de la marée :

$$h = 3,36 e^{-0,01833x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Baesrode : 4^m,3; à 4 kilomètres en amont de Baesrode : 5^m,4; à Termonde : 4^m,6.

Largeur à mi-marée à Baesrode : 187 mètres; à Termonde : 104 mètres.

Valeur du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$ à :

Baesrode : $\frac{187}{187 + 2 \times 4,5} = 0,955.$

Termonde : $\frac{104}{104 + 2 \times 4,6} = 0,917.$

En répartissant la différence entre les deux valeurs ci-dessus proportionnellement à la distance, la valeur du coefficient

$\frac{l}{l+2\lambda}$ à 4 kilomètres en amont de Baesrode est de : 0,941.

Première Section : Baesrode-4 kilom. en amont Baesrode.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 4,3e^{0,057x}$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{f}{t+2\lambda}$:

$$(0,955 + 0,941) : 2 = 0,948$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,955 \times 4,5} \right) = 0,365$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,941 \times 5,4} \right) = 0,349$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,714 : 2 = 0,357$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,557 \times 0,095 \times 5,56^2 \times e^{-2 \times 0,01833x}}{0,948 \times 4,5^{5/2} e^{5/2} \times 0,057x} dx$$

Relèvement total à 4 kilomètres en amont de Baesrode :

$$= \frac{0,557 \times 0,095}{0,948 \times 0,1792} \times \frac{11,5}{58,57} \left(1 - e^{-0,1792 \times 4} \right) = 0,029$$

2^e Section : 4 kilomètres en amont Baesrode-Termonde.

Loi de variation de la profondeur à mi-marée :

$$\lambda = 5,4e^{-0,0238x}$$

Amplitude de la marée à 4 kilom. en amont de Baesrode.

$$h = 3,36e^{-0,01833 \times 4} = 3^m,12$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{f}{t+2\lambda}$:

$$(0,941 + 0,917) : 2 = 0,929$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,941 \times 5,4} \right) = 0,349$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,917 \times 4,6} \right) = 0,363$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,712 : 2 = 0,356$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,556 \times 0,095 \times 3,12^2 \times e^{-2 \times 0,01833x}}{0,929 \times 5,4^{5/2} e^{-5/2} \times 0,0288x} dx$$

Relèvement total à Termonde :

$$\bar{\tau}_m = \frac{0,556 \times 0,095}{0,929 \times 0,0228} \times \frac{9,75}{68,08} \left(e^{0,0228 \times 6,75} - 1 \right) = 0,038.$$

Relèvement total du niveau moyen entre Baesrode et Termonde :

$$\bar{\tau}_m = 0^m,029 + 0,038 = 0^m,067.$$

Termonde-Wetteren :

Amplitude de la marée à Termonde : 2^m,76 ; à Wetteren : 1^m,57.

Loi de variation de l'amplitude de la marée :

$$h = 2,76e - 0,0246x.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Termonde : 4^m,60 ; à Wetteren : 3^m,51.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 4,6e - 0,0118x.$$

Largeur de la rivière à Termonde : 104 mètres ; à Wetteren 43^m,4.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$\left[\frac{104}{104 + 2 \times 4,6} + \frac{45,4}{45,4 + 2 \times 5,51} \right] : 2 \\ = (0,917 + 0,861) : 2 = 0,889.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,917 \times 4,6} \right) = 0,363$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,861 \times 5,51} \right) = 0,395$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,758 \cdot 2 = 0,379.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\tau}_m = \frac{0,579 \times 0,095 \times 2,76^2 \times e^{-2 \times 0,0246x} \times dx}{0,889 \times 4,6^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,0118x}.$$

Relèvement total à Wetteren :

$$\bar{\tau}_m = \frac{0,579 \times 0,095}{0,889 \times 0,0197} \times \frac{7,62}{45,5} \left(1 - e^{-0,0197 \times 22,96} \right) = 0^m,122.$$

Wetteren-Gand :

Amplitude de la marée à Wetteren : 1^m,57 ; à Gand : 1^m,42.

Loi de variation de l'amplitude de la marée :

$$h = 1,57 \times e - 0,00682x.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Wetteren : 3^m,51 ; à Gand : 2^m,80.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 3,51e - 0,01537x.$$

Largeur de la rivière à Wetteren : 43^m,4 ; à Gand : 30^m,90.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,861 \times 3,51} \right) = 0,395$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,845 \times 2,8} \right) = 0,427$$

Valeur moyenne : 0,822 : 2 = 0,411.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,411 \times 0,095 \times 1,57^2 \times e^{-2} \times 0,00682x}{0,855 \times 3,51^{5,2} \times e^{-5,2} \times 0,01537x} dx.$$

Relèvement total à Gand :

$$\tau_m = \frac{0,411 \times 0,095}{0,855 \times 0,0248} \times \frac{2,46}{13,69} \left(e^{0,0248 \times 14,73} - 1 \right)$$

$$\tau_m = 0,143 \text{ m.}$$

Tableau 17

Tableau récapitulatif des relèvements du niveau de mi-marée sous l'action de la marée seule.

STATIONS	Relèvements	
	partiels	totaux
Flessingue	m. 0.016	— m.
Terneuzen	0.025	0.041
Hansweert	0.111	0.152
Bath	0.115	0.267
Lillo	0.022	0.289
Fort Philippe	0.024	0.343
Anvers.	0.041	0.354
Hemixem	0.014	0.368
Rupel.	0.094	0.462
Durme	0.089	0.551
Baesrode	0.067	0.618
Termonde	0.122	0.740
Wetteren	0.143	0.883
Gand		

RELEVEMENT DU DÉBIT D'AMONT.

Quand on fait le calcul du relèvement du niveau moyen du fleuve sous l'influence du débit supérieur, on constate que ce relèvement est négligeable depuis Flessingue jusque Baesrode par suite de l'existence de grandes sections transversales et de la faible importance du débit d'amont moyen, environ 100 mètres cubes. Ce n'est guère qu'à partir de Baesrode que le relèvement du niveau moyen, sous l'action d'un écoulement d'eaux d'amont, devient appréciable. Nous ne reproduirons

donc ici que les calculs relatifs à la section Baesrode-Gand.

M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt évalue le débit d'amont à : Baesrode à $35^{\text{m}^3,5}$; Termonde aval Dendre, $33^{\text{m}^3,5}$; Termonde amont Dendre, $26^{\text{m}^3,5}$; Wetteren, $23^{\text{m}^3,5}$; Gand, 23 mètres cubes. En partant de ces données, on obtient les relèvements ci-dessous :

Baesrode-Termonde :

Débit supérieur à Baesrode : $35^{\text{m}^3,5}$; à Termonde, $33^{\text{m}^3,5}$.

Loi de variation du débit supérieur :

$$q = 35,5e - 0,00539x .$$

Débit supérieur à 4 kilomètres en amont de Baesrode :

$$q = 35,5e - 0,00539 \times 4 = 34,7 \text{ m}^3 .$$

Largeur de la rivière à Baesrode : 187 mètres ; à Termonde, 104 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 187e - 0,0547x .$$

Largeur de la rivière à 4 kilomètres en amont de Baesrode :

$$l = 187e - 0,0547 \times 4 = 150 \text{ m} .$$

Pour les autres caractéristiques de la rivière : amplitude de la marée, profondeur moyenne à mi-marée, coefficient

$\frac{l}{l+2\lambda}$, coefficient b , voir plus haut : relèvement dû au phénomène de la marée.

1^{re} section : Baesrode — 4 kilomètres en amont Baesrode.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_a = \frac{0,557 \times \overline{55,5^2} \times e^{-2} \times 0,00539x}{0,948 \times \overline{187^2} \times e^{-2} \times 0,0547x \times \overline{4,5^3} \times e^3 \times 0,057x} dx .$$

Relèvement total à 4 kilomètres amont Baesrode :

$$\tilde{\gamma}_a = \frac{0,557}{0,948 \times 0,07258} \times \frac{1262,5}{54950 \times 79,5} \left(1 - e^{-0,07258 \times 4} \right) = 0^{\text{m}}.0006$$

2^e section : 4 kilomètres amont Baesrode-Termonde.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,556 \times \overline{54,7^2} \times e^{-2} \times 0,00539x \times dx}{0,929 \times \overline{150^2} \times e^{-2} \times 0,0547x \times \overline{5,4^3} \times e^{-5} \times 0,0258x}$$

Relèvement total du niveau moyen à Termonde :

$$z_a = \frac{0,556}{0,929 \times 0,17} \times \frac{1205}{22500 \times 157,7} \left(e^{0,17 \times 6,75} - 1 \right) = 0^{\text{m}}.0016$$

Relèvement total du niveau moyen entre Baesrode et Termonde :

$$z_a = 0^m,0006 + 0.0016 = 0^m,0022$$

Termonde-Wetteren :

Débit supérieur à Termonde : $26^m^3,3$; à Wetteren $23^m^3,5$.

Loi de variation du débit supérieur :

$$q = 26,5e - 0,00523x$$

Largeur de la rivière à Termonde : 104 mètres; à Wetteren, $43^m,4$

Loi de variation de la largeur :

$$l = 104e - 0,0348x$$

Pour les autres données voir le calcul du relèvement sous l'action de la marée.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,579 \times \overline{26,5^2} \times e^{-2} \times 0,00523x \times dx}{0,889 \times \overline{104^2} \times e^{-2} \times 0,038x \times \overline{4,6^3} \times e^{-3} \times 0,0118x}$$

Relèvement total du niveau moyen à Wetteren :

$$z_a = \frac{0,579}{0,889 \times 0,1009} \times \frac{702,5}{40820 \times 97,5} \left(e^{0,1009 \times 22,96} - 1 \right)$$

$$z_a = 0^m,026$$

Wetteren-Gand :

Débit supérieur à Wetteren : $23^m^3,5$; à Gand 23 mètres cubes.

Loi de variation du débit supérieur :

$$q = 23,5e - 0,00146x$$

Largeur de la rivière à Wetteren : $43^m,4$; à Gand $30^m,9$.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 43,4e - 0,023x$$

Pour les autres données voir le calcul du relèvement du niveau moyen sous l'action de la marée.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,414 \times \overline{23,5^2} \times e^{-2} \times 0,00146x \times dx}{0,855 \times \overline{43,4^2} \times e^{-2} \times 0,023x \times \overline{3,51^3} \times e^{-3} \times 0,01537x}$$

Relèvement total du niveau moyen à Gand :

$$z_a = \frac{0,414}{0,855 \times 0,089} \times \frac{552,5}{1890 \times 43,2} \left(e^{0,089 \times 14,73} - 1 \right) = 0^m,098$$

Tableau 18.

Tableau récapitulatif des relèvements du niveau moyen dus à l'action du débit d'amont.

Stations.	Relèvements	
	partiels.	totaux.
Baesrode.	m. 0.002	m. 0.002
Termonde	0.026	0.028
Wetteren.	0.098	0.126
Gand.		

RELÈVEMENT DÙ A L'ACTION COMBINÉE DE LA MARÉE ET DU DÉBIT D'AMONT.

L'influence du débit d'amont étant négligeable jusqu'à hauteur de Baesrode, nous nous contentons de calculer les termes τ_{ma} à partir de cette dernière station.

Baesrode-Termonde.

1^{re} section : Baesrode — 4 kilomètres amont Baesrode.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_{ma} = \frac{0,557 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,56 \times e^{-0,01833x} \times 55,5e^{-0,00539x}}{0,948 \times 187e^{-0,0547x} \times 4,5^{11/4} \times e^{11/4} \times 0,037x} dx$$

Relèvement total à 4 kilomètres amont Baesrode :

$$z_{ma} = \frac{0,557 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,948 \times 0,1258} \times \frac{5,56 \times 55,5}{187 \times 55,09} \left(1 - e^{-0,1258 \times 4}\right) = 0^m,0085$$

2^e section : 4 kilomètres amont Baesrode-Termonde.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_{ma} = \frac{0,556 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,12 \times e^{-0,01833x} \times 54,7e^{-0,00539x}}{0,929 \times 150e^{-0,0547x} \times 5,4^{11/4} \times e^{-11/4} \times 0,0238x} dx.$$

Relèvement total à Termonde :

$$\tau_{ma} = \frac{0,556 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,929 \times 0,09645} \times \frac{5,12 \times 54,7}{150 \times 104} \left(e^{-0,09343 \times 6,75} - 1\right)$$

$$\tau_{ma} = 0^m,0156.$$

Relèvement total depuis Baesrode jusque Termonde :

$$\bar{\tau}_{ma} = 0^m,0083 + 0,0156 = 0^m,024.$$

Termonde-Wetteren.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\tau}_{ma} = \frac{0,579 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 2,76 \times e^{-0,0246x} \times 26,5e^{-0,00523x}}{0,889 \times 104e^{-0,038x} \times 4,6^{11/4} \times e^{-11/4} \times 0,0118x} dx.$$

Relèvement total à Wetteren :

$$\bar{\tau}_{ma} = \frac{0,579 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,889 \times 0,04062} \times \frac{2,76 \times 26,5}{104 \times 66,4} \left(e^{0,04062 \times 22,96} - 1 \right)$$

$$\bar{\tau}_{ma} = 0,103 \text{ m.}$$

Wetteren-Gand.

Relèvement élémentaire du niveau moyen.

$$d\bar{\tau}_{ma} = \frac{0,411 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 1,57 \times e^{-0,00682x} \times 25,5e^{-0,00146x}}{0,855 \times 45,4 \times e^{-0,023x} \times 5,51^{11/4} \times e^{-11/4} \times 0,01537x} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen à Gand :

$$\bar{\tau}_{ma} = \frac{0,411 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,855 \times 0,057} \times \frac{1,57 \times 25,5}{45,4 \times 51,65} \left(e^{0,057 \times 14,73} - 1 \right)$$

$$\bar{\tau}_{ma} = 0,182 \text{ m.}$$

Tableau 19.

Tableau récapitulatif des relèvements du niveau moyen par l'action combinée de la marée et du débit d'amont.

Stations.	Relèvements	
	partiels.	totaux.
Baesrode	m. 0.024	m. 0.024
Termonde	0.193	0.127
Wetteren.	0.182	0.309
Gand.		

Tableau 20.

Tableau récapitulatif des relèvements totaux du niveau moyen du fleuve ainsi que les cotes de hauteurs calculées et observées du niveau de mi-marée.

Stations.	Relèvements totaux dus				Cotes de la mi-marée	
	2 à la marée.	3 au débit d'amont.	4 à la marée et au débit d'amont.	5 à toutes les actions combinées.	6 calculées.	7 observées.
1						
Flessingue	m. 0.00	m. 0.000	m. 0.00	m. (1) 0.00	m. 2.19	m. 2.19
Terneuzen	0.016			0.016	2.206	2.20
Hansweert	0.041			0.041	2.231	2.18
Bath.	0.152			0.152	2.342	2.335
Lillo.	0.267			0.267	2.457	2.455
Fort Philippe	0.289			0.289	2.479	2.485
Anvers	0.313			0.213	2.503	2.555
Hemixem	0.354			0.354	2.544	2.545
Rupel	0.368			0.368	2.558	2.600
Durme	0.462			0.462	2.652	2.645
Baesrode	0.551			0.551	2.741	2.800
Termonde	0.618	0.002	0.024	0.644	2.834	3.090
Wetteren	0.740	0.028	0.127	0.895	3.085	3.260
Gand.	0.883	0.126	0.309	1.318	3.508	3.48

Si l'on examine le tableau 20, on voit qu'il y a une concordance très satisfaisante entre les résultats du calcul et les données de l'observation; ce n'est guère qu'à Wetteren, Termonde, Anvers et Hansweert qu'il y a un écart quelque peu

1) Les chiffres de la 5^e colonne sont obtenus en additionnant les chiffres des colonnes 2, 3 et 4.

important entre la théorie et la pratique. La discordance observée peut difficilement être expliquée autrement que par des erreurs d'observations ou de repérage des échelles de marée; cela est d'autant plus vrai que la discordance remarquée à Hansweert disparaît pour la décade 1901-1910, pour laquelle on a, non pas un abaissement de 0,^m01 entre Flessingue et Hansweert, mais un relèvement de 0,^m05, ce qui concorde avec les résultats des calculs.

L'étude ci-dessus montre encore que les débits que M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt a déterminés pour l'Escaut doivent se rapprocher de très près de la réalité. Il n'y a guère que le débit moyen de la Dendre qui doit probablement être majoré de 0,5 à 1 mètre cube.

Nous avons vu plus haut que le relèvement du niveau moyen du fleuve doit être plus grand en vive eau qu'en morte eau, ou bien encore, que le niveau de la mi-marée doit être plus haut en syzygie qu'en quadrature. Procédons à la vérification de cette propriété pour l'Escaut maritime.

Tableau 21.

Stations.	Cotes de niveau de la mi-marée.		Relèvement du niveau de la mi-marée.	
	Vive eau.	Morte eau.	Vive eau.	Morte eau.
Flessingue	m. 2.325	m. 2.07	m.	m.
Terneuzen	2.33	2.085	0.005	0.015
Hansweert	2.29	2.095	0.035	0.025
Bath	2.50	2.195	0.175	0.125
Lillo.	2.53	2.33	0.206	0.26
Fort Philippe	2.565	2.34	0.24	0.27
Anvers	2.64	2.425	0.315	0.355
Hemixem	2.675	2.385	0.35	0.515
Rupel	2.73	2.45	0.405	0.38
Thielrode	2.78	2.45	0.455	0.38
Baesrode.	2.965	2.605	0.64	0.535
Termonde	3.235	2.895	0.91	0.825
Wetteren	3.42	3.095	1.095	1.025
Gand.	3.61	3.275	1.285	1.205

Le tableau ci-dessus montre que la propriété ne se vérifie pas toujours pour la partie aval du fleuve, où les relèvements du niveau moyen sont faibles et où de petites erreurs d'observation et les actions perturbatrices du mouvement ondulatoire peuvent aisément cacher la propriété. Mais le phénomène se montre nettement à partir d'Anvers, où les surhaussements sont plus importants. La vérification se fait encore sur d'autres fleuves, tels : la Loire, la Seine, la Gironde et la Garonne et même d'une manière plus nette que sur l'Escaut maritime. Considérons pour la Loire : la marée de vive eau du 12 août 1896 et la marée de morte eau du 8 octobre 1896 ; pour la Seine : la marée de vive eau du 20 septembre 1891 et la marée de morte eau du 26 septembre 1891 ; pour la Gironde et la Garonne, la marée de vive eau du 18-19 septembre 1876 et la marée de morte eau du 26 septembre 1876. Les diagrammes de ces marées sont donnés dans l'ouvrage de M. le baron Quivette de Rochemont, *Cours de travaux maritimes*, planches-annexes.

Tableau 22.

Distances cumulées.	Stations.	Cote de niveau de la mi-marée.		Relèvements totaux de la mi-marée.	
		Vive eau.	Morte eau.	Vive eau.	Morte eau.
	<i>Loire.</i>	m.	m.	m.	m.
0	Saint-Nazaire . . .	2,75	2,50	0,00	0,00
15,2	Paimbœuf . . .	3,37	2,80	0,62	0,30
40	Le Péllerin . . .	4,65	3,76	1,90	1,26
53	Chantenay . . .	5,02	3,84	2,27	1,34
	<i>Seine.</i>				
0	Le Havre . . .	4,37	4,95	0,00	0,00
19	Le Risle . . .	5,69	4,85	1,32	- 0,10
43	Aizier . . .	6,37	5,03	2,00	+ 0,08
55,5	Caudebec . . .	6,70	5,25	2,33	+ 0,30
87,06	Duclair . . .	6,62	5,34	2,25	+ 0,39
105	La Bouille . . .	6,61	5,43	2,24	+ 0,48
123,4	Rouen . . .	6,89	5,64	2,52	+ 0,69
	<i>Gironde et Garonne.</i>				
0	Pointe de Grave . .	0,45	0,62	0,00	0,00
38	La Maréchale . . .	0,80	0,65	0,35	0,03
51	Pouillac . . .	0,81	0,87	0,36	0,05
61	Blaye . . .	0,80	0,65	0,35	0,03
74	Bec d'Ambes . . .	1,15	0,70	0,70	0,08
97	Bordeaux . . .	1,37	0,92	0,92	0,30

L'abaissement du niveau de la mi-marée en morte eau doit nécessairement exercer une influence sur la valeur de l'amplitude de la marée, puisque celle-ci dépend de la profondeur moyenne du fleuve. L'effet ne sera peut-être pas très appréciable dans la partie aval du fleuve où les variations du niveau de la mi-marée sont peu importantes, mais il se fera sentir dans la région amont où cette même fixité du niveau moyen du fleuve n'existe pas. Citons quelques exemples : sur la Loire, la marée de vive eau mesure 5,^m20 à Saint-Nazaire et 2,^m25 à Chantenay; celle de morte eau, 3,^m00 à Saint-Nazaire et 1,^m90 à Chantenay, ce qui montre que la différence d'amplitude entre Saint-Nazaire et Chantenay est, toute proportion gardée, plus grande en vive eau qu'en morte eau. Ce fait doit être attribué à la diminution de la profondeur moyenne du fleuve à Chantenay en morte eau.

Sur la Seine nous avons :

Marée de vive eau. Amplitude de la marée :

Le Havre : 7,^m80; Rouen : 2,^m15.

Marée de morte eau. Amplitude de la marée :

Le Havre : 2,^m50; Rouen : 1,^m15.

L'amplitude théorique de morte eau à Rouen serait toutes autres choses étant égales à celle de la marée de vive eau :

$$2.15 \frac{2,50}{7,80} = 0.69$$

au lieu de 1,^m15 observé.

La Gironde et la Garonne donnent :

Marée de vive eau. Amplitude de la marée :

Pointe de Grave : 4,^m90; Bordeaux : 4,^m90.

Marée de morte eau. Amplitude de la marée :

Pointe de Grave : 1,^m50; Bordeaux : 2,^m80.

Soit une amplitude plus grande à Bordeaux qu'à la pointe de Grave en morte eau, et des amplitudes égales en vive eau. Ce phénomène est encore dû à l'abaissement du niveau moyen du fleuve en morte eau.

Nous avons vu par ce qui précède que le niveau moyen du fleuve se relève vers l'amont. Si cet exhaussement n'est pas accompagné d'une augmentation excessive de la hauteur de la marée, le lieu géométrique de marée basse présentera une pente vers l'aval, mais si l'amplitude s'accroît notablement, il peut arriver que le lieu géométrique de marée basse s'abaisse à mesure qu'on avance vers l'amont.

Le cas se présente sur l'Escaut entre Flessingue et Anvers

avec un abaissement maximum de 0^m,25 observé à Hansweert. Le phénomène s'accroîtrait encore si l'on réalisait la section d'égale vitesse à Bath.

En effet, les calculs faits au § 2 montrent que l'exécution de ce travail produirait un abaissement de 1.^m41 du niveau de marée basse.

Le même fait se remarque tout particulièrement sur le fleuve Saint-Laurent, mais il est aussi accompagné d'un accroissement considérable de la hauteur de la marée, comme le montrent les chiffres suivants :

Amplitude de l'onde fluviale :

Entrée du fleuve aux îles Mingan : 1.^m83.

Pointe des Monts : 3.^m60.

Rivière de Sagenay : 5.^m18.

Ile Coudres à 95 kilomètres en aval de Québec : 5.^m50.

L'abaissement du niveau de la mi-marée en morte eau et l'accroissement de la hauteur de l'onde fluviale qui en résulte, peuvent avoir pour conséquence que le lieu géométrique de marée basse soit plus haut en vive eau qu'en morte eau. Cela se produit toujours dans la partie amont du fleuve.

Le cas se présente sur l'Escaut maritime en amont de Termonde. Voir le tableau 23 ci-dessous qui se rapporte à la période d'observations 1888-1895.

Tableau 23.

Stations.	Cotes de la marée basse moyenne.		Stations.	Cotes de la marée basse moyenne.	
	Vive eau.	Morte eau.		Vive eau.	Morte eau.
	m.	m.		m.	m.
Flessingue . . .	+ 0.12	+ 0.73	Hemixem . . .	+ 0.26	+ 0.59
Terneuzen . . .	0.00	0.60	Rupel	0.38	0.74
Hansweert . . .	- 0.13	0.49	Thielrode . . .	0.55	0.75
Bath	- 0.04	0.47	Baesrode. . . .	1.09	1.44
Lillo	- 0.03	0.58	Termonde . . .	1.71	(1) 1.68
Fort Philippe . .	+ 0.06	0.59	Wetteren	2.48	2.45
Anvers	+ 0.12	0.67	Gand.	2.83	2.75

(1) Les cotes en caractères italiques sont celles qui sont plus petites que les cotes correspondantes de la marée de vive eau.

Le même phénomène est encore signalé sur d'autres fleuves et est rapporté par M. le baron Quinette de Rochemont, dans son *Cours des travaux maritimes*, t. 1^{er}, p. 19, dans les termes suivants. « En général, dit M. le baron Quinette de Rochemont, le lieu géométrique des basses mers de vive eau est inférieur à celui des basses mers de morte eau sur une certaine longueur en aval; puis il lui est ensuite supérieur en amont. C'est à la plus grande quantité d'eau introduite dans le fleuve en vive eau pendant la marée montante, qu'il faut attribuer ces résultats. Les lieux géométriques des basses mers se coupent sur la Seine près d'Aizier et en Gironde aux environs de Bordeaux. Ce point varie d'ailleurs avec les conditions du fleuve supérieur. »

§ 5. — Vitesses de propagation de l'onde marée fluviale.

Les vitesses de propagation à marée haute et à marée basse sont données par les relations 66 et 67. Dans ces relations tout est connu sauf les valeurs de V_h et V_b , qui ne peuvent être déterminées que par l'opération de la cubature, pour laquelle la vitesse de propagation doit être elle-même connue. Dans les calculs de vérification nous avons admis pour V_h et V_b une valeur approchée soit les 0.8 de la vitesse moyenne générale du courant de marée, le tableau 24 montre que cette valeur diffère très peu de la vitesse réelle à haute mer et à basse mer.

Tableau 24.

Stations.	Vitesse du courant à		Vitesse moyenne du courant de marée.	0.8 de la vitesse moyenne du courant de marée.
	marée haute.	marée basse.		
	m.	m.	m.	m.
Flessingue	0.70	0.50	0.63	0.50
Terneuzen	0.55	0.40	0.61	0.49
Hansweert	0.37	0.28	0.55	0.44
Bath	0.17	0.37	0.44	0.35
Lillo	0.48	0.52	0.65	0.52
Fort Philippe	0.53	0.50	0.61	0.49
Anvers	0.61	0.52	0.67	0.54
Hemixem	0.68	0.65	0.85	0.68
Rupel	0.42	0.80	0.86	0.69
Thielrode	0.23	0.59	0.69	0.55
Baesrode	0.24	0.40	0.45	0.36
Termonde	0.20	0.31	0.39	0.31
Wetteren	0.07	0.20	0.21	0.17
Gand	0.21	0.38	0.31	0.25

STATIONS.	Profondeur.		Vitesse de propagation		Fonction réductrice : $\frac{1}{1 + \frac{0,7}{(H+h)^2}}$		Vitesse de propagation corrigée.		Vitesse de flot à marée haute.	Vitesse de propagation à marée haute augmentée de la vitesse de flot à marée haute.	Valeur de $H + 2h$.
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.			
Flessingue . . .	14,84	11,46	12,06	10,48	0,995	0,993	12,02	10,44	0,50	12,52	18,52
Terneuzen . . .	12,77	8,83	11,14	9,31	0,994	0,990	11,10	9,22	0,49	11,59	16,71
Hansweert . . .	11,06	6,90	10,42	8,23	0,993	0,985	10,36	8,11	0,44	10,80	15,22
4,4 km. amont Hansweert.	10,61	6,39	10,21	7,91	0,992	0,984	10,14	7,78	0,42	10,56	14,83
2 km. aval Bath.	6,69	2,31	8,11	4,77	0,985	0,883	7,99	4,22	0,37	8,36	11,07
Bath	6,70	2,30	8,11	4,75	0,985	0,883	7,99	4,20	0,35	8,34	11,11
5 km. amont Bath.	6,71	2,29	8,12	4,73	0,985	0,883	8,00	4,18	0,43	8,43	11,14
1 km. aval Lillo .	10,25	5,81	10,02	7,55	0,992	0,980	9,93	7,40	0,50	10,43	14,70
Lillo	10,25	5,81	10,02	7,55	0,992	0,980	9,93	7,40	0,52	10,45	14,70
Fort Philippe . .	10,23	5,84	10,01	7,57	0,992	0,980	9,92	7,42	0,49	10,41	14,64
Anvers	10,22	5,85	10,01	7,57	0,992	0,980	9,92	7,42	0,54	10,46	14,59
Hemixem	10,19	5,88	10,00	7,59	0,992	0,980	9,92	7,44	0,68	10,60	14,50
Rupel	7,50	3,30	8,58	5,69	0,987	0,938	8,47	5,34	0,69	9,16	11,70
Thielrode	7,04	3,03	8,32	5,47	0,984	0,930	8,18	5,08	0,55	8,73	11,03
Baesrode	5,98	2,62	7,66	5,07	0,981	0,908	7,52	4,61	0,36	7,88	9,34
4 km. amont Baesrode.	6,96	3,84	8,26	6,13	0,987	0,953	8,15	5,84	0,34	8,49	10,08
Termonde	5,98	3,22	7,66	5,62	0,981	0,932	7,52	5,23	0,31	7,83	8,74
Wetteren	4,30	2,72	6,49	5,17	0,962	0,912	6,25	4,72	0,17	6,42	5,87
Gand	3,51	2,09	5,87	4,53	0,946	0,862	5,56	3,91	0,25	5,81	4,92

Date de propagation calculée.	Vitesse moyenne de propagation calculée.			Temps de la propagation.		Heure calculée de la marée		Heure observée de la marée	
	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	haute.	basse.	haute.	basse.
4 9,91	m.	m.	m.			0h.00'00"	0h.00'00"	0h.00'00"	0h.00'00"
3 8,73	9,435	9,32	32'40"	33'53"	32'40	33'53"	35'	35'	
3 7,67	8,330	8,20	30'37"	31'7"	1h.3'17"	1h.4'12"	1'15"	1h.06'	
4 7,36	7,685	7,515	8'53"	9'4"					
6 3,85	6,390	5,605	26'28"	29'44"					
3 3,85	5,045	3,850	6'36"	8'39"					
8 3,75	5,055	3,800	16'28"	21'57"	1h.45'14"	1h.51'39"	1h.46	1h.35'	
7 6,90	6,175	5,325	13'30"	15'38"					
8 6,88	7,275	6,890	2'17"	2'25"					
17 6,93	7,275	6,905	15'14"	16'2"	2h.17'29"	2h.31'39"	2h.3'	2h.10'	
2 6,88	7,295	6,905	16'26"	17'23"	2h.32'43"	2h.47'41"	2h.14'	2h.28'	
3 6,76	7,375	6,820	27'58"	30'14"	2h.49'9"	3h.5'4"	2h.24'	2h.40'	
18 4,65	6,655	5,705	6'35"	7'40"	3h.17'7"	3h.35'18"	2h.57'	3h.22'	
17 4,53	5,725	4,590	27'40"	34'25"	3h.23'42"	3h.42'58"	3h.09'	3h.34'	
16 4,25	5,315	4,390	32'00"	37'25"	3h.51'22"	4h.20'23"	3h.28'	4h.09'	
14 3,66	5,460	4,875	12'13"	13'40"	4h.23'22"	4h.57'48"	3h.51'	4h.50'	
17 4,92	5,615	5,210	20'34"	21'38"					
10 4,55	5,035	4,735	1h.16'5"	1h.20'50"	4h.56'9"	5h.33'6"	4h.20'	5h.27'	
14 3,66	4,420	4,105	55'30"	1h.7'10"	6h.12'14"	6h.53'6"	6h.01'	7h.31'	
					7h.7'44"	8h.1'6"	6h.54'	8h.45'	

Tableau 26.

Stations.	Vitesses de propagation calculées.		Vitesses de propagation observées.	
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.
Flessingue	m. 9.435	m. 9.32	m. 8.81	m. 8.81
Terneuzen	8.33	8.20	6.38	8.23
Hansweert	6.49	5.87	8.66	9.25
Bath	5.77	4.77	10.78	5.24
Lillo	7.275	6.905	10.08	6.16
Fort Philippe	7.295	6.905	12.00	6.67
Anvers	7.375	6.820	6.25	5.73
Hemixem	6.655	5.705	3.65	3.65
Rupel	5.725	4.590	8.34	4.52
Thielrode	5.315	4.390	7.15	4.01
Baesrode	5.56	5.08	6.18	4.84
Termonde	5.035	4.735	3.79	3.09
Wetteren	4.420	4.105	4.63	3.32
Gand				

Les calculs ci-dessus montrent que la vérification des formules théoriques se fait d'une manière très satisfaisante depuis l'embouchure jusqu'à Hansweert. Nous voyons notamment comment il peut se faire que sous l'action du contre-courant, la célérité à marée haute est sensiblement égale à celle de marée basse, ce qui ne ressort pas du tout de la formule théorique des ondes de translation : $V = \sqrt{g(H + h)}$ dans laquelle on néglige l'influence des phénomènes de frottement. Des différences assez importantes, entre la théorie et l'observation, sont à relever entre Hansweert et Lillo; mais il faut remar-

quer que cette section du fleuve comprend la région troublée de Bath où il est difficile, si pas impossible, de faire un calcul sérieux de la célérité de l'onde. La vérification est beaucoup plus satisfaisante, en ce qui concerne la vitesse de propagation à marée haute en amont de Lillo. Nous y avons en effet :

Lillo-Tolhuys (Rupel).

Durée de la propaga- tion à marée haute.	}	calculée : 5h.25'42" — 2h.17'29" = 4h.6'13"
		réelle : 5h.9' — 2h.5' = 4h.6'

Durée de la propaga- tion à marée basse.	}	calculée : 5h.42'58" — 2h.31'59" = 4h.11'19"
		réelle : 5h.54' — 2h.10' = 4h.24'

Rupel-Gand.

Durée de la propaga- tion à marée haute.	}	calculée : 7h.7'41" — 5h.25'42" = 5h.44'2"
		réelle : 6h.54' — 5h.09' = 5h.45'

Durée de la propaga- tion à marée basse.	}	calculée : 8h.1'6" — 5h.42'58" = 4h.18'8"
		réelle : 8h.45' — 5h.54' = 5h.11'

Done à marée haute il y a concordance mais à marée basse, il y a un écart de près d'une heure entre la théorie et l'observation.

§ 6. — Vitesses des courants de flot et de jusant.

Le diagramme des vitesses de flot et de jusant doit être déterminé par l'opération de la cubature. Ce travail a été fait par M. Van Brabandt, Ingénieur en chef Directeur des Ponts et Chaussées; nous ne le recommencerons donc pas ici et nous nous permettons de renvoyer le lecteur au mémoire déjà cité de M. Van Brabandt, *Etudes sur le régime des rivières du bassin de l'Escaut maritime*, pour obtenir à ce sujet tous les renseignements et éclaircissements voulus.

§ 7. — Durées du gagnant et du perdant :
durées du flot et du jusant.

Nous avons dit, dans l'étude théorique, que le flot dure approximativement autant que le gagnant et le jusant que le perdant. Le tableau 27 ci-dessous, donne la vérification de cette propriété pour l'Escaut maritime, quand on néglige la partie amont du fleuve où le débit d'amont prolonge considérablement la durée du jusant.

Ce tableau montre encore que l'écart maximum entre la durée du flot et du gagnant, celle du jusant et du perdant n'est que de vingt-quatre minutes et que l'écart moyen général pour l'ensemble du fleuve n'est que de sept minutes. Ces chiffres sont très faibles, surtout quand on les compare à la durée toujours considérable du flot et du jusant, du gagnant et du perdant. On peut donc dire que la durée du flot est sensiblement égale à celle du gagnant et celle du jusant à celle du perdant dans toutes les parties du fleuve où l'influence du débit d'amont est négligeable vis-à-vis de celle de la marée.

Tableau 27.

STATIONS	Durée du		Durée du		Différence entre le	
	flot	gagnant	jusant	perdant	flot et le gagnant	jusant et le perdant
Flessingue . . .	6h05'	5h55'	6h20	6h30'	+ 10'	— 10'
Terneuzen . . .	6.19	5.55	6.06	6.30	+ 24	— 24
Hansweert . . .	6.14	6.04	6.11	6.21	+ 10	— 10
Bath.	5.56	6.06	6.29	6.19	— 10	+ 10
Lillo.	5.50	5.48	6.35	6.37	+ 2	— 2
Fort Philippe . .	5.48	5.41	6.37	6.44	+ 7	— 7
Anvers	5.40	5.33	6.45	6.52	+ 7	— 7
Hemixem	5.22	5.30	7.03	6.55	— 8	+ 8
Rupel	5.22	5.30	7.03	6.55	— 8	+ 8
Thielrode . . .	5.05	5.14	7.20	7.11	— 9	+ 9
Baesrode	4.50	4.56	7.35	7.29	— 6	+ 6
Termonde	4.46	4.48	7.39	7.37	— 2	+ 2
Wetteren	3.46	4.25	8.39	8.00	— 39 ⁽¹⁾	+ 39
Différence en moyenne.					+ 7'	— 7'

(1) La différence de 39' pour le poste de Wetteren est négligée dans le calcul de la moyenne. Le résultat à Wetteren est fortement influencé par l'écoulement du débit d'amont.

§ 8. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.

Les vitesses moyennes du flot et du jusant sont données par les formules suivantes :

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{F}{l \left[H + \frac{h}{2} \left(1 + \frac{4800}{T_f} \right) \right] T_f}.$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{J}{l \left[H + \frac{h}{2} \left(1 - \frac{4800}{T_j} \right) \right] T_j}.$$

Appliquons ces formules aux différents postes marégraphiques de l'Escaut où l'on a déterminé par la voie de cubature les vitesses moyennes du flot et du jusant. Les profondeurs et les largeurs qui interviennent dans les calculs sont les dimensions réelles du fleuve aux points considérés.

Flessingue. — Données.

$$H = 13^m,36 \quad l = 5250 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 6 \times 3600'' + 5 \times 60'' = 21900''$$

$$T_j = 44700 - 21900 = 22800''.$$

$$F = 1.176.294.300 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 1.181.971.200 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{1.176.294.300}{5250 \left[13,36 + 1,84 \left(1 + \frac{4800}{21900} \right) \right] 21900} = 0,654 \text{ m.}$$

$$v_j = \frac{1.181.971.200}{5250 \left[13,36 + 1,84 \left(1 - \frac{4800}{22800} \right) \right] 22800} = 0,665 \text{ m.}$$

Terneuzen. — Données :

$$H = 8^m,93 \quad l = 4975 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 6 \times 3600 + 19 \times 60 = 22740''$$

$$T = 44700 - 22740 = 21960''$$

$$F = 750.563.400 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 755.659.200 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{750.563.400}{4975 \left[8,93 + 1,97 \left(1 + \frac{4800}{22740} \right) \right] 22740} = 0,584 \text{ m.}$$

$$v_j = \frac{755.659.200}{4975 \left[8,93 + 1,97 \left(1 - \frac{4800}{21960} \right) \right] 21960} = 0^m 66$$

Hansweert. — Données :

$$\begin{aligned} H &= 6^m,90 & l &= 4250 \text{ mètres.} \\ T_f &= 6 \times 3600 + 14 \times 60 = 22440'' \\ T_j &= 44700 - 22440 = 22260'' \\ F &= 481.526.000 \text{ mètres cubes.} \\ J &= 486.219.500 \text{ mètres cubes.} \end{aligned}$$

$$v_f = \frac{481\ 526.000}{4250 \left[6,90 + 2,08 \left(1 + \frac{4\ 00}{22440} \right) \right] 22440} = 0^m,535$$

$$v_j = \frac{486.219.500}{4250 \left[6,90 + 2\ 08 \left(1 - \frac{4800}{22260} \right) \right] 22260} = 0^m,602$$

Bath. — Données :

$$\begin{aligned} H &= 2^m,55 & l &= 4460 \text{ mètres.} \\ T_f &= 5 \times 3600 + 56 \times 60 = 21360'' \\ T_j &= 44700 - 21360 = 23340'' \\ F &= 187.068.800 \text{ mètres cubes.} \\ J &= 191.360.000 \text{ mètres cubes.} \end{aligned}$$

$$v_f = \frac{187\ 068.800}{4460 \left[2\ 55 + 2,20 \left(1 + \frac{4800}{21360} \right) \right] 21360} = 0^m,575$$

$$v_j = \frac{191.360\ 000}{4460 \left[2,55 + 2,20 \left(1 - \frac{4800}{23340} \right) \right] 23340} = 0^m,428$$

Lillo. — Données :

$$\begin{aligned} H &= 5^m,63 & l &= 820 \text{ mètres.} \\ T_f &= 5 \times 3600 + 50 \times 60 = 21000'' \\ T_j &= 44700 - 21000 = 23700'' \\ F &= 92.389.300 \text{ mètres cubes.} \\ J &= 96.457.000 \text{ mètres cubes.} \end{aligned}$$

$$v_f = \frac{92\ 389\ 300}{820 \left[5,63 + 2,22 \left(1 + \frac{4800}{21000} \right) \right] 21000} = 0^m,642$$

$$v_j = \frac{96.457.000}{820 \left[5,65 + 2,22 \left(1 - \frac{4800}{25700} \right) \right] 23700} = 0,67 \text{ m.}$$

Fort Philippe. — Données :

$$H = 6^m,43 \quad l = 640 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 5 \times 3600 + 48 \times 60 = 20880''$$

$$T_j = 44700 - 20880 = 23820''$$

$$F = 73.950.500 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 77.884.100 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{73.950.500}{640 \left[6,45 + 2,20 \left(1 + \frac{4800}{20880} \right) \right] 20880} = 0,604 \text{ m.}$$

$$v_j = \frac{77.884.100}{640 \left[6,45 + 2,20 \left(1 - \frac{4800}{23820} \right) \right] 23820} = 0,624 \text{ m.}$$

Anvers. — Données :

$$H = 7^m,31 \quad l = 432 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 5 \times 3600 + 40 \times 60 = 20400''$$

$$T_j = 44700 - 20400 = 24300''$$

$$F = 59.341.900 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 63.141.400 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{59.341.900}{432 \left[7,31 + 2,19 \left(1 + \frac{4800}{20400} \right) \right] 20400} = 0,672 \text{ m.}$$

$$v_j = \frac{63.141.400}{432 \left[7,31 + 2,19 \left(1 - \frac{4800}{24300} \right) \right] 24300} = 0,667 \text{ m.}$$

Hemixem. — Données :

$$H = 5^m,25 \quad l = 312 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 5 \times 3600 + 22 \times 60 = 19320''$$

$$T_j = 44700 - 19320 = 25380''$$

$$F = 41.733.250 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 45.331.600 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{41.733.250}{312 \left[5,25 + 2,15 \left(1 + \frac{4800}{19320} \right) \right] 19320} = 0,872 \text{ m.}$$

$$v = \frac{45.551.600}{512 \left[5,25 + 2,15 \left(1 - \frac{4800}{25380} \right) \right] 25380} = 0.818 \text{ m.}$$

Thielrode. — Données :

$$H = 2^m,85. \quad l = 240 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 5 \times 3600 + 5 \times 60 = 18300''$$

$$T_j = 44700 - 18300 = 26400''$$

$$F = 16.841.760 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 18.629.760 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{16.841.760}{240 \left[2,85 + 2 \left(1 + \frac{4800}{18300} \right) \right] 18300} = 0.715 \text{ m.}$$

$$v_j = \frac{18.629.760}{240 \left[2,85 + 2 \left(1 - \frac{4800}{26400} \right) \right] 26400} = 0,654 \text{ m.}$$

Baesrode. — Données :

$$H = 4^m,47 \quad l = 112 \text{ mètres.}$$

$$T_f = 4 \times 3600 + 50 \times 60 = 17400''$$

$$T_j = 44700 - 17400 = 27300''$$

$$F = 6.224.000 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 7.810.850 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{6.224.000}{112 \left[4,47 + 1,68 \left(1 + \frac{4800}{17400} \right) \right] 17400} = 0^m,483$$

$$v_j = \frac{7.810.850}{112 \left[4,47 + 1,68 \left(1 - \frac{4800}{27300} \right) \right] 27300} = 0^m,457.$$

Termonde. — Données :

$$H = 4^m,17 \quad l = 85 \text{ mètres,}$$

$$T_f = 4 \times 3600 + 46 \times 60 = 17160''$$

$$T_j = 44700 - 17160 = 27540''$$

$$F = 3.429.960 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 4.614.510 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{3.429.960}{85 \left[4,17 + 1,58 \left(1 + \frac{4800}{17160} \right) \right] 17160} = 0^m,596$$

$$v_j = \frac{4.614.510}{85 \left[4,17 + 1,58 \left(1 - \frac{4800}{27540} \right) \right] 27540} = 0^m 572.$$

Wetteren. — Données :

$$H = 3^m,11 \quad l = 53^m,50.$$

$$T_f = 3 \times 3600 + 46 \times 60 = 13560''$$

$$T_j = 44700 - 13560 = 31140''$$

$$F = 439.355 \text{ mètres cubes.}$$

$$J = 1.489.805 \text{ mètres cubes.}$$

$$v_f = \frac{439.355}{55,5 \left[3,11 + 0,79 \left(1 + \frac{4800}{13560} \right) \right] 13560} = 0^m,143$$

$$v_j = \frac{1.489.805}{55,5 \left[3,11 + 0,79 \left(1 - \frac{4800}{31140} \right) \right] 31140} = 0^m,256$$

Tableau 28.

Tableau comparatif des vitesses moyennes de flot et de jusant obtenues d'une part par le calcul, d'autre part par la voie de cubature.

STATIONS	Vitesse moyennes de flot obtenues		Vitesse moyennes de jusant obtenues	
	par calcul	par cubature	par calcul	par cubature
	m.	m.	m.	m.
Flessingue	0.654	0.575	0.665	0.677
Terneuzen	0.584	0.572	0.660	0.668
Hansweert	0.535	0.523	0.602	0.584
Bath	0.375	0.408	0.428	0.476
Lillo	0.642	0.610	0.670	0.678
Fort Philippe	0.604	0.579	0.624	0.645
Anvers	0.672	0.658	0.667	0.682
Hemixem	0.872	0.863	0.818	0.854
Thielrode	0.713	0.709	0.654	0.678
Baesrode	0.483	0.478	0.437	0.440
Termonde	0.396	0.383	0.372	0.392
Wetteren	0.145	0.143	0.236	0.239

Il résulte des calculs ci-dessus que les formules théoriques donnent des résultats très précis pour l'ensemble du fleuve. Elles sont donc d'une application réellement pratique, chaque fois qu'il suffit de connaître la vitesse moyenne du flot et du jusant, ce qui est le cas dans la majeure partie des problèmes qui peuvent se présenter sur un fleuve à marée.

CHAPITRE IV.

CONSIDÉRATIONS SUR LES PROFONDEURS MOYENNES A MI-MARÉE ET LES DÉBITS D'AMONT MOYENS DES RIVIÈRES DU BASSIN MARITIME DU RUPEL.

Planche IV.

§ 1. — Profondeurs moyennes à mi-marée.

Pour étudier les rivières du bassin maritime du Rupel, nous sommes basé d'une façon générale, sur les documents qui ont servi à M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant, pour faire la cubature de la marée moyenne de la période de 1888-1895. Nous avons donc fait usage des mêmes profils en travers des rivières et des mêmes profondeurs moyennes à mi-marée que celles qui résultent de ces profils en travers, exception faite toutefois pour le Rupel et la Senne.

Pour le Rupel, nous n'avons pu reconstituer les profils en travers de la rivière de la période des observations marégraphiques 1888-1895 et par conséquent pas rétablir les profondeurs moyennes à mi-marée correspondantes. Nous avons donc été obligé de nous servir d'autres profils en travers existant dans le service des Ponts et Chaussées, notamment de ceux levés en 1910

Quand on établit, d'après ces profils, les profondeurs moyennes à mi-marée, on trouve une profondeur moyenne générale de la rivière de 4^m.14. Cette profondeur est un peu trop forte pour donner, par le calcul, des sections des amplitudes, des débits de marée, etc., concordant avec la réalité. Pour réaliser cette concordance sur le Rupel et plus loin sur la Dyle et la Nèthe, il faut admettre le chiffre de 3^m.93 comme profondeur moyenne générale de la rivière. Quand on remarque que le Rupel est une rivière où l'on fait de fréquents dragages qui se maintiennent péniblement, et que, d'autre part, nous n'avons pas de données précises quant aux sections moyennes de la rivière qui ont existé pendant la période 1888-1895, nous croyons qu'on peut fixer la profondeur moyenne du Rupel à 3^m.93 au lieu de 4^m.14.

En ce qui concerne la Senne, M. l'Ingénieur en chef-Direc-

Ci-dessous, nous avons résumé dans le tableau 29 les profondeurs moyennes admises et celles existant en réalité.

Tableau 29.

RIVIÈRES.	DÉTAILS SUR LES PROFONDEURS MOYENNES ADMISES.	Profondeurs moyennes générales à mi-marée	
		ad- mises.	exis- tantes.
Rupel.	Profondeur moyenne à l'embouchure : 5 ^m .40 ; à Boom : 3 ^m .40 ; à Rumpst : 3 ^m .4 ; entre distances : embouchure-Boom : 6060 ^m . ; Boom-Rumpst : 5415 ^m . ; profondeur moyenne générale : $\frac{5,4 + 3,4}{2} \times 6060 + 3.40 \times 5415 = X \times 11475$ X =	Mètres. 3.93	Mètres. 4.14
Nèthe inférieure.	Profondeur moyenne à Rumpst : 3 ^m .40 ; au confluent des deux Nèthes : 1 ^m .90 ; profondeur moyenne générale : $\frac{3,4 + 1,90}{2} = . . .$	2.65	2.65
Grande Nèthe.	Profondeur moyenne au confluent : 1 ^m .90 ; au Boeckt : 1 ^m .10 ; profondeur moyenne générale : $\frac{1.90 + 1.10}{2} =$	1.50	1.49
Petite Nèthe.	Profondeur moyenne au confluent : 1 ^m .90 ; à 3 ^{km} .24 en amont : 1 ^m .28 ; à Emblehem : 1 ^m .70 ; distance entre le confluent et Emblehem : 4740 ^m . ; profondeur moyenne générale : $\frac{1.90 + 1.28}{2} \times 3240 + \frac{1.28 + 1.70}{2} (4740 - 3240) = X \times 4740$ X =	1.56	1.56
Dyle.	Profondeur moyenne à l'embouchure : 3 ^m .40 ; à Malines : 2 ^m .09 ; à Rymenam : 1 ^m .20 ; entre distances : Rumpst-Malines : 6 ^{km} .486 ; Malines-Rymenam : 10 ^{km} .707 ; profondeur moyenne générale : $\frac{3.40 + 2.09}{2} 6486 + \frac{2.09 + 1.20}{2} 10707 \text{ m.} = X \times 17195$ X =	2.06	2.07
Senne.	Profondeur moyenne à l'embouchure : 3 ^m .16 ; à 4 ^{km} .4, en amont de l'embouchure : 1 ^m .5 ; à Hombeek : 1 ^m .5 ; entre distances : embouchure jusque 4 ^{km} .4 en amont : 4 ^{km} .4 ; de ce dernier point à Hombeek : 2 ^{km} .395 ; profondeur moyenne générale : $\frac{3,16 + 1,5}{2} 4400 + 1,5 \times 2395 = X \times 6795$ X =	2.04	1.89

teur Van Brabandt a fait l'étude de la marée moyenne en se servant des profils d'exécution du projet d'amélioration de la Senne en aval de Hombeek.; il était parfaitement autorisé à faire usage de ces profils dans l'étude qu'il avait entreprise, car celle-ci était basée sur la cubature de la marée dans laquelle n'interviennent que les largeurs au-dessus de la marée basse et les amplitudes de la marée. Or, il est certain que ces éléments ne pouvaient pas avoir changé d'une manière appréciable depuis l'époque de l'amélioration de la Senne. La question se présente tout autrement quand on fait une étude qui est basée sur les profondeurs moyennes à mi-marée. Alors, on ne peut pas se servir des profils d'exécution, mais il faut considérer les profils qui ont réellement existé pendant la période des observations marégraphiques considérées. Or, il est presque certain que la profondeur moyenne réelle doit avoir été inférieure à celle qui résulte des profils d'exécution, car les profils d'exécution s'ensablent généralement plus ou moins. On remarque, par exemple, que la profondeur moyenne générale de la rivière à mi-marée résultant des profils d'exécution est de 2^m.60, alors qu'elle n'était que de 1^m.89 d'après des profils évés en 1919, les seuls profils levés existant dans le service des Ponts et Chaussées.

Quand on se sert de la profondeur de 2^m.60, on obtient des sections, des amplitudes, etc., qui sont beaucoup trop grandes par rapport à la situation existante; si, au contraire, on se base sur la profondeur de 1^m.89, on obtient des caractéristiques trop faibles. Cela est dû au fait que dans le premier cas la profondeur moyenne est trop forte, parce qu'elle ne tient pas compte des ensablements qui se sont produits après l'amélioration de la rivière et que dans le second cas on a une profondeur moyenne trop faible qui a été mesurée après une période de guerre de près de cinq ans, durant laquelle on n'a exécuté aucun travail d'entretien. On obtient des résultats concordant avec ceux de la réalité, en admettant comme profondeur moyenne générale 2^m.04, soit une profondeur un peu plus grande que la profondeur moyenne observée en 1919. C'est ce chiffre que nous avons adopté dans nos études.

Pour la Nèthe inférieure, la Grande et la Petite Nèthe, la Dyle, nous avons maintenu les profondeurs moyennes à mi-marée telles qu'elles résultent des études de M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brabandt.

§ II. — Débits d'amont.

La seule étude quelque peu précise et quelque peu complète qui existe sur les débits d'amont moyens des rivières du bassin maritime du Rupel a été faite par M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brabandt et est consignée dans le recueil des documents relatifs à l'Escaut maritime. Les résultats de cette étude sont donnés aux pages 146 et 147 du recueil. Le travail de cet ingénieur est basé principalement sur le produit moyen en eau de pluie qui tombe par jour-hectare sur le bassin hydrographique des rivières et en ordre secondaire sur des jaugeages de courte durée exécutés certaines années en quelques points des rivières. En partant de ces éléments, M. Van Brabandt a trouvé à l'embouchure du Rupel 37 mètres cubes et plus en amont les débits consignés au tableau 2 du présent mémoire. Quand on se base sur ces débits pour vérifier la pente de l'axe hydraulique moyen des rivières, on trouve que ceux-ci sont un peu trop faibles : en moyenne 8 p. c. La détermination de l'axe hydraulique moyen des diverses rivières du bassin maritime du Rupel montre que le débit moyen des eaux d'amont doit être d'environ 40 mètres cubes à l'embouchure du Rupel et $38^{\text{m}^3.5}$ à Rumpst, au lieu de 37 mètres cubes et $35^{\text{m}^3.5}$, chiffres indiqués par M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brabandt. Ces nouveaux débits peuvent-ils correspondre à la réalité ?

Le débit d'amont de 37 mètres cubes donné par M. Van Brabandt à l'embouchure du Rupel résulte principalement de jaugeages effectués au flotteur en juillet-août 1896 à l'embouchure du Rupel. Les mois choisis pour les opérations de jaugeage comptent précisément parmi les mois les plus secs de l'année et ne sont pas influencés par les pluies de la période hivernale. D'autre part, l'année 1896 a été une année relativement sèche pour le bassin de l'Escaut; cette circonstance a permis à M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brabandt, d'écrire à la page 142 du recueil des documents précités :

« La hauteur de pluie tombée en Belgique pendant l'année 1896 est de $0^{\text{m}}.765$, donc sensiblement supérieure à la moyenne. Mais il y a lieu de faire remarquer à ce sujet, d'abord, qu'en septembre et octobre, il est tombé beaucoup d'eau, environ le tiers du total de l'année; or, les pluies qui tombent à la fin de l'été ne font guère monter le débit des

cours d'eau. Ensuite, la répartition des pluies entre le bassin de l'Escaut et le bassin de la Meuse n'a pas été normale : le premier a reçu une quantité inférieure à sa part habituelle, le second une quantité supérieure à la sienne. »

Ceci montre que les mois de juillet-août 1896 ont été relativement secs et que les débits d'amont des rivières de l'Escaut maritime ont dû être vraisemblablement en-dessous de la moyenne. Dans ces conditions, nous croyons que nous pouvons admettre comme exacts les chiffres de 40 mètres cubes et 38m³.5 donnés plus haut. La majoration de 8 p. c. trouvée pour le débit supérieur du Rupel ne se reporte pas uniformément sur tous les affluents et sous-affluents de cette rivière. Ainsi, le débit supérieur moyen probable entre Rumpst et Malines est bien 16m³.5, chiffre donné par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt, mais il faut le partager de manière à avoir une diminution graduelle au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'amont. En partant de ce principe, nous avons été amenés à admettre comme débit supérieur : 15 mètres cubes à Rymenam, 16 mètres cubes à Malines et 17 mètres cubes à Senneгат.

C'est le débit supérieur des Nèthes qui doit subir la plus forte majoration. D'après l'étude du niveau moyen des rivières, les débits d'amont doivent être :

Lierre :

	Mètres cubes.
Embouchure Grande Nèthe.	5.50 ~
— Petite Nèthe	6.00 ~
Nèthe Inférieure au confluent	<u>11.50</u>

M. l'Ingénieur en chef directeur Van Brabandt donne pour les mêmes débits :

Lierre :

	Mètres cubes.
Embouchure Grande Nèthe.	5.00
— Petite Nèthe	5.00
Nèthe Inférieure au confluent	<u>10.00</u>

La majoration indiquée par l'étude des axes hydrauliques moyens des rivières est donc assez forte ; avant de l'admettre, nous avons cru devoir consulter l'Ingénieur du service des

Ponts et Chaussées, qui a les Nèthes dans ses attributions. Celui-ci m'a fait savoir que le débit moyen des deux Nèthes devait être beaucoup plus important que 10 mètres cubes et que les jaugeages effectués semblaient indiquer qu'il devait se rapprocher de 15 mètres cubes. Ce chiffre est encore plus grand que celui indiqué par l'étude des axes hydrauliques moyens des rivières. Toutefois, comme il est le résultat de jaugeages faites à des époques différentes de l'année pendant des périodes plus ou moins longues, on ne peut lui donner une valeur trop absolue : il n'a aucun caractère de précision, il n'est qu'une indication sur la valeur possible du débit des eaux supérieures, il montre notamment que les chiffres donnés par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt doivent être majorés. Nous croyons donc nous rapprocher beaucoup de la vérité en admettant les débits indiqués par la pente des axes hydrauliques moyens de la Grande Nèthe et de la Petite Nèthe, soient $5\text{m}^3.5$ pour la première rivière et 6 mètres cubes pour la seconde. Afin de tenir compte de l'augmentation du bassin hydrographique de la rivière à Rumpst, nous avons fixé le débit supérieur en ce dernier point à $12\text{m}^3.5$.

L'étude du niveau moyen de la Senne permet difficilement de déterminer avec quelque précision le débit moyen supérieur de la rivière, car il existe une grande incertitude quant à la profondeur moyenne réelle de la rivière. Or, le relèvement du niveau moyen dépend en grande partie de la profondeur moyenne quand l'amplitude de la marée devient faible, ce qui est le cas pour la Senne. Toutefois, eu égard à ce qui se produit pour les autres rivières du bassin maritime du Rupel, nous pouvons dire que le chiffre de 8 mètres cubes donné par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt est trop faible et que le chiffre moyen de $9\text{m}^3.012$ trouvé par jaugeage en 1895, doit se rapprocher davantage de la réalité. Eu égard à ces considérations, nous avons admis dans nos vérifications un débit supérieur de 9 mètres cubes.

Tableau 30.

Tableau récapitulatif des débits moyens des eaux d'amont les plus probables pour les affluents et sous-affluents du bassin maritime du Rupel.

NOMS DES RIVIÈRES.	DÉBITS	
	PARTIELS.	TOTAUX.
Grande Nèthe	3.50 m ³	»
Petite Nèthe	6.00	»
Nèthe Inférieure à Lierre.	41.50 m ³	»
Nèthe Inférieure à Rumpst	»	12.50 m ³
Dyle : Rymenam	15.00 m ³	»
» Malines	16.00 m ³	»
» Sennegat	17.00 m ³	»
» Rumpst	»	17.00 m ³
Senne	»	9.00
Rupel à Rumpst	»	38.50 m ³
Rupel à l'embouchure.	»	40.00

CHAPITRE V.

ÉTUDE DU RUPEL.

§ 1 — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse.

Avant de pouvoir commencer l'étude du Rupel, il faut déterminer la section d'équilibre à marée haute à l'embouchure, qui soit dans le même rapport avec l'énergie de l'onde marée, que la section à marée haute dans l'Escaut maritime immédiatement en amont du Rupel avec l'énergie de l'onde marée au même point. Cette détermination peut se faire de deux manières différentes :

1° En réalisant dans le Rupel la même amplitude que dans l'Escaut.

2° En réalisant la même constante pour la loi du débit dans le Rupel que dans l'Escaut.

1° *Par la condition de l'amplitude.* L'étude de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant fournit à l'embouchure du Rupel les renseignements suivants relatifs aux volumes de remplissage de la marée :

Débit de l'onde marée de l'Escaut en amont du Rupel	29.520.940
" " " du Rupel	10.483.460
" " " de l'Escaut en aval du Rupel	40.004.400

La section ξ à l'embouchure du Rupel, qui est à l'énergie de l'onde marée, comme la section dans l'Escaut en aval du Rupel, qui est de 3.155 mètres cubes, est à l'énergie de l'onde marée en ce même point, est donnée par la proportion :

$$\xi = \frac{3.155 \times 10.485.460}{40.004.400} = 825^{m^2}$$

Moyennant la connaissance de cet élément, on peut déterminer la largeur théorique de la rivière de manière que l'amplitude de la marée soit la même que celle observée dans l'Escaut, soit 4m.20.

$$4,20 = \varphi \times 5,68 \times \frac{15}{5,4} \sqrt{\frac{5795 \times 825}{l \times 86000}}$$

Nous avons vu par l'étude de l'Escaut que $\varphi = 0m,835$. En remplaçant φ par sa valeur dans l'équation ci-dessus, nous obtenons :

$$4,20 = 7,40 \sqrt{\frac{55,65}{l}}$$

D'où :

$$l = 175 \text{ mètres.}$$

La section à marée haute est égale à :

$$175 \left(5,4 + 2,1 \right) = 1297^{m^2},5.$$

2° *Par la condition de la constante de la loi du débit.*

La constante de la loi du débit dans l'Escaut en amont du Rupel est égale à 39.300.

La section d'équilibre à l'embouchure du Rupel est égale à :

$$S = \frac{10.485.460 \times 4,20}{59500} = 1120\text{m}^2.$$

Les résultats obtenus sont assez différents, suivant qu'on opère par la condition de l'amplitude ou celle de la loi du débit. Mais il est à remarquer que l'amplitude observée diffère notablement de l'amplitude calculée qui est, comme nous avons vu par l'étude de l'Escaut maritime, de 4m.58. Si on détermine la largeur à l'embouchure du Rupel correspondant à l'amplitude de 4m.58, on obtient :

$$4,58 = 0,855 \times 3,68 \times \frac{15}{5,4} \sqrt{\frac{5795}{l} \times \frac{825}{86000}}$$

$$l = 143\text{m},$$

et pour section à marée haute :

$$S = 145,2 (5,4 + 2,29) = 1118\text{m}^2.$$

Soit sensiblement la section obtenue par la loi du débit.

Nous croyons donc que 1 120 mètres carrés doit être approximativement la surface de la section d'équilibre à l'embouchure du Rupel. C'est cette valeur que nous allons admettre dans nos calculs de vérification du Rupel.

Profil des profondeurs moyennes à mi-marée.

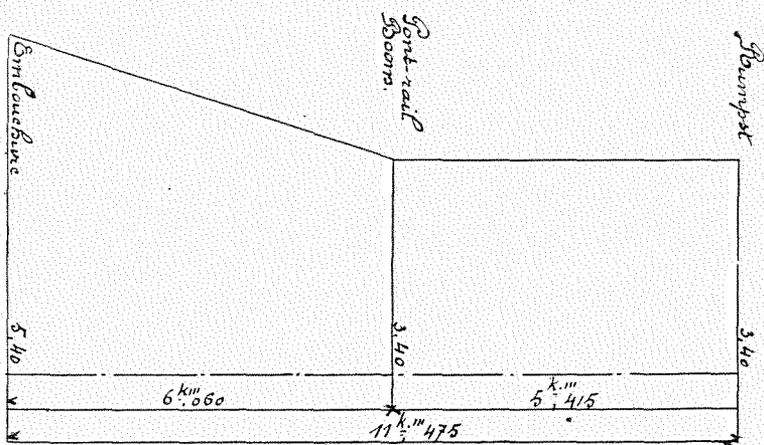


Fig. 21.

Section à l'embouchure.

$$\ell = 1120^{\text{m}^2} \quad \log 1120 = 3,04922.$$

Section au pont-rail de Boom.

$$a = \frac{5,4 - 5,4}{6,06} = 0,55$$

$$\log \ell = 3,04922 - \frac{0,688}{0,55} \left(\frac{1}{\sqrt{5,4}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right)$$

$$\log \ell = 3,04922 - 0,254 = 2,81522$$

$$\ell = 653,4^{\text{m}^2}.$$

Section à Rumpst.

$$\frac{3}{5,4^2} = 6,269$$

$$\frac{0,544}{6,269} = 0,0548$$

$$\log \ell = 2,81522 - 0,0548 \times 5,415$$

$$\log \ell = 2,81522 - 0,297 = 2,51822$$

$$\ell = 529^{\text{m}^2}, 80.$$

Les sections obtenues ci-dessus pour Boom et Rumpst sont beaucoup plus petites que celles qui existent réellement, soient .072 mètres carrés et 820 mètres carrés ; mais il est à remarquer que la constance de la vitesse moyenne générale du courant de marée n'existe pas sur cette rivière. M. l'Ingénieur en chef directeur Van Brabandt fournit à ce sujet les données suivantes :

Embouchure du Rupel : 0m.668

Rumpst embouchure de la Dyle : 0m.485.

Rumpst embouchure de la Nèthe, 0m.45.

Dans ces conditions, il faut appliquer les équations 32, 33 et 34 pour obtenir les sections réelles de la rivière. Nous errons au paragraphe 3 comment on peut déterminer le terme supplémentaire de la loi logarithmique des sections.

§ 2. — Calcul des amplitudes de la marée.

Pour vérifier les amplitudes de la marée sur le Rupel, nous mettons, à l'embouchure, la section théorique de 1.120 mètres carrés, l'amplitude théorique de 4^m.58 et la largeur théorique de 145^m.5 qui correspondent à cette section.

Largeur théorique à Rumpst. L'amplitude moyenne observée est de 3^m.49.

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,35} \left(\frac{1}{5,4} - \frac{1}{5,4} \right) + \frac{0,125 \times 5,445}{5,4^2}} = 0,908$$

$$5,49 = 4,58 \times 0,908 \times \frac{5,4}{5,4} \sqrt{\frac{145,5}{l} \times \frac{529,8}{4120}}$$

$$l = 154^m.5.$$

Soit un peu moins que la largeur existante qui est de 160 mètres. Dès lors la section théorique à Rumpst est égale à :

$$\delta = 154,5 (5,4 + 1.745) = 794 \text{ m}^2.$$

La section existante mesure 820 mètres carrés.

Considérations particulières. L'abaissement du niveau de mi-marée, sous l'influence d'une diminution du débit d'amont, fait nettement sentir son effet dans le Rupel sur l'amplitude de la marée. Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous, les cotes de mi-marée pour la période 1891-1900, ainsi que les amplitudes de la marée correspondante. Il résulte de l'examen de ce tableau que la hauteur de la marée est plus forte en été qu'en hiver, cela est surtout très marqué à Rumpst où l'influence du débit d'amont se fait nettement sentir.

STATIONS	ÉTÉ.		HIVER.	
	Niveau de mi-marée	Amplitude	Niveau de mi-marée	Amplitude
Embouchure.	2,515	4.27	2.55	4.26
Rumpst	2,905	3.67	2.99	3.34

§ III. — Détermination de la courbe des sections réelles à marée haute.

Si nous connaissons la variation réelle de la vitesse dans l'hypothèse où il n'y a pas de débit d'amont, nous pourrions déterminer directement le coefficient w' en partant de la loi des vitesses. Mais cette variation n'est pas connue, car toutes

les vitesses données sont influencées par l'évacuation du débit d'amont. Nous devons donc opérer comme nous avons fait pour la partie amont de l'Escaut maritime, c'est-à-dire en nous basant sur la largeur théorique qui correspond à l'amplitude observée à Rumpst. Nous avons vu au paragraphe précédent que cette largeur théorique donne à Rumpst une section à marée haute égale à 794 mètres carrés. Connaissant cet élément et sachant que la section à marée haute d'égale vitesse mesure 329^m 8, nous pouvons calculer le coefficient w' du terme supplémentaire :

$$\log \left(\frac{1}{1 - w'x} \right)^2$$

$$\log 794 - \log 329.8 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 11,475} \right)^2$$

$$w' = 0.05105.$$

Section définitive à Boom (Pont rail).

Valeur du terme supplémentaire :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0.05105 \times 6,06} \right)^2 = 0,18127$$

$$\log \xi = 2,81522 + 0,18127 = 2,99649$$

$$\xi = 992^{m^2}.$$

La section existante mesure 1,072 mètres carrés. Quand on porte sur le diagramme des sections celles obtenues par calculs à l'embouchure, à Boom et à Rumpst, on voit qu'il y a une concordance très satisfaisante entre la courbe des sections théoriques et le diagramme des sections existantes. (Voir planche IV.)

§ IV. — Vérification de la loi du débit.

Embouchure

Volume de la marée : 10.483.460 mètres cubes.

Amplitude : 4m.20.

Section d'égale vitesse : 1.120 mètres carrés.

Valeur de la constante C.

$$c = \frac{10.485.460 \times 4 \ 20}{1120} = 39300.$$

Rumpst. L'ouvrage de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt fournit les renseignements suivants relatifs aux volumes de marée :

1° *Nèthe inférieure* :

Débit de flot	1.945.860
Débit supérieur : $(5 \times 3600 + 60) 11$	198.660
	<hr/>
Volume de remplissage.	2.144.520

Dyle.

Débit de flot	1.289.130
Débit supérieur : $24.5 (4 \times 3600 + 48 \times 60)$	423.500
	<hr/>
Volume de remplissage.	1.712.630

Volume de la marée dans le Rupel en aval du confluent de la Dyle et de la Nèthe Inférieure :

$$2.144.520 + 1.712.630 = 3.857.150.$$

Amplitude de la marée : 3m.49.

Section à marée haute d'égale vitesse : 329m².8.

La valeur de la constante C est égale à :

$$c = \frac{3.857.150 \times 3,49}{529,8} = 40800.$$

Soit une valeur légèrement supérieure à celle obtenue pour l'embouchure.

Vérifions à présent la loi du débit pour quelques autres marées dont nous connaissons les volumes de remplissage par les travaux de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt, notamment les marées du 8 au 9 avril 1890 et du 8 au 9 octobre 1890.

Comme le niveau de la mi-marée varie relativement peu quelle que soit la marée considérée, nous pouvons admettre avec un certain degré d'approximation que l'énergie des quatre marées envisagées varie suivant la même loi que celle de la marée moyenne. Nous pouvons dès lors représenter l'énergie de ces quatre ondes fluviales par les mêmes sections mouillées que celles qui ont été obtenues pour la marée moyenne. En opérant de cette manière, on peut dresser le tableau 31 ci-dessous :

Tableau 31.

Indication des marées.	Stations.	Débits de flot.	Débits supérieurs.	Débits totaux.	Amplitudes.	Sections proportionnelles à l'énergie.	Valeur de la constante.
Marée du 8-9 avril 1890 (1 ^{er} flot).	Embouchure. . . .	12.345.900	714.000	13.059.900	4,65	1120 m ²	54.000
	Rumpst	4.494.900	622.160	5.117.060	4,01	329,8	62.000
Marée du 8-9 avril 1890 (2 ^e flot).	Embouchure. . . .	10.252.600	714.000	10.966.600	4,26	1120	41.650
	Rumpst	3.579.600	622.160	4.201.760	3,40	329,8	43.300
Marée du 8-9 oct. 1890 (1 ^{er} flot).	Embouchure. . . .	7.041.300	714.000	7.755.300	2,80	1120	19.400
	Rumpst	2.240.100	622.160	2.862.260	2,60	329,8	22.600
Marée du 8-9 oct. 1890 (2 ^e flot).	Embouchure	8.002.100	714.000	8.716.100	3,56	1120	27.700
	Rumpst	2.631.000	622.160	3.253.160	3,06	329,8	30.200

Celui-ci montre que la vérification de la loi du débit se fait d'une manière très satisfaisante pour les trois dernières marées considérées. Le seul écart important se produit pour le premier flot de la marée du 8-9 avril 1890. Mais il est à remarquer que nous nous trouvons en présence de marées isolées qui ont pu être influencées par des causes accidentelles et des phénomènes secondaires dont nous n'avons pas tenu compte dans notre théorie des marées fluviales. On peut donc considérer que la loi du débit se vérifie très bien même pour les marées isolées et exceptionnelles qui se propagent normalement.

En établissant la théorie des marées fluviales, nous avons dit que la constante C était, en chaque point d'une rivière, égale à une constante multipliée par le carré de l'amplitude de la marée. Nous avons déjà vu que cette propriété se vérifie pour l'Escaut maritime; voyons s'il en est encore de même pour le Rupel.

Tableau 32.

Stations.	Marée moyenne.			Marée du 8-9 avril 1890.						Marée du 8-9 octobre 1890.					
				Premier flot.			Deuxième flot.			Premier flot.			Deuxième flot.		
	C	h^2	Γ	C	h^2	Γ	C	h^2	Γ	C	h^2	Γ	C	h^2	Γ
Embouchure.	39300	17,65	2225	54000	21,65	2495	41650	18,10	2300	19400	7,83	2475	27700	12,67	2185
Rumpst	40800	12,18	3360	62000	16,05	3860	43300	12,57	3750	22600	6,76	3340	30200	9,36	3225

La vérification se fait très bien à l'embouchure du Rupel. A Rumpst, la concordance est très bonne pour trois marées : la marée moyenne et les deux flots de la marée du 8-9 octobre 1890, mais il y a un certain écart pour les deux flots de la marée du 8-9 avril 1890. En somme, dans l'ensemble, on peut dire que la propriété se vérifie parfaitement.

§ 5. — Niveau moyen de la rivière.

Nous opérerons, comme pour l'Escaut maritime, sur des tronçons de rivière suffisamment courts pour que nous puissions substituer aux lois de variation vraie de la profondeur et de la largeur de la rivière, de l'amplitude de la marée et du débit supérieur, des lois exponentielles approchées. Nous pourrons alors appliquer les formules 62, 63, 64.

A. — Relèvement dû au phénomène de la marée.

SECTION EMBOUCHURE-BOOM (PONT RAIL).

Amplitude de la marée à l'embouchure : 4m.20 ; à Rumpst : 3m.49.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4,2 e^{-0,01616x}.$$

Amplitude de la marée à Boom :

$$h = 4,2 e^{-0,01616 \times 6,06} = 3^m.81.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 5m.40 ; à Boom (pont rail) : 3m.40.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 5,4 e^{-0,0759x}.$$

Largeur à l'embouchure : 145m.5 ; à Boom : 150 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$\left[\frac{145,5}{145,5 + 2 \times 5,4} + \frac{150}{150 + 2 \times 5,4} \right] : 2 = (0,95 + 0,956) : 2 = 0,945.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,95 \times 5,4} \right) = 0,35$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,956 \times 5,4} \right) = 0,3875$$

Valeur moyenne : $0,7375 : 2 = 0,369.$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,569 \times 0,95 \times 4,20^2 e^{-2 \times 0,01616x}}{0,945 \times 5,4^{5,2} \times e^{-5,2 \times 0,0759x}} dx.$$

Relèvement total à Boom :

$$\bar{\tau}_m = \frac{0,569 \times 0,095}{0,945 \times 0,15768} \times \frac{17,65}{68,08} \left(e^{0,15768 \times 6,06} - 1 \right) = 0^m,095.$$

SECTION BOOM-RUMPST.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,81 e - 0,01616x.$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante : 3m.4.

Largeur à Boom : 150 mètres; à Rumpst : 154,3 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{150}{150 + 2 \times 5,4} + \frac{154,5}{154,5 + 2 \times 5,4} \right] : 2 = (0,956 + 0,957) : 2 = 0,9565.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,956 \times 5,4} \right) = 0,3875$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,957 \times 5,4} \right) = 0,3875$$

Valeur moyenne : 0,3875.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\bar{\tau}_m = \frac{0,3875 \times 0,095 \times 3,81^2 \times e^{-2 \times 0,01616x}}{0,9565 \times 5,4^3} dx.$$

Relèvement total à Rumpst :

$$\bar{\tau}_m = \frac{0,3875 \times 0,095}{0,9565 \times 0,05252} \times \frac{14,52}{21,55} \left(1 - e^{-0,03232 \times 5,45} \right)$$

$$\bar{\tau}_m = 0^m,128.$$

Le relèvement total entre l'embouchure et Rumpst est donc égal à :

$$\bar{\tau}_m = 0^m,095 + 0,128 = 0^m,223.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'amont.*

SECTION EMBOUCHURE-BOOM.

Débit à l'embouchure : 40 mètres cubes; à Rumpst, 38m³.5.

Loi de variation du débit :

$$q = 40 e^{-0,003335x}.$$

Débit à Boom :

$$q = 40 e^{-0,003335 \times 6,060} = 39^{\text{m}^3}, 2.$$

Largeur à l'embouchure : 145m.5 ; à Boom : 150 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 145,5 e^{+0,00503x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,569 \times \overline{40}^2 \times e^{-2 \times 0,003335x} \times dx}{145,5^2 \times e^{+2 \times 0,00503x} \times \overline{5,4}^3 \times e^{-3 \times 0,0759x} \times 0,943}.$$

Relèvement total à Boom :

$$z_a = \frac{0,569}{0,943 \times 0,2410} \times \frac{1600}{24160 \times 157,6} \left(e^{0,2110 \times 6,060} - 1 \right)$$

$$z_a = 0^{\text{m}}, 0025.$$

SECTION BOOM-RUMPST.

Débit à Boom : 39^m³,5 ; à Rumpst : 38^m³,5.

Loi de variation du débit :

$$q = 39,2 e^{-0,003335x}.$$

Largeur à Boom : 150 mètres ; à Rumpst : 154m.3

Loi de variation de la largeur :

$$l = 150 e^{+0,00522x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,5875 \times \overline{59,2}^2 \times e^{-2 \times 0,003335x}}{0,9565 \times \overline{150}^2 \times e^{+2 \times 0,00522x} \times \overline{5,4}^3} dx.$$

Relèvement total à Rumpst :

$$z_a = \frac{0,5875}{0,9565 \times 0,01714} \times \frac{1558}{22500 \times 59,55} \left(1 - e^{-0,01714 \times 5,45} \right)$$

$$z_a = 0,0037 \text{ m.}$$

Le relèvement total entre l'embouchure et Rumpst est donc égal à :

$$z_a = 0^{\text{m}}, 0025 + 0,0037 = 0^{\text{m}}, 006.$$

C. — Relèvement dû à l'action combinée de la marée et du débit d'amont.

SECTION EMOUCHURE-BOOM.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,569 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 4,2 \times e^{-0,01616x} \times 40 \times e^{-0,003331x}}{0,945 \times 145,5 \times e^{0,00503x} \times 5,4^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0759x}} \times dx.$$

Relèvement total à Boom :

$$\tau_{ma} = \frac{0,569 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,945 \times 0,1845} \times \frac{4,2 \times 40}{145,5 \times 105,75} \left(e^{0,1845 \times 6,06} - 1 \right)$$

$$\tau_{ma} = 0,052 \text{ m.}$$

SECTION BOOM-RUMPST.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,5875 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 3,81 \times e^{-0,01616x} \times 59,2 \times e^{-0,003331x}}{0,9565 \times 150 \times e^{0,00522x} \times 3,4^{11/4}} \times dx.$$

Relèvement total à Rumpst :

$$\tau_{ma} = \frac{0,5875 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,9565 \times 0,0246} \times \frac{3,81 \times 59,2}{150 \times 28,91} \left(1 - e^{-0,0246 \times 5,415} \right)$$

$$\tau_{ma} = 0,044 \text{ m.}$$

Le relèvement total entre l'embouchure et Rumpst est donc égal à :

$$\tau_{ma} = 0^m,032 + 0,044 = 0,076 \text{ m.}$$

En tenant compte des trois phénomènes analysés ci-dessus, on trouve que le relèvement total général du niveau moyen à Rumpst est égal à :

$$r = \tau_m + \tau_a + \tau_{ma} = 0^m,223 + 0,006 + 0,076 = 0^m,305.$$

Le relèvement moyen observé en 1880-1895 fut de 0^m.34 et en 1901-1910 de 0^m.37.

Le Rupel montre très clairement que le relèvement du niveau moyen de la marée est plus considérable pour les marées de syzygie que pour les marées de quadrature : nous avons vu par l'établissement de la théorie des marées fluviales que cela doit se présenter chaque fois que la diminution de profondeur dans la rivière pour les marées de quadrature est faible et sans influence sur le phénomène observé. Ainsi on observa de 1880 à 1895 entre l'embouchure et Rumpst un relèvement du niveau

moyen de 0^m.40 pour les marées de syzygie et seulement de 0^m.24 pour les marées de quadrature. En 1901-1910, on constata 0^m.42 et 0^m.31 pour les mêmes relèvements.

§ 6. — Vitesse de propagation de l'onde marée fluviale.

Les formules donnant la vitesse de propagation de la marée dépendent de la vitesse du courant à marée haute et de celle à marée basse. Ces vitesses ne sont pas connues, nous ne commettrons toutefois pas de grandes erreurs en admettant comme pour l'Escaut maritime les 0.8 de la vitesse moyenne générale du courant de marée. C'est ce que nous avons fait dans les calculs ci-après. Les vitesses moyennes du courant de marée pour les postes principaux du Rupel sont :

Embouchure 0.668.

$$\text{Rumpst} \quad \frac{0.485 + 0.45}{2} = 0.468.$$

En opérant par interpolation, nous pouvons admettre à Boom : 0.562.

Embouchure. — Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0.70}{(3.5 + 4.2)^2}} \sqrt{9.81 (3.5 + 4.2) + 0.8 \times 0.668} \right] \frac{3.5 + 4.2}{3.5 + 2 \times 4.2} = 5^m,77.$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0.70}{3.5^2}} \sqrt{9.81 \times 3.5 - 0.8 \times 0.668} = 4^m,81.$$

Boom. — (Pont rail). Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0.70}{(1.495 + 5.81)^2}} \sqrt{9.81 (1.495 + 5.81) + 0.8 \times 0.562} \right] \frac{1.495 + 5.81}{1.495 + 2 \times 5.81}$$

$$W_{mh} = 4,57 \text{ mètres.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0.70}{(1.495)^2}} \sqrt{9.81 \times 1.495 - 0.8 \times 0.562} = 2,47 \text{ m.}$$

Rumpst. — Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655 + 5,49)^2}} \sqrt{9,81(1,655 + 5,49) + 0,8 \times 0,468} \right] \frac{1,655 + 5,49}{1,655 + 2 \times 5,49}$$

$$W_{mh} = 4,55 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,655 - 0,8 \times 0,468} = 2^m,84.$$

Tableau 33.

STATIONS.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distances.	Temps de la propagation.		Heure de la marée calculée		Heure moyenne de la marée observée en 1901-1910	
	Marée haute	Marée basse	Marée haute	Marée basse		Marée haute	Marée basse	haute	basse	haute	basse
Embouchure	5.77	4.81						3 h. 0'00"	3 h. 35'	3 h. 0'0"	3 h. 35'0"
Boom	4.37	2.47	5.07	3.64	6060	19'55"	27'44"	3 h. 19'51"	4 h. 2'44"	3 h. 16'	4 h. 4'
Rumpst	4.35	2.84	4.36	2.65	5415	20'43"	34'00"	3 h. 40'37"	4 h. 36'44"	3 h. 37'	4 h. 44'

Le tableau ci-dessus montre qu'il y a une concordance très satisfaisante entre les résultats du calcul et ceux de l'observation.

§ 7. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.

La section, qui a servi à M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt pour déterminer les vitesses à l'embouchure du Rupel, a les caractéristiques suivantes :

Section à marée haute : 1.132 mètres carrés.

Section à mi-marée : 740 mètres carrés.

Section à marée basse : 380 mètres carrés.

Profondeur moyenne à mi-marée : 4^m.23.

Largeur à mi-marée : 175 mètres.

M. Van Brabandt n'a déterminé les vitesses moyennes de flot et de jusant qu'à l'embouchure du Rupel ; c'est donc dans

cette section que nous nous placerons pour vérifier par calcul les vitesses moyennes obtenues par cubature.

Données à l'embouchure.

Profondeur à marée basse : $4^m.23 - 2.10 = 2^m.13$.

Largeur à mi-marée : 175 mètres.

Durée du flot : $5 \times 3600 + 22 \times 60 = 19320''$.

Durée du jusant : $7 \times 3600 + 3 \times 60 = 25380''$.

Débit du flot : 9.764.460 mètres cubes.

Débit du jusant : 11.418.360 mètres cubes.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{9.764.460}{175 \left[2.13 + 2.10 \left(1 + \frac{4800}{19520} \right) \right] 19320} = 0^m.608.$$

La vitesse moyenne obtenue par cubature mesure : $0^m.631$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_s = \frac{11.418.360}{175 \left[2.13 + 2.10 \left(1 - \frac{4800}{25380} \right) \right] 25380} = 0^m.672.$$

La vitesse moyenne obtenue par cubature mesure : $0^m.696$.

CHAPITRE VI.

NÈTHE INFÉRIEURE.

§ I. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse.

En amont de Rumpst, le Rupel se bifurque en deux bras : l'un de ceux-ci est la Nèthe Inférieure et l'autre la Dyle. La section extrême du Rupel à Rumpst se partage entre la Nèthe Inférieure et la Dyle proportionnellement aux énergies des ondes marées qui s'engagent dans les deux rivières maritimes. Comme l'amplitude de la marée à Rumpst est la même dans le Rupel, la Dyle et la Nèthe Inférieure, les énergies sont proportionnelles aux volumes de remplissage de la marée. Il suffit dès lors de partager la section extrême du Rupel, qui mesure 794 mètres carrés, proportionnellement aux volumes de remplissage de la Nèthe Inférieure et de la Dyle en amont de Rumpst, pour obtenir les sections d'équilibre à marée haute aux embouchures de la Dyle et de la Nèthe Inférieure. Nous avons

vu, § IV, chapitre V, 3^e partie que les volumes de remplisages sont :

Nèthe Inférieure	2.144.520
Dyle	1.712.630
Total.	3.857.150

Dès lors, les sections théoriques à marée haute à l'embouchure de la Nèthe Inférieure et de la Dyle sont :

Nèthe Inférieure : $\xi = 794 \times \frac{2.144.520}{3.857.150} = 441 \text{ m}^2$

Dyle : $\xi = 794 \times \frac{1.712.630}{3.857.150} = 355 \text{ m}^2$.

Profils des profondeurs moyennes à mi-marée.

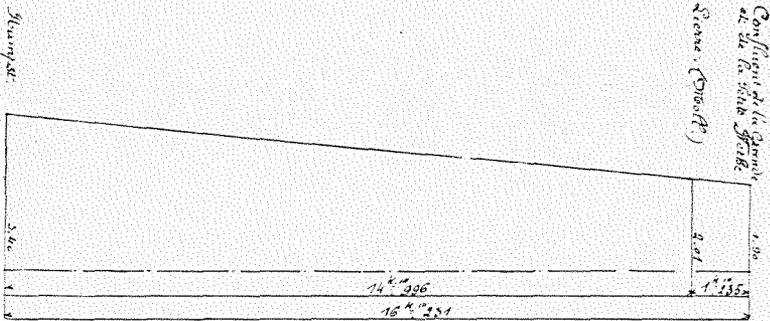


Fig. 22

SECTION A L'EMBOUCHURE.

$\xi = 441 \text{ m}^2$ $\log 441 = 2,6444$.

Coefficient de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$a = \frac{5,40 - 1,90}{16,251} = 0,0925.$$

Profondeur à Lierre (barrage de Moll) :

$h = 5,4 - 0,0925 \times 14,996 = 2^{\text{m}},01$.

Profondeur à 5 kilomètres en amont de l'embouchure :

$h = 5,4 - 0,0925 \times 5 = 2^{\text{m}},94$.

Profondeur à 10 kilomètres en amont de l'embouchure :

$h = 5,4 - 0,0925 \times 10 = 2^{\text{m}},48$.

SECTION A 5 KILOMÈTRES EN AMONT DE L'EMBOUCHURE.

$$\log \zeta = 2,64444 - \frac{0,688}{0,0925} \left(\frac{1}{\sqrt{2,94}} - \frac{1}{\sqrt{3,4}} \right)$$

$$\log \zeta = 2,64444 - 0,5024 = 2,54204$$

$$\zeta = 219^{\text{m}^2},80.$$

SECTION A 10 KILOMÈTRES EN AMONT DE L'EMBOUCHURE.

$$\log \zeta = 2,64444 - \frac{0,688}{0,0925} \left(\frac{1}{\sqrt{2,48}} - \frac{1}{\sqrt{3,4}} \right)$$

$$\log \zeta = 2,64444 - 0,685 = 1,95944$$

$$\zeta = 91^{\text{m}^2},08.$$

SECTION A LIERRE (BARRAGE DE MOLL).

$$\log \zeta = 2,64444 - \frac{0,688}{0,0925} \left(\frac{1}{\sqrt{2,04}} - \frac{1}{\sqrt{3,4}} \right)$$

$$\log \zeta = 2,64444 - 1,208 = 1,45644$$

$$\zeta = 27^{\text{m}^2},52.$$

SECTION AU CONFLUENT DE LA GRANDE ET DE LA PETITE NÈTHE.

$$\log \zeta = 2,64444 - \frac{0,688}{0,0925} \left(\frac{1}{\sqrt{1,9}} - \frac{1}{\sqrt{3,4}} \right)$$

$$\log \zeta = 2,64444 - 1,565 = 1,28144$$

$$\zeta = 19^{\text{m}^2},12.$$

Les sections obtenues ci-dessus sont beaucoup plus petites que celles qui existent réellement (voir le diagramme des sections réelles de la Nèthe Inférieure (planche IV). Cela provient de ce que la vitesse des courants de marée varie et suit notamment une loi décroissante. Ainsi, la cubature de la rivière donne les vitesses moyennes générales du courant de marée suivantes :

Embouchure à Rumpst	0m.45
Barrage de Moll à Lierre	0m.28

Puisque la vitesse moyenne du courant de marée change, nous devons compléter les logarithmes des sections obtenues ci-dessus par un terme supplémentaire, qui tient compte de la variation de la vitesse, pour obtenir les sections réelles de la rivière.

Par suite de l'influence du débit d'amont, les vitesses ci-dessus ne peuvent pas servir pour déterminer le terme sup-

plémentaire à ajouter aux logarithmes des sections. Nous devons opérer comme nous avons fait pour le Rupel : c'est-à-dire chercher au préalable la largeur théorique qui correspond à l'amplitude observée au confluent de la Grande et de la Petite Nèthe ; puis calculer la section réelle au confluent et enfin déterminer la valeur de w' , qui figure dans le terme supplémentaire des sections réelles de la rivière, en partant de cette dernière section et de celle d'égale vitesse.

§ 2. — Calcul des amplitudes de la marée fluviale.

Données à l'embouchure de la rivière.

Section à marée haute : 441 mètres carrés.

Amplitude de la marée : 3^m.49.

Profondeur à mi-marée : 3^m.40.

Largeur de la rivière :

$$l = \frac{441}{3,40 + \frac{3,49}{2}} = 85^m,60.$$

Barrage de Moll à Lierre.

Amplitude observée : 2 mètres.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,0925} \left(\frac{1}{2,01} - \frac{1}{3,4} \right)} = 0,785.$$

Largeur théorique de la rivière correspondant à l'amplitude observée :

$$2,00 = 0,785 \times 3,49 \times \frac{3,40}{2,01} \sqrt{\frac{85,6}{l} \times \frac{27,32}{441}}$$

$$l = 28,40 \text{ m.}$$

Soit un peu plus que la largeur existante qui est de 28 mètres. La largeur théorique ci-dessus correspond à une section à marée haute de :

$$S = 28,4 \left(2,01 + \frac{2,01}{2} \right) = 85,5 \text{ m}^2.$$

La section existante mesure 93 mètres carrés.

Confluent de la Grande et de la Petite Nèthe.

Amplitude observée : 1^m.79.

Coefficient de réduction φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,0923} \left(\frac{1}{1,9} - \frac{1}{3,4} \right)} = 0,76.$$

Largeur théorique de la rivière correspondant à l'amplitude observée :

$$1,79 = 0,76 \times 3,49 \times \frac{3,40}{1,9} \sqrt{\frac{85,6}{l} \times \frac{19,12}{441}}$$

$$l = 26^{\text{m}},15.$$

Largeur existante : 29 mètres.

Largeur théorique ci-dessus correspond à une section à marée haute égale à :

$$S = 26,15 \left(1,90 + \frac{1,79}{2} \right) = 73 \text{ m}^2.$$

soit un peu moins que la section réellement existante qui est de $75\text{m}^2,10$.

Si on examine les amplitudes moyennes d'été et d'hiver, on remarque que par suite du relèvement du niveau moyen du fleuve en hiver sous l'action de l'évacuation des crues d'amont, l'amplitude de la marée est plus faible en hiver qu'en été. On a notamment au barrage de Moll, qui est le seul poste pour lequel on dispose de données :

Cote du niveau moyen d'hiver : + 3.685.

Amplitude moyenne d'hiver : $1^{\text{m}},81$.

Cote du niveau moyen d'été : + 3.385 mètres.

Amplitude moyenne d'été : $2^{\text{m}},23$.

§ 3 — Détermination de la courbe des sections réelles à marée haute.

Pour déterminer la valeur du coefficient w' , nous allons nous placer au confluent de la Grande et de la Petite Nèthe, où la section à marée haute d'égale vitesse mesure $19\text{m}^2,12$ et la section à marée haute réelle 73 mètres carrés. La valeur de w' est fournie par la relation :

$$\log 75 - \log 19,12 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 16,251} \right)^2$$

$$w' = 0,05016.$$

SECTION RÉELLE A 5 KILOMÈTRES EN AMONT DE RUMPST.

Valeur du terme supplémentaire :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,05016 \times 5} \right)^2 = 0,14145$$

$$\log \epsilon = 2,54204 + 0,14145 = 2,48549$$

$$\epsilon = 504^{\text{m}^2},45.$$

SECTION RÉELLE A 10 KILOMÈTRES EN AMONT DE RUMPST.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,05016 \times 10} \right)^2 = 0,51027$$

$$\log \epsilon = 1,95944 + 0,51027 = 2,26971$$

$$\epsilon = 186^{\text{m}^2},10.$$

SECTION RÉELLE AU BARRAGE DE MOLL A LIERRE.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,05016 \times 14,996} \right)^2 = 0,52504$$

$$\log \epsilon = 1,45644 + 0,52504 = 1,96148$$

$$\epsilon = 91^{\text{m}^2},51.$$

Quand on porte les sections théoriques obtenues ci-dessus par calculs, sur le diagramme des sections (planche IV) on voit que la courbe des sections calculées suit parfaitement l'allure du diagramme des sections existantes et que la superposition des deux figures se fait surtout très bien pour la partie amont de la rivière.

§ 4. — Vérification de la loi du débit.

SECTION D'EMBOUCHURE A RUMPST.

Volume de remplissage de la marée (voir § IV, chapitre V, 3^e partie) 2.144,520.

Amplitude de la marée : 3^m.49.

Section d'équilibre à marée haute : 441 mètres carrés.

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{2.144,520 \times 3,49}{441} = 17000.$$

Barrage de Moll à Lierre. D'après le travail de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt, le volume de remplis-

sage de la marée est :

	Mètres cubes
Débit de flot	139.310
Débit d'amont. $(2 \times 3.600 + 59 \times 60) 10 =$	107.400

Total. . .	246.710

Amplitude de la marée : 2 mètres.

Section d'égale vitesse à marée haute : 27m².32.

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{246.710 \times 2.00}{27,52} = 18060.$$

Confluent de la Grande et de la Petite Nèthe.

Volume de remplissage de la marée. (Voir le travail de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt.)

	Mètres cubes.
Débit de flot	99.970
— d'amont : $(2 \times 3.600 + 33 \times 60) 10 =$	91.800

Total. . .	191.770

Amplitude de la marée : 1m.79.

Section d'égale vitesse à marée haute : 19m².12.

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{191.770 \times 1.79}{19,12} = 17950.$$

Les calculs ci-dessus montrent que la loi du débit se vérifie d'une manière très satisfaisante pour les trois sections considérées de la rivière. Voyons s'il en est de même pour les quatre marées isolées, étudiées par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt. Nous admettons comme pour le Rupel que les sections d'égale vitesse calculées ci-dessus représentent les énergies des ondes marées considérées. En nous aidant du travail de cet ingénieur, nous pouvons dresser le tableau 34 ci-dessous :

Tableau 34.

Indication des marées.	Stations.	Débits de flot.	Débits d'amont.	Débits totaux.	Amplitudes.	Sections proportionnelles à l'énergie de l'onde marée	Valeur de la constante.
Marée du 8-9 avril 1890 (1 ^{er} flot).	Embouchure . . .	2.818.900	198.660	3.017.560	4,01	441	27.420
	Barrage Moll . . .	226.900	107.400	334.300	2,65	27,32	32.440
	Confluent . . .	171.200	91.800	263.000	2,37	19,12	32.800
Marée du 8-9 avril 1890 (2 ^e flot).	Embouchure . . .	2.282.400	198.660	2.481.060	3,40	441	19.150
	Barrage Moll . . .	146.300	107.400	253.700	2,03	27,32	18.850
	Confluent . . .	100.500	91.800	192.300	1,82	19,12	18.300
Marée du 8-9 oct. 1890 (1 ^{er} flot).	Embouchure . . .	1.514.400	198.660	1.712.760	2,60	441	10.110
	Barrage Moll . . .	89.800	107.400	197.200	1,70	27,32	12.260
	Confluent . . .	57.100	91.800	148.900	1,52	19,12	11.830
Marée du 8-9 oct. 1890 (2 ^e flot).	Embouchure . . .	1.753.400	198.660	1.951.760	3,06	441	13.570
	Barrage Moll . . .	124.300	107.400	231.700	1,85	27,32	15.680
	Confluent . . .	86.000	91.800	177.800	1,66	19,12	15.420

Il résulte de l'examen du tableau ci-dessus que la loi se retrouve pour chacune des marées considérées. La vérification se fait surtout très bien pour le second flot de la marée du 8-9 avril 1890 et pour le premier flot de la marée du 8-9 octobre 1890.

Il nous reste à vérifier la propriété que la constante C, en chaque point de la rivière, est égale à une constante F multipliée par l'amplitude de la marée au point considéré.

Tableau 35.

STATIONS.	Marée moyenn ^e .			Marée 8-9 avril 1890.						Marée 8-9 octobre 1890.					
				1 ^{er} flot.			2 ^{me} flot.			1 ^{er} flot.			2 ^{me} flot.		
	C	h ²	Γ	C	h ²	Γ	C	h ²	Γ	C	h ²	Γ	C	h ²	Γ
embouchure	17000	12,48	1396	27420	16,04	1710	19150	11,56	1660	10110	6,76	1495	13570	9,36	1449
barrage Moll	18060	4,00	4515	32440	7,02	4020	18850	4,12	4580	12260	2,89	4240	15680	3,42	4580
confluent	17950	3,20	5610	32800	5,62	5830	18900	3,31	5520	11830	2,31	5300	15420	2,70	5580

Le tableau ci-dessus montre que la vérification se fait très bien au barrage de Moll et au confluent de la Grande et de la Petite Nèthe. A l'embouchure, nous avons une discordance pour les deux flots de la marée du 8-9 avril 1890, mais pour les autres marées considérées, dont une marée moyenne, la valeur de Γ oscille entre 1.400 et 1.500. On peut donc dire que la propriété se vérifie d'une manière suffisamment satisfaisante pour lui accorder une grande valeur pratique.

§ 5. — Niveau moyen de la rivière.

A. — Relèvement dû au phénomène de la marée.

SECTION EMOUCHURE A RUMPST-BARRAGE DE MOLL A LIERRE.

Amplitude de la marée à l'embouchure : 3^m.49 ; au barrage de Moll : 2 mètres.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,49e - 0,0371x$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 3^m.40 ;
au barrage de Moll : 2^m.01.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 3,40e - 0,0351x$$

Largeur à l'embouchure : 85^m.60 ; au barrage de Moll :
28^m.40.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{t}{t + z\lambda}$:

$$\left[\frac{85,6}{85,6 + 2 \times 3,4} + \frac{28,4}{28,4 + 2 \times 2,01} \right] : 2 = (0,926 + 0,876) : 2 = 0,901$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,926 \times 3,4} \right) = 0,591$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,876 \times 2,01} \right) = 0,479$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,870 : 2 = 0,435.$$

Relèvement élémentaire au niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,455 \times 0,095 \times \overline{3,49^2} \times e^{-2 \times 0,0371x}}{0,901 \times \overline{3,4}^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,0351x}} dx$$

Relèvement total au barrage de Moll :

$$z_m = \frac{0,455 \times 0,095}{0,901 \times 0,0155} \times \frac{12,18}{21,58} \left(c^{0,0135 \times 14,996} - 1 \right) = 0^m,425.$$

Barrage de Moll-confluent.

Amplitude de la marée au barrage de Moll : 2 mètres ; au
confluent : 1^m.79.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 2e^{-0,0898x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée au barrage de Moll :
2^m.01, au confluent : 1^m.90.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 2,01e^{-0,0456x}.$$

Largeur au barrage de Moll : 28^m.40 ; au confluent :
26^m.15.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{28,4}{28,4+2 \times 2,01} + \frac{26,15}{26,15+2 \times 1,9} \right] : 2 = (0,876 + 0,872) : 2 = 0,874.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,876 \times 2,01} \right) = 0,479$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,872 \times 1,9} \right) = 0,491$$

Valeur moyenne : $0,970 : 2 = 0,485$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,485 \times 0,095 \times 2^2 \times e^{-2 \times 0,0898x}}{0,874 \times 2,01^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,0456x}} dx.$$

Relèvement total au confluent :

$$Z_m = \frac{0,485 \times 0,095}{0,874 \times 0,0656} \times \frac{4}{0,722} \left(1 - e^{-0,0656 \times 1,235} \right) = 0^m,045.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'amont.*

SECTION EMBOUCHURE A RUMPST — BARRAGE DE MOLL A LIERRE.

Débit d'amont à Rumpst : $12^m,5$; au confluent de la Grande Nèthe et de la Petite Nèthe : $11^m,3$.

Loi de variation du débit d'amont :

$$q = 12,5 e^{-0,00514x}.$$

Débit à Lierre :

$$q = 12,5 e^{-0,00514 \times 14,996} = 11,57^m,3.$$

Largeur à Rumpst : $85^m,60$; à Lierre (Barrage de Moll) : $28^m,40$.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 85,60 e^{-0,0736x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_u = \frac{0,455 \times 12,5^2 \times e^{-2 \times 0,00514x} \times dx}{0,901 \times 85,6^2 \times e^{-2 \times 0,0736x} \times 5,4^3 \times e^{-3 \times 0,0351x}}.$$

Relèvement total au barrage de Moll.

$$\tilde{\tau}_a = \frac{0.455}{0,901 \times 0,24220} \times \frac{156.25}{7750 \times 59,55} \left(e^{0,2422 \times 14,996} - 1 \right) = 0^m,058.$$

SECTION : BARRAGE DE MOLL-CONFLUENT DES DEUX NÈTHES.

Débit d'amont au barrage de Moll : $11^m,57$; au confluent des deux Nèthes : $11^m,5$.

Loi de variation du débit d'amont :

$$q = 11,57e^{-0,00514x}.$$

Largeur au barrage de Moll : $28^m,40$; au confluent des deux Nèthes : $26^m,15$.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 28,4e^{-0,0668x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_{\tau_a} = \frac{0.485 \times 11,57^2 \times e^{-2 \times 0,00514x} \times dx}{0,874 \times 28,4^2 \times e^{-2 \times 0,0668x} \times 2,01^3 \times e^{-3 \times 0,0456x}}$$

Relèvement total au confluent des deux Nèthes :

$$\tilde{\tau}_a = \frac{0,485}{0,874 \times 0,2601} \times \frac{154}{807 \times 8,12} \left(e^{0,2601 \times 1,235} - 1 \right) = 0^m,06.$$

C. — *Relèvement dû à la marée et au débit d'amont.*

SECTION RUMPST-BARRAGE DE MOLL.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_{\tau_{ma}} = \frac{0.455 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,49 \times e^{-0,0371x} \times 12,5e^{-0,00514x}}{0,901 \times 85,6 \times e^{-0,0736x} \times 5,4^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0351x}} dx.$$

Relèvement total au barrage de Moll :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0.455 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,901 \times 0,1226} \times \frac{5,49 \times 12,5}{85,6 \times 28,95} \left(e^{0,1226 \times 14,996} - 1 \right) = 0^m,224.$$

SECTION BARRAGE DE MOLL-CONFLUENT DES DEUX NÈTHES.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_{\tau_{ma}} = \frac{0.485 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 2 \times e^{-0,0898x} \times 11,57 \times e^{-0,00514x}}{0,874 \times 28,4 \times e^{-0,0736x} \times 2,01^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0456x}} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen au confluent des deux Nèthes :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0.485 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,874 \times 0,0927} \times \frac{2 \times 11,57}{28,4 \times 6,8} \left(e^{0,0927 \times 1,235} - 1 \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0^m,055.$$

Tableau comparatif des relèvements calculés et des cotes de mi-marée calculées et observées.

STATIONS.	Relèvements partiels calculés dus				Cotes de mi-marée	
	à la marée.	au débit d'amont.	marée et débit d'amont.	totaux	calculées	observées en 1901-1910.
Embouchure Rupel					m 2.58	m 2.58
Rumpst	0.216	0.006	0.076	0.298	2.878	2.95
Barrage Moll	0.425	0.038	0.224	0.687	3.572	3.64
Confluent des deux Nèthes.	0.043	0.016	0.053	0.112	3.687	3.75

La concordance est parfaite en amont de Rumpst. Ainsi l'observation donne un relèvement de 0^m.69 entre Rumpst et le barrage de Moll et 0^m.11 entre le barrage de Moll et le confluent des deux Nèthes, alors que le calcul donne pour ces mêmes éléments : 0^m.687 et 0^m.112.

§ 6 — Vitesses de propagation de l'onde marée fluviale.

Les vitesses moyennes du courant de la marée à considérer, sont, d'après le recueil des documents relatifs à l'Escaut maritime :

Embouchure à Rumpst : 0^m.45.

Barrage de Moll à Lierre : 0^m.28.

Confluent des deux Nèthes :

$$\frac{0^m,549 + 0,408}{2} = 0^m,578.$$

Embouchure :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655 + 3,49)^2}} \sqrt{9,81 (1,655 + 3,49)} + 0,8 \times 0,45 \right] \frac{1,655 + 3,49}{1,655 + 2 \times 3,49}$$

$$W_{mh} = 4,34 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,655 - 0,8 \times 0,45}$$

$$W_{mb} = 2,825 \text{ m.}$$

Barrage de Moll :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,01 + 2,00)^2}} \sqrt{9,81 (1,01 + 2,00)} + 0,8 \times 0,28 \right] \frac{1,01 + 2,00}{1,01 + 2 \times 2,00}$$

$$W_{mh} = 5,12 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{1,01^2}} \sqrt{9,81 \times 1,01 - 0,8 \times 0,28}$$

$$W_{mb} = 1,644 \text{ m.}$$

Confluent :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005 + 1,79)^2}} \sqrt{9,81 (1,005 + 1,79)} + 0,8 \times 0,578 \right] \frac{1,005 + 1,79}{1,005 + 2 \times 1,79}$$

$$W_{mh} = 5,11 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,005 - 0,8 \times 0,578} = 1,555 \text{ m}$$

Tableau 36.

STATIONS.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distances.	Temps de la propagation.		Heure de la marée calculée.		Heure moyenne de la marée observée en 1901-1910.	
	Marée haute	Marée basse	Marée haute	Marée basse		Marée haute	Marée basse	haute	b	haute	basse
Embouch. Rupel								3h.0'00"	3h. 35'	3h.0'00"	3 h. 35'
Rumpst . . .	4.34	2.825	3.73	2.235	14906	1 h. 7' 00"	1 h. 51'40"	3h.46'37"	4h.36'44"	3 h. 37'	4 h. 41'
Barrage Moll .	3.12	1.644	3.115	1.599	1235	6' 37"	12'52"	4h.47'37"	6h.28'24"	4 h. 33'	6 h. 48'
Confluent des deux Nèthes.	3.11	1.553						4h.54'14"	6h.41'16"	4 h. 38'	6 h. 50'

La marée haute se propage un peu plus vite que ne l'indique le calcul, la marée basse avance moins rapidement.

§ 7. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.

SECTION A L'EMBOUCHURE DE LA NÈTHE INFÉRIEURE.

Profondeur à marée basse : 1^m.20.

Largeur à mi-marée : 73^m.8.

Durée du flot : $5 \times 3.600 + 60 = 18.060''$.

Durée du jusant : $7 \times 3.600 + 24 \times 60 = 26.640''$.

Débit du flot : 1.945.860 mètres cubes.

Débit du jusant : 2.437.560 mètres cubes.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{1.945.860}{73,8 \left[1,20 + 1,745 \left(1 + \frac{4800}{18060} \right) \right] 18060} = 0.427 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v = \frac{2.437.560}{73,8 \left[1,20 + 1,745 \left(1 - \frac{4800}{26640} \right) \right] 26640} = 0.47 \text{ m.}$$

SECTION AU BARRAGE DE MOLL.

Profondeur à marée basse : 1^m.29.

Largeur à mi-marée : 28 mètres.

Durée du flot : $2 \times 3.600 + 59 \times 60 = 10.740''$.

Durée du jusant : $9 \times 3.600 + 26 \times 60 = 33.960''$.

Débit du flot : 139.310 mètres cubes.

Débit du jusant : 586.310 mètres cubes.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{139.310}{28 \left[1,29 + 1 \left(1 + \frac{4800}{10740} \right) \right] 107.40} = 0,169 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{586.310}{28 \left[1,29 + 1 \left(1 - \frac{4800}{33960} \right) \right] 33960} = 0,287 \text{ m.}$$

Confluent (Embouchure de la Grande Nèthe).

Profondeur à marée basse : $0^m.73$.

Largeur à mi-marée : $14^m.3$.

Durée du flot : $2 \times 3.600 + 33 \times 60 = 9.180''$.

Durée du jusant : $9 \times 3.600 + 52 \times 60 = 35.520''$.

Débit du flot : 49.900 mètres cubes.

Débit du jusant : 273.400 mètres cubes.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{49.900}{14,5 \left[0,75 + 0,895 \left(1 + \frac{4800}{9180} \right) \right] 9180} = 0,182 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{273.400}{14,5 \left[0,75 + 0,895 \left(1 - \frac{4800}{35520} \right) \right] 35520} = 0,558 \text{ m.}$$

Confluent (Embouchure de la Petite Nèthe).

Profondeur à marée basse : $0^m.74$.

Largeur à mi-marée : $14^m.70$.

Durée du flot : $2 \times 3.600 + 33 \times 60 = 9.180''$.

Durée du jusant : $9 \times 3.600 + 52 \times 60 = 35.520''$.

Débit du flot : 50.070 mètres cubes.

Débit du jusant : 273.570 mètres cubes.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{50.070}{14,7 \left[0,74 + 0,895 \left(1 + \frac{4800}{9180} \right) \right] 9180} = 0,177 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{275.570}{14,7 \left[0,74 + 0,895 \left(1 - \frac{4800}{55520} \right) \right] 55520} = 0^m,546.$$

Tableau 37. — Tableau récapitulatif des vitesses calculées et des vitesses obtenues par cubature.

STATIONS.	Vitesse calculées.		Vitesse par cubature.	
	flot.	jusant.	flot.	jusant.
	m	m	m	m
Embouchure Nèthe Inférieure . . .	0.427	0.47	0.412	0.476
Barrage de Moll	0.169	0.287	0.163	0.317
Confluent (Embouchure Grande Nèthe)	0.182	0.358	0.18	0.467
Confluent (Embouchure Petite Nèthe).	0.177	0.346	0.154	0.400

Le tableau comparatif ci-dessus montre qu'il y a une très bonne concordance entre les résultats du calcul et ceux fournis par l'opération de la cubature; il n'y a d'exception que pour les vitesses du jusant au droit du confluent des deux Nèthes. Mais il faut remarquer que nous nous rapprochons en ce point de la limite de la partie maritime de la rivière où toutes les caractéristiques de la marée sont difficiles à établir avec exactitude et où une légère erreur d'estimation a une influence considérable sur le phénomène principal à analyser. Dans ces conditions, nous pouvons dire que les formules données pour les vitesses moyennes de flot et de jusant conservent leur valeur pratique et qu'elles sont de nature à rendre de précieux services dans toute étude d'amélioration d'une rivière maritime.

CHAPITRE VII.

GRANDR NÈTHE.

La Nèthe Inférieure est formée par le confluent de la Grande Nèthe et de la Petite Nèthe. En aval du point de jonction, les sections des deux Nèthes sont juxtaposées et ne constituent qu'une seule section, qui est celle de la Nèthe Inférieure. Il faut donc partager celle-ci, proportionnellement aux énergies des deux ondes marées, qui s'engagent dans chacune des deux Nèthes, pour obtenir la section d'équilibre à marée haute dans la Grande Nèthe et la Petite Nèthe. Comme l'amplitude de la marée est la même dans la Grande Nèthe que dans la Petite Nèthe, on peut dire que les sections à l'embouchure des deux rivières sont proportionnelles aux volumes de remplissage de la marée dans les deux rivières. Les volumes de remplissage de la marée sont, d'après le travail de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabandt :

Grande Nèthe :

Débit de flot	49.900m ³
Débit d'amont (2 × 3600 + 33 × 60) 5 =	45.900
Total.	95.800m ³

Petite Nèthe :

Débit de flot	50.070m ³
Débit d'amont (2 × 3600 + 33 × 60) 5 =	45.900
Total.	95.970m ³

Comme nous voyons, les volumes de remplissage sont sensiblement égaux. Dans ces conditions, la section extrême amont de la Nèthe Inférieure, qui mesure 73 mètres carrés, doit être partagée par moitié entre la Grande et la Petite Nèthe. La section d'équilibre à marée haute à l'embouchure de chacune des deux rivières mesure donc : 36^{m²}.5. Le profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée de la Grande Nèthe est figuré ci-dessous. Le coefficient de variation *a* de la profondeur moyenne est égal à :

$$a = \frac{4,9 - 4,1}{6,866} = 0,1166.$$

Section à l'embouchure : $36. \text{m}^2$; $\log 36,5 = 1.56229$.

Largeur de la rivière à l'embouchure : $l = \frac{56,5}{1,9 + 0,895} = 15^{\text{m}},08$.

SECTION A MARÉE HAUTE D'ÉGALE VITESSE A BOECKT.

$$\log \varepsilon = 1,56229 - \frac{0,688}{0,1166} \left(\frac{1}{\sqrt{1,1}} - \frac{1}{\sqrt{1,9}} \right)$$

$$\varepsilon = 1.66 \text{m}^2.$$

Amplitude de la marée à Boeckt.

Largeur moyenne à mi-marée : $16^{\text{m}},45$.

Valeur du coefficient φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,425}{0,1166} \left(\frac{1}{1,1} - \frac{1}{1,9} \right)} = 0,71$$

$$h = 0,71 \times 1,79 \times \frac{1,9}{4,4} \sqrt{\frac{15,08}{16,45} \times \frac{1,66}{56,5}} = 0,42 \text{ m.}$$

Cette amplitude est beaucoup plus grande que celle qui fut relevée par observations directes durant la période 1888-1895; en effet, le travail de M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brandt donne comme amplitude moyenne de la marée : 0.18. Par contre, elle concorde parfaitement avec l'amplitude moyenne relevée par marégraphe pendant la période 1901-1910, qui est de $0^{\text{m}},49$. Comme les observations marégraphiques sont beaucoup plus exactes que celles faites directement, nous croyons que l'amplitude moyenne de 0.18 de

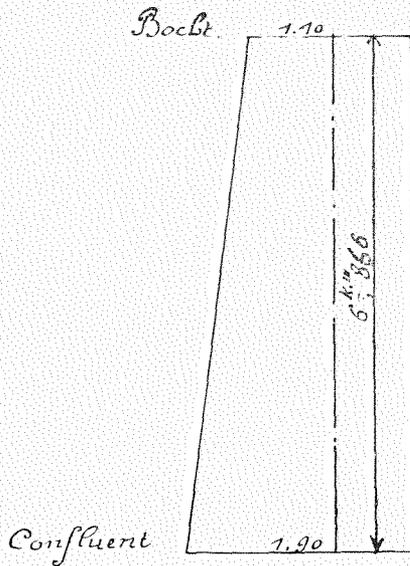


Fig. 23.

la période 1888-1895 est entachée d'erreurs et qu'il faut admettre le chiffre de la période 1901-1910 pour procéder à

une vérification des lois de la marée fluviale. En admettant donc l'amplitude de 0.49 de la période 1901-1910, nous voyons que la loi de l'amplitude se vérifie jusqu'à la limite extrême de la marée pratiquement observable. L'amplitude théorique calculée ci-dessus correspond à une section à marée haute égale à :

$$16,45 \left(1,4 + \frac{0,42}{2} \right) = 21,55 \text{m}^2.$$

La section existante mesure 29^m2.20, mais en amont de Boeckt elle diminue rapidement, au point qu'à 500 mètres plus en amont la section à marée haute ne mesure plus que 17^m2.6 et 500 mètres plus loin encore 16^m2.6.

Le tracé de la courbe des sections définitives de la rivière peut se faire en calculant le coefficient w' du terme supplémentaire qui doit être ajouté au logarithme de chaque section d'égale vitesse. Ce coefficient peut être déterminé en se plaçant dans la section de Boeckt où nous connaissons la section à marée haute d'égale vitesse : 1^m2.66 et la section réelle 21^m2.55.

$$\log 21,55 - \log 1,66 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 6.866} \right)^2$$

$$w' = 0,1052.$$

Moyennant la connaissance de cet élément, nous pouvons calculer les sections intermédiaires et tracer la courbe des sections réelles. Cela a été fait planche IV. Le dessin montre que la courbe des sections épouse parfaitement la forme du diagramme des sections existantes.

Déterminons maintenant le relèvement du niveau moyen de la rivière.

A. — *Relèvement dû au phénomène de la marée.*

Amplitude de la marée à l'embouchure : 1^m.79 ; au Boeckt : 0^m.42.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 1,79 e^{-0,2113x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 1^m.90 ; au Boeckt : 1^m.10.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 1,9 e^{-0,0797x}.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{15,08}{15,08+2 \times 1,9} + \frac{16,45}{16,45+2 \times 1,1} \right] : 2 = (0,775+0,882) : 2 = 0,827.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,775 \times 1,9} \right) = 0,518$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,882 \times 1,1} \right) = 0,641$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,518 + 0,641}{2} = 0,58.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_m = \frac{0,58 \times 0,095 \times 1,79^2 \times e^{-2} \times 0,2113x}{0,827 \times 1,9^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,0797x} dx.$$

Relèvement total au Boeckt :

$$\tilde{\gamma}_m = \frac{0,58 \times 0,095}{0,827 \times 0,2251} \times \frac{5,2}{4,978} \left(1 - e^{-0,2231 \times 6,866} \right) = 0^m,147.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'ament.*

Largeur de la rivière à l'embouchure : 13^m.08 ; au Boeckt : 16^m.45.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 13,08 e + 0,0334x.$$

Débit de la rivière : 5^{m3},5.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_a = \frac{0,58 \times 5,5^2 \times dx}{13,08^2 \times e^2 \times 0,0334x \times 1,9^3 \times e^{-3} \times 0,0797x \times 0,827}.$$

Relèvement total au Boeckt :

$$\tilde{\gamma}_a = \frac{0,58}{0,827 \times 0,1723} \times \frac{50,25}{171 \times 6,865} \left(e^{0,1723 \times 6,866} - 1 \right) = 0^m,259.$$

C. — *Relèvement dû à la marée et au débit d'ament.*

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 1,9 e^{-0,0797x}.$$

Loi de variation de la largeur :

$$l = 13,08 e + 0,0334x.$$

Loi de variation de l'amplitude de la marée :

$$h = 1,79 e^{-0,2113x}$$

Débit de la rivière : 5.50m^3 .

Valeur moyenne du coefficient : $\frac{l}{l + 2\lambda} = 0.827$.

Valeur moyenne du coefficient b : 0.58.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_{ma} = \frac{0,58 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,5 \times 1,79 \times e^{-0,2113x}}{0,827 \times 15,08 \times e^{0,0334x} \times 1,9^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0797x}} dx.$$

Relèvement total au Boeckt :

$$\zeta_{ma} = \frac{0,58 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,827 \times 0,0254} \times \frac{5,5 \times 1,79}{15,08 \times 5,841} \left(1 - e^{-0,0254 \times 6,866} \right)$$

$$\zeta_{ma} = 0,550 \text{ m.}$$

Relèvement total du niveau moyen de la rivière depuis le confluent jusqu'au Boeckt :

$$r = 0^{\text{m}}.447 + 0.259 + 0.550 = 0^{\text{m}}.756.$$

Les observations marégraphiques quelque peu précises sur le niveau moyen de la rivière ont été faites pendant la période 1901-1910. Le recueil décennal qui réunit les observations de cette époque donne entre le barrage de Moll et le pont de Boeckt un relèvement de 0.85. Si on admet que le relèvement du niveau moyen entre le barrage de Moll et le confluent soit celui calculé plus haut, ou $0^{\text{m}}.115$, le relèvement théorique entre le barrage de Moll et le pont de Boeckt doit être $0.736 + 0.115 = 0^{\text{m}}.851$, soit à peu près le chiffre observé.

Vitesses de propagation. — Les vitesses moyennes du courant à considérer sont de 0.408 à l'embouchure et 0.316 au pont de Boeckt.

Embouchure.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005 + 1,79)^2}} \sqrt{9,81 (1,005 + 1,79)} + 0,8 \times 0,408 \right] \frac{1,005 + 1,79}{1,005 + 2 \times 1,79}$$

$$W_{mh} = 5,12 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,005 - 0,8 \times 0,408} = 1^m,55.$$

Boeckl.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,89 + 0,42)^2}} \sqrt{9,81 (0,89 + 0,42)} + 0,8 \times 0,346 \right] \frac{0,89 + 0,42}{0,89 + 2 \times 0,42}$$

$$W_{mh} = 2^m,12.$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,89)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,89 - 0,8 \times 0,346} = 1^m,517.$$

Tableau 38.

Stations.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distances.	Temps de la propagation.		Heure de la marée calculée.		Heure moyenne de la marée observée en 1901-1910.	
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.		Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	Haute.	Basse.
Embouchure Rupel	m	m	m	m	m			3 h. 0	3 h. 35'	3 h. 0'	3 h. 35'
Rumpst	—	—	—	—	—	—	—	3 h. 40'37"	4 h. 36'44"	3 h. 37'	4 h. 44'
Barrage Moll .	—	—	—	—	—	—	—	4 h. 47'37"	6 h. 28'24"	4 h. 33'	6 h. 48'
Confluent . . .	3,12	1,53	2,62	1,423	6866	42'40"	1 h. 20'20"	4 h. 54'14"	6 h. 41'16"	4 h. 38'	6 h. 59'
Boeckl.	2,12	1,317						5 h. 36'54"	8 h. 3'36"	5 h. 27'	9 h. 17'

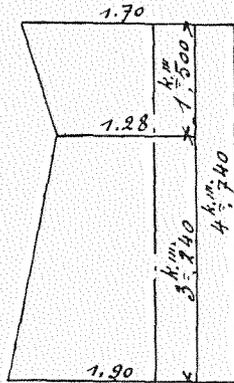
La concordance est assez satisfaisante pour la marée haute, elle l'est moins pour la marée basse. Mais il est à remarquer que nous nous trouvons dans la partie extrême de la partie maritime, où il n'est pas toujours aisé, pour nombre de marées, de déterminer l'instant précis de la marée haute ou de la marée basse.

CHAPITRE VIII.

PETITE NÈTHE.

Nous avons établi plus haut, chapitre VII, 3^e partie, que la section d'équilibre à marée haute à l'embouchure de la Petite Nèthe mesure 36^m2.5 et nous avons dit que le profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée correspondait au profil ci-contre.

Emblehem.



Confluent.

Fig. 24.

pour la Grande Nèthe, si nous voulons trouver les sections réelles de la rivière.

SECTION A 1^k,5 D'EMBLEHEM.

$$a = \frac{1,90 - 1,28}{5,24} = 0,115.$$

$$\log \hat{\epsilon} = 1,56229 - \frac{0,688}{0,115} \left(\frac{1}{\sqrt{1,28}} - \frac{1}{\sqrt{1,9}} \right)$$

$$\log \hat{\epsilon} = 1,00020 = \log 10 \text{ m}^2.$$

SECTION A EMBLEHEM.

$$a = \frac{1,7 - 1,28}{1,5} = 0,28$$

$$\log \hat{\epsilon} = 1,00020 - \frac{0,688}{0,28} \left(\frac{1}{\sqrt{1,28}} - \frac{1}{\sqrt{1,7}} \right)$$

$$\log \hat{\epsilon} = 0,71270 = \log 5,161 \text{ m}^2.$$

Amplitude de la marée: La largeur moyenne de la rivière aux abords de l'écluse d'Emblehem mesure 18 mètres.

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1915} \left(\frac{1}{1,28} - \frac{1}{1,90} \right) + \frac{0,125}{0,28} \left(\frac{1}{1,28} - \frac{1}{1,70} \right)} = 0,797$$

$$h = 0,797 \times 1,79 \times \frac{1,9}{1,7} \sqrt{\frac{15,08}{18} \times \frac{5,161}{56,5}}$$

$$h = 1,596 \sqrt{0,1027} = 0,51 \text{ m.}$$

L'écluse d'Emblehem marque la limite de la partie maritime. En ce point, l'onde marée doit se relever jusqu'à ce que l'énergie cinétique soit entièrement transformée en énergie potentielle. Comme l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle, l'amplitude de la marée réellement observée doit être environ le double de celle obtenue ci-dessus par calcul, soit : 1^m.02. L'amplitude observée avec grande précision par des appareils marégraphiques, durant la période 1901-1910, est de 0^m.93, soit une dizaine de centimètres en moins que le résultat obtenu par calcul.

L'amplitude obtenue ci-dessus correspond à une section réelle à marée haute de :

$$18 (1,70 + 0,51) = 59^{\text{m}^2} 80.$$

Cette section est plus grande que celle qui existe en réalité et qui n'est que d'environ 30 mètres carrés. Mais quand on trace avec cette section la courbe des sections réelles, on obtient une courbe qui épouse très bien le diagramme des sections existantes. Calculons notamment la section intermédiaire à 1^K,5 d'Emblehem.

Valeur du coefficient w' :

$$\log 59,8 - \log 5,161 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 4,74} \right)^2$$

$$w' = 0,155.$$

Terme supplémentaire à ajouter au logarithme de la section à 1^{KM},5 d'Emblehem.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,155 \times 5,24} \right)^2 = 0,49851$$

$$\log \ell = 1,0020 + 0,49851 = 1,49851$$

$$\ell = 51 \text{ } 51 \text{ m}^2.$$

Relèvement du niveau moyen de la rivière.

A. Relèvement dû au phénomène de la marée.

1^{re} SECTION.

Amplitude de la marée à l'embouchure : 1^m.79; à Emblehem, 1^m.02.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 1,79e^{-0,1184x}.$$

Amplitude de la marée à 1^{KM},5 d'Emblehem.

$$h = 1,79 \times e^{-0,1184 \times 3,24} = 1^m,22.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 1^m.90; à 1^K,5 d'Emblehem : 1^m.28.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 1,9e^{-0,1219x}.$$

Largeur à l'embouchure : 13^m.08; à Emblehem : 18 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 13,08e^{+0,0672x}.$$

Largeur à 1^K,5 d'Emblehem.

$$l = 13,08e^{+0,0672 \times 3,24} = 16^m,28.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{15,08}{15,08 + 2 \times 1,9} + \frac{16,28}{16,28 + 2 \times 1,28} \right] : 2 = (0,775 + 0,864) : 2 = 0,819.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,775 \times 1,9} \right) = 0,548$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,864 \times 1,28} \right) = 0,595$$

Valeur moyenne : $1,115 : 2 = 0,556$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,556 \times 0,095 \times \overline{1,79^2} \times e^{-2 \times 0,1184x}}{0,819 \times 1,9^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,1219x}} dx.$$

Relèvement total à 1^K,5 d'Emblehem.

$$\tau_m = \frac{0,556 \times 0,095}{0,819 \times 0,868} \times \frac{3,2}{4,978} \left(e^{0,068 \times 3,24} - 1 \right) = 0^m,147.$$

2^e SECTION.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 1,22 e^{-0,1184x}.$$

Profondeur à 1^k,5 d'Emblehem : 1^m.28 ; à Emblehem : 1^m.70.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 1,28 e^{+0,1892x}.$$

Largeur à 1^k,5 d'Emblehem : 16^m.28 ; à Emblehem : 18 m.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{16,28}{16,28 + 2 \times 1,28} + \frac{18^m}{18 + 2 \times 1,7} \right] : 2 = (0,864 + 0,84) : 2 = 0,852.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,864 \times 1,28} \right) = 5,95$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,84 \times 1,7} \right) = 5,25$$

Valeur moyenne : $1,120 : 2 = 0,560.$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,56 \times 0,095 \times \overline{1,22^2} \times e^{-2 \times 0,1184x}}{0,852 \times \overline{1,28^{5/2}} \times e^{5,2 \times 0,1892x}} dx.$$

Relèvement à Emblehem.

$$\tau_m = \frac{0,56 \times 0,095}{0,852 \times 0,7098} \times \frac{1,49}{1,854} \left(1 - e^{-0,7098 \times 1,5} \right) = 0^m,045.$$

Relèvement total à Emblehem : $0^m,147 + 0^m,045 = 0^m,192.$

B. — Relèvement dû au débit d'amont :

1^{re} SECTION.

Débit d'amont : 6 mètres cubes.

Pour les autres données, voir ci-dessus.

Relèvement élémentaire :

$$d\tau_a = \frac{0,556 \times 6^2}{0,819 \times \overline{15,08^2} \times 1,9^3} e^{(-2 \times 0,0672 + 3 \times 0,1219)x} \times dx.$$

Relèvement total à 1^k,5 d'Emblehem :

$$\tilde{\tau}_a = \frac{0,556}{0,2515 \times 0,819} \times \frac{56}{171 \times 6,85} \left(e^{0,2313 \times 3,24} - 1 \right) = 0^m,405.$$

2^{me} SECTION.

$$d\tilde{\tau}_a = \frac{0,56 \times 6^2 \times dx}{0,852 \times 16,28^2 \times 1,8^3} e^{(-2 \times 0,0672 - 3 \times 0,1892)x}$$

Relèvement total en C :

$$\tilde{\tau}_a = \frac{0,56}{0,852 \times 0,7020} \times \frac{56}{265 \times 2,096} \left(1 - e^{-0,7020 \times 1,5} \right) = 0^m,14$$

Relèvement total à Emblehem :

$$0^m,405 + 0,04 = 0^m,445.$$

C. — *Relèvement dû à la marée et au débit d'amont :*

1^{re} SECTION.

Pour les données, voir plus haut.

Relèvement élémentaire :

$$d\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,556 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 1,79 \times e^{-0,1184x} \times 6}{0,819 \times 15,08 \times e^{0,0672x} \times 1,9^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,1219x}} dx.$$

Relèvement total à 1^k,5 d'Emblehem :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,556 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,819 \times 0,1494} \times \frac{1,79 \times 6,00}{15,08 \times 5,851} \left(e^{0,1494 \times 3,24} - 1 \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0^m,242.$$

2^{me} SECTION.

Relèvement élémentaire :

$$d\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,56 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 1,22 \times e^{-0,1184x} \times 6,00}{0,852 \times 16,28 \times e^{0,0672x} \times 1,28^{11/4} \times e^{11/4 \times 0,1892x}} dx.$$

Relèvement total à Emblehem :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,56 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,852 \times 0,7056} \times \frac{1,22 \times 6,00}{16,28 \times 1,28^{11/4}} \left(1 - e^{-0,7056 \times 1,5} \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,084 \text{ m.}$$

Relèvement total à Emblehem : 0^m.242 + 0^m.084 = 0^m.326.

Relèvement total du niveau moyen de la rivière depuis le confluent jusqu'à Emblehem.

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_m + \tilde{\tau}_a + \tilde{\tau}_{ma} = 0^m,192 + 0,145 + 0,526 = 0^m,661.$$

En 1901-1910, on a observé un relèvement de 0^m.65, soit un peu moins que le résultat du calcul.

Vitesses de propagation : Les vitesses moyennes du courant moyen de marée à considérer sont : 0^m.349 à l'embouchure ; 0^m.204 à Emblehem et 0^m.245 à 1^k.5 d'Emblehem.

Embouchure.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005 + 1,79)^2}} \sqrt{9,81 (1,005 + 1,79)} + 0,8 \times 0,549 \right] \frac{1,005 + 1,79}{1,005 + 2 \times 1,79}$$

$$W_{mh} = 3,10 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,005)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,005} - 0,8 \times 0,549 = 1,58 \text{ m.}$$

A 1^k.5 d'Emblehem :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,67 + 1,22)^2}} \sqrt{9,81 (0,67 + 1,02)} + 0,8 \times 0,245 \right] \frac{0,67 + 1,22}{0,67 + 2 \times 1,22}$$

$$W_{mh} = 2,31 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,67)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,67} - 0,8 \times 0,245 = 0,808 \text{ m.}$$

Emblehem.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,19 + 1,02)^2}} \sqrt{9,81 \times (1,19 + 1,02)} + 0,8 \times 0,204 \right] \frac{1,02 + 1,19}{1,19 + 2 \times 1,02}$$

$$W_{mh} = 2,90 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,19)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,19 - 0,8 \times 0,204} = 2,125 \text{ m.}$$

Tableau 39.

Stations.	Vitesses de propagation.		Vitesses moyennes de propagation.		Distances.	Temps de la propagation.		Heures calculées de la marée		Heures moyennes de la marée observée en 1901-1910.	
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.		Marée haute.	Marée basse.	haute.	basse.	haute.	basse.
Embouchure Rupel	m	m	m	m	m	—	—	3 h. 0'	3 h. 35'	3 h. 0'	3 h. 35'
Rumpst	—	—	—	—	—	—	—	3 h. 40'37"	4 h. 33'44"	3 h. 37'	4 h. 44'
Moll	—	—	—	—	—	—	—	4 h. 47'37"	6 h. 28'24"	4 h. 33'	6 h. 48'
Confluent . . . A 1k.5	3,10	1,58	2,705	1,194	3240	19'56"	45'10"	4 h. 54'14"	6 h. 41'16"	4 h. 38'	6 h. 59'
d'Emblehem.	2,310	0,808	2,605	1,467	1500	9'35"	17'22"	5 h. 14'10"	7 h. 26'26"		
Emblehem. . .	2,900	2,125						5 h. 23'45"	7 h. 43'48"	4 h. 50'	8 h. 23'

CHAPITRE IX.

DYLE.

Nous avons vu par l'étude de la Nèthe Inférieure que la section d'équilibre à marée haute à l'embouchure de la Dyle mesure 353 mètres carrés. Nous avons encore vu chapitre IV,

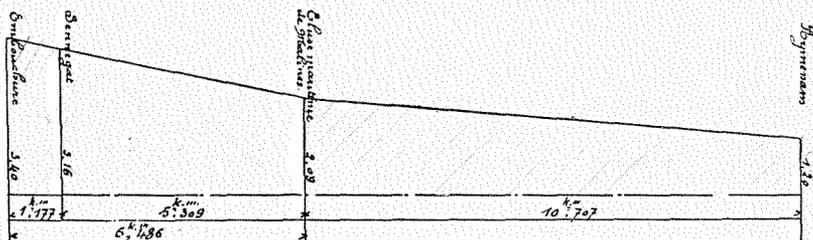


Fig. 25.

§ 1, que le profil des profondeurs moyennes à mi-marée est conforme au croquis ci-dessous :

Connaissant ces éléments nous pouvons faire l'étude de la rivière.

I. PREMIÈRE PARTIE.

Rumpst-Sennegat.

Section à l'embouchure : 353 m². $\log 353 = 2,54777$.

Largeur théorique à l'embouchure : $\frac{553}{5,4 + \frac{5,49}{2}} = 68^m 60$.

Coefficient de variation de la profondeur entre l'embouchure et l'écluse maritime à Malines :

$$a = \frac{5,4 - 2,09}{6,486} = 0,202.$$

Profondeur au Sennegat :

$$\lambda = 5,4 - 1,177 \times 0,202 = 5^m,16.$$

Section à marée haute d'égale vitesse au Sennegat :

$$\log \epsilon = 2,54777 - \frac{0,688}{0,202} \left(\frac{1}{\sqrt{5,16}} - \frac{1}{\sqrt{5,4}} \right)$$

$$\log \zeta = 2,54777 - 0,0682 = 2,47957$$

$$\log \zeta = 301,8 \text{ m}^2.$$

Déterminons la largeur de la rivière et l'amplitude de la marée qui correspondent à la section d'égale vitesse ci-dessus.

La valeur du coefficient de réduction φ de l'amplitude est égale à :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,425}{0,202} \left(\frac{1}{3,16} - \frac{1}{5,4} \right)} = 0,984.$$

La largeur de la rivière et l'amplitude de la marée sont données par le système d'équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0,984 \times 3,49 \times \frac{5,4}{3,16} \sqrt{\frac{68,6}{l} \times \frac{501,8}{353}} \\ l \left(3,16 + \frac{h}{2} \right) = 301,8. \end{array} \right.$$

D'où :

$$h = 3^{\text{m}},64 \qquad l = 60^{\text{m}},5.$$

La section existante mesure un peu plus que 261 mètres carrés et la largeur existante un peu plus que 55 mètres.

Au delà du Sennegat, la rivière se partage en deux bras. D'une part, nous avons la partie amont de la Dyle, d'autre part, la Senne. Le partage de la section à marée haute se fait proportionnellement aux énergies des ondes marées qui s'engagent dans chacune des rivières. Comme l'amplitude est la même dans les deux bras, les énergies sont proportionnelles aux volumes de remplissage. Ces volumes sont connus par l'étude de la marée moyenne faite par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant. Cet ingénieur a trouvé :

Dyle.

Débit de la marée :	608490 m ³
Débit d'amont : 16,5 (4 × 3600 + 32 × 60) =	269280
Total :	878770 m ³

Senne :

Débit de la marée :	520080 m ³
Débit d'amont : 8 (4 × 3600 + 32 × 60) =	130560
Total :	650640 m ³

Section d'équilibre à marée haute au Sennegat dans la :

Dyle :

$$c = 501,8 \frac{878770}{878770 + 650640} = 175^{\text{m}^2}, 2.$$

Senne :

$$c = 501,8 \frac{650640}{878770 + 650640} = 128^{\text{m}^2}, 6.$$

Vérifions à présent la loi du débit pour cette partie de la rivière.

Nous avons déterminé plus haut que le volume de remplissage de la Dyle à Rumpst est égal à 1.712.630 mètres cubes. Nous avons dès lors comme valeur de la constante à Rumpst :

$$c = \frac{1.712.630 \times 5,49}{553} = 16920.$$

Au *Sennegat*, nous avons comme volume de remplissage : $878770 + 650640 = 1.529.410$ mètres cubes ; comme amplitude de la marée, donnée par M. Van Brabandt : $3^{\text{m}}, 29$. D'où :

$$c = \frac{1.529.410 \times 3,29}{501,8} = 16650,$$

soit sensiblement la même valeur qu'à Rumpst.

Il nous est impossible de vérifier la loi du débit pour les quatre marées extraordinaires qui ont été étudiées par M. Van Brabandt, car le recueil des documents relatifs à l'Escaut maritime ne fournit pas de renseignements complets au *Sennegat*. Les débits donnés ci-dessus permettent encore de vérifier les vitesses moyennes du courant de flot et de jusant à Rumpst et au *Sennegat*.

Rumpst. Données :

Profondeur moyenne à marée basse : $1^{\text{m}}, 28$.

Largeur à mi-marée : $53^{\text{m}}, 20$.

Durée du flot : $T_f = 4 \times 3600'' + 48 \times 60 = 17280''$.

Durée du jusant : $T_j = 7 \times 3600 + 37 \times 60 = 27420''$.

Débit du flot : $D_f = 1.289.130 \text{ m}^3$.

Débit du jusant : $D_j = 2.384.280 \text{ m}^3$

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{1.289.130}{53,2 \left[1,28 + 1,745 \left(1 + \frac{4800}{17280} \right) \right] 17280} = 0^{\text{m}}, 399.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{2.584\ 280}{53,2 \left[1,28 + 1,745 \left(1 - \frac{4800}{27420} \right) \right] 27420} = 0^m,60.$$

Sennegat. (Dyle).

Profondeur moyenne à marée basse : 1^m,45.

Largeur à mi-marée : 38^m,2.

Durée du flot : $T_f = 4 \times 3600 + 32 \times 60 = 16320''$.

Durée du jusant : $T_j = 7 \times 3600 + 53 \times 60 = 28380''$.

Débit de flot : $D_f = 608490\ m^3$.

Débit de jusant : $D_j = 1.346.040\ m^3$.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{608490}{58,2 \left[1,45 + 1,645 \left(1 + \frac{4800}{16320} \right) \right] 16320} = 0^m,272.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{1.346.040}{58,2 \left[1,45 + 1,645 \left(1 - \frac{4800}{28380} \right) \right] 28380} = 0^m,44.$$

Sennegat (Senne).

Profondeur moyenne à marée basse : 1^m,20.

Largeur à mi-marée : 32^m,9.

Durée du flot : 16320''.

Durée du jusant : 28380''.

Débit de flot : 520080 m^3 .

Débit de jusant : 877680 m^3 .

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{520080}{52,9 \left[1,20 + 1,645 \left(1 + \frac{4800}{16320} \right) \right] 16320} = 0,291\ m.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{877.680}{52,9 \left[1,20 + 1,645 \left(1 - \frac{4800}{28380} \right) \right] 28380} = 0,506\ m.$$

Tableau 40. — Tableau récapitulatif des vitesses moyennes de flot et de jusant.

Stations.	Vitesse moyennes de flot obtenues par		Vitesse moyennes de jusant obtenues par		Observations.
	calcul.	cubature.	calcul.	cubature.	
Rumpst	0.399	0.378	0.60	0.553	
Sennegat (Dyle)	0.272	0.251	0.441	0.44	
Sennegat (Senne)	0.291	0.29	0.366	0.341	

Il résulte du tableau ci-dessus qu'il y a une concordance très grande entre le résultat du calcul et celui de la cubature.

Déterminons maintenant le relèvement du niveau moyen.

A. Relèvement dû au phénomène de la marée.

Amplitude de la marée à l'embouchure : 3^m.49 ; au Sennegat : 3^m.64 (corrigée).

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,49e + 0,0337x$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 3^m,40 ; au Sennegat : 3^m,16.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 3,40e - 0,06215x.$$

Largeur à l'embouchure : 68^m,60 ; au Sennegat : 60^m,5 (corrigée).

Loi de variation de largeur :

$$l = 68,60e - 0,1044x.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$\left[\frac{68.6}{68,6 + 2 \times 3,4} + \frac{60,5}{60,5 + 2 \times 3,16} \right] : 2 = (0,908 + 0,906) : 2 = 0,907.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,908 \times 3,40} \right) = 0,595$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,906 \times 3,16} \right) = 0,405$$

Valeur moyenne : $0\ 796 : 2 = 0,398$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,398 \times 0,095 \times 3,49^2 \times e + 2 \times 0,0357x}{0,907 \times 3,4^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,06215x} dx$$

Relèvement total au Sennegat :

$$z_m = \frac{0,398 \times 0,095}{0,907 \times 0,10194} \times \frac{12,18}{24,58} \left(e^{0,10194 \times 1,177} - 1 \right) = 0^m,029.$$

B. *Relèvement dû au débit d'amont :*

Débit d'amont : 26^m^3 .

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_a = \frac{0,598 \times 26^2 \times dx}{68,6^2 \times e^{-2 \times 0,1044x} \times 3,4^3 \times e^{-3 \times 0,06215x} \times 0,907}$$

Relèvement total au Sennegat :

$$\tau_a = \frac{0,598}{0,907 \times 0,5952} \times \frac{676}{4720 \times 59,5} \left(e^{0,3952 \times 1,177} - 1 \right) = 0^m,024.$$

C. *Relèvement dû à l'action combinée du débit d'amont de la marée :*

Relèvement élémentaire :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,598 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 3,49 \times e + 0,0357x \times 26}{0,907 \times 68,6 \times e^{-0,1014x} \times 3,4^{11/4} \times e^{-11/4} \times 0,06215x} dx.$$

Relèvement total au Sennegat :

$$\tau_{ma} = \frac{0,598 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,907 \times 0,1708} \times \frac{3,49 \times 26,0}{68,6 \times 28,84} \left(e^{0,1708 \times 1,177} - 1 \right) = 0^m,025.$$

Relèvement total du niveau moyen de la rivière depuis son embouchure à Rumpst jusqu'au Sennegat :

$$z = z_m + z_a + z_{ma} = 0^m,029 + 0,024 + 0,025 = 0^m,078.$$

Le relèvement le plus exact constaté est de 0,11.

Vitesses de propagation de la marée.

La vitesse moyenne du courant de la marée à considérer est 0.485 mètre. (Voir recueil des documents relatifs à l'Escout maritime.)

Embouchure à Rumpst :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655 + 3,49)^2}} \sqrt{9,81 (1,655 + 3,49)} + 0,8 \times 0,485 \right] \frac{1,655 + 3,49}{1,655 + 2 \times 3,49}$$

$W_{mh} = 4^m, 36.$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,655)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,655} - 0,8 \times 0,485.$$

$W_{mb} = 2^m, 822.$

Sennegat.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,34 + 3,64)^2}} \sqrt{9,81 (1,34 + 3,64)} + 0,8 \times 0,485 \right] \times \frac{1,34 + 3,64}{1,34 + 2 \times 3,64} = 4^m, 165.$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,34)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,34} - 0,8 \times 0,485 =$$

$W_{mb} = 2^m, 222.$

Tableau 41.

STATIONS.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distance.	Temps de la propagation.		Heure de la marée calculée.		Heure moyenne de la marée observée en 1901-1910.	
	Marée haute	Marée basse	Marée haute	Marée basse		Marée haute	Marée basse	haute	basse	haute	basse
bouch. Rumpst	m.	m.	m.	m.	m.			3h. 00'	3h. 35'	3h. 0' 0"	3h. 35' 0"
npst . . .	4.36	2.822	4.262	2.522	1177	4' 36"	7' 46"	3h. 40' 37"	4h. 36' 44"	3 h. 37"	4 h. 44'
negat. . .	4.165	2.222						3h. 45' 31"	4h. 44' 30"	3 h. 40"	4 h. 52'

La concordance est très satisfaisante, surtout à marée haute, entre le résultat du calcul et celui de l'observation.

II. DEUXIÈME PARTIE.

SENNEGAT-RYMENAM.

§ 1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse.

Nous avons vu plus haut que la section d'équilibre à marée haute au Sennegat est $173^{\text{m}^2}.2$, et que le coefficient de variation de la profondeur a entre le Sennegat et l'écluse maritime à Malines est égal à $0,202$. Ces données permettent de calculer les sections à marée haute d'égale vitesse depuis le Sennegat jusqu'à Malines. La section à Malines est notamment égale à :

$$\log \ell = 175,2 - \frac{0,688}{0,202} \left(\frac{1}{\sqrt{2,09}} - \frac{1}{\sqrt{3,16}} \right)$$

$$\log \ell = 2,25855 - 0,44 = 1,79855$$

$$\ell = 62,88^{\text{m}^2}.$$

Pour la section à marée haute d'égale vitesse à Rymenam, il faut appliquer à partir de Malines le coefficient de variation de la profondeur a égal à :

$$a = \frac{2,09 - 1,20}{10,707} = 0,0841.$$

Section à Rymenam.

$$\log \ell = 1,79855 - \frac{0,688}{0,0841} \left(\frac{1}{\sqrt{1,2}} - \frac{1}{\sqrt{2,09}} \right)$$

$$\log \ell = 1,79855 - 1,812 = \bar{1},98655$$

$$\ell = 0^{\text{m}^2},9693.$$

Les sections obtenues ci-dessus sont notablement plus petites que celles qui existent réellement sur la rivière, soient : 109^{m^2} à Malines et $25^{\text{m}^2}.2$ à Rymenam. Cela provient de ce que, pour cette partie de la rivière, la vitesse moyenne générale du courant de marée ne reste pas constante, ce que l'on suppose dans les calculs ci-dessus. Si l'on voulait retrouver les sections existantes en se basant sur les vitesses moyennes générales du courant de marée, il faudrait connaître celles-ci, abstraction faite du débit d'amont. Or, ces éléments ne sont pas connus. Nous déterminerons donc les sections à marée haute réelles

en calculant les largeurs de la rivière correspondant aux amplitudes de la marée observée. Moyennant la connaissance de ces éléments, nous pourrions calculer le coefficient ν' du terme supplémentaire à ajouter aux logarithmes des sections ci-dessus et ensuite les sections existant réellement.

§ 2. — Calcul des amplitudes de la marée et des sections réelles à marée haute.

Les documents relatifs à l'Escaut maritime donnent l'amplitude moyenne de la marée pendant la période 1888-1895 au pont Wincket à Malines et à Rymenam. Ils renseignent notamment à Malines (Pont Wincket) : 2^m,20 et à Rymenam : 0^m,70.

Ces données diffèrent notablement de celles fournies par les observations marégraphiques très précises qui ont été faites pendant la période 1901-1910. En effet, on a pour cette période : 2^m,75 à Malines (écluse maritime) et 0^m,58 à Rymenam.

Nous croyons que l'amplitude de 2^m.20 de la période 1888-1895, au pont Wincket à Malines, est entâchée d'erreurs, car elle a été relevée dans la traverse hydraulique de Malines qui comprenait, à l'époque considérée, une série de canaux latéraux dans lesquels la marée pouvait se répandre librement. Or, cette ramification de la marée devait provoquer un abaissement de l'onde marée. Cette distribution de la marée dans plusieurs bras ne s'est plus produite (ou seulement pendant de courtes périodes) durant la période 1901-1910. A cette époque, la Dyle coulait dans un bras unique et l'amplitude observée devait se rapprocher beaucoup de celle de la marée cheminant dans une rivière à lit unique. Nous estimons donc, que l'amplitude de 2^m.75 à Malines est celle qu'il faut considérer pour vérifier la loi de l'amplitude.

En ce qui concerne la station de Rymenam, il y a lieu de remarquer que l'amplitude de 0.70 a été obtenue par observation directe, qui est toujours un procédé incertain et peu précis, tandis que l'amplitude de 0^m.58 a été enregistrée par marégraphe qui donne certes le maximum de la précision. On doit donc attribuer plus de valeur au chiffre 0^m.58 qu'à celui de 0^m.70. C'est le premier que nous allons considérer dans nos calculs de vérification.

Section à marée haute au Sennegat : 173,2 m².

Largeur à mi-marée :

$$l \left(3,16 + \frac{3,64}{2} \right) = 173,2$$

$$l = 34,7 \text{ m.}$$

Écluse maritime de Malines :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,202} \left(\frac{1}{2,09} - \frac{1}{3,16} \right)} = \frac{1}{1 + 0,1} = 0,9075$$

$$2,75 = 0,9075 \times 3,64 \times \frac{3,16}{2,09} \sqrt{\frac{34,7}{l} \times \frac{62,88}{173,2}}$$

$$l = 41^{\text{m}},50.$$

Section à marée haute :

$$41,50 \left(2,09 + \frac{2,75}{2} \right) = 144 \text{ m}^2.$$

Rymenam.

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1 + \frac{0,125}{0,0841} \left(\frac{1}{1,2} - \frac{1}{2,09} \right)} = \frac{1}{1 + 0,6275} = 0,614$$

$$0,58 = 0,614 \times 3,64 \times \frac{3,16}{1,2} \sqrt{\frac{34,7}{l} \times \frac{0,9695}{173,2}}$$

$$l = 20^{\text{m}}.$$

Section à marée haute :

$$20 \left(1,20 + \frac{0,58}{2} \right) = 29,8 \text{ m}^2.$$

A Malines, la largeur et la section sont notablement plus grandes que celles qui existent réellement. En effet, la largeur n'y mesure que 33^m,4 et la section 109 mètres carrés. Il est fort probable que l'amplitude de 2^m,75 qui ne correspond qu'à une période d'observations de trois années, comprises entre 1901 et 1910, n'est pas tout à fait l'amplitude moyenne. D'autre part, il est possible que le bassin des canaux intérieurs de la ville de Malines, bien que soustrait à l'action permanente de la marée, continue à exercer une certaine influence sur l'amplitude de la marée, par suite de manœuvres exercées

aux barrages de la ville. Si on calcule l'amplitude théorique qui correspond à la largeur existante, on obtient :

$$h = 0,9075 \times 3,64 \times \frac{3,16}{2,69} \sqrt{\frac{34,7}{33,4} \times \frac{62,88}{173,2}}$$

$$h = 5^m,06.$$

et pour la section à marée haute :

$$33,4 \left(2,09 + \frac{3,06}{2} \right) = 120^m,9,$$

soit sensiblement la section existante de 115 mètres carrés. C'est avec la largeur de 33^m,4 et la section de 120^m²,9 que nous avons tracé le diagramme des sections (planche V). A Rymenam, la largeur obtenue par calcul est plus grande que celle existant réellement, soit : 16^m²,2. Mais comme la profondeur admise est plus petite que celle qui existe, la section à marée haute est sensiblement égale à celle qu'on relève réellement dans la rivière, soit : 29^m²,8 au lieu de 25^m²,2.

En admettant à Malines et à Rymenam les sections à marée haute de 120^m²,9 et de 29^m²,8 respectivement, le calcul des sections définitives sur la rivière peut se faire de la manière suivante.

Section Sennegat-Malines. — Le coefficient w' du terme supplémentaire à ajouter aux sections d'égale vitesse est donné par la relation :

$$\log 120,9 - \log 62,88 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 5,309} \right)^2$$

$$w' = 0,0524.$$

Section Malines-Rymenam. — Nouvelle section à marée haute d'égale vitesse à Malines : 120^m²,9.

Nouvelle section à marée haute d'égale vitesse à Rymenam.

$$\log \epsilon = \log 120,9 - 1,812$$

$$\log \epsilon = 2,08243 - 1,812 = 0,27043$$

$$\epsilon = 1,864 \text{ m}^2.$$

Valeur du coefficient w'

$$\log 29,8 - \log 1,864 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 10,707} \right)^2$$

$$w' = 0,0701.$$

Quand on examine à la planche IV (voir fascicule n° 1) la courbe des sections à marée haute théoriques et le diagramme des sections existant réellement, on voit qu'il y a une concordance très grande entre les deux tracés.

§ 3. — **Vérification de la loi du débit et des vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.**

Par suite d'une donnée inexacte pour l'amplitude de la marée à Malines, et de l'absence de tous renseignements pour les débits et les vitesses à Rymenam, il est impossible de procéder à une vérification de la loi du débit et des formules des vitesses du courant de marée. Nous sommes donc obligés de nous rapporter ici aux autres rivières du bassin maritime de l'Escaut pour nous rendre compte de la valeur pratique des lois et formules que nous avons établies dans la théorie des marées fluviales.

§ 4. — **Relèvement du niveau moyen de la rivière.**

I. — PARTIE COMPRISE ENTRE SENNEGAT ET MALINES.

A. — *Relèvement dû au phénomène de la marée.*

Amplitude de la marée au Sennegat : 3.64; à Malines : 3.06 (théorique).

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3^m,64 e^{-0,0327x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée au Sennegat : 3^m.16; à Malines : 2^m.09.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 3,16 e^{-0,0778x}.$$

Largeur au Sennegat : 34^m,7; à Malines : 33^m,4.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 34,7 e^{-0,00723x}.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{34,7}{34,7 + 2 \times 3,16} + \frac{33,4}{33,4 + 2 \times 2,09} \right] : 2 = (0,845 + 0,889) : 2 = 0,867.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,845 \times 3,16} \right) = 0,412$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,889 \times 2,09} \right) = 0,468$$

$$\text{Valeur moyenne :} \quad \frac{0,412 + 0,468}{2} = 0,440.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0,44 \times 0,095 \times \overline{5,64}^2 \times e^{-2} \times 0,0327x}{0,867 \times \overline{5,16}^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,0778x} dx.$$

Relèvement total à Malines :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,44 \times 0,095}{0,867 \times 0,1296} \times \frac{15,25}{17,78} \left(e^{0,1296 \times 5,309} - 1 \right) = 0^m,264.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'amont.*

Débit d'amont au Sennegat: 17m^3 ; à Malines: 16m^3 .

Loi de variation du débit d'amont :

$$q = 17 e^{-0,01142x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,44 \times \overline{17}^2 \times e^{-2} \times 0,01142x \times dx}{0,867 \times \overline{54,7}^2 \times e^{-2} \times 0,00723x \times \overline{5,16}^3 \times e^{-3} \times 0,0778x}.$$

Relèvement total à Malines :

$$\tilde{\tau}_a = \frac{0,44}{0,867 \times 0,225} \times \frac{289}{1205 \times 51,55} \left(e^{0,225 \times 5,309} - 1 \right) = 0^m,114.$$

C. — *Relèvement dû à l'action combinée du débit d'amont et de la marée.*

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,44 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,64 \times e^{-0,0327x} \times 17 \times e^{-0,01142x}}{0,867 \times 54,7 \times e^{-0,00723x} \times 5,16^{11/4} \times e^{-11/4} \times 0,0778x} dx.$$

Relèvement total à Malines :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,44 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,867 \times 0,1771} \times \frac{5,64 \times 17}{54,7 \times 25,77} \left(e^{0,1771 \times 5,309} - 1 \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0^m,205.$$

Relèvement total du niveau moyen de la rivière depuis Senegat jusqu'à Malines :

$$\zeta = \zeta_m + \zeta_u + \zeta_{ma} = 0^m,264 + 0,04 + 0,205 = 0^m,509.$$

II. — PARTIE COMPRISE ENTRE MALINES ET RYMENAM.

A. — *Relèvement dû à la marée.*

Amplitude de la marée à Malines : $3^m,06$ (théorique) :
à Rymenam : $0^m,58$.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,06 e^{-0,1556x}.$$

Largeur à Malines : $33^m,4$; à Rymenam : 20 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 55,4e^{-0,0477x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Malines : $2^m,09$; à Rymenam : $1^m,20$.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 2,09e^{-0,0518x}.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l + 2\lambda}$:

$$\left[\frac{55,4}{35,4 + 2 \times 2,09} + \frac{20}{20 + 2 \times 1,2} \right] : 2 = (0,889 + 0,892) : 2 = 0,8905$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,5}{0,889 \times 2,09} \right) = 0,468$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,892 \times 1,20} \right) = 0,607$$

Valeur moyenne : $1,075 : 2 = 0,538$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,538 \times 0,095 \times 5,06^2 \times e^{-2 \times 0,1556x}}{0,8905 \times 2,09^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,0518x}} dx.$$

Relèvement total à Rymenam :

$$\zeta_m = \frac{0,538 \times 0,095}{0,891 \times 0,1814} \times \frac{9,56}{6,295} \left(1 - e^{-0,1814 \times 10,707} \right) = 0^m,595.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'amont.*

Débit d'amont à Malines : 16 mètres cubes ; à Rymenam : 15 mètres cubes.

Loi de variation du débit d'amont :

$$q = 16 e^{-0,00588x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,558 \times 16^2 \times e^{-2 \times 0,00588x} \times dx}{55,4^2 \times e^{-2 \times 0,0477x} \times 2,09^3 \times e^{-3 \times 0,0518x} \times 0,8905}.$$

Relèvement total à Rijmenam :

$$z_a = \frac{0,558}{0,8905 \times 0,239} \times \frac{256}{4117 \times 9,15} \left(e^{0,239 \times 10,707} - 1 \right)$$

$$z_a = 0^m,77.$$

C. — *Relèvement dû à l'action combinée du débit d'amont et de la marée.*

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,558 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,06 \times e^{-0,1556x} \times 16 \times e^{-0,00588x}}{0,8905 \times 55,4 \times e^{-0,0477x} \times 2,09^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0518x}} \times dx.$$

Relèvement total à Rymenam :

$$\begin{aligned} \tau_{ma} &= \frac{0,558 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,8905 \times 0,029} \times \frac{5,06 \times 16}{55,4 \times 7,585} \left(e^{0,029 \times 10,707} - 1 \right) = \\ &= 0,885 \text{ m.} \end{aligned}$$

Relèvement total du niveau moyen depuis Malines jusqu'à Rymenam :

$$\tau = \tau_m + \tau_a + \tau_{ma} = 0^m,595 + 0,77 + 0,885 = 2^m,05.$$

Tableau 42. — Tableau récapitulatif des relèvements totaux du niveau de la mi-marée et des cotes de niveau calculées et observées pour la mi-marée.

Stations.	Relèvements calculés		Cotes de niveau de la mi-marée pour la période 1901-1910 (1).	
	partiels.	totaux.	calculées.	obs ervées.
	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
Embouchure Rupel.	0.305		2.58	8
Rumpst	0.078	0.305	2.885	2.95
Sennegat	0.509	0.383	2.963	
Malines	2.05	0.892	3.472	3.62
Rymenam		2.942	5.522	5.62

Il résulte du tableau ci-dessus que la concordance est très grande entre les résultats du calcul et ceux de l'observation.

§ 5. — Vitesses de propagation de la marée fluviale.

Les vitesses moyennes générales du courant de marée à considérer au Sennegat sont : 0^m.485, à Malines : 0^m.38, à Rymenam : 0^m.648.

Sennegat. (Voir calculs plus haut.)

Vitesse de propagation à marée haute : 4^m.165.

Vitesse de propagation à marée basse : 2^m.222.

Malines :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,56 + 5,06)^2}} \sqrt{9,81 (0,56 + 5,06)} + 0,8 \times 0,38 \right] \frac{0,56 + 5,06}{0,56 + 2 \times 5,06}$$

$W_{mh} = 5,22 \text{ m.}$

(1) Nous comparons les cotes de mi-marée calculées aux cotes observées pendant la période de 1901-1910 parce que ce sont celles-là qui ont été relevées avec le plus de précision surtout dans la partie amont de la rivière.

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,56)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,56 - 0,8 \times 0,58} = 0^m,421.$$

Rymenam :

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,91 + 0,58)^2}} \sqrt{9,81 (0,91 + 0,58)} + 0,8 \times 0,648 \right] \frac{0,91 + 0,58}{0,91 + 2 \times 0,58}$$

$$W_{mh} = 2,47 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,91)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,91 - 0,8 \times 0,648} = 1^m,102$$

Tableau 43.

Lieux.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distances.	Temps de la propagation.		Heure de la marée calculée.		Heure moyenne de la marée observée en 1901-1910.	
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.		Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.
Chure	m	m	m	m	m						
l	—	—	—	—	—	—	—	3 h. 0	3 h. 35'	3 h. 0'	3 h. 35'
t	—	—	—	—	—	—	—	3 h. 40'37"	4 h. 36'44"	3 h. 37'	4 h. 41'
at	4,165	2,222	3,693	1,322	5309	23'54"	1 h. 7'	3 h. 45'13"	4 h. 44'30"	3 h. 40'	4 h. 52'
s	3,22	0,421	2,845	0,761	10,707	1h.2'40"	3 h. 54'30"	4 h. 9' 7"	5 h. 51'30"	3 h. 59'	5 h. 40'
am	2 7	1,102						5 h. 11'47"	9 h. 43'	4 h. 49'	8 h. 51'

Nous analyserons les résultats obtenus dans le chapitre XI, paragraphe des vitesses de propagation.

CHAPITRE X.

SENNE.

Le profil en long des profondeurs moyennes est conforme au croquis ci-dessous.

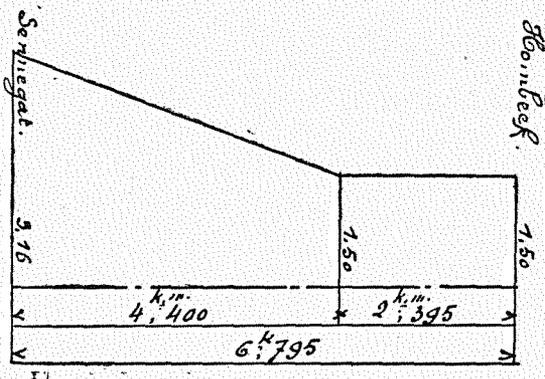


Fig. 26.

Nous avons établi plus haut que la section d'équilibre à l'embouchure de la Senne mesure $128^m,6$, ayant pour logarithme 2.10924, et que l'amplitude théorique est $3^m,64$. Ces éléments correspondent à une largeur à mi-marée égale à :

$$l \left(3,16 + \frac{3,64}{2} \right) = 128,6.$$

$$l = 25,8 \text{ m.}$$

Moyennant la connaissance de ces éléments, nous pouvons calculer les sections et les largeurs aux différents points de la rivière.

§ 1. — Sections à marée haute et largeurs à mi-marée.

Section à marée haute d'égale vitesse au point situé à 4 k. 4 de Sennegat.

$$a = \frac{3,16 - 1,50}{4,4} = 0,377.$$

$$\log \delta = 2,10924 - \frac{0,688}{0,377} \left(\frac{1}{\sqrt{1,5}} - \frac{1}{\sqrt{3,16}} \right)$$

$$\log \delta = 2,10924 - 0,464 = 1,64524$$

$$\delta = 44^m,18.$$

Section à marée haute d'égale vitesse à Hombeek.

$$1,5^{3/2} = 1,838$$

$$\log \delta = 1,64524 - 0,544 \times \frac{2,595}{1,838}$$

$$\log \delta = 1,64524 - 0,448 = 1,19724$$

$$\delta = 15^{\text{m}},75.$$

Les sections ci-dessus sont beaucoup plus petites que celles qui existent réellement parce que nous nous trouvons en présence d'une rivière où la vitesse moyenne générale du courant de marée suit une loi décroissante. Les données sur la marée moyenne, étudiée par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant, ne donnent pas des indications précises quant aux valeurs des vitesses, abstraction faite du débit d'amont. Nous sommes donc obligé, comme dans les autres cas semblables du bassin maritime du Rupel, de déterminer la largeur théorique de la rivière à Hombeek qui correspond à l'amplitude observée en ce point; puis en déduire la valeur du coefficient w' qui figure dans le terme supplémentaire à ajouter aux logarithmes des sections d'égale vitesse trouvés ci-dessus.

L'amplitude moyenne durant la période 1901-1910, qui est celle des observations marégraphiques les plus rapprochées de l'époque du levé des profils en travers de la rivière dont nous nous servons dans nos études, mesure 1^m.84.

La valeur du coefficient de réduction φ est égale à :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,377} \left(\frac{1}{1,5} - \frac{1}{5,16} \right) + \frac{0,125 \times 2,595}{1,5^2}} = \frac{1}{1 + 0,116 + 0,155} = 0,8$$

La largeur théorique de la rivière à Hombeek est donnée par la relation :

$$1,84 = 0,8 \times 5,64 \times \frac{5,16}{1,5} \sqrt{\frac{15,75}{128,6} \times \frac{25,8}{l}}$$

$$l = 55^{\text{m}},05$$

Section à marée haute à Hombeek.

$$\delta = 55,05 \left(1,5 + \frac{1,84}{2} \right) = 84^{\text{m}},7.$$

La largeur et la section à marée haute trouvées ci-dessus sont sensiblement les mêmes que celles qui existent en réalité, soient : 33^m,2 pour la largeur et 90 mètres carrés pour la section à marée haute. La valeur du coefficient w' correspondant aux résultats obtenus ci-dessus est égale à :

$$\log 84,7 - \log 15,75 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 6,795} \right)^2$$
$$w' = 0,0857.$$

§ 2. — Débits et vitesses des courants de marée.

Par suite de l'absence de tous renseignements relatifs aux débits de flot et de jusant, il est impossible de vérifier la loi du débit ou les formules donnant les vitesses moyennes de flot et de jusant.

§ 3. — Relèvement du niveau moyen de la rivière.

I. — PARTIE COMPRISE ENTRE SENNEGAT ET UN POINT PRIS A 4,4 KILOMÈTRES EN AMONT.

A. Relèvement dû au phénomène de la marée.

Amplitude de la marée au Sennekat : 3^m,64;

A Hombeek : 1^m,84 ;

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,64 e^{-0,1004x}.$$

Amplitude à 4,4 km. en amont du Sennekat :

$$h = 3,64e^{-0,1004 \times 4,4} = 2^m,54.$$

Profondeur moyenne à mi-marée au Sennekat : 3^m,16;

à 4,4 km. en amont : 1^m,50.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 3,16e^{-0,1096x}.$$

Largeur au Sennekat : 25^m,8 ; à Hombeek : 35^m,05.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 25,8 e^{+0,0452x}.$$

Largeur à 4,4 km. en amont du Sennekat :

$$l = 25,8 e^{+0,0452 \times 4,4} = 31^m,4.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{25,8}{25,8 + 2 \times 5,16} + \frac{51,4}{51,4 + 2 \times 1,5} \right] : 2 = (0,805 + 0,915) : 2 = 0,858.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,805 \times 5,16} \right) = 0,418$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,915 \times 1,5} \right) = 0,556$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,418 + 0,556}{2} = 0,487.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_m = \frac{0,477 \times 0,095 \times 5,64^2 \times e^{-2 \times 0,1004x}}{0,858 \times 5,16^{5,2} \times e^{-5/2 \times 0,1096x}} dx.$$

Relèvement total à 4,4 km. en amont du Senneгат :

$$\tilde{\gamma}_m = \frac{0,477 \times 0,095}{0,858 \times 0,075} \times \frac{15,25}{17,78} \left(e^{0,073 \times 4,4} - 1 \right)$$

$$\tilde{\gamma}_m = 0^m,199.$$

B. Relèvement dû au débit d'amont.

Débit d'amont constant : 9 m³.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_a = \frac{0,477 \times 9^2}{0,858 \times 25,80^2 \times e^{+2 \times 0,0452x} \times 5,16^3 \times e^{-3 \times 0,1096x}} dx$$

Relèvement total à 4,4 km. en amont du Senneгат :

$$\tilde{\gamma}_a = \frac{0,477}{0,858 \times 0,2584} \times \frac{81}{666 \times 51,55} \left(e^{0,2384 \times 4,4} - 1 \right) = 0^m,017.$$

C. Relèvement dû à la marée et au débit d'amont.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\gamma}_{ma} = \frac{0,477 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,64 \times e^{-0,1004x} \times 9 \times dx}{0,858 \times 25,6 \times e^{+0,0452x} \times 5,16^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,1096x}}$$

Relèvement total à 4,4 km. en amont du Senneгат :

$$\tilde{\gamma}_{ma} = \frac{0,477 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,858 \times 0,1554} \times \frac{5,64 \times 9}{25,8 \times 25,77} \left(e^{0,1554 \times 4,4} - 1 \right) = 0^m,115.$$

Relèvement total général à 4,4 km. en amont du Senneget :

$$\zeta = \zeta_m + \zeta_a + \zeta_{ma} = 0^m,199 + 0,017 + 0,115 = 0^m,331.$$

II. — PARTIE COMPRISE ENTRE UN POINT PRIS A 4,4 KM.
EN AMONT DU SENNEGAT ET HOMBECK.

A. — *Relèvement dû au phénomène de la marée.*

Amplitude de la marée à 4,4 km. en amont du Senneget :
 $2^m,34$; à Hombeek : $1^m,84$.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 2,34 e^{-0,1004x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée constante égale à $1^m,50$.

Largeur à 4,4 km. en amont du Senneget : $31^m,4$; à Hombeek : $35^m,05$.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 31,4 e^{+0,0452x}.$$

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{31,4}{31,4 + 2 \times 1,50} + \frac{35,05}{35,05 + 2 \times 1,5} \right] : 2 = (0,913 + 0,921) : 2 = 0,917.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,913 \times 1,5} \right) = 0,536$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,921 \times 1,5} \right) = 0,534$$

$$\text{Valeur moyenne : } 1,070 : 2 = 0,535.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,535 \times 0,095 \times 2,34^2 \times e^{-2 \times 0,1004x}}{0,917 \times 1,5^{5,2}} dx.$$

Relèvement total à Hombeek :

$$\zeta_m = \frac{0,535 \times 0,095}{0,917 \times 0,2008} \times \frac{5,47}{2,755} \left(1 - e^{-0,2008 \times 2,393} \right)$$

$$\zeta_m = 0^m,197.$$

B. — *Relèvement dû au débit d'amont :*

Débit d'amont constant : $9^m,3$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,555 \times 9^2}{0,917 \times 1,5^3 \times 31,4^2 \times e^{+2 \times 0,0452x}} dx.$$

Relèvement total à Hombeek :

$$z_a = \frac{0,555}{0,917 \times 0,0904} \times \frac{81}{985 \times 3,575} \left(1 - e^{-0,0904 \times 2,395} \right)$$

$$z_a = 0,031 \text{ m.}$$

C. Relèvement dû au débit d'amont et à la marée.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,555 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 2,54 \times e^{-0,1004x} \times 9}{0,917 \times 31,4 \times e^{+0,0452x} \times 1,5^{11/4}} dx.$$

Relèvement total à Hombeek :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,555 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,917 \times 0,0552} \times \frac{2,54 \times 9}{31,4 \times 3,041} \left(1 - e^{-0,0552 \times 2,395} \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,176 \text{ m.}$$

Relèvement total général pour la section considérée :

$$z = \tilde{\tau}_m + \tilde{\tau}_a + \tilde{\tau}_{ma} = 0^m,197 + 0,031 + 0,176 = 0^m,404.$$

Relèvement total du niveau moyen depuis Sennegat jusqu'à Hombeek :

$$\tilde{\tau} = 0^m,331 + 0,404 = 0^m,735.$$

Le relèvement obtenu ci-dessus par calcul est beaucoup plus faible que celui qui est observé et qui est d'environ 1 m. La différence peut difficilement être expliquée autrement que par l'incertitude dans laquelle nous nous trouvons quant à la variation exacte de l'amplitude de la marée et de la profondeur moyenne à mi-marée depuis le Sennegat jusqu'à Hombeek. D'autre part, la variation rapide de l'amplitude de la marée et celle encore plus rapide de la profondeur moyenne à mi-marée, peuvent occasionner des mouvements perturbateurs dont nous n'avons pas tenu compte dans l'établissement de notre théorie des marées fluviales et qui peuvent être cause du relèvement considérable du niveau de mi-marée. Cela est d'autant plus probable que pour la partie de la Dyle, comprise entre Rumpst et Malines, qui a sensiblement la même longueur que la Senne entre le Sennegat et Hombeek et où les sections ont sensiblement la même grandeur sur une bonne partie du parcours, le

relèvement du niveau moyen n'est, d'après les observations marégraphiques, que de 0^m,67 au lieu de 1 mètre sur la Senne. Nous croyons donc que le relèvement calculé correspond bien à une propagation normale de l'onde marée, et si différence il y a entre le résultat du calcul et celui de l'observation, elle doit être attribuée à des écoulements d'eau secondaires, engendrés par une variation trop brusque de l'amplitude de la marée et de la profondeur moyenne à mi-marée. A moins toutefois qu'une erreur existe dans le repérage de l'échelle de marée de Hombeek, ce qui serait à vérifier; ou bien encore dans le débit d'amont.

§ 4. — Vitesses de propagation de la marée fluviale.

Il nous reste encore à calculer la vitesse de propagation de la marée. Les vitesses moyennes générales du courant de marée à considérer sont : Sennekat : 0.485; 4.4 km. en amont du Sennekat : 0.263; à Hombeek : 0.142.

SENNEGAT.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,54 + 3,64)^2}} \sqrt{9,81 (1,54 + 3,64)} + 0,8 \times 0,485 \right] \frac{1,54 + 3,64}{1,54 + 2 \times 3,64}$$

$$W_{mh} = 4,165 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(1,54)^2}} \sqrt{9,81 \times 1,54} - 0,8 \times 0,485 = 2^m 22^s.$$

4,4 KM. EN AMONT DU SENNEGAT.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,35 + 2,54)^2}} \sqrt{9,81 (0,35 + 2,54)} + 0,8 \times 0,263 \right] \frac{0,35 + 2,54}{0,35 + 2 \times 2,54}$$

$$W_{mh} = 2,61 \text{ m.}$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,35)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,35 - 0,8 \times 0,265} = 0^m,027.$$

HOMBEEK.

Vitesse de propagation à marée haute :

$$W_{mh} = \left[\frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,58 + 1,84)^2}} \sqrt{9,81 \times (0,58 + 1,84)} + 0,8 \times 0,142 \right] \frac{0,58 + 1,84}{0,58 + 2 \times 1,84}$$

$$W_{mb} = 2^m,55.$$

Vitesse de propagation à marée basse :

$$W_{mb} = \frac{1}{1 + \frac{0,70}{(0,58)^2}} \sqrt{9,81 \times 0,58 - 0,8 \times 0,142} = 0^m,662.$$

Tableau 44.

Stations.	Vitesse de propagation.		Vitesse moyenne de propagation.		Distances	Durée de la propagation à	
	Marée haute.	Marée basse.	Marée haute.	Marée basse.		Marée haute.	Marée basse.
Sennegat . .	m. 4,165	m. 2,222	m. 3,388	m. 1,125	m. 4400	21'40"	1 ^h . 5'10"
4,4 km. amont Sennegat. . .	2,61	0,027	2,580	0,345	2395	15'27"	1 ^h . 55'35"
Hombeek . .	2,55	0,662	Durée totale à Hombeek.			37'7"	3 ^h . 00'45"

La durée réelle de la propagation pour la marée haute est 23 minutes et pour la marée basse 2 h. 06.

CHAPITRE XI.

CONSIDÉRATIONS PARTICULIÈRES SUR LES RIVIÈRES DU BASSIN MARITIME DU RUPEL.

Vitesses de propagation. — Quand on analyse l'ensemble des résultats obtenus par les formules théoriques, on constate que si ceux-ci concordent en certains points d'une manière très satisfaisante avec les résultats de l'observation, ils s'en écartent notablement en d'autres points.

Pour le Rupel, la théorie et l'observation sont sensiblement d'accord. Il n'y a qu'un écart à Rumpst d'environ 3 minutes et demie pour la marée haute et de 7 minutes pour la marée basse; l'heure de marée haute théorique est en retard sur celle de l'observation et celle de marée basse théorique est en avance.

Pour la Nèthe Inférieure, d'une longueur de plus de 16 kilomètres, la durée de propagation théorique de la marée haute dépasse d'environ 13 minutes la durée réelle de propagation et la durée de propagation théorique de la marée basse reste inférieure à la durée réelle d'environ 12 minutes. Ces résultats peuvent être considérés comme satisfaisants pour les besoins de la pratique. Mais il n'en est plus de même quand on passe à la Grande Nèthe et la Petite Nèthe. Là, on n'a de concordance satisfaisante que pour la durée de propagation de la marée haute de la Grande Nèthe : la théorie donne 42'40" et l'observation 49'. Pour les autres caractéristiques on a des écarts notables. Mais il faut remarquer que l'observation donne des résultats très bizarres. Ainsi la durée de propagation de la marée basse entre le confluent et Boeckt, parcours 6 km. 866 et profondeur moyenne 1^m,50, est de 2 h. 18', tandis qu'elle n'est que de 1 h. 24' pour la Petite Nèthe : parcours 4 km. 740; profondeur moyenne environ 1^m,50. Pour la marée haute de la Petite Nèthe, la durée de propagation d'observation n'est que de 12', alors qu'elle est de 49' dans la Grande Nèthe.

Les grands écarts qu'on constate pour ces deux rivières peuvent difficilement s'expliquer autrement que par les perturbations qu'introduit, dans le mouvement ondulatoire de la marée, l'écoulement des débits d'amont, qui ont notamment pour effet de faire disparaître pour un grand nombre de marées les courbes régulières locales de la marée à Boeckt et à

Emblehem, de sorte qu'il y est difficile de déterminer avec exactitude les instants précis de la marée haute et de la marée basse.

La Dyle ne donne aucune concordance parfaite entre la théorie et l'observation, mais non plus pas des résultats qui soient incompatibles avec les besoins de la pratique. C'est la Senne qui donne les plus mauvais résultats. Mais il est à remarquer qu'il y a une certaine incertitude quant à la profondeur moyenne; d'autre part, le tronçon de rivière considéré est peu important, la marée n'y est pas très puissante et les débits d'amont bouleversent à certaines époques le régime maritime de la rivière.

En résumé on peut dire que les formules théoriques des vitesses de propagation donnent pour le bassin maritime du Rupel des résultats tout aussi satisfaisants que pour l'Escaut maritime; dans ces conditions, elles peuvent rendre de signalés services dans toute étude d'amélioration d'une rivière maritime.

SITUATION DU RÉGIME DES RIVIÈRES

Le bassin maritime du Rupel constitue un exemple typique de la formation d'un réseau fluvial maritime par la seule intervention des forces brutales de la nature, sans programme arrêté. En faisant engager l'onde marée fluviale dans le Rupel, la nature n'a eu qu'une chose en vue : c'est d'amortir l'énorme quantité d'énergie que cette onde possède. Elle l'a fait d'une façon bien simple, en éparpillant l'onde marée dans une série de rivières peu profondes, telles que la Nèthe Inférieure et plus tard la Grande et la Petite Nèthe, la Dyle et la Senne. Ce procédé respecte en tous points les lois de l'hydrodynamique, mais ne s'occupe guère des besoins de la société et en particulier de ceux de la navigation. Or, la navigation, surtout la navigation moderne, demande des rivières profondes, navigables par tout état de marée. Si on veut réaliser cela, il faut être plus parcimonieux dans la distribution des ondes dérivées. A ce point de vue, il est certain que si un ingénieur de notre époque avait présidé à la formation du bassin maritime du Rupel, il aurait concentré l'onde marée fluviale dans une ou deux rivières, de manière à obtenir des voies d'eau larges et profondes pouvant donner passage aux bateaux par

tout état de marée. Il aurait, par exemple, choisi la Nèthe Inférieure (prolongée par la Petite Nèthe) et la Dyle, ou mieux encore, la Dyle prolongée par le Démer.

En concentrant la marée fluviale dans le Rupel, la Dyle et le Démer et en modifiant le calibrage de l'Escaut entre la Durme et Hemixem, de manière à réaliser devant le Rupel une profondeur moyenne à mi-marée de 8 mètres au lieu de 5^m,40, on peut aménager le Rupel, la Dyle et le Démer, de manière à placer la limite de la partie maritime dans le voisinage de Diest. Cette voie fluviale maritime aurait jusque Malines une profondeur de plus de 6 mètres sous basse mer et à Malines une largeur d'environ 90 mètres. Malines deviendrait un port de mer capable de recevoir par tout état de marée des cargo-boats d'environ 5 mètres de tirant. Au-delà de Malines jusqu'à Diest, la navigation serait assurée pour des bateaux de 2.000 tonnes. Par l'exécution de ce projet on pourrait donc, au moyen d'une voie d'eau large et puissante, ne comportant aucune écluse, arriver aux portes du bassin houiller de la Campine et se rapprocher considérablement du Centre industriel de Liège. Le projet esquissé ci-dessus est très vaste et exige l'exécution de travaux importants et coûteux. Il faudrait donc l'étudier de très près et le comparer à la construction de canaux avant d'en décréter l'exécution. Mais ce qui est peu avantageux aujourd'hui peut devenir une nécessité demain. C'est dans cet esprit que j'ai indiqué la solution ci-dessus. Ce n'est d'ailleurs pas la seule, il y en a une foule d'autres, ce qui nous permet de dire que les rivières du bassin maritime du Rupel sont susceptibles de recevoir de sérieuses améliorations et de répondre en tous points aux besoins de la navigation moderne.

CHAPITRE XI.

DURME.

(Pl. V).

§ 1. — Calcul des sections à marée haute d'égalé vitesse.

Nous avons figuré planche V le diagramme des profondeurs moyennes à mi-marée et nous avons substitué à ce diagramme, d'allure fort irrégulière, un profil en long régulier composé d'éléments droits, tracés de telle manière que la profondeur moyenne générale de la rivière soit conservée. Le tableau ci-dessous donne les profondeurs moyennes vraies et admises.

Sections de la rivière.	Profondeurs locales.	Profondeurs moyennes	
		vraies.	admises.
	m.	m.	m.
Embouchure de la Durme.	5.00	3.85	3.86
1km.5 en amont de l'embouchure . . .	2.72	3.555	3.555
3km.5 en amont de l'embouchure . . .	4.38	3.855	3.855
Waesmunster	3.33	2.62	2.62
4km.725 en amont de Waesmunster. . .	1.91	1.825	1.825
Confluent du Moervaert et de la Zuidleede.	1.73		

La section d'équilibre à l'embouchure de la rivière peut être déterminée comme pour les autres affluents et sous-affluents à marée de l'Escaut en réalisant, soit la même amplitude de marée dans la rivière que dans l'Escaut; soit la même constante de la loi du débit dans la Durme que dans le susdit fleuve.

Nous avons besoin dans ce calcul du volume de remplissage de l'Escaut au droit de la Durme et de celui de la Durme même. Ces éléments ont été déterminés en faisant l'étude de l'Escaut maritime. Nous avons trouvé alors, en nous basant sur le travail de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant :

Volume de remplissage de l'Escaut en aval	
de la Durme	16.632.000 ^{m³}
Volume de remplissage de l'Escaut en	
amont de la Durme	12.855.440 ^{m³}
Volume de remplissage de la Durme . . .	3.776.560 ^{m³}

1° *Calcul de la section d'équilibre à l'embouchure par la loi de l'amplitude.*

Déterminons d'abord la section d'égale vitesse dans la Durme qui soit à l'énergie de l'onde marée, comme la section d'égale vitesse dans l'Escaut immédiatement en aval de la Durme est à l'énergie de l'onde marée en ce même point. Cette section est donnée par la proportion :

$$l_2 = 4556 \frac{3.776.560}{16.632.000} = 353 \text{ m}^2.$$

1.556 mètres carrés est la section d'équilibre d'égale vitesse dans l'Escaut.

La largeur théorique de la Durme qui correspond à la même amplitude théorique de l'Escaut, soit 3^m.95, est donnée par la relation :

$$3.95 = \varphi \times 4.58 \times \frac{5,4}{5} \sqrt{\frac{411}{l_2} \times \frac{353}{3155}}$$

φ est le coefficient de réduction de l'amplitude de la marée au droit de la Durme, que nous avons trouvé égal à 0.953 en faisant l'étude de l'Escaut maritime.

4^m.58 est l'amplitude théorique de la marée à l'embouchure du Rupel résultant de l'Étude de l'Escaut maritime.

Dès lors $l_2 = 65^{\text{m}}.40$.

La section d'égale vitesse d'équilibre est donc égale à :

$$65,40 \left(5 + \frac{5,95}{2} \right) = 457 \text{ m}^2.$$

2° *Calcul de la section d'équilibre à l'embouchure par la loi du débit.*

Nous avons établi dans l'étude de l'Escaut qu'à l'embou-

chure de la Durme la valeur de la constante de la loi du débit, dans l'Escaut, immédiatement en amont de la Durme, est égale à 32750. Comme cette même constante doit se réaliser dans la Durme, la section d'équilibre d'égale vitesse à l'embouchure de la Durme est égale à :

$$\frac{5\ 776.560 \times 3,96 \text{ (amplitude observée)}}{32750} = 456 \text{ m}^2$$

soit sensiblement la même valeur que celle obtenue par la loi de l'amplitude.

Nous pouvons donc admettre que la section d'équilibre à l'embouchure de la Durme est sensiblement égale à :

$$\delta = \frac{457 + 456}{2} = 456,5 \text{ m}^2.$$

En partant de cette valeur, nous pouvons déterminer les autres sections d'égale vitesse.

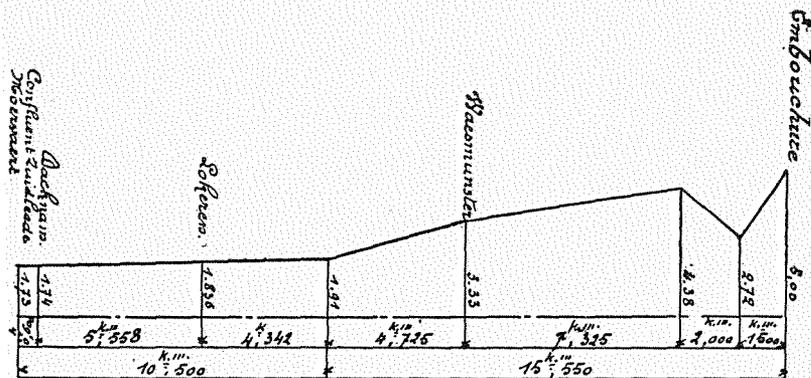


Fig. 27.

Embouchure de la Durme : Section d'équilibre $\delta = 456,5 \text{ m}^2$
 $\log 456,5 = 2,65944$. Profondeur λ : 5 mètres.

Section d'égale vitesse à 1 km.5 en amont de l'embouchure.

$$a = \frac{5,00 - 2,72}{1,5} = 1,52$$

$$\log \delta = 2,65944 - \frac{0,688}{1,52} \left(\frac{1}{\sqrt{2,72}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,58754$$

$$\delta = 586 \text{ m}^2,90.$$

Section d'égale vitesse à 3k.5 en amont de l'embouchure.

$$a = \frac{4,58 - 2,72}{2} = 0,85$$

$$\log \ell = 2,58754 - \frac{0,688}{0,85} \left(\frac{1}{\sqrt{2,72}} - \frac{1}{\sqrt{4,58}} \right) = 2,48054$$

$$\ell = 502,40 \text{ m}^2.$$

Section d'égale vitesse à Waesmunster.

$$a = \frac{4,58 - 3,55}{7,525} = 0,1455.$$

$$\log \ell = 2,48054 - \frac{0,688}{0,1455} \left(\frac{1}{\sqrt{3,55}} - \frac{1}{\sqrt{4,58}} \right) = 2,14404$$

$$\ell = 159,55 \text{ m}^2.$$

Section d'égale vitesse à 4km.725 en amont de Waesmunster.

$$a = \frac{3,55 - 1,91}{4,75} = 0,3$$

$$\log \ell = 2,14404 - \frac{0,688}{0,3} \left(\frac{1}{\sqrt{1,91}} - \frac{1}{\sqrt{3,55}} \right) = 1,74054$$

$$\ell = 53,02 \text{ m}^2.$$

Partie de la rivière en amont du point situé à 4k.725 en amont de Waesmunster.

$$a = \frac{1,91 - 1,75}{10,5} = 0,01715.$$

Profondeur à Lokeren :

$$1,91 - 0,01715 \times 4,542 = 1 \text{ m},856.$$

Profondeur à Dacknam :

$$1,91 - 0,01715 \times 9,9 = 1,74 \text{ m}.$$

Section à Lokeren.

$$\log \ell = 1,74054 - \frac{0,688}{0,01715} \left(\frac{1}{\sqrt{1,856}} - \frac{1}{\sqrt{1,91}} \right) = 1,20504$$

$$\ell = 15,96 \text{ m}^2$$

Section à Dacknam.

$$\log \ell = 1,74054 - \frac{0,688}{0,01715} \left(\frac{1}{\sqrt{1,74}} - \frac{1}{\sqrt{1,91}} \right) = 0,57254$$

$$\ell = 2,558 \text{ m}^2.$$

Section au confluent de la Zuidlede et du Moervaert.

$$\log \xi = 1,74054 - \frac{0,688}{0,01745} \left(\frac{1}{\sqrt{1,75}} - \frac{1}{\sqrt{1,91}} \right) = 0,28454$$

$$\xi = 1,925^{\text{m}^2}.$$

Les sections obtenues sont toutes beaucoup plus petites que celles qui existent dans la rivière. (Voir diagramme des sections, planche V). Ainsi à Waesmunster, on trouve 211 mètres carrés, au lieu de 139^{m²}.33 et à Dacknam 31 m²; au lieu de 2^{m²}.358. Cela provient de ce que la vitesse moyenne du courant de marée n'est pas une constante depuis l'embouchure jusqu'au confluent de la Zuidlede et du Moervaert, comme nous l'avons supposé dans les calculs ci-dessus, mais qu'elle diminue à mesure qu'on s'éloigne de l'embouchure malgré l'appoint du débit d'amont. Cela résulte clairement du travail de M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant sur la cubature de la marée moyenne dans la Durme. Nous donnons ci-dessous les vitesses moyennes générales du courant de marée, telles qu'elles résultent de cette étude.

Postes d'observations.	Vitesses moyennes générales du cou- rant pendant une marée.
Embouchure.	0.441
Waesmunster.	0.391
Dacknam.	0.180

Il n'est donc pas étonnant que l'application des formules 29, 30 et 31 ne donne pas des résultats concordants avec ceux de la réalité, car ce sont les formules 32, 33 et 34 qui sont d'application. Or, celles-ci comportent un terme supplémentaire qui est à ajouter au logarithme des sections obtenues ci-dessus. Pour qu'on puisse utiliser directement ces formules, il faudrait qu'on disposât des vitesses moyennes de la marée dans l'hypothèse où il n'y a pas de débit d'amont. Or, ces éléments ne nous sont pas connus et ne peuvent être établis

avec exactitude. Dans ces conditions, il est nécessaire d'opérer comme nous l'avons fait pour les autres rivières maritimes, c'est-à-dire de déterminer d'abord les amplitudes de la marée en se servant des sections calculées ci-dessus, puis de déduire du résultat de ces calculs les sections réelles existantes. C'est ce que nous ferons plus loin.

Les calculs ci-dessus montrent que l'énergie de l'onde marée est presque complètement épuisée quand l'onde arrive au confluent de la Zuidlede et du Moervaert. En effet, l'énergie n'est plus représentée en ce point que par une section de 1.925 mètres carrés, ce qui est insignifiant et permet un amortissement complet de l'énergie dans le Moervaert et la Zuidlede.

Quand on examine le diagramme des profondeurs moyennes à mi-marée et celui des largeurs, on remarque qu'à 1^{km}.5 en amont de l'embouchure de la Durme il y a un seuil où la profondeur ne mesure plus que 2^m.41 et où la rivière s'élargit considérablement jusqu'à atteindre 94^m.50 de largeur. Ce relèvement du fond de la rivière a une influence néfaste sur la conservation de l'énergie de l'onde marée fluviale ; aussi sa suppression peut-elle permettre de récupérer une bonne partie de l'énergie dépensée inutilement sur un haut-fond et d'entretenir dans la rivière des sections beaucoup plus grandes que celles qui existent actuellement.

Voyons par un calcul, quelle serait la section d'égale vitesse qu'on pourrait réaliser à Waesmunster si la loi des profondeurs moyennes était une ligne droite tracée avec une profondeur de 5 mètres à l'embouchure et 3^m.33 à Waesmunster, c'est-à-dire avec les deux profondeurs moyennes qui existent actuellement aux deux points extrêmes :

$$a = \frac{5 - 3,33}{10,825} = 0,1542$$

$$\log \epsilon = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1542} \left(\frac{1}{\sqrt{3,33}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,21294.$$

$\epsilon = 163^{\text{m}^2},3$ au lieu de $139^{\text{m}^2},33$, soit une majoration de section de 17 p. c.

Quand on remarque encore, que la Durme comporte de nombreux méandres qui rendent la navigation sur la rivière longue et difficile, on voit qu'il est possible d'améliorer consi-

dérablement cet affluent maritime en exécutant les travaux de régularisation indispensables, conçus judicieusement suivant les lois de l'hydraulique des rivières à marée.

§ 2. — Amplitudes de l'onde marée fluviale.

La Durme est une rivière dont les eaux limoneuses servent à irriguer chaque hiver les terres riveraines. Ces irrigations ont pour effet de provoquer un élargissement artificiel de la rivière et un affaissement de l'onde marée fluviale. Ainsi, on relève à Waesmunster et à Dacknam, durant la période d'été, des amplitudes qui mesurent respectivement $3^m,60$ et $0^m,82$, alors qu'en hiver, elles n'atteignent que $3^m,12$ et $0^m,39$. Nous ne pouvons donc pas adopter l'amplitude moyenne de toutes les marées, pour procéder à la vérification de la loi de l'amplitude, mais, il faut prendre l'amplitude moyenne de l'été, qui, elle seule, n'est pas entachée d'erreurs par suite de l'exécution des irrigations. Nous admettrons donc aux postes d'observations les amplitudes d'été suivantes :

Waesmunster :	$3^m,60$,
Lokeren :	$2^m,21$,
Dacknam :	$0^m,85$.

Calculons maintenant pour les trois postes ci-dessus les largeurs théoriques de la rivière qui correspondent aux amplitudes observées.

A l'embouchure de la Durme, nous admettons les données suivantes qui résultent : soit de l'étude de l'Escaut maritime, soit du calcul de la section d'équilibre d'égale vitesse à l'embouchure de la Durme.

Amplitude théorique de la marée	$3^m,95$
Profondeur moyenne à mi-marée	$5^m,00$
Section d'égale vitesse d'équilibre	$456^m^2,50$
Largeur théorique de la rivière.	$65^m,40$

Waesmunster : Données :

Amplitude de la marée	$3^m,60$
Profondeur moyenne à mi-marée	$3^m,33$
Section d'équilibre d'égale vitesse	$139^m^2,33$

Valeur du coefficient φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{4,52} \left(\frac{1}{2,72} - \frac{1}{3} \right) + \frac{0,125}{0,85} \left(\frac{1}{2,72} - \frac{1}{4,58} \right) + \frac{0,125}{0,1453} \left(\frac{1}{3,55} - \frac{1}{4,58} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0975} = 0,91.$$

Largeur théorique de la rivière l_1 :

$$5,60 = 0,91 \times 5,95 \times \frac{5,00}{5,55} \sqrt{\frac{65,4}{l} \times \frac{159,55}{456,50}}$$

$$l_1 = 45 \text{ m.}$$

Lokeren. — Données :

Amplitude de la marée	2 ^m .21
Profondeur moyenne à mi-marée	1 ^m .836
Section d'équilibre d'égale vitesse.	15 ^m .296

Valeur du coefficient φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0975 + \frac{0,125}{0,5} \left(\frac{1}{1,91} - \frac{1}{5,55} \right) + \frac{0,125}{0,01715} \left(\frac{1}{1,856} - \frac{1}{1,91} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,0975 + 0,0928 + 0,1552} = \frac{1}{1 + 0,1905 + 0,1552} = 0,745.$$

Largeur théorique de la rivière l_1 :

$$2,21 = 0,745 \times 5,95 \times \frac{5,00}{1,856} \sqrt{\frac{65,4}{l_1} \times \frac{15,96}{456,50}}$$

$$l_1 = 50 \text{ m.}$$

Confluent du Moervaert et de la Zuidlede, près de Dacknam.
Données :

La largeur à mi-marée est sensiblement égale à 20 mètres, par suite de l'existence des deux bras : Moervaert et Zuidlede.

Profondeur moyenne à mi-marée	1 ^m .73
Section d'équilibre d'égale vitesse	1 ^m .925

Valeur du coefficient φ :

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1905 + \frac{0,125}{0,01715} \left(\frac{1}{1,75} - \frac{1}{1,91} \right)}$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1905 + 0,4015} = 0,6275.$$

Valeur de l'amplitude théorique :

$$h = 0,6245 \times 3,95 \times \frac{5,00}{1,75} \sqrt{\frac{65,4}{20}} \times \frac{2,558}{456,5}$$

$$h = 0,84 \text{ m.}$$

Soit sensiblement l'amplitude observée à Dacknam.

Quand on trace la courbe des largeurs au moyen des résultats des calculs ci-dessus, on voit (pl. VII) que cette courbe épouse parfaitement le diagramme des largeurs vraies. Ce n'est guère que dans le voisinage de Dacknam que la concordance n'est pas complète. Mais il est à remarquer, que nous nous trouvons en cet endroit près du confluent du Moervaert et de la Zuidlede, qui réalise à 600 mètres en amont de Dacknam un élargissement brusque de la rivière, qui doit nécessairement faire sentir son effet jusqu'à Dacknam même.

La discordance devient moins frappante quand on complète le diagramme des largeurs en amont du confluent par la somme des largeurs du Moervaert et de la Zuidlede. On voit alors très distinctement que la largeur admise ci-dessus est en harmonie avec la largeur des deux bras existant en amont du confluent.

§ 3. — Calcul des sections réelles à marée haute.

Partie comprise entre l'embouchure de la Durme et Waesmunster.

Nous avons vu au paragraphe précédent que la largeur théorique à Waesmunster est égale à 45 mètres. Ceci correspond à une section à marée haute de :

$$45 \left(3,55 + \frac{3,60}{2} \right) = 231 \text{ m}^2$$

en négligeant les triangles supplémentaires provenant de l'inclinaison des talus. Cette section est un peu plus grande que celle existante, qui est 211 mètres carrés.

Calculons maintenant les sections intermédiaires comprises entre Waesmunster et l'embouchure de la Durme. La quantité w' dans le terme supplémentaire du logarithme de la section est donnée par la relation :

$$\log 231 - \log 139,55 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 10.825} \right)^2$$

$$w' = 0,0243.$$

Section réelle à 1k.5 en amont de l'embouchure.

Valeur du terme supplémentaire du logarithme de la section d'égale vitesse :

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{1}{1 - 0,0245 \times 1,500} \right)^2 &= 0,02776 \\ \log \zeta &= 2,58754 + 0,02776 = 2,61530 \\ \zeta &= 412^{\text{m}^2}, 4. \end{aligned}$$

Section réelle à 3k.5 en amont de l'embouchure.

Valeur du terme supplémentaire du logarithme de la section d'égale vitesse :

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{1}{1 - 0,0245 \times 5,5} \right)^2 &= 0,07846 \\ \log \zeta &= 2,48054 + 0,07846 = 2,55900 \\ \zeta &= 362^{\text{m}^2}, 15. \end{aligned}$$

Section réelle à Waesmunster.

$$\zeta = 231^{\text{m}^2}. \text{ (Voir calcul ci-dessus.)}$$

Tronçon Waesmunster-Lokeren.

La largeur théorique à Lokeren (voir calculs des amplitudes) est égale à 30 mètres. Ceci correspond à une section à marée haute, en négligeant les triangles supplémentaires dus à l'inclinaison des talus, de :

$$30 \left(1,856 + \frac{2,21}{2} \right) = 88^{\text{m}^2}, 2.$$

Cette section est plus grande que celle qui figure au diagramme, et qui est d'environ 66 mètres carrés. Cela provient de ce que M. l'Ingénieur en chef-Directeur Van Brabant a déterminé la section à Lokeren en comptant sur une amplitude de marée de 1^m,75, alors que les observations directes ultérieures ont démontré que l'amplitude à Lokeren est de 21^m,21. Si l'on voulait corriger la surface de la section à marée haute à Lokeren, il faudrait ajouter

$$30 (1,21 - 1,75) = 13^{\text{m}^2}, 8,$$

ce qui donnerait une section d'environ 80 mètres carrés,

chiffre qui se rapproche de celui établi plus haut par une autre méthode.

En admettant la surface de $88^{\text{m}^2,2}$ à Lokeren, nous pouvons à nouveau calculer toutes les sections intermédiaires entre Waesmunster et Lokeren.

La section à Waesmunster devenant 231 mètres carrés, les nouvelles sections d'égale vitesse en amont de Waesmunster jusque Lokeren sont :

$$\log 231 = 2.36361.$$

Section à 4km 725 en amont de Waesmunster.

$$\log \xi = 2.36361 - 0.40350 = 1.96011.$$

$$\xi = 91^{\text{m}^2,3}.$$

Section à Lokeren.

$$\log \xi = 1.96011 - 0.53750 = 1.42261.$$

$$\xi = 26^{\text{m}^2,46}.$$

La valeur de w' dans le terme supplémentaire du logarithme de la section d'égale vitesse est donnée par la relation :

$$\log 88^{\text{m}^2,2} - \log 26^{\text{m}^2,46} = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 9,67} \right)^2$$

soit $w' = 0.0499$.

Section réelle à 4km.725 en amont de Waesmunster.

Valeur du terme supplémentaire du logarithme de la section d'égale vitesse :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0499 \times 4,725} \right)^2 = 0,25300$$

$$\log \xi = 1.96011 + 0.23300 = 2.19311.$$

$$\xi = 156 \text{ mètres carrés.}$$

Tronçon Lokeren-Confluent Moervaert et Zuidlede.

Section à Lokeren.

$$\xi = 88^{\text{m}^2,2} \text{ (voir calcul plus haut).}$$

Section au confluent Moervaert et Zuidlede.

$$20 \text{ m. } \left(1,73 + \frac{0,84}{2} \right) = 45^{\text{m}^2}.$$

Les nouvelles sections d'égalе vitesse entre Lokeren et le confluent sont :

Section à Dacknam.

$$\log \hat{c} = \log 88^{\text{m}^2},2 - \frac{0,688}{0,01715} \left(\frac{1}{\sqrt{1,74}} - \frac{1}{\sqrt{1,856}} \right)$$

$$\log \hat{c} = 1,94547 - 0,842 = 1,10347.$$

$$\hat{c} = 12^{\text{m}^2},69.$$

Section au confluent.

$$\log \hat{c} = 1,94547 - \frac{0,685}{0,01715} \left(\frac{1}{\sqrt{1,75}} - \frac{1}{\sqrt{1,856}} \right) = 1,02247$$

$$\hat{c} = 10^{\text{m}^2},53.$$

Moyennant la connaissance de la section au confluent du Moervaert et de la Zuidlede, nous pouvons déterminer la valeur de w' et calculer les sections intermédiaires entre Lokeren et le confluent.

$$\log 43^{\text{m}^2} - \log 10^{\text{m}^2},53 = \log \left(\frac{1}{1 - w' \times 6,458} \right)^2$$

$$w' = 0,082.$$

Section à Dacknam.

Valeur du terme supplémentaire du logarithme de la section d'égalе vitesse.

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,082 \times 5,558} \right)^2 = 0,52892$$

$$\log \hat{c} = 1,10347 + 0,52892 = 1,63239$$

$$\hat{c} = 42^{\text{m}^2},9.$$

La section à Dacknam est notablement plus grande que la section réelle, soit $31^{\text{m}^2},4$; cela provient de ce que nous avons dû admettre une largeur théorique plus grande que la largeur réelle par suite de l'élargissement dû au confluent du Moervaert et de la Zuidlede.

Tableau récapitulatif des sections théoriques de la Durme.

STATIONS	SECTIONS
	mèt. carré.
Embouchure de la Durme	456,5
1km,5 en amont de l'embouchure	412,4
3km,5 en amont de l'embouchure	362,15
Waesmunster	231,0
4km,725 en amont de Waesmunster	156,0
Lokeren	88,2
Dacknam	42,9
Confluent du Moervaert et de la Zuidlede	43,0

§ 4. — Calcul des débits de la marée.

Embouchure. Données :

Amplitude réelle 3,96 m
 Section d'équilibre d'égale vitesse 456,5 m²

Débit de la marée :

Débit du flot 3.739.560 m³
 Débit d'amont $(5 \times 3.600 + 5 \times 60)2 =$ 36.600
 Total. 3.776.160 m³

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{3.776.160 \times 3,96}{456,5} = 327,550$$

Waesmunster. Données :

Amplitude réelle 3,38 m
 Section d'équilibre d'égale vitesse 139,33 m²

Débit de la marée :

Débit de flot 1.072.830 m³
 Débit d'amont : $(5 \times 3.600 + 60 \times 1) 1,5 =$ 27 090
 Total. 1.099.920 m³

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{1.099.920 \times 5.58}{159,53} = 26700.$$

Daknam. Données :

Amplitude réelle	0,62
Section d'équilibre d'égale vitesse	2,358 m ²

Débit de la marée :

Débit de flot	84.754 m ³
Débit d'amont : (3 × 3.600 + 60 × 7) l = .	11.220
Total.	<hr/> 95.974 m ³

Valeur de la constante C :

$$c = \frac{95.974 \times 0,62}{2,358} = 25300.$$

Quand on compare les résultats des calculs ci-dessus, on voit que la loi des débits se vérifie pour Waesmunster et Dacknam, mais que la même concordance n'existe plus pour la valeur de la constante à Waesmunster et Dacknam comparée à celle de l'embouchure. Cette discordance provient des irrigations effectuées en hiver tout le long de la Durme, qui ont pour conséquence de diminuer l'amplitude de la marée et le volume de l'eau contenu entre les rives de la rivière.

Les chiffres donnés par M. l'ingénieur en chef directeur Van Brabandt se rapportent à la marée moyenne et négligent la moitié du volume des eaux d'irrigation. Dans ces conditions, il est impossible d'obtenir une vérification bien exacte de la loi des débits.

La vérification de la loi des débits se fait beaucoup mieux à l'embouchure et à Waesmunster, quand on considère les 4 autres marées dont M. Van Brabant a fait la cubature, soient celle du 8-9 avril 1890, 1^{er} et 2^e flot et celle du 8-9 octobre 1890, 1^{er} et 2^e flot.

La même vérification ne se fait toutefois pas à Dacknam. La marée du 8-9 avril 1890 donne une valeur de la constante plus petite que celle qu'on obtient à Waesmunster et à l'embouchure, la marée du 8-9 octobre 1890 donne une valeur notablement plus grande.

Cette anomalie est probablement due, soit à des erreurs de

cubature commises sur des débits de marée peu importants, soit à des phénomènes secondaires, par exemple : l'action du vent, agissant sur des marées isolées. Il est encore à remarquer qu'à l'époque du 8-9 avril, les irrigations ont presque totalement cessé et qu'à la date du 8-9 octobre les irrigations ont à peine commencé. Il en résulte que le régime intermédiaire, qui existe vers ces époques, a pu influencer, dans un sens ou dans l'autre, la valeur de la constante de la loi du débit.

**Vérification de la loi du débit pour les marées
du 8-9 avril et du 8-9 octobre 1890.**

Désignation des marées considérées.	Stations.	Débits de flot.	Débits supérieurs.	Débits totaux.	Amplitudes.	Section d'égalité vite: se.	Valeur de la constante.
Marée du 8-9 avril 1890.	Embouchure. . . Waesmunster . .	4784900 1504600	36600 27090	4821500 1531690	4.25 3.84	456.5 139.33	44900 42200
Premier flot.	Dacknam.	100500	11220	111720	0.68	2.358	28900
Marée du 8-9 avril 1890.	Embouchure. . . Waesmunster . .	3869700 1235900	36600 27090	3906300 1262990	3.87 3.33	456.5 139.33	33100 30100
Deuxième flot.	Dacknam.	71300	11220	82520	0.47	2.358	16500
Marée du 8-9 octobre 1890.	Embouchure. . . Waesmunster . .	2656400 872500	30600 27090	2693000 899590	2.69 2.63	456.5 139.33	15700 17000
Premier flot.	Dacknam.	88000	11220	99220	0.62	2.358	26200
Marée du 8-9 octobre 1890.	Embouchure. . . Waesmunster . .	3141300 1000200	36600 27090	3177900 1027090	3.44 3.14	456.5 139.33	23950 23100
Deuxième flot.	Dacknam.	94600	11220	105820	0.69	2.358	30950

La loi du débit permet de déterminer d'une façon très simple le volume des irrigations. A cet effet, il suffit de déterminer par l'opération de la cubature les volumes de remplissage entre les rives de la rivière pour une marée moyenne d'hiver, puis de calculer par la loi du débit les volumes de remplissage réels. La différence entre les deux volumes ainsi obtenus donne le volume d'eau des irrigations.

Nous avons vu, par l'étude de la marée fluviale de l'Escaut,

que la constante C, en chaque point de la rivière, est égale à une constante F multipliée par le carré de l'amplitude de la marée. Vérifions si cette propriété se vérifie pour la Durme.

Stations.	Marée moyenne.		Marée du 8-9 avril 1890.				Marée du 8-9 oct. 1890.			
			1 ^{er} flot.		2 ^e flot.		1 ^{er} flot.		2 ^e flot.	
	h^2	F	h^2	F	h^2	F	h^2	F	h^2	F
Embouchure .	15,60	2100	18,50	2425	14,98	2210	7,17	2190	11,84	2020
Waesmunster .	11,43	2330	14,75	2860	11,10	2715	6,92	2460	9,86	2345
Dacknam .	0,385	6570	0,463	62400	0,221	74600	0,38	68000	0,47	64800

Le tableau ci-dessus montre que la propriété se vérifie d'une manière très satisfaisante.

§ 5. — Niveau moyen de la rivière.

Opérons comme pour les autres rivières du bassin de l'Escaut maritime : soit sur des tronçons de rivière suffisamment courts pour que nous puissions substituer aux lois de variation vraie de l'amplitude de la marée, de la profondeur, de la largeur du fleuve ainsi que du débit supérieur des lois exponentielles approchées. Nous pouvons alors appliquer les formules de la théorie générale. Nous admettons dans nos calculs les débits d'amont moyens établis par M. l'Ingénieur en chef Directeur Van Brabant : soit 2 mètres cubes à l'embouchure de la Durme, 1^m3,5 à Waesmunster et 1 mètre cube à Dacknam, qui doivent se rapprocher beaucoup de la réalité.

Relèvement dû à la marée seule.

A. Embouchure de la Durme-Waesmunster.

Amplitude de la marée à l'embouchure de la Durme : 3^m.96 ;
à Waesmunster : 3^m.60.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,96 e^{-0,0088x}.$$

Amplitude à 1,5 Km. en amont de l'embouchure de la Durme :

$$h = 3,96e^{-0,0088 \times 1,5} = 3^m,90.$$

Amplitude à 3,5 km. en amont de l'embouchure de la Durme :

$$h = 3,96 e^{-0,0088 \times 3,5} = 3^m,84.$$

1^{re} Section : Embouchure de la Durme jusque 1,5 km. en amont.

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 5 mètres ;
à 1,5 kilomètres en amont de l'embouchure : 2^m.72.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 5,00 e^{-0,406x}.$$

Largeur de la rivière à l'embouchure : 65^m,4 ; à 1,5 km. en amont : 94^m,5.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{65,4}{65,4+2 \times 5,00} + \frac{94,5}{94,5+2 \times 2,72} \right] : 2 = (0,854+0,944) : 2 = 0,899.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,854 \times 5} \right) = 0,362$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,944 \times 2,72} \right) = 0,416$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,778 : 2 = 0,389.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,389 \times 0,095 \times 5,96^2 \times e^{-2 \times 0,0088x}}{0,899 \times 55,2 \times e^{-5/2 \times 0,406x}} dx.$$

Relèvement total à 1,5 km. en amont de l'embouchure de la Durme :

$$\zeta_m = \frac{0,389 \times 0,095}{0,899 \times 0,9974} \times \frac{5,96^2}{5^{2/5}} \left(e^{0,9974 \times 1,5} - 1 \right) = 0^m,059.$$

2^e Section : 1,5 km. amont embouchure jusque 3,5 km. amont embouchure.

Profondeur moyenne à mi-marée à 1,5 km. en amont : 2^m.72 ; à 3,5 km. en amont : 4^m.38.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 2,72e^{0,2385x}$$

Largeur de la rivière à 1,5 km. en amont de l'embouchure : 94^m.5 ; à 3,5 km. en amont de l'embouchure : 64 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{94,5}{94,5 + 2 \times 2,72} + \frac{64}{64 + 2 \times 4,38} \right] : 2 = (0,944 + 0,878) : 2 = 0,911.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,914 \times 2,72} \right) = 0,416$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,878 \times 4,38} \right) = 0,371$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,787 : 2 = 0,3935.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_m = \frac{0,5955 \times 0,095 \times 5,90^2 \times e^{-2 \times 0,0088x}}{0,911 \times 2,72^{5/2} \times e^{5/2} \times 0,2385x} dx.$$

Relèvement total à 3,5 Km. en amont de l'embouchure de la Durme :

$$\tilde{\tau}_m = \frac{0,5955 \times 0,095}{0,911 \times 0,6136} \times \frac{5,90^2}{2,72^{2,5}} \left(1 - \frac{1}{e^{-0,6136 \times 2}} \right) = 0^m,0575$$

3^e Section : 3,5 Km. amont de l'embouchure jusque Waesmunster.

Profondeur moyenne à mi-marée à 3,5 Km. amont embouchure : 4^m.38 ; à Waesmunster : 3^m.33.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 4,58e^{-0,0375x}$$

Largeur de la rivière à 3,5 Km. en amont de l'embouchure : 64 mètres ; à Waesmunster : 45 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{64}{64+2 \times 4,58} + \frac{45}{45+2 \times 3,53} \right] : 2 = (0,878+0,872) : 2 = 0,875.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,878 \times 4,58} \right) = 0,371$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,872 \times 3,53} \right) = 0,401$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,772 : 2 = 0,386.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,586 \times 0,095 \times \overline{5,84^2} \times e^{-2} \times 0,0088x}{0,875 \times 4,58^{5/2} \times e^{-5/2} \times 0,0375x} dx.$$

Relèvement total à Waesmunster :

$$\tau_m = \frac{0,586 \times 0,095}{0,875 \times 0,07615} \times \frac{\overline{5,84^2}}{4,58^{5/2}} \left(e^{-0,07615 \times 7,325} - 1 \right)$$

$$\tau_m = 0^m,148.$$

B. *Waesmunster-Lokeren.*

Amplitude de la marée à Waesmunster : 3^m,60.

À Lokeren : 2^m,21.

Loi de variation de l'amplitude entre Waesmunster et Lokeren :

$$h = 3^m,60 e^{-0,0537x}.$$

Amplitude de la marée à 4.725 Km. en amont de Waesmunster :

$$h = 3,60e^{-0,0537 \times 4,725} = 2^m,79.$$

Première Section. — Waesmunster : 4.725 Km. en amont de Waesmunster.

Profondeur moyenne à mi-marée à Waesmunster : 3^m,33 ;
4.725 Km. en amont : 1^m,91.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 3,33e^{-0,1177x}.$$

Largeur à Waesmunster : 45 mètres ; à 4.725 Km. en amont de Waesmunster : 38^m,5.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{45}{45 + 2 \times 5,55} + \frac{58,5}{58,5 + 2 \times 4,91} \right] : 2 = (0,872 + 0,908) : 2 = 0,89.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,872 \times 5,55} \right) = 0,401$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,908 \times 4,91} \right) = 0,481$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,882 : 2 = 0,441.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,441 \times 0,095 \times 5,60^2 \times e^{-2 \times 0,0537x}}{0,89 \times 5,55^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,01177x}} dx.$$

Relèvement total à 4.725 Km. en amont de Waesmunster :

$$\zeta_m = \frac{0,441 \times 0,095}{0,89 \times 0,1868} \times \frac{5,60^2}{5,55^{2,5}} \left(e^{0,1868 \times 4,725} - 1 \right) = 0^m,222$$

2^e Section. — 4,725 Km. en amont de Waesmunster-Lokeren.

Profondeur moyenne à mi-marée à 4.725 Km. en amont de Waesmunster : 1^m,91 ; à Lokeren : 1^m,836.

Loi de variation de la profondeur à mi-marée.

$$\lambda = 1,91e^{-0,00911x}.$$

Largeur à 4.725 Km. en amont de Waesmunster : 38^m,5 ; à Lokeren : 30 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{58,5}{58,5 + 2 \times 4,91} + \frac{50}{50 + 2 \times 1,836} \right] : 2 = (0,908 + 0,890) : 2 = 0,899.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,908 \times 4,91} \right) = 0,481$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,89 \times 1,836} \right) = 0,495$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,974 : 2 = 0,487.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,487 \times 0,095 \times 2,79^2 \times e^{-2 \times 0,0537x}}{0,899 \times 1,91^{2,5} \times e^{-2,5 \times 0,00911x}} dx.$$

Relèvement total à Lokeren :

$$z_m = \frac{0,487 \times 0,095}{0,899 \times 0,0846} \times \frac{2,79^2}{1,91^{2,5}} \left(1 - e^{-0,0846 \times 4,342} \right) = 0^m,284.$$

C. Lokeren-Dacknam :

Amplitude de la marée à Lokeren : 2^m,21 ; à Dacknam : 0^m,85.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 2,21 e^{-0,1722x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Lokeren : 1^m,836 ; à Dacknam : 1^m,74.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 1,836 e^{-0,00967x}.$$

Largeur à Lokeren : 30 mètres ; à Dacknam : 16 mètres.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{30}{30 + 2 \times 1,856} + \frac{16}{16 + 2 \times 1,74} \right] : 2 = (0,890 + 0,820) : 2 = 0,855$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,89 \times 1,856} \right) = 0,495$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,82 \times 1,74} \right) = 0,524$$

$$\text{Valeur moyenne : } 1,017 : 2 = 0,5085$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,5085 \times 0,095 \times 2,21^2 \times e^{-2 \times 0,1722x}}{0,855 \times 1,856^{2,5} \times e^{-2,5 \times 0,00967x}} dx.$$

Relèvement total à Dacknam :

$$z_m = \frac{0,5085 \times 0,095}{0,855 \times 0,5202} \times \frac{2,21^2}{1,856^{2,5}} \left(1 - e^{-0,3202 \times 5,558} \right)$$

$$z_m = 0^m,162.$$

Relèvements totaux dus au phénomène de la marée.

Stations.	Relèvements	
	partiels.	totaux.
	Mètres.	Mètres.
Embouchure	0.0390	0.0000
Point à 1km,5 en amont de l'embouchure	0.0573	0.039
Point à 3km,5 en amont de l'embouchure	0.148	0.0963
Waesmunster	0.222	0.2443
Point à 4km.725 en amont de Waesmunster	0.284	0.4663
Lokeren	0.462	0.7505
Dacknam		0.9123

Relèvement dû au débit d'amont seul (1).

Quand on fait le calcul pour la section comprise entre l'embouchure de la Durme et Waesmunster, on trouve que le relèvement du niveau moyen sous l'influence de l'évacuation du débit d'amont est imperceptible, par suite de la faible importance du débit d'amont et de la grande surface des sections transversales du fleuve. Le relèvement calculé est de moins d'un millimètre. Nous ne reproduirons pas ici les calculs et nous nous contenterons de donner ceux relatifs à la section Waesmunster-Dacknam, qui donne un relèvement de plusieurs millimètres.

A. Waesmunster-Lokeren.

Débit supérieur à Waesmunster : $1^{\text{m}^3},5$; à Dacknam : $1^{\text{m}^3} 000$.

(1) Pour la valeur des coefficients $\frac{t}{l \times 2\lambda}$ et b voir le relèvement dû à la marée.

Loi de variation du débit supérieur :

$$q = 1,5e^{-0,0277x}$$

Débit d'amont à 4^{km}.725 en amont de Waesmunster :

$$q = 1,5e^{-0,0277 \times 4,725} = 1,315\text{m}^3.$$

Débit d'amont à Lokeren :

$$q = 1,5e^{-0,0277 \times 9,067} = 1,616\text{m}^3.$$

Largeur à Waesmunster : 45 mètres ; à Lokeren : 30 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 45e^{-0,0447x}$$

Largeur à 4^{km}.725 en amont de Waesmunster :

$$l = 45e^{-0,0447 \times 4,725} = 36\text{m}.4.$$

Première section : Waesmunster jusque 4.725 en amont.

Loi de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 3,33e^{-0,1177x}$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,441 \times 1,5^2 \times e^{-2 \times 0,0277x} \times dx}{0,89^2 \times 45^2 \times e^{-2 \times 0,0447x} \times 3,33^3 \times e^{-3 \times 0,1177x}}$$

Relèvement total du niveau moyen à 4^{km}.725 en amont de Waesmunster :

$$\tilde{z}_a = \frac{0,441}{0,89 \times 0,5871} \times \frac{1,5^2}{45^2 \times 3,33^3} \left(e^{0,3871 \times 4,725} - 1 \right) = 0,00021$$

Deuxième section Depuis 4^{km}.725 en amont de Waesmunster jusque Lokeren.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 1,91 e^{-0,00911x}$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,487 \times 1,315^2 \times e^{-2 \times 0,0277x} \times dx}{0,899 \times 56,4^2 \times e^{-2 \times 0,0447x} \times 1,91^3 \times e^{-3 \times 0,00911x}}$$

Relèvement total du niveau moyen à Lokeren.

$$\tilde{z}_a = \frac{0,487}{0,899 \times 0,06155} \times \frac{1,315^2}{56,4^2 \times 1,91^3} \left(e^{0,06133 \times 4,342} - 1 \right) = 0,0066056$$

B. *Lokeren-Dacknam.*

Largeur à Lokeren : 30 mètres ; à Dacknam : 16 mètres.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 30 e^{-0,113x}.$$

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 1,836 e^{-0,00967x}.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_a = \frac{0,5085 \times 1,166^2 \times e^{-2 \times 0,0277x} \times dx}{0,855 \times 50^2 \times e^{-2 \times 0,113x} \times 1,856^3 \times e^{-3 \times 0,00967x}}.$$

Relèvement total du niveau moyen à Dacknam :

$$z_a = \frac{0,5085}{0,855 \times 0,19961} \times \frac{1,166^2}{50^2 \times 1,856^3} \left(e^{0,19961 \times 5,558} - 1 \right) = 0^m,00,72.$$

Relèvements totaux dus au débit d'amont.

Stations.	Relèvements	
	partiels.	totaux.
Waesmunster	0 ^m .00021	
Point à 4.725 en amont de Waesmunster		0 ^m .00021
Lokeren	0 ^m .00056	0 ^m .00077
Dacknam	0 ^m .00173	0 ^m .0015 ou 0 ^m .002

Relèvement dû à la marée et au débit d'amont (1).

A. *Waesmunster-Lokeren.*

Loi de variation du débit supérieur : $q = 1,5 e^{-0,0277x}$.

Loi de variation de la largeur : $l = 45 e^{-0,0447x}$.

Loi de variation de l'amplitude : $h = 3,60 e^{-0,0537x}$.

1^{re} Section. — Waesmunster jusque 4,725 km. en amont.

Loi de variation de la profondeur : $3,33 e^{-0,1177x}$.

(1) Pour la valeur des coefficients $\frac{l}{l+2a}$ et b , voir le relèvement dû à la marée.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,441 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,60 e^{-0,0537x} \times 1,5 e^{-0,0277x}}{0,89 \times 45 \times e^{-0,0147x} \times 5,55^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,1177x}} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen à 4km.725 en amont de Waesmunster :

$$\tau_{ma} = \frac{0,441 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,89 \times 0,287} \times \frac{5,60 \times 1,5}{45 \times 5,55^{11/4}} \left(e^{0,287 \times 4,725} - 1 \right) = 0^m,0152.$$

2^e Sectoin. — 4.725 km. en amont de Waesmunster-Lokeren.

Loi de variation de la profondeur : $\lambda = 1,91 \times e^{-0,00911x}$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,487 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 2,79 \times e^{-0,0537x} \times 4,545 \times e^{-0,0277x}}{0,899 \times 56,4 \times e^{-0,0447x} \times 4,91^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,00911x}} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen à Lokeren :

$$\tau_{ma} = \frac{0,487 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,899 \times 0,0116} \times \frac{2,79 \times 4,545}{56,4 \times 4,91^{11/4}} \left(1 - e^{-0,0116 \times 4,342} \right) = 0^m,0242.$$

B. Lokeren-Dacknam.

Loi de variation du débit supérieur : $q = 1,166 e^{-0,0277x}$.

Loi de variation de la largeur : $l = 30 e^{-0,113x}$.

Loi de variation de l'amplitude : $h = 2,21 e^{-0,1722x}$.

Loi de variation de la profondeur : $\lambda = 1,856 e^{-0,00967x}$.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_{ma} = \frac{0,5085 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 2,21 e^{-0,1722x} \times 1,166 e^{-0,0277x}}{0,855 \times 50 \times e^{-0,113x} \times 1,856^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,00967x}} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen à Dacknam :

$$\tau_{ma} = \frac{0,5085 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,855 \times 0,0605} \times \frac{2,21 \times 1,166}{50 \times 1,856^{11/4}} \left(1 - e^{-0,0605 \times 5,558} \right) =$$

$$\tau_{ma} = 0^m,0285.$$

Relèvements totaux dus au débit d'amont et à la marée.

Stations.	Relèvements	
	partiels.	totaux.
Waesmunster	0 ^m .0132	
Point à 4km.725 en amont de Waesmunster	0 ^m .0242	0 ^m .0132
Lokeren	0 ^m .0285	0 ^m .0374
Dacknam		0 ^m .0659 ou 0 ^m .066

Tableau récapitulatif des relèvements totaux de la Durme ainsi que des cotes de hauteur calculées et observées à mi-marée.

Stations.	Relèvements totaux dus				Cotes de la marée		Observations.
	à la marée.	au débit d'amont.	au débit d'amont et marée.	à tous les phénomènes.	calculées.	observations en 1901-1910.	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
Embouchure	0.0000	-	-	0.000	2 m. 69	2 m. 69	Les chiffres de la 5 ^e colonne sont obtenus en additionnant les chiffres des colonnes 2, 3 et 4.
Point à 1.5 Km. en amont de l'embouchure	0.039	-	-	0.039	-	-	
Point à 3.5 Km. en amont de l'embouchure	0.0963	-	-	0.096	-	-	
Waesmunster	0.2413	-	-	0.241	2.931	2.93	
Point à 4.725 Km. en amont de Waesmunster	0.4663	0.0002	0.0132	0.48	-	-	
Lokeren	0.7503	0.0008	0.0374	0.788	-	-	
Dacknam	0.9123	0.002	0.066	0.980	3.67	3.53	

Les calculs ci-dessus montrent qu'il y a une concordance très grande entre les résultats de la théorie et ceux de l'observation depuis l'embouchure jusqu'à Waesmunster. Il y a un certain écart à Dacknam. Cela est probablement imputable au fait que, les calculs des relèvements dus à la marée ont été

faits en comptant sur les amplitudes non modifiées par les irrigations de l'hiver. Or, nous avons vu plus haut que ces amplitudes sont inférieures aux amplitudes moyennes de l'année, de sorte que les relèvements obtenus par calculs pour le niveau moyen de la rivière doivent être un peu supérieurs à ceux qui résultent des observations moyennes d'une année complète.

Par suite de l'exécution d'irrigations en hiver et du peu d'importance du débit d'amont, il est impossible de montrer sur la Durme que l'amplitude de la marée est plus forte en été qu'en hiver. Nous ne pouvons non plus pas bien voir se qui se passe en vive et en morte eau; car, par suite de la faiblesse du tirant d'eau, la diminution de profondeur en morte eau détruit d'une façon générale l'influence de la diminution d'amplitude. On peut néanmoins voir par l'examen du tableau ci-dessous que le relèvement du niveau moyen de la marée est plus fort en vive eau qu'en morte eau depuis l'embouchure jusqu'à Waesmunster et que l'inverse se produit entre Waesmunster et Dacknam.

STATIONS.	Côte de niveau de la mi marée.		Relèvement du niveau de la mi-marée.	
	vive eau.	morte eau.	vive eau.	morte eau.
Embouchure	2.78	2.45	0.00	0.00
Waesmunster	3.02	2.67	0.24	0.22
Dacknam	3.505	3.335	0.725	0.885

§ 6. — Vitesse de propagation

STATIONS.	Profondeur à		Vitesse de propagation $\sqrt{g(H+h)}$		Fonction réductrice $1 + \frac{0.70}{H^2}$		Vitesse de propagation corrigée		Vitesse		Valeur de la vitesse de propagation de la marée plus la vitesse du courant.
	Marée		Marée		Marée		Marée		moyenne du courant de la marée.	du courant.	
	haute.	basse.	haute.	basse.	haute.	basse.	haute.	basse.			
Embouchure . . .	m. 6.98	m. 3.02	m. 8.27	m. 5.44	0.986	0.929	8.15	5.06	0.441	0.353	8.503
1km.5 en amont.	4.67	0.77	6.77	2.75	0.969	0.458	6.56	1.26	0.434	0.348	6.908
3km.5 en amont.	6.30	2.46	7.86	4.92	0.982	0.895	7.72	4.41	0.425	0.34	8.060
Warsmunster. . .	5.13	1.53	7.09	3.87	0.973	0.768	6.90	2.98	0.391	0.313	7.213
4km.725 en amont.	3.31	0.51	5.70	2.24	0.939	0.271	5.36	0.607	0.323	0.259	5.619
Lokeren	2.94	0.73	5.37	2.68	0.925	0.432	4.97	1.16	0.260	0.208	5.108
Dacknam	2.17	1.31	4.62	3.85	0.870	0.710	4.02	2.72	0.180	0.144	4.164

$\frac{100}{100} = 100\%$
 $\frac{100}{100} = 100\%$
 $\frac{100}{100} = 100\%$

marée fluviale.

Valeur de $\frac{H+h}{I+2h}$	Vitesse réelle de propagation		Vitesse moyenne de propagation		Temps de propagation		Heure de la marée calculée.		Heure de la marée observée	
	Marée		Marée		Marée		haute.	basse.	haute.	basse.
	haute.	basse.	haute.	basse.	haute.	basse.				
0.638	m. 5.21	m. 4.707	4.395	2.805	5'41"	8'54"	40'50"	58'33"	32'	58'
0.545	3.58	0.902	4.195	2.486	7'57"	13'24"				
0.622	4.81	4.070	4.485	3.368	27'12"	36'15"				
0.588	4.16	2.667	3.535	1.508	22'18"	52'10"				
0.542	2.91	0.348	2.875	0.65	25'12"	1h 51'20"				
0.571	2.84	0.952	2.865	1.764	32'20"	52'30"				
0.718	2.89	2.576								

On peut voir par les calculs ci-dessus que la concordance entre la théorie et la pratique est très satisfaisante sur toute la longueur du cours de la Durme.

§ 7. — Durées du gagnant et du perdant.
Durées du flot et du jusant.

STATIONS.	Durée du		Durée du		Différence entre le	
	flot.	gagnant.	jusant.	perdant.	flot et le gagnant.	jusant et le perdant.
Embouchure . .	h 5.05'	h 5.12'	h. 7.20'	h. 7.13'	— 7'	+ 7'
Waesmunster . .	5.01	4.54	7.24	7.31	+ 7'	— 7'
Dacknam . . .	3.07	3.20	9.18	9.05	— 13'	+ 13'

Le tableau ci-dessus montre que, pour la Durme comme pour les autres rivières du bassin maritime de l'Escaut, le gagnant dure sensiblement autant que le flot et le perdant que le jusant. Ce n'est guère qu'à Dacknam que l'écart atteint 13', mais il est à remarquer que nous nous trouvons en ce point à l'extrémité amont et que le débit supérieur, très faible il est vrai, y fait déjà sentir son effet.

§ 8. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.

Embouchure.

Profondeur moyenne à marée basse : 3^m,70.

Largeur de la rivière : 69 mètres.

Durée du flot : 5 × 3.600 + 5 × 60 = 18.300''.

Durée du jusant : 44.700 — 18.300 = 26.400''.

Débit du flot : 3.739.560 mètres cubes.

Débit du jusant : 3.828.960 mètres cubes.

Amplitude de la marée : 3^m,95.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{3.739.560}{69 \left[3,70 + 1,975 \left(1 + \frac{4800}{18300} \right) \right] 18300} = 0^m,478.$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{5.828\ 960}{69 \left[5,70 + 1,975 \left(1 - \frac{4800}{26400} \right) \right] 26400} = 0^m,395 .$$

Waesmunster.

Profondeur moyenne à marée basse : 1^m,20.

Largeur de la rivière : 47 mètres.

Durée du flot : 5 × 3600 + 60 = 18060''.

Durée du jusant : 44700 - 18060 = 26640''.

Débit du flot : 1.072.830 mètres cubes.

Débit du jusant : 1.139.880 mètres cubes.

Amplitude de la marée : 3^m,38.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{1.072.850}{47 \left[1,20 + 1,69 \left(1 + \frac{4800}{18060} \right) \right] 18060} = 0,578 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{1.139.880}{47 \left[1,20 + 1,69 \left(1 - \frac{4800}{26640} \right) \right] 26640} = 0,551 \text{ m.}$$

Dacknam.

Profondeur moyenne à marée basse : 1^m,64.

Largeur de la rivière : 13 mètres.

Durée du flot : 3 × 3600 + 7 × 60 = 11220''.

Durée du jusant : 44700 - 11220 = 33480''.

Débit du flot : 84754 mètres cubes.

Débit du jusant : 129454 mètres cubes.

Amplitude de la marée : 0^m,62.

Vitesse moyenne du flot :

$$v_f = \frac{84.754}{13 \left[1,64 + 0,51 \left(1 + \frac{4800}{11220} \right) \right] 11220} = 0,278 \text{ m.}$$

Vitesse moyenne du jusant :

$$v_j = \frac{129.454}{13 \left[1,64 + 0,51 \left(1 - \frac{4800}{33480} \right) \right] 33480} = 0,164 \text{ m.}$$

**Tableau comparatif des vitesses moyennes du flot et du jusant
obtenues d'une part par calcul, d'autre part par cubature.**

STATIONS.	Vitesse moyennes de flot obtenues par :		Vitesse moyennes de jusant obtenues par :	
	calcul.	cubature.	calcul.	cubature.
	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
Embouchure.	0.478	0.499	0.395	0.401
Waesmunster	0.378	0.409	0.351	0.378
Dacknam.	0.278	0.288	0.164	0.146

CHAPITRE XII.

DÉBITS SUPÉRIEURS DES RIVIÈRES DU BASSIN MARITIME DE L'ESCAUT.

L'étude du niveau moyen de l'Escaut maritime a montré : que les débits moyens d'amont, établis par M. l'Ingénieur en Chef Directeur Van Brabandt à Gand, pour l'Escaut maritime et à l'embouchure de la Durme, pour la Durme même, sont sensiblement exacts.

L'étude de l'Escaut maritime permet plus difficilement de vérifier le débit moyen donné pour la Dendre, car celui-ci est tellement faible en regard de l'importance des sections transversales de l'Escaut, qu'on ne peut pas voir si un débit trouvé est exact à 10, même 20 p. c. près. Quand on remarque toutefois que le chiffre donné par M. Van Brabandt pour l'Escaut maritime à Gand et pour la Durme à son embouchure sont sensiblement exacts, on peut admettre que celui de la Dendre, qui est située dans la même partie de notre pays, se rapproche aussi de la réalité.

Nous admettons donc comme établis :

Escaut maritime à Gand, 23 mètres cubes ;

Dendre, 7 mètres cubes ;

Durme, 2 mètres cubes.

Pour déterminer la variation du débit moyen amont de l'Escaut, par suite des apports latéraux, M. l'Ingénieur en Chef Directeur Van Brabandt s'est basé sur le résultat des

jaugeages effectués en juillet et août de l'année 1896 à l'embouchure du Rupel. Ces jaugeages ont donné 43 mètres cubes pour l'Escaut et 37 mètres cubes pour le Rupel. Nous avons établi, par l'étude des rivières du bassin maritime du Rupel, que le débit moyen d'amont de 37 mètres cubes pour le Rupel est trop faible et que 40 mètres cubes se rapproche plus de la réalité. Comme le débit moyen d'amont de 43 mètres cubes pour l'Escaut maritime a été obtenu dans les mêmes conditions que celui du Rupel, il sera judicieux d'admettre le même pourcentage d'augmentation pour l'Escaut que pour le Rupel. Dans ces conditions, le débit moyen d'amont le plus probable de l'Escaut devant le Rupel est de $46^{m^3},5$. En retranchant du débit ci-dessus celui de l'Escaut à Gand, celui de la Dendre et celui de la Durme, l'augmentation du débit moyen d'amont de l'Escaut entre Gand et le Rupel sous l'influence des apports latéraux est de :

$$46,5 - (23 + 7 + 2) = 14^{m^3},5.$$

Pour répartir le cube du débit moyen latéral, nous admettons avec M. Van Brabant que le bassin hydrographique latéral de l'Escaut va en s'élargissant à mesure qu'on se rapproche de l'embouchure du fleuve, de sorte que le débit latéral du fleuve varie suivant une équation du 2^e degré, de la forme.

$$q = ax^2$$

dans laquelle :

q représente le débit amont;

a un coefficient;

x la distance en kilomètres compté à partir de Gand.

Le coefficient a peut être obtenu en se plaçant à l'embouchure du Rupel.

$$14,5 = a \times 67,8^2$$

$$a = 0,00315.$$

Connaissant le coefficient a nous pouvons écrire les équations qui donnent le débit moyen d'amont de l'Escaut aux différents points du fleuve.

Section Gand-Termonde :

$$q = 23 + 0,00315x^2.$$

Section Termonde-Durme :

$$q = 30 + 0,00315x^2.$$

Section Durme-Rupel :

$$q = 32 + 0,00315x^2.$$

Section Rupel-Embouchure Escaut :

$$q = 72 + 0,00315x^2$$

L'étude faite sur les rivières du bassin maritime du Rupel a montré qu'il faut modifier dans une certaine proportion les résultats du travail de M. Van Brabandt.

Les débits supérieurs moyens les plus probables pour ces rivières sont :

	Mèt. cubes.
Petite Nèthe, à Lierre.	6,000
Grande Nèthe, à Lierre	5,500
Nèthe inférieure, à Lierre.	11,500
Nèthe inférieure, à Rumpst	12,500
Dyle, à Rymenam	15,000
Dyle, à Malines.	16,000
Dyle, à Sennegat	17,000
Senne, à Sennegat	9,000
Dyle, à Rumpst.	26,000
Rupel, à Rumpst	38,500
Rupel à son embouchure dans l'Escaut	40,000

Moyennant les données ci-dessus, on peut calculer en chaque point d'une rivière maritime le débit moyen des eaux d'amont avec un très grand caractère de précision.

QUATRIÈME PARTIE.

Applications diverses de la théorie générale.

CHAPITRE I.

MARCHE A SUIVRE DANS LES ÉTUDES D'AMÉLIORATION DES FLEUVES ET DES AFFLUENTS A MARÉE.

PLANCHE VI.

§ 1. — Fleuves à marée.

Le premier travail, qui doit être fait dans la rédaction d'un projet d'amélioration de fleuve à marée, est l'étude d'une marée moyenne du fleuve par l'observation directe et l'opération de la cubature. Cette première étude donnera des indications précises sur : les sections à marée haute, les profondeurs moyennes à mi-marée, les amplitudes de la marée, les volumes de flot, les débits d'amont, le niveau moyen du fleuve, les célérités de propagation de l'onde fluviale, les vitesses de flot et de jusant, les durées du gagnant et du perdant, du flot et du jusant, en un mot, sur tous les éléments qui ont une importance dans le régime maritime du fleuve. Quand cette étude préliminaire aura été faite, on fixera le profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée qu'on désire voir réaliser. Ce profil sera choisi de telle manière qu'il assure une bonne propagation de la marée, l'extinction de l'onde fluviale à la limite de la partie maritime, l'évacuation des crues d'amont et la navigabilité du fleuve dans les conditions voulues. Il n'y aura, en général, pas grande incertitude quant au choix à faire de la loi des profondeurs moyennes à mi-marée, car l'étude du fleuve dans son état naturel aura donné des indications suffisamment précises sur les parties bonnes ou mauvaises du fleuve, sur les profondeurs à conserver ou à modifier. Ce n'est que dans le

cas, où l'on voudra convertir une rivière à régime fluvial en rivière à régime maritime, qu'on pourra devoir se livrer à quelques tâtonnements avant de pouvoir fixer définitivement le profil en long des profondeurs moyennes.

Lorsque ce profil en long aura été fixé, on se donnera la section mouillée à marée haute, soit à l'embouchure du fleuve, soit à la limite de la partie maritime, de manière que l'énergie de l'onde fluviale soit sensiblement amortie à l'extrémité du fleuve à marée. En général, la section d'embouchure est fixée par la topographie des lieux dans la partie aval du fleuve et l'on peut rarement la modifier sans avoir à exécuter des travaux difficiles et fort coûteux. C'est donc le plus souvent en partant de l'aval, qu'on déterminera les différentes sections du fleuve et l'on agira sur les profondeurs et la longueur de la partie maritime pour assurer l'équilibre hydrodynamique du fleuve. Si l'embouchure est manifestement défectueuse, par exemple : d'une largeur excessive, et si, d'autre part, les profondeurs et la longueur de la partie maritime ne peuvent varier que dans des limites étroites, c'est de la section d'égale vitesse à l'amont qu'il faudra partir pour déterminer toutes les autres sections du fleuve, y compris celle à l'embouchure. La section d'égale vitesse à la limite de la marée étant toujours très petite : 2 à 5 mètres carrés, cette section ne convient jamais pour assurer la navigation et l'évacuation des eaux supérieures. On doit donc toujours abandonner, dans la partie amont du fleuve, la loi de la constance de la vitesse moyenne du courant de marée et admettre une loi des vitesses décroissantes. Il faut convenir de la position et de la grandeur de la dernière section d'égale vitesse, qui satisfasse encore aux conditions imposées par la navigation et l'évacuation des eaux d'amont. On détermine ensuite la section à marée haute à la limite de la partie maritime : celle-ci dépend exclusivement du régime fluvial du cours d'eau. On se donne parfois aussi la loi des vitesses décroissantes, ou bien l'amplitude de la marée à l'extrémité de la partie maritime. Disposant d'un de ces éléments, on peut calculer avec un grand degré d'approximation, les sections définitives du fleuve. Ayant déterminé les différentes sections à marée haute, on procède au calcul des amplitudes de la marée et des largeurs du fleuve ; puis, ayant défini l'inclinaison des talus, on dessine les différents profils en travers du fleuve. Le calcul du niveau moyen du fleuve permet de repérer les profils

en travers par rapport à un même plan de comparaison et de tracer le profil en long du plafond ainsi que les lieux géométriques de marée haute et de marée basse.

De la détermination de la vitesse de propagation, on peut déduire l'heure de marée haute et de marée basse aux différents points du fleuve; de sorte qu'en se basant sur la forme des courbes locales relevées directement sur le fleuve, on peut tracer avec une très grande précision les courbes locales futures de la rivière.

La connaissance de ces éléments permet de déterminer les profils instantanés du fleuve et de procéder à l'opération de la cubature complète.

Dans les cas où il ne s'agit que d'une étude d'avant-projet, on peut supprimer la cubature du fleuve et procéder au calcul des débits de marée et des vitesses moyennes de flot et de jusant par les lois que nous avons établies pour les marées fluviales.

§ 2. — Affluents à marée.

Quand il s'agit d'un affluent à marée, la marche à suivre est absolument identique à celle qu'on suit pour un fleuve maritime; il n'y a guère que la détermination de la section d'embouchure qui puisse donner lieu à quelques études particulières. Trois cas peuvent se présenter dans le calcul de cette section :

1° On ne modifie pas le débit existant de la marée, ni dans le fleuve, ni dans l'affluent;

2° L'amplitude et le débit de la marée du fleuve sont maintenus, mais on change la répartition du débit de la marée entre l'affluent et la partie du fleuve en amont de l'affluent;

3° Le débit de la marée dans le fleuve ne change pas en amont du confluent, mais on l'augmente dans l'affluent. L'amplitude existante est maintenue.

Dans le premier cas, on détermine la section d'embouchure par la condition que l'amplitude de la marée soit la même dans le fleuve que dans l'affluent, ou bien, que la constante de la loi du débit soit la même dans l'affluent que dans le fleuve en amont du confluent.

Dans le second cas, on convient de la nouvelle répartition du volume de la marée et on calcule la section du fleuve en

amont du confluent ainsi qu'à l'embouchure de l'affluent de manière que l'amplitude de la marée soit conservée.

Dans le troisième cas, on se donne l'augmentation du débit de flot de l'affluent et on détermine les travaux à exécuter au fleuve en aval du confluent de manière à permettre la réalisation de l'augmentation de débit projetée ; puis, on calcule la section à l'embouchure de l'affluent de manière à conserver l'amplitude de la marée.

§ 5. — Transformation d'un affluent à régime fluvial en affluent à régime maritime.

Il résulte de la théorie des marées fluviales que la transformation d'une rivière à régime fluvial en rivière à régime maritime ne peut renforcer en aucune manière la puissance hydraulique de l'onde marée qui se propage dans le fleuve. Si, donc, un affluent du fleuve est rendu maritime, sans qu'il soit exécuté de travaux au fleuve même, l'onde dérivée dans l'affluent sera entièrement prélevée sur l'onde qui remonte le cours du fleuve en amont du confluent.

La première étude, qui s'impose donc, est de rechercher les modifications qui seront apportées au régime du fleuve en amont du confluent par le travail projeté. Si les modifications ne sont pas de nature à compromettre la viabilité du fleuve, l'affluent peut être rendu maritime sans qu'il y ait lieu de se préoccuper davantage du fleuve même ; mais si c'est le contraire qui se présente, il faut étudier au préalable les travaux à exécuter au fleuve en aval du confluent pour pouvoir renforcer l'énergie de l'onde fluviale dans une proportion telle, que l'affluent puisse être rendu maritime sans compromettre l'existence du fleuve en amont du confluent. Quand ce problème aura été résolu, on pourra terminer l'étude comme celle d'une rivière maritime dont l'énergie de l'onde à son embouchure est connue.

Nous donnons ci-après, à titre d'exemples, deux études d'amélioration de fleuve à marée : le problème de la « Grande Coupure de l'Escaut en aval d'Anvers » qui a tant passionné, dans les dernières années, le public en général et le monde des ingénieurs en particulier, et une étude d'amélioration de la Durme.

CHAPITRE II.

LA GRANDE COUPURE DE L'ESCAUT EN AVAL D'ANVERS.

Profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée. — Nous ferons les calculs en supposant que les travaux commencent à 1 kilomètre en aval du poste marégraphique de Lillo, où nous maintiendrons la profondeur moyenne à mi-marée existante, soit 8^m,03. Nous admettrons qu'on veuille réaliser depuis Lillo jusqu'en amont de la rade d'Anvers une profondeur moyenne à mi-marée de 10 mètres ; cette profondeur étant raccordée, par des éléments rectilignes, d'une part à la profondeur de 8^m,03, existant à l'origine aval des travaux, et d'autre part à celle de 8 mètres qu'on réaliserait au droit du Rupel. Ce nouveau profil en long donne un approfondissement de près de 2 mètres jusqu'en amont de la rade d'Anvers et une augmentation moyenne de profondeur de plus d'un mètre entre Anvers et le Rupel. Ces chiffres ne concernent évidemment que la profondeur *moyenne* à mi-marée et nullement la profondeur dans les passes navigables car, nous le répétons, la théorie des marées fluviales que nous avons établie ne résout pas la question des passes navigables dans le lit du fleuve. Il est toutefois infiniment probable que, si le fleuve subit un approfondissement moyen de 2 mètres, il y aura aussi une sérieuse amélioration dans les passes navigables et sur les seuils du fleuve.

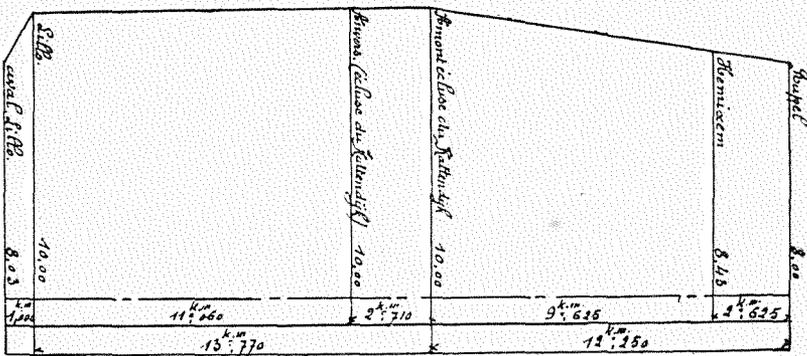


Fig. 28.

Profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée.

Sections mouillées du fleuve à marée haute.

Section d'égalité vitesse à 1 kilomètre en aval de Lillo :
9194 mètres carrés. (Voir calcul 3^e partie, chapitre III, § 1)
 $\log 9194 = 3,96350$.

1^o Section 1 km. aval Lillo-Lillo.

$$a = \frac{10 - 8,05}{1} = 1,97$$

Section à Lillo.

$$\log \zeta = 3,96350 - \frac{0,688}{1,97} \left(\frac{1}{\sqrt{8,05}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = 3,95057$$

$$\zeta = 8,924 \text{ m}^2.$$

2^o Section Lillo. — 2,71 km. amont écluse Kattendyck.

$$\frac{0,544}{10^{3/2}} = 0,01089$$

Section à Anvers (Écluse du Kattendijk.)

$$\log \zeta = 3,95057 - 0,01089 \times 11,06 = 3,85057$$

$$\zeta = 6767 \text{ m}^2$$

Section à 13 km. 77 en amont de Lillo.

$$\log \zeta = 2,95057 - 0,01089 \times 13,77 = 3,80067$$

$$\zeta = 6319 \text{ m}^2.$$

3^o Section 2 km. 71 amont écluse Kattendijk-Rupel.

$$a = \frac{10 - 8}{12,25} = 0,1632$$

Profondeur à Hemixem.

$$10 - 0,1632 \times 9,625 = 8 \text{ m}, 45$$

Section à Hemixem.

$$\log \zeta = 3,80067 - \frac{0,688}{0,1632} \left(\frac{1}{\sqrt{8,45}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = 3,68177$$

$$\zeta = 4806 \text{ m}^2.$$

Section au Rupel.

$$\log \zeta = 3,80067 - \frac{0,688}{0,1632} \left(\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = 3,65157.$$

$$\zeta = 4481 \text{ m}^2.$$

Tableau récapitulatif des sections calculées et existantes.

Stations.	Sections		Observations.
	calculées.	existantes.	
Origine des travaux	9194 m ²		
Lillo	8924	8416	
Anvers Kattendijk	6767	4935	
2km.71 amont écluse du Kattendijk	6319	5000	
Hemixem	4806	2926	
Rupel	4481	2845	

Si nous examinons les calculs ci-dessus, nous voyons que le projet de la « Grande Coupure » et l'approfondissement du lit apportent des modifications profondes dans le régime maritime du fleuve. Alors qu'on ne relève actuellement en rade d'Anvers que des sections de près de 5000 mètres carrés, l'exécution du projet « La Grande Coupure » permet d'y entretenir, dans les mêmes conditions qu'actuellement, des sections de plus de 6000 mètres carrés avec une profondeur moyenne à mi-marée de 10 mètres au lieu de 8^m.03. A Hemixem et au Rupel, les différences sont encore plus marquées, et si nous continuons les calculs plus loin vers l'amont dans l'Escaut, le Rupel et la Durme, nous pourrions faire des constatations absolument semblables.

Amplitudes de la marée et largeurs du fleuve.

Nous allons faire les calculs dans l'hypothèse où l'on réalise les sections d'égale vitesse calculées plus haut.

Lillo.

$$1 + 0,0426 + 0,0527 + \frac{0,125 \times 7}{20,25} + \frac{0,125}{0,706} \left(\frac{1}{4,5} - \frac{1}{8,05} \right) + \frac{0,125}{1,97} \left(\frac{1}{3,55} - \frac{1}{10} \right)$$

$$\frac{1}{1 + 0,1573} = 0,878$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0,878 \times 5,68 \times \frac{15}{10} \sqrt{\frac{5795}{l}} \times \frac{8924}{86000} \\ l \left(10 + \frac{h}{2} \right) = 8924 \end{array} \right.$$

$$l = 734^m \qquad h = 5^m,76$$

Anvers-Kattendijk.

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1575 + \frac{0,125 \times 11,06}{100}} = 0,868$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0,868 \times 5,68 \times \frac{15}{10} \sqrt{\frac{5795}{l}} \times \frac{6767}{86000} \\ l \left(10 + \frac{h}{2} \right) = 8924 \end{array} \right.$$

$$l = 571^m \qquad h = 5^m,75$$

Anvers (2^{km},71 amont écluse du Kattendyk).

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1575 + \frac{0,125 \times 1577}{100}} = \frac{1}{1 + 0,1545} = 0,865$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0,865 \times 5,68 \times \frac{15}{10} \sqrt{\frac{5795}{l}} \times \frac{6519}{86000} \\ l \left(10 + \frac{h}{2} \right) = 6519 \end{array} \right.$$

$$l = 555 \text{ m.} \qquad h = 5,69 \text{ m.}$$

Hemixem.

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0,1545 + \frac{0,125}{0,1652} \left(\frac{1}{8,45} - \frac{1}{10} \right)} = 0,855$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 0,855 \times 5,68 \times \frac{15}{8,45} \sqrt{\frac{5795}{l}} \times \frac{4806}{86000} \\ l \left(8,45 + \frac{h}{2} \right) = 4806 \end{array} \right.$$

$$l = 460 \text{ m.} \qquad h = 4^m,00.$$

Tableau récapitulatif des hauteurs de la marée et des largeurs du fleuve calculées et existantes.

Stations.	Amplitudes de la marée		Largeurs du lit	
	calculées.	existantes.	calculées.	existantes.
1 km. aval Lillo	—	4.45	—	800
Lillo	3.76	4.45	751	794, 2
Anvers-Kattendijk	3.73	4.37	571	430
2.71 amont Anvers-Kattendijk	3.69	4.36	533	506
Hemixem	4.00	4.31	460	296

Il résulte des calculs ci-dessus que l'onde marée subit un affaissement considérable en passant de l'extrémité aval des travaux au poste marégraphique de Lillo; cet affaissement, qui se maintient jusqu'en amont d'Anvers, est dû à l'approfondissement du lit du fleuve. Ce n'est guère qu'à Hemixem, où le fond s'est fortement relevé, que l'amplitude de la marée se rapproche de celle qui est observée actuellement.

Les largeurs du fleuve montrent des différences tout aussi marquées. A Lillo, le calcul indique un léger rétrécissement du lit, mais partout ailleurs c'est le contraire qui se présente. Ainsi à Anvers, la largeur doit être majorée de plus de 100 mètres et à Hemixem de près de 170 mètres.

On peut se demander ici, si la réduction rapide et notable de l'amplitude de la marée indiquée par le calcul à l'origine aval des travaux se produira réellement. Car, nous avons vu par l'étude de l'Escaut maritime et de ses affluents soumis à marée que la hauteur de la marée ne dépend pas de la largeur et de la profondeur mesurées exactement au point considéré du fleuve, mais d'une largeur et d'une profondeur moyenne du fleuve aux abords du point envisagé; que, d'autre part, tout élargissement ou tout étranglement brusque du fleuve, tout abaissement ou tout relèvement rapide du plafond font sentir leur influence à des centaines de mètres de distance. Dans ces

conditions, il peut paraître prudent de limiter l'applatissage de l'onde marée de manière qu'il ne s'établisse pas un régime autre que celui qui est prévu par le calcul. Ce résultat peut être obtenu en diminuant la largeur du fleuve.

Proposons-nous donc de réaliser une hauteur de marée un peu plus grande, soit 4^m,10. La largeur du fleuve, qui correspond à cette amplitude, est donnée par la relation :

$$4,10 = 0,878 \times 5,68 \times \frac{15}{10} \sqrt{\frac{5795}{l} \times \frac{8924}{86000}}$$

$$l = 652 \text{ mètres.}$$

En faisant abstraction des triangles supplémentaires résultant de l'inclinaison des talus au-dessus du niveau de la mi-marée, la section de marée haute est égale à :

$$S = 652 \left(10 + \frac{4,10}{2} \right) = 7620 \text{ m}^2$$

au lieu de 8924 mètres carrés, qui représente la section d'égale vitesse.

Une question se pose également en rade d'Anvers. Là, le calcul montre qu'il faut élargir considérablement le fleuve. Cet élargissement est-il conciliable avec la situation existante? N'est-il pas à conseiller de prévoir un rétrécissement du fleuve pour augmenter la vitesse du courant et faciliter l'entretien du fleuve en rade d'Anvers? Voilà, certes, des questions qui présentent le plus haut intérêt pour l'avenir du port d'Anvers, et elles méritent d'être étudiées de très près avant qu'on ne prenne une décision à leur sujet. Il n'entre pas dans mes intentions de résoudre ici ce problème. car je sortirais ainsi du cadre de l'étude que je me suis imposée, soit l'élaboration d'un projet d'amélioration d'un fleuve à marée, à titre d'exemple de la théorie que nous avons établie. Nous supposons donc le problème résolu et nous admettrons qu'il a conduit à maintenir la largeur existante du fleuve, soit : 470 mètres environ. L'amplitude de la marée correspondant à cette largeur est égale à :

$$h = 0,868 \times 5,68 \times \frac{15}{10} \sqrt{\frac{5795}{470} \times \frac{6797}{86000}}$$

$$h = 4^{\text{m}},10$$

soit la même amplitude qu'à Lillo. La section mouillée à marée

haute, abstraction faite des triangles supplémentaires situés au-dessus du niveau de marée, par suite de l'inclinaison des talus, est égale à :

$$\epsilon = 470 \left(10,00 + \frac{4,10}{2} \right) = 5660 \text{m}^2$$

au lieu de 6797 mètres carrés, qui est la section d'égale vitesse.

A Hemixem, l'amplitude de la marée et la largeur du fleuve calculées plus haut concordent d'une manière très satisfaisante avec les dimensions trouvées pour la partie aval du fleuve; elles peuvent donc être maintenues dans un projet définitif

Niveau de mi-marée, vitesse de propagation, durées de flot et de jusant. — Ces différents éléments varieront très peu par suite de l'exécution de la « Grande Coupure », nous pouvons donc admettre, dans une étude d'avant-projet, les mêmes données que celles fournies par l'observation directe.

Volumes de remplissage. — Nous ferons les calculs dans deux hypothèses : 1° on réalise les sections d'égale vitesse; 2° on prévoit une amplitude de 4^m.10 à Lillo et à Anvers.

1° *Sections d'égale vitesse.*

Lillo.

$$M = 52500 \times 8924 \times \frac{1}{3,76} = 124.100.000 \text{ m}^3.$$

Anvers-Kattendyk.

$$M = 52500 \times 6767 \times \frac{1}{3,75} = 95.000.000 \text{ m}^3.$$

Hemixem.

$$M = 52500 \times 4806 \times \frac{1}{4,00} = 62.800.0000 \text{ m}^3.$$

2° *Amplitude de 4^m.10 à Lillo et à Anvers.*

Lillo.

$$M = 52500 \times 8924 \times \frac{1}{4,10} = 115.800.000 \text{ m}^3.$$

Anvers-Kattendyk.

$$M = 52500 \times 6767 \times \frac{1}{4,10} = 86.500.000 \text{ m}^3.$$

Hemixem.

$$M = 52500 \times 4806 \times \frac{1}{4,00} = 62.800.000 \text{ m}^3.$$

A titre de comparaison, déterminons aussi les volumes actuels de la marée, corrigés en donnant à la constante C la valeur théorique de 52300 déterminée par l'étude de l'Escaut maritime.

Lillo.

$$M = 52500 \times 8879 \times \frac{1}{4,45} = 104\ 500.000 \text{ m}^3.$$

Anvers-Kattendyk.

$$M = 52500 \times 5485 \times \frac{1}{4\ 57} = 65\ 600\ 000 \text{ m}^3.$$

Hemixem.

$$M = 52500 \times 5565 \times \frac{1}{4,54} = 43.500\ 000 \text{ m}^3.$$

Tableau récapitulatif des volumes de la marée.

STATIONS	Volumes de la marée		
	actuels corrigés par les formules théoriques.	dans l'hypothèse où l'on réalise les sections d'égale vitesse	dans l'hypothèse où l'on réalise une amplitude de 4 ^m .10 à Lillo et à Anvers.
Lillo	104.300.000	124.100.000	113.800.000
Anvers (Kattendijk)	65.600.000	95.000.000	86.300.000
Hemixem.	43.000.000	62.800.000	62.800.000

Il résulte des calculs ci-dessus que le volume de la marée est considérablement augmenté en amont de Lillo; à Anvers, l'augmentation atteint environ 40 ou 50 p. e., suivant qu'on réalise l'amplitude de 4^m.10 ou la section d'égale vitesse.

Débits de flot et de jusant. — Nous avons vu, par l'étude de l'Escaut dans son état actuel, que les débits d'eau d'amont à Lillo, Anvers et Hemixem s'élevaient approximativement à 91 mètres cubes; 85 mètres cubes et 80,5 mètres cubes. Ces

débites correspondent aux volumes d'eau suivants, pendant le flot et le jusan :

Lillo.

Débites des eaux d'amont, pendant le flot :

$$91 (5 \times 3600 + 50 \times 60) = 1\,911.000 \text{ m}^3,$$

pendant le jusan :

$$91 (44700 - 5 \times 3600 - 50 \times 60) = 2\,156.700 \text{ m}^3.$$

Anvers.

Débites des eaux d'amont, pendant le flot :

$$85 (5 \times 3600 + 40 \times 60) = 1\,755.000 \text{ m}^3,$$

pendant le jusan :

$$85 (4,700 - 5 \times 3600 - 40 \times 60) = 2.065\,500 \text{ m}^3.$$

Hemixem.

Débites des eaux d'amont, pendant le flot :

$$80,5 (5 \times 3600 + 22 \times 60) = 1.558.000 \text{ m}^3,$$

pendant le jusan :

$$80,5 (44700 - 5 \times 3600 - 22 \times 60) = 2.045.090 \text{ m}^3.$$

Connaissant les volumes de remplissage et les débits d'eau d'amont, nous pouvons calculer les débits de flot et de jusan du fleuve amélioré. Ces éléments sont réunis dans le tableau ci-dessous.

Stations.	Volumes de remplissage		Débits des eaux d'amont pendant le		Sections d'égale vitesse. Débits de		Amplitudes de 4.10 m. Débits de	
	pour des sections d'égale vitesse	pour une amplitude de 4.10 m.	flot.	jusan.	flot.	jusan.	flot.	jusan.
Lillo. . . .	124.100.000	113.800.000	1.911.000	2 156.700	122.189.000	121.256.700	111.889.000	115.956.700
Anvers . . .	95.000.000	86.300.000	1.735.000	2.065.500	93.265.000	97.065.500	81.565.000	88.365.500
Hemixem. .	62.800.000	62.800.000	1.558.000	2.043.000	61.242.000	64.843.000	61.242.000	64.843.000

Vitesse moyenne du courant de flot et de jusan.

1° *Section d'égale vitesse.*

Lillo.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{122.189.000}{751 \left[8,12 + 1,88 \left(1 + \frac{4800}{21000} \right) \right] 21000} = 0^m,745.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{126.256.700}{751 \left[8,12 + 1,88 \left(1 - \frac{4800}{25700} \right) \right] 25700} = 0^m,745.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,745 \times 21000 + 0^m,745 \times 25700}{44700} = 0^m,744.$$

Anvers.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{95.265.000}{15 \left[8,15 + 1,87 \left(1 + \frac{4800}{20400} \right) \right] 20400} = 0^m,766.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{97.065.500}{571 \left[8,15 + 1,87 \left(1 - \frac{4800}{24500} \right) \right] 24500} = 0^m,676.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,766 \times 20400 + 0^m,676 \times 24500}{44700} = 0^m,715.$$

Hemixem.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{61.242.000}{460 \left[6,45 + 2,00 \left(1 + \frac{4800}{19520} \right) \right] 19520} = 0^m,772.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{64.845.090}{460 \left[6,45 + 2,00 \left(1 - \frac{4800}{25580} \right) \right] 25580} = 0^m,674.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,772 \times 19520 + 0^m,674 \times 25580}{44700} = 0^m,715.$$

2° *Amplitude de 4.10 m. à Lillo et à Anvers.*

Lillo.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{411.889.000}{652 \left[7,95 + 2,05 \left(1 + \frac{4800}{21000} \right) \right] 21000} = 0^m,804.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{115.956.700}{652 \left[7,95 + 2,05 \left(1 - \frac{4800}{25700} \right) \right] 25700} = 0^m,808.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,804 \times 21000 + 0^m,808 \times 25700}{44700} = 0^m,806.$$

Anvers :

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{84.565.000}{470 \left[7,95 + 2,05 \left(1 + \frac{4800}{20400} \right) \right] 20400} = 0^m,842.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{88.565.500}{470 \left[7,95 + 2,05 \left(1 - \frac{4800}{24500} \right) \right] 24500} = 0^m,745.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,842 \times 20400 + 0^m,745 \times 24500}{44700} = 0^m,79.$$

Hemixem. — Les calculs sont les mêmes que dans le 1^o, puisque la section d'égale vitesse est maintenue.

Tableau récapitulatif.

Stations.	Vitesse moyenne du courant.	
	Section d'égale vitesse.	Amplitude de 4m.10 à Lillo et Anvers.
Lillo	0.744	0.806
Anvers	0.715	0.79
Hemixem	0.713	0.713

Le tableau ci-dessus montre que la vitesse moyenne générale du courant de marée est un peu supérieure à 0^m,70 dans l'hy-

pothèse où l'on réalise les sections d'égale vitesse et qu'elle est approximativement égale à 0^m,80 dans le cas où l'on réalise une amplitude de 4^m,10 à Anvers et à Lillo.

Conclusion. — Il résulte des calculs ci-dessus que la « Grande Coupure » augmente considérablement l'énergie de l'onde marée en amont de Lillo et qu'elle améliore notablement la situation du fleuve en rade d'Anvers ; mais ils montrent aussi que le projet de la « Grande Coupure » constitue un travail gigantesque, qui exige un remaniement complet du fleuve, non pas seulement entre Lillo et Anvers, mais aussi en amont d'Anvers sur des dizaines, peut-être une centaine de kilomètres de longueur. Dans ces conditions, le programme des travaux, le mode et les moyens d'exécution devront faire l'objet d'une étude très sérieuse si l'on veut éviter des mécomptes ou des accidents, réparables probablement, mais seulement au prix de dépenses supplémentaires considérables.

En présence d'un projet d'aussi vaste envergure et aussi difficile que compliqué d'exécution, on peut se demander si l'amélioration et l'approfondissement du fleuve en aval d'Anvers ne peuvent pas être réalisés par l'exécution de travaux moins importants. A notre avis, oui : cette amélioration peut être atteinte en maintenant sensiblement le cours actuel du fleuve. Il suffit à cet effet : de diminuer la largeur du fleuve en quelques points et d'y augmenter la profondeur par voie de dragages ; de redresser quelques coudes trop brusques et d'éviter autant que possible un allongement du fleuve, car tout accroissement de longueur signifie déperdition d'énergie, qui ne peut être regagnée que par un approfondissement supplémentaire du fleuve, d'où une nouvelle dépense qu'il vaut mieux éviter.

CHAPITRE III.

PROJET D'AMÉLIORATION DE LA DURME.

Le projet est dressé en partant d'un nouveau tracé de la Durme établi par le service des Ponts et Chaussées. Ce tracé, qui n'est pas encore entièrement mis au point, vise à supprimer les nombreux méandres qui entravent singulièrement la navigation et à donner à la rivière une profondeur et une largeur suffisantes, pour pouvoir amener à Lokeren des bateaux d'au moins 1.000 tonnes et plus en amont, des bateaux

de 300 à 600 tonnes. En vue d'atteindre ce but, la rivière a été considérablement raccourcie et on se propose de réaliser des profondeurs beaucoup plus grandes que celles qui existent maintenant. Actuellement, la rivière mesure 26,050 km. depuis son embouchure dans l'Escaut jusqu'au confluent du Moervaert et de la Zuidlede à Dacknam. Suivant le nouveau tracé (voir pl. 7), la rivière ne mesure plus qu'une longueur de 18,680 km. Pour satisfaire aux conditions imposées par la navigation, on a admis une loi des profondeurs moyennes à mi-marée linéaire réalisant une profondeur moyenne de 5 mètres à l'embouchure de la Durme, et 2^m.90 au confluent du Moervaert et de la Zuidlede. (Voir ci-dessous le profil en long des profondeurs moyennes fig. 29). Nous verrons, à la fin

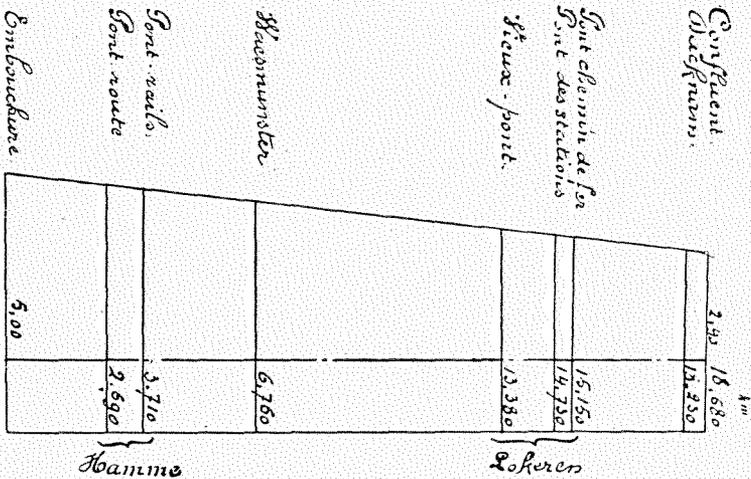


Fig. 29.

Profil en long des profondeurs moyennes à mi-marée.

de notre étude, que ce profil en long réalise sous marée basse moyenne une profondeur de plus de 2^m.61 jusqu'à Lokeren et de plus de 2^m 19 jusqu'au confluent du Moervaert et de la Zuidlede.

Nous verrons aussi plus loin qu'avec les données admises la largeur de la rivière à mi-marée dépasse 42^m.20 jusqu'à Lokeren et 34^m.20 jusqu'au confluent du Moervaert et de la Zuidlede. Dans ces conditions, les données qu'on s'impose

assurent dans de très bonnes conditions la navigation qu'on veut voir s'établir sur la Durme.

Pour définir complètement les données du problème, il reste encore à fixer la section d'équilibre à marée haute à l'embouchure de la Durme.

Si l'on ne veut pas modifier le régime d'équilibre de l'Escaut, il faut maintenir la section à marée haute existante à l'embouchure de la Durme. Cette section a été établie par l'étude de la Durme dans son état actuel; nous avons alors vu que cette section mesurait 456,50 m².

C'est cette section que nous adopterons dans notre étude d'amélioration de la Durme.

§ 1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse.

Section à l'embouchure : 456,50 m²: $\log 456,5 = 2,65944$.

Le coefficient de variation α de la profondeur moyenne à mi-marée est égal à :

$$\alpha = \frac{5\ 00 - 2,90}{18,680} = 0,1124.$$

D'où :

$$\lambda = 5\ m. - 0,1124x.$$

Les profondeurs moyennes à mi-marée aux points principaux de la rivière mesurent :

Hamme :

Pont-route	4 ^m .70
Pont-rails	4 ^m .58
Waesmunster	4 ^m 24

Lokeren :

Vieux pont	3 ^m .50
Pont des stations	3 ^m .54
Pont du Chemin de fer	5 ^m .50
Dacknam	2 ^m 95
Confluent	2 ^m .90

Les sections à marée haute correspondant à une vitesse

moyenne générale du courant de marée constante sont égales à :

Hamme (pont-route) :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{4,70}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,56764 = \log 369,50\text{m}^2.$$

Hamme (pont-rails) :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{4,58}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,55702 = \log 544,40\text{m}^2.$$

Waesmunster :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{4,24}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,42644 = \log 266,95\text{m}^2.$$

Lokeren (vieux pont) :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{3,50}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,12586 = \log 133,00\text{m}^2.$$

Lokeren (pont des stations) :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{3,54}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,04744 = \log 111,55\text{m}^2.$$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{3,50}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 2,02898 = \log 106,90\text{m}^2.$$

Dacknam :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{2,95}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 1,85511 = \log 68,10\text{m}^2.$$

Confluent :

$$\log \ell = 2,65944 - \frac{0,688}{0,1124} \left(\frac{1}{\sqrt{2,90}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 1,80250 = \log 63,45\text{m}^2.$$

Pour déterminer les sections définitives de la rivière, nous admettons une diminution de la vitesse moyenne générale du courant de marée à mesure qu'on remonte vers l'amont. Nous verrons plus loin que la vitesse moyenne du courant de marée à l'embouchure mesure : 0^m.525. Admettons au confluent à Dacknam une vitesse de 0^m.307; dès lors, la loi de variation de la vitesse sur la rivière a la forme :

$$0,307 = 0,525 - w \times 18,680.$$

D'où :

$$w = \frac{0,525 - 0,307}{18,680} = 0,01165$$

et

$$w' = \frac{0,01165}{4,15 \times 0,525} = 0,0195.$$

La connaissance du coefficient w' nous permet de calculer les sections définitives à marée haute de la rivière. Celles-ci sont :

Hamme (pont-route) :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 2,69} \right)^2 = \log 1,112 = 0,04610$$

$$\log \ell = 2,56764 + 0,04610 = 2,61374 = \log \underline{410,90 \text{ m}^2}.$$

Hamme (pont-rails) :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 5,71} \right) = \log 1,160 = 0,06446$$

$$\log \ell = 2,53702 + 0,06446 = 2,60148 = \log \underline{599,50 \text{ m}^2}.$$

Waesmunster :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 6,76} \right) = \log 1,522 = 0,12125$$

$$\log \ell = 2,42644 + 0,12125 = 2,54767 = \log \underline{552,90 \text{ m}^2}.$$

Lokeren (vieux-pont) :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 15,38} \right) = \log 1,818 = 0,25959$$

$$\log \ell = 2,12586 + 0,25959 = 2,38545 = \log \underline{241,80 \text{ m}^2}.$$

Lokeren (pont des stations) :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 14,75} \right) = \log 1,952 = 0,29048$$

$$\log \ell = 2,04744 + 0,29048 = 2,33792 = \log \underline{217,75 \text{ m}^2}.$$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 15,15} \right) = \log 1,995 = 0,29994$$

$$\log \ell = 2,02898 + 0,29994 = 2,32892 = \log \underline{215,50 \text{ m}^2}.$$

Dacknam :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 18,25} \right) = \log 2,580 = 0,57657$$

$$\log \ell = 1,85311 + 0,57657 = 2,20968 = \log \underline{166,00 \text{ m}^2}.$$

Confluent :

$$\log \left(\frac{1}{1 - 0,0195 \times 18,68} \right) = \log 2,450 = 0,58916$$

$$\log \ell = 1,80250 + 0,58916 = 2,49166 = \log \underline{155,50 \text{ m}^2}.$$

Les sections ci-dessus correspondent aux vitesses du courant général de marée suivantes :

Hamme (pont route) :

$$v = 0^m.525 - 0.01165 \times 269 = 0^m.525 - 0.0313 = 0^m.494$$

Hamme (pont-rails) :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 3.71 = 0.525 - 0.0432 = 0.493$$

Waesmunster :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 6.76 = 0.525 - 0.0787 = 0.446$$

Lokeren (vieux pont) :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 13.38 = 0.525 - 0.1558 = 0.36$$

Lokeren (pont des stations) :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 14.73 = 0.525 - 0.1724 = 0.35$$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 15.15 = 0.525 - 0.1765 = 0.34$$

Dacknam :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 18.23 = 0.525 - 0.215 = 0.310$$

Confluent :

$$v = 0.525 - 0.01165 \times 18.68 = 0.525 - 0.218 = 0.307$$

§ 2. — Calcul des amplitudes de la marée et des largeurs à mi-marée.

Pour calculer les largeurs à mi-marée et les amplitudes de la marée correspondantes, des différentes sections de la rivière, considérées ci-dessus, il faut retrancher au préalable des dites

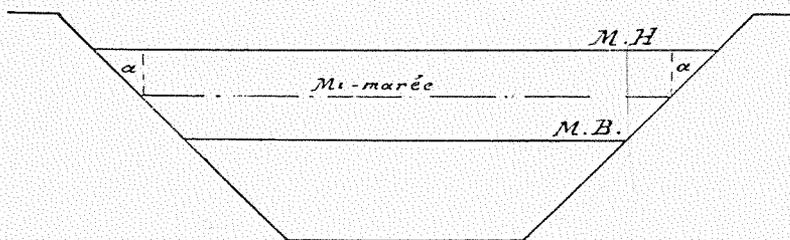


Fig. 30.

sections la surface des triangles supplémentaires dus à l'inclinaison des talus, de manière à ne plus avoir que des sections rectangulaires, dont la profondeur sous mi-marée soit celle de la loi des profondeurs admises. Nous admettrons que

l'inclinaison des talus varie d'une manière continue : de 12/4 à l'embouchure à 8/4 à Dacknam.

Surface des triangles supplémentaires :

$$\text{Embouchure : } 2 \times \frac{12}{4} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2 = 12 \text{ 00 m}^2$$

$$\text{Dacknam : } 1,525 \times \frac{8}{4} \times 1,525 \times \frac{1}{2} \times 2 = 4,652 \text{ m}^2$$

$$\text{Différence : } \overline{7,348 \text{ m}^2}$$

Variation de la surface des triangles supplémentaires par kilomètre de longueur :

$$\frac{7,348}{18,68} = 0,3925 \text{ m}^2.$$

Sections réduites.

Hamme (pont-route) :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 2,69 = 10^{\text{m}^2},94 \quad 410^{\text{m}^2},90 - 10,94 = 399^{\text{m}^2},96$$

Hamme (pont-rails) :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 3,71 = 10^{\text{m}^2},54 \quad 399^{\text{m}^2},50 - 10,54 = 388^{\text{m}^2},96$$

Waesmunster :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 6,76 = 9^{\text{m}^2},34 \quad 352^{\text{m}^2},90 - 9,34 = 343^{\text{m}^2},56$$

Lokeren (vieux pont) :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 13,38 = 6^{\text{m}^2},73 \quad 241^{\text{m}^2},80 - 6,73 = 235^{\text{m}^2},07$$

Lokeren (pont des stations) :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 14,73 = 6^{\text{m}^2},21 \quad 217^{\text{m}^2},75 - 6,21 = 211^{\text{m}^2},54$$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 15,15 = 6^{\text{m}^2},04 \quad 213^{\text{m}^2},50 - 6,04 = 207^{\text{m}^2},46$$

Dacknam :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 18,23 = 4^{\text{m}^2},83 \quad 166^{\text{m}^2},00 - 4,83 = 161^{\text{m}^2},17$$

Confluent :

$$12^{\text{m}^2} - 0,3935 \times 18,68 = 4^{\text{m}^2},62 \quad 155^{\text{m}^2},50 - 4,65 = 150^{\text{m}^2},85$$

Calculons maintenant la valeur du coefficient de réduction φ aux différents points importants de la rivière :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{a} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{min.}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{max.}}} \right)}.$$

Hamme (pont-route) :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{4,70} - \frac{1}{5} \right)} = 0,986.$$

Hamme (pont-rails) :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{4,58} - \frac{1}{5} \right)} = 0,980.$$

Waesmunster :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{4,24} - \frac{1}{5} \right)} = 0,964.$$

Lokeren (vieux pont) :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{5,5} - \frac{1}{5} \right)} = 0,913.$$

Lokeren (pont des stations) :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{5,34} - \frac{1}{5} \right)} = 0,905.$$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{5,5} - \frac{1}{5} \right)} = 0,896.$$

Dacknam :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{5,50} - \frac{1}{5} \right)} = 0,865.$$

Confluent :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{0,125}{0,1124} \left(\frac{1}{2,9} - \frac{1}{5} \right)} = 0,860.$$

Calculons encore la largeur théorique à l'embouchure de la rivière correspondant à l'amplitude observée de 4 mètres :

$$l \left(5^m,00 + \frac{4,00}{2} \right) = 456^m,5 - 12 = 444^m,5$$

$$l = 63^m,5.$$

Handwritten notes:
 63,5
 444,5

Moyennant la connaissance des différents éléments ci-dessus, nous pouvons procéder au calcul des amplitudes et des largeurs à mi-marée aux différents points importants de la rivière.

Hamme (pont-route) :

$$h = 4 \times 0,986 \times \frac{5,00}{4,70} \sqrt{\frac{65,5}{l} \times \frac{569,5}{456,5}} = 4,185 \sqrt{\frac{51,4}{l}}$$

$$l \left(4,70 + \frac{h}{2} \right) = 599,96$$

d'où $h = \underline{5^m 87}$ $l = \underline{60 20}$

Hamme (pont-rails) :

$$h = 4 \times 0,98 \times \frac{5,00}{4,58} \sqrt{\frac{65,5}{l} \times \frac{544,4}{456,5}} = 4,28 \sqrt{\frac{47,9}{l}}$$

$$l \left(4,58 + \frac{h}{2} \right) = 588,96$$

d'où $h = \underline{5^m 85}$ $l = \underline{60 \text{ m.}}$

Waesmunster :

$$h = 4 \times 0,964 \times \frac{5,00}{4,24} \sqrt{\frac{65,5}{l} \times \frac{266,95}{456,50}} = 4,55 \sqrt{\frac{57,1}{l}}$$

$$l \left(4,24 + \frac{h}{2} \right) = 545,56$$

d'où $h = \underline{5^m,69}$ $l = \underline{56^m,40}$

Lokeren (vieux pont) :

$$h = 4 \times 0,915 \times \frac{5,00}{5,50} \sqrt{\frac{65,5}{l} \times \frac{155}{456,5}} = 5,22 \sqrt{\frac{18,5}{l}}$$

$$l \left(5,50 + \frac{h}{2} \right) = 255,07$$

d'où $h = \underline{5^m 52}$ $l = \underline{45^m 70.}$

Lokeren (pont des stations) :

$$h = 4 \times 0,905 \times \frac{5,00}{5,54} \sqrt{\frac{65,5}{l} \times \frac{111,55}{456,5}} = 5,57 \sqrt{\frac{15,5}{l}}$$

$$l \left(5,54 + \frac{h}{2} \right) = 211,54$$

d'où $h = \underline{5^m 25}$ $l = \underline{42^m 50.}$

Lokeren (pont du chemin de fer) :

$$h = 4 \times 0.896 \times \frac{5.00}{5.50} \sqrt{\frac{65.5}{l} \times \frac{106.9}{456.5}} = 5.45 \sqrt{\frac{14.85}{l}}$$

$$l \left(5^m, 50 + \frac{h}{2} \right) = 207,46$$

d'où $h = \underline{5^m, 22}$ $l = \underline{42^m, 20}.$

Dacknam :

$$h = 4 \times 0.865 \times \frac{5.00}{2.95} \sqrt{\frac{65.5}{l} \times \frac{68.1}{456.5}} = 5.87 \sqrt{\frac{9.47}{l}}$$

$$l \left(2,95 + \frac{h}{2} \right) = 161,17$$

d'où $h = \underline{5 \text{ m.}}$ $l = \underline{56^m 50}.$

Confluent :

$$h = 4 \times 0.860 \times \frac{5,00}{2,90} \sqrt{\frac{65.5}{l} \times \frac{65,45}{456,5}} = 5,95 \sqrt{\frac{8.825}{l}}$$

$$l \left(2,90 + \frac{h}{2} \right) = 150,85$$

d'où $h = \underline{2^m, 99}$ $l = \underline{54^m, 20}.$

1, 2, 5
30, 50

Handwritten notes and scribbles at the top of the page, including the number '100' and some illegible characters.

6

Comme le débit d'amont est insignifiant vis-à-vis du débit de la marée, nous pouvons admettre d'un bout de la rivière à l'autre que la durée du gagnant est sensiblement égale à celle du flot, et la durée du perdant à celle du jusant. Ceci nous permet d'écrire les durées du flot et du jusant.

Stations.	Durée en heures minutes et secondes du		Durée en secondes du	
	flot.	jusant.	flot.	jusant.
Embouchure	5 h. 4'00"	7 h. 21'00"	18240"	26460"
Hamme (pont-route) . . .	5 h. 2'24"	7 h. 22'36"	18144"	26556"
Hamme (pont-rails). . . .	5 h. 1'43"	7 h. 23'17"	18103"	26597"
Waesmunster	4 h. 59'24"	7 h. 25'36"	17964"	26736"
Lokeren (vieux pont) . . .	4 h. 52'14"	7 h. 32'46"	17534"	27166"
Id. pont du chemin de de fer	4 h. 50'12"	7 h. 34'48"	17412"	27288"
Id. (pont du chemin de fer)	4 h. 49'29"	7 h. 35'31"	17369"	27331"
Dacknam	4 h. 43'29"	7 h. 41'31"	17009"	27691"
Confluent	4 h. 41'26"	7 h. 43'34"	16886"	27814"

§ 4. — Calcul des volumes de remplissage et des débits d'amont, de flot et de jusant.

Les volumes de remplissage doivent être calculés par la loi du débit, en remarquant que l'étude de la Durme, dans son état actuel, a montré que la valeur de la constante C est environ : 32750.

$$\begin{aligned} \text{Embouchure} & \quad \frac{527.50 \times 456.5}{4} = \underline{3.735.000 \text{ m}^3} \\ \text{Hamme (pont-route)} & \quad \frac{527.50 \times 569.5}{5,87} = 3.124.000 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Hamme (pont-rails)	$\frac{527,50 \times 544,4}{5,85}$	$= 2.944.000 \text{ m}^3$
Waesmunster	$\frac{527,50 \times 266,95}{3,69}$	$= 2.366.000 \text{ m}^3$
Lokeren (vieux pont)	$\frac{527,50 \times 155}{3,52}$	$= 1.312.000 \text{ m}^3$
Lokeren (pont des stations)	$\frac{527,50 \times 111,55}{3,25}$	$= 1.122.000 \text{ m}^3$
Lokeren (pont du chem. de fer)	$\frac{527,50 \times 106,90}{3,22}$	$= 1.087.000 \text{ m}^3$
Dacknam	$\frac{527,50 \times 68,40}{3,00}$	$= 744.000 \text{ m}^3$
Confluent	$\frac{527,50 \times 65,85}{2,99}$	$= 693.500 \text{ m}^3$

Pour calculer les débits d'amont aux différents points de la rivière, nous admettrons les mêmes débits que ceux qui sont résultés de l'étude de la Durme dans son état actuel, soit : 2 mètres cubes à l'embouchure et 1 mètre cube au confluent. Ces chiffres correspondent à une variation kilométrique de :

$$\frac{1}{18,680} = 0,0535$$

ce qui donne comme débit d'amont par seconde aux points importants de la rivière :

Embouchure	2 000 m ³
Hamme (pont-route)	2.000 m ³ — 2,69 × 0,0535 = 1.855 m ³
Hamme (pont-rails)	2.000 m ³ — 3,71 × 0,0535 = 1.801 m ³
Waesmunster	2.000 m ³ — 6,76 × 0,0535 = 1.638 m ³
Lokeren (vieux-pont)	2.000 m ³ — 13,38 × 0,0535 = 1.284 m ³
Lokeren (pont des stations)	2.000 m ³ — 14,73 × 0,0535 = 1.212 m ³
Lokeren (pont du chemin de fer)	2.000 m ³ — 15,15 × 0,0535 = 1.188 m ³
Dacknam	2.000 m ³ — 18,23 × 0,0535 = 1 024 m ³
Confluent	2.000 m ³ — 18,68 × 0,0535 = 1,000 m ³

Les données ci-dessus permettent de calculer aux différents points de la rivière les débits d'amont pendant le flot et le jusant, le débit de flot et le débit de jusant, de la marée fluviale. Ces éléments sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Stations.	Durée du		Débit supérieur horaire.	Débit d'amont pendant le		Volume de remplissage de la marée.	Débit de		Observations.	
	flot.	jusant.		flot.	jusant.		flot.	jusant.		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	
			m ³	m ³	m ³	m ³	m ³	m ³		
Embouchure . . .	18240	26460	2,000	36480	52920	3.735.000	3.698.520	3.787.920	Les chiffres de la 5 ^e et de la 6 ^e colonne sont obtenus en multipliant ceux de la 2 ^e et de la 3 ^e par ceux de la 4 ^e colonne.	
Hamme (Pont-rout.) .	18144	26556	1,855	33650	49300	3.124.000	3.090.350	3.173.300		
Hamme (Pont-rails) .	18103	26597	1,801	32600	47800	2.944.000	2.911.400	2.991.800		
Waesmunster . . .	17964	26736	1,638	29400	43750	2.366.000	2.336.600	2.409.700		
Lokeren. {	Vieux Pont. . .	17534	27166	1,284	22500	34850	1.312.000	1.289.500	1.346.850	Les chiffres de la 8 ^e colonne sont obtenus en soustrayant ceux de la 5 ^e colonne de ceux de la 7 ^e .
	Pont des Stations .	17412	27288	1,212	21150	33100	1.122.000	1.100.850	1.155.100	
	Pont du Ch. de fer.	17369	27331	1,188	20600	32450	1.087.000	1.066.450	1.119.450	
Dacknam	17009	27691	1,024	17400	28400	744.000	726.600	772.400	Les chiffres de la 9 ^e colonne sont obtenus en ajoutant ceux de la 6 ^e colonne à ceux de la 7 ^e .	
Confluent	16886	27814	1,000	16886	27814	693.500	676.614	721.314		

§ 5. — Calcul des vitesses moyennes des courants de flot et de jusant et de la vitesse moyenne générale du courant de marée.

Embouchure :

Données :

Amplitudes de la marée : $h = 4^m,00$;

Profondeur moyenne à marée basse : $H = 3^m,00$;

Largeur à mi-marée : $L = 63^m,50$.

Vitesse moyenne de flot :

$$v_f = \frac{5698520}{63,5 \left[3 + 2 \left(1 + \frac{4800}{18240} \right) \right] 18240} = 0^m,578.$$

Vitesse moyenne de jusant :

$$v_j = \frac{5.787.920}{63,5 \left[3 + 2 \left(1 - \frac{4800}{26460} \right) \right] 26460} = 0^m,488.$$

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

$$u = \frac{0^m,578 \times 18240 + 0^m,488 \times 26460}{18240 + 26460} = \frac{10560 + 12940}{44700} = 0^m,525.$$

Hamme (pont-route) :

$$H = 4,70 - \frac{5,87}{2} = 2^m,77 \quad L = 60^m,20 \quad h = 3^m,87.$$

$$v_f = \frac{5090530}{60,2 \left[2,77 + 1,955 \left(1 + \frac{4800}{18144} \right) \right] 18144} = 0^m,544$$

$$v_j = \frac{5173500}{60,2 \left[2,77 + 1,955 \left(1 - \frac{4800}{26556} \right) \right] 26556} = 0^m,457$$

$$u = \frac{0,551 \times 18144 + 0,457 \times 26556}{44700} = \frac{9800 + 12140}{44700} = 0^m,490.$$

Hamme (pont-rails) :

$$H = 4,58 - \frac{5,85}{2} = 2^m,67 \quad L = 60^m,00 \quad h = 3^m,85$$

$$v_f = \frac{2.919.400}{60 \left[2,67 + 1,92 \left(1 + \frac{4800}{18105} \right) \right] 18105} = 0^m,524$$

$$v_j = \frac{2.991.800}{60 \left[2,67 + 1,92 \left(1 - \frac{4800}{26597} \right) \right] 26597} = 0^m,442$$

$$u = \frac{0,524 \times 18105 + 0,442 \times 26597}{44700} = \frac{9480 + 11770}{44700} = \frac{21250}{44700} = 0^m,475$$

Waesmunster :

$$H = 4^m,24 - \frac{5,69}{2} = 2^m,40 \quad L = 56^m,40 \quad h = 5^m,69$$

$$v_f = \frac{2556600}{56,40 \left[2,40 + 1,85 \left(1 + \frac{4800}{17964} \right) \right] 17964} = 0^m,485.$$

$$v_j = \frac{2409750}{56,40 \left[2,40 + 1,85 \left(1 - \frac{4800}{26736} \right) \right] 26736} = 0^m,408.$$

$$u = \frac{0,485 \times 17964 + 0,408 \times 26736}{44700} = \frac{8715 + 10920}{44700} = \frac{19635}{44700} = 0^m,439.$$

Lokeren (Vieux-Pont) :

$$H = 5^m,80 - \frac{5,52}{2} = 1^m,84 \quad L = 45^m,70 \quad h = 5^m,52.$$

$$v_f = \frac{1289500}{45,7 \left[1,84 + 1,66 \left(1 + \frac{4800}{17554} \right) \right] 17554} = 0^m,406.$$

$$v_j = \frac{1546850}{45,7 \left[1,84 + 1,66 \left(1 - \frac{4800}{27166} \right) \right] 27166} = 0^m,538.$$

$$u = \frac{0,406 \times 17554 - 0,538 \times 27166}{44700} = \frac{7110 + 9180}{44700} = \frac{16290}{44700} = 0^m,564.$$

Lokeren (Pont des Stations) :

$$H = 5^m,54 - \frac{5,25}{2} = 1^m,71 \quad L = 42^m,50 \quad h = 5^m,25$$

$$v_f = \frac{1100850}{42,50 \left[1,71 + 1,65 \left(1 + \frac{4800}{17412} \right) \right] 17412} = 0^m,592$$

$$v_j = \frac{1155100}{42,50 \left[1,71 + 1,65 \left(1 - \frac{4800}{27288} \right) \right] 27288} = 0^m,526$$

$$u = \frac{0,592 \times 17412 + 0,526 \times 27288}{44700} = \frac{6850 + 8900}{44700} = \frac{15750}{44700} = 0^m,552.$$

Lokeren (Pont du Chemin de fer) :

$$H = 5^m,50 - \frac{5,22}{2} = 1^m,69 \quad L = 45^m,20 \quad h = 5^m,22$$

$$v_f = \frac{1066400}{42,20 \left[1,69 + 1,61 \left(1 + \frac{4800}{17569} \right) \right] 17569} = 0^m,589$$

$$v_j = \frac{1119450}{42,20 \left[1,69 + 1,61 \left(1 - \frac{4800}{27551} \right) \right] 27551} = 0^m,521$$

$$u = \frac{0,589 \times 17569 + 0,521 \times 27551}{44700} = \frac{6750 + 8770}{44700} = 0^m,547$$

Dacknam.

$$H = 2^m,95 - \frac{5,00}{2} = 1^m,45 \quad L = 56^m,50 \quad h = 5^m,00$$

$$v_f = \frac{726600}{56,50 \left[1,45 + 1,50 \left(1 + \frac{4800}{17009} \right) \right] 17009} = 0^m,548$$

$$v_j = \frac{772400}{56,50 \left[1,45 + 1,50 \left(1 - \frac{4800}{27691} \right) \right] 27691} = 0^m,286$$

$$u = \frac{0,548 \times 17009 + 0,286 \times 27691}{44700} = \frac{5950 + 7950}{44700} = \frac{15860}{44700} = 0^m,510$$

Confluent :

$$H = 2^m,90 - \frac{2,99}{2} = 1^m,41 \quad L = 54,20 \quad h = 2^m,99$$

$$v_f = \frac{676614}{54.20 \left[1.41 + 1.495 \left(1 + \frac{4800}{16886} \right) \right] 16886} = 0^m.552$$

$$v_r = \frac{721514}{54.20 \left[1.41 + 1.495 \left(1 - \frac{4800}{27814} \right) \right] 27814} = 0^m.286$$

$$u = \frac{0.552 \times 16886 + 0.286 \times 27814}{44700} = \frac{5950 + 7950}{44700} = \frac{15880}{44700} = 0^m.510$$

Les vitesses obtenues ci-dessus concordent parfaitement avec celles qui résultent du calcul des sections définitives de la rivière (voir § 1). Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous les vitesses calculées d'après les deux différentes méthodes.

Stations.	Vitesses moyennes générales du courant de marée résultant du calcul		
	des sections définitives.	direct des vitesses.	
Embouchure.	0,525	0,525	
Hamme {	Pont-route	0,494	0,490
	Pont-rails	0,493	0,475
Waesmunster	0,446	0,439	
Lokeren {	Vieux pont	0,369	0,364
	Pont des Stations	0,353	0,352
	Pont du Chemin de fer	0,349	0,347
Dacknam	0,310	0,310	
Confluent.	0,307	0,310	

§ 6. — Relèvement du niveau moyen.

A. — Relèvement dû à la marée seule.

1° Embouchure. — Waesmunster.

Amplitude de la marée à l'embouchure : 4 mètres ; à Waesmunster : 3^m.69.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 4 e^{-0,01194x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à l'embouchure : 5 mètres;
à Waesmunster : 4^m.24.

Loi de variation de la profondeur moyenne :

$$\lambda = 5e^{-0,0244x}.$$

Largeur à mi-marée à l'embouchure : 63^m50; à Waesmunster : 56^m.4.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{65,5}{65,5+2 \times 5,00} + \frac{56,4}{56,4+2 \times 4,24} \right] : 2 = (0,864+0,868) : 2 = 0,866.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,864 \times 5,00} \right) = 0,561$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,868 \times 4,24} \right) = 0,575$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,561 + 0,575}{2} = 0,568.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tau_m = \frac{0,568 \times 0,095 \times 4^2 \times e^{-2 \times 0,01194x}}{0,866 \times 5^{2,5} \times e^{-5/2 \times 0,0244x}} dx.$$

Relèvement total du niveau moyen en un point abscisse x :

$$\tau_m = \frac{0,568 \times 0,095}{0,866 \times 0,03725} \times \frac{16}{55,9} \left(e^{0,03725x} - 1 \right) = 0,505 \left(e^{0,03725x} - 1 \right)$$

Hamme (pont-route) :

$$\tau_m = 0,505 \left(e^{0,03725 \times 2,69} - 1 \right) = 0,032 \text{ m.}$$

Hamme (pont-rails) :

$$\tau_m = 0,505 \left(e^{0,03725 \times 3,71} - 1 \right) = 0,045 \text{ m.}$$

Waesmunster.

$$\tau_m = 0,505 \left(e^{0,03725 \times 6,76} - 1 \right) = 0,087 \text{ m.}$$

2° *Waesmunster-Lokeren (Vieux pont).*

Amplitude de la marée à Waesmunster : 3^m.69 ; à Lokeren (Vieux pont) : 3^m.32.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,69e^{-0,01598x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Waesmunster : 4^m.24 ; à Lokeren (Vieux-pont) : 3^m.50.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 4,24 e^{-0,029x}.$$

Largeur de la rivière à Waesmunster : 56^m.4 ; à Lokeren (Vieux-pont) : 45^m.70.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{56,4}{56,4 + 2 \times 4,24} + \frac{45,7}{45,7 + 2 \times 3,5} \right] : 2 = (0,868 + 0,867) : 2 = 0,8675.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,868 \times 4,24} \right) = 0,375$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,867 \times 3,50} \right) = 0,596$$

$$\text{Valeur moyenne : } \frac{0,771}{2} = 0,3855.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$dz_m = \frac{0,3855 \times 0,095 \times 5,69^2 \times e^{-2 \times 0,01598x}}{0,8675 \times 4,24^{5/2} \times e^{-5/2 \times 0,029x}} dx.$$

Relèvement total à Lokeren (Vieux-pont) :

$$z_m = \frac{0,3855 \times 0,095}{0,8675 \times 0,0405} \times \frac{15,62}{57,10} \left(e^{-0,0405 \times 6,62} - 1 \right)$$

$$z_m = 0^m 119.$$

3° *Lokeren (Vieux-pont)-Confluent.*

Amplitude de la marée à Lokeren (Vieux-pont) : 3^m.32 ; au confluent : 2^m.99.

Loi de variation de l'amplitude :

$$h = 3,32 e^{-0,0197x}.$$

Profondeur moyenne à mi-marée à Lokeren (Vieux-pont) : 3^m.50 ; au confluent : 2^m.90.

Loi de variation de la profondeur moyenne à mi-marée :

$$\lambda = 3,50 e^{-0,0355x}.$$

Largeur de la rivière à Lokeren (Vieux-Pont) : 45^m,70 ; au confluent : 34^m,20.

Valeur moyenne du coefficient $\frac{l}{l+2\lambda}$:

$$\left[\frac{45,70}{45,70 + 2 \times 5,5} + \frac{54,2}{54,2 + 2 \times 2,9} \right] : 2 = (0,867 + 0,854) : 2 = 0,8605.$$

Valeur moyenne du coefficient b :

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,867 \times 5,50} \right) = 0,596$$

$$b = 0,28 \left(1 + \frac{1,25}{0,854 \times 2,90} \right) = 0,424$$

$$\text{Valeur moyenne : } 0,817 : 2 = 0,4085.$$

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\zeta_m = \frac{0,4085 \times 0,095 \times 5,3^2 \times e^{-2 \times 0,0197x}}{0,8605 \times 5,5^{2,5} \times e^{-2,5 \times 0,0355x}} dx.$$

Relèvement total à une distance x de Lokeren (Vieux-Pont) :

$$\zeta_m = \frac{0,4085 \times 0,095}{0,8605 \times 0,04935} \times \frac{11,02}{22,92} \left(e^{0,04935x} - 1 \right)$$

$$\zeta_m = 0,452 \left(e^{0,04935x} - 1 \right).$$

Lokeren (Pont des stations) :

$$\zeta_m = 0,452 \left(e^{0,04935 \times 1,35} - 1 \right) = 0^m,05.$$

Lokeren (Pont du Chemin de fer) :

$$\zeta_m = 0,452 \left(e^{0,04935 \times 1,77} - 1 \right) = 0^m,04.$$

Dacknam :

$$\zeta_m = 0,452 \left(e^{0,04935 \times 4,85} - 1 \right) = 0^m,121.$$

Confluent :

$$\zeta_m = 0,452 \left(e^{0,04935 \times 5,3} - 1 \right) = 0^m,155.$$

**Tableau récapitulatif des relèvements partiels
et totaux dus à la marée seule.**

Stations	Relèvements		
	partiels	totaux	
Embouchure	0.032		
Hamme . {	Pont-Route	0.013	0.032
	Pont du Chemin de fer.	0.042	0.045
Waesmunster	0.119	0.087	
Lokeren . {	Vieux Pont	0.03	0.206
	Pont des Stations . . .	0.01	0.236
	Pont du Chemin de fer.	0.081	1.246
Dacknam	0.012	0.327	
Confluent		0.339	

B. Relèvement dû au débit d'amont seul.

Nous avons vu ci dessus que les débits d'amont à Waesmunster et à Lokeren (Vieux Pont) mesurent :

Waesmunster : $1\text{m}^3,638$;

Lokeren (Vieux Pont) : $1\text{m}^3,284$.

Ces débits sont très peu importants en regard des dimensions données à la rivière améliorée. Il en résulte que le relèvement du niveau moyen de la rivière, sous l'influence de l'écoulement du débit moyen supérieur, est insignifiant et négligeable dans l'étude que nous nous proposons. Il suffit dès lors de chercher le relèvement du niveau moyen de la rivière sous l'action combinée de la marée et du débit d'amont. Ce calcul est fait au paragraphe suivant. Nous ne l'avons reproduit qu'à partir de Lokeren (Vieux Pont) car ce n'est qu'à partir de ce dernier point que le relèvement atteint une valeur appréciable.

C. Relèvement dû à la marée et au débit d'amont.

Lokeren (Vieux Pont)-Confluent.

Loi de variation du débit d'amont :

$$q = 1,284e - 0,0472x.$$

Largeur à mi-marée à Lokeren (Vieux Pont) : 45^m,70 ; au Confluent : 34^m,20.

Loi de variation de la largeur :

$$l = 45,70e^{-0,0546x}.$$

Pour les autres données voir le relèvement dû à la marée.

Relèvement élémentaire du niveau moyen :

$$d\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,4085 \times 2 \times \sqrt{0,095} \times 5,52 \times e^{-0,0197x} \times 1,284 \times e^{-0,0472x}}{0,8605 \times 45,70 \times e^{-0,0546x} \times 3,5^{11/4} \times e^{-11/4 \times 0,0355x}} dx.$$

Relèvement total à une distance de Lokeren (Vieux Pont) :

$$\tilde{\tau}_{ma} = \frac{0,4085 \times 2 \times \sqrt{0,095}}{0,8605 \times 0,0851} \times \frac{3,52 \times 1,284}{45,7 \times 3,5^{11/4}} \left(e^{0,0851x} - 1 \right)$$

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,0102 \left(e^{0,0851x} - 1 \right).$$

Lokeren (Pont des Stations) :

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,0102 \left(e^{0,0851 \times 1,35} - 1 \right) = 0,00125.$$

Lokeren (Pont du Chemin de Fer) :

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,0102 \left(e^{0,0851 \times 1,77} - 1 \right) = 0,0017.$$

Dacknam :

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,0102 \left(e^{0,0851 \times 4,85} - 1 \right) = 0,0052.$$

Confluent :

$$\tilde{\tau}_{ma} = 0,0102 \left(e^{0,0851 \times 5,3} - 1 \right) = 0,0058.$$

**Tableau récapitulatif des relèvements du niveau moyen
de la rivière et cotes de hauteur du niveau moyen.**

Stations.	Relèvements dus à		Relève- ment total dû à tous les phéno- mènes.	Cotes de mi- marée.
	la marée.	marée et débit d'amont.		
Embouchure	»	»	»	2.69
Hamme.	0.032	»	0.032	2.722
	0.045	»	0.045	2.735
Waesmunster	0.087	»	0.087	2.777
Vieux Pont.	0.206	»	0.206	2.896
Lokeren	0.236	0.001	0.237	2.927
	0.246	0.002	0.248	2.938
Dacknam	0.327	0.005	0.332	3.022
Confluent	0.339	0.006	0.345	3.035

**§ 7. — Détermination de la forme des sections transversales
de la rivière.**

Pour déterminer la forme des sections transversales, nous donnerons aux talus une inclinaison à 12/4 à l'embouchure de la Durme et à 8/4 au confluent du Moervaert et de la Zuidlede. Soit τ cette inclinaison nous pouvons alors écrire :

Embouchure : $\tau = \frac{12}{4} = 3$

Confluent : $\tau = \frac{8}{4} = 2$

Variation kilométrique de la valeur τ :

$$\frac{3 - 2}{18,680} = 0,05355$$

Inclinaison du talus à une distance x de l'embouchure est donnée par la relation :

$$\tau = 3 - 0,05355x.$$

Soient : H la profondeur du plafond sous le niveau de mi-marée;

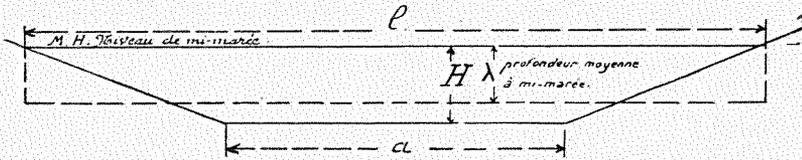


Fig. 31.

a : la largeur au plafond ;

l : la largeur à mi marée.

λ : la profondeur moyenne à mi-marée;

Nous pouvons écrire les deux équations :

$$(l + a) \frac{H}{2} = l\lambda \qquad a = l - 2\tau H$$

Ces deux équations permettent de calculer les valeurs de H et de a aux différents points de la rivière. Nous avons réuni, dans le tableau ci-dessous, les valeurs trouvées pour les stations considérées de la rivière.

Stations.	Distance de l'embouchure x	Profondeur moyenne à mi-marée λ	Largeur à mi-marée l	Inclinaison des talus τ	Largeur au plafond a	Profondeur au plafond H
Embouchure	km. »	m. 5.00	m. 63.50	3	m. 15.00	m. 8.08
Hamme (Pont-route)	2.690	4.70	60.20	2.8559	19.80	7.08
Id. (Pont-rails)	3.710	4.58	60.00	2.801	22.79	6.64
Waesmunster	6.760	4.24	56.40	2.637	25.82	5.80
Lokeren (Vieux-Pont)	13.380	3.50	45.70	2.292	24.98	4.54
Id. (Pont des Stations)	14.730	3.34	42.50	2.212	24.00	4.26
Id. (Pont Chemin de fer). . . .	15.150	3.30	42.20	2.189	23.73	4.22
Dacknam	18.230	2.95	36.30	2.022	21.30	3.72
Confluent	18.680	2.90	34.20	2	19.44	3.69

Les sections sont figurées à la planche VII en même temps que le profil en long du plafond, l'axe hydraulique moyen et les lieux géométriques de marée haute et de marée basse.

§ 8. — Conclusions.

Quand on compare les résultats de l'étude d'amélioration de la Durme, tels qu'ils résultent des calculs ci-dessus, aux éléments correspondants de la rivière dans son état actuel, on voit rapidement que le régime maritime de la voie d'eau est profondément modifié. Actuellement, la rivière n'est facilement navigable que jusqu'à Waesmunster, au delà, elle ne peut être fréquentée par les bateaux que vers l'heure de marée haute ; et, en amont de Lokeren, elle n'assure le passage qu'à des bateaux de petit tonnage et de faible tirant d'eau. Le projet d'amélioration, par contre, assure une navigation aisée à de grands bateaux rhénans, depuis l'embouchure dans l'Escaut jusqu'au confluent du Moervaert et la Zuidlede. La rivière est aussi considérablement raccourcie, ce qui est de nature à influencer favorablement le coût du fret. Quand on examine les éléments caractéristiques de la marée fluviale, on voit que ceux-ci sont profondément modifiés pour la partie amont de la rivière. Ainsi, à Dacknam, on constate les différences suivantes :

Amplitude de la marée :

Existante	0 ^m .85
Nouvelle	3 ^m .00

Section à marée haute :

Existante	31,4 m ²
Nouvelle	166 m ² .

VOLUME de remplissage :

Actuel	95,974 m ³
Nouveau	693,500 m ³

Vitesse moyenne générale du courant de marée :

Actuelle	0 ^m .18
Nouvelle	0 ^m .31

Cote de marée haute :

Actuelle	3 ^m .76
Nouvelle	4,522

Cote de marée basse :

Actuelle	2 ^m .91
Nouvelle	1,522

Le relèvement assez notable de la cote de marée haute moyenne nécessite un relèvement de même importance des digues de la rivière. D'autre part, l'abaissement important du niveau de marée basse permet d'assécher les terrains environnants dans de bien meilleures conditions que maintenant, ce qui est une circonstance extrêmement favorable pour un pays fréquemment inondé par les pluies d'hiver.

Le projet d'amélioration de la Durme montre que l'énergie de l'onde marée, encore disponible au confluent du Moervaert et la Zuidlede, est mesurée par une section à marée haute d'égale vitesse de 63.45 m². Cette énergie est très considérable et ne peut être absorbée sur place à l'extrémité de la Durme. Il faut donc permettre à l'onde marée de s'éteindre dans une rivière maritime située en amont du confluent. A mon avis, cette rivière doit être le Moervaert, qui possède déjà une navigation d'une certaine importance. On pourrait, par exemple, aménager ce canal de manière à pouvoir recevoir des bateaux de 300 tonnes au moins. En barrant la Zuidlede et le canal de Stekene, on pourrait même donner au Moervaert les dimensions nécessaires pour recevoir des bateaux d'environ 600 tonnes.

En résumé, le projet d'amélioration de la Durme montre qu'il est possible de transformer la rivière en un cours d'eau maritime puissant, qui réponde à tous les besoins de la navigation moderne pour bateaux d'intérieur.

Anvers, juillet 1920.

TABLE DES MATIÈRES.

AVANT-PROPOS.	3
-----------------------	---

PREMIÈRE PARTIE : Mouvements ondulatoires.

CHAPITRE I. — <i>Classification des mouvements ondulatoires</i>	7
CHAPITRE II. — <i>Propriétés des mouvements ondulatoires</i>	9
1. — <i>Onde houleuse</i>	9
2. — <i>Onde clapoteuse</i>	25
3. — <i>Ondes de translation</i>	25

DEUXIÈME PARTIE. — Onde marée fluviale.

CHAPITRE I. — <i>Définitions et mode de représentation des marées fluviales</i>	56
CHAPITRE II. — <i>Nature de l'onde marée fluviale</i>	57
CHAPITRE III. — <i>Mascaret</i>	45
CHAPITRE IV. — <i>Théorie de la marée fluviale</i>	47
1. — <i>Loi de l'énergie ou loi des sections à marée haute</i>	47
2. — <i>Loi de l'amplitude</i>	56
3. — <i>Loi du débit</i>	59
4. — <i>Niveau moyen du fleuve</i>	62
5. — <i>Vitesse de propagation de l'onde marée fluviale</i>	69
6. — <i>Courbes locales de marée</i>	76
7. — <i>Durée du gagnant et du perdant, durée du flot et du jusant</i>	77
8. — <i>Vitesses des courants de flot et de jusant</i>	77
9. — <i>Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.</i> <i>Vitesse moyenne générale du courant de marée</i>	80

TROISIÈME PARTIE. — Application de la théorie des marées fluviales aux rivières du bassin de l'Escaut maritime.

CHAPITRE I. — <i>Description sommaire des rivières du bassin de l'Escaut maritime</i>	87
---	----

CHAPITRE II. — <i>Documents qui ont servi à faire l'étude théorique de l'Escaut maritime et de ses affluents soumis à la marée</i>	92
CHAPITRE III. — <i>Étude de l'Escaut maritime.</i>	
1. — Calcul des sections à marée haute	94
2. — Amplitudes de l'onde marée fluviale	115
3. — Loi du débit	128
4. — Niveau moyen du fleuve	142
5. — Vitesses de propagation de l'onde marée fluviale	166
6. — Vitesses des courants de flot et de jusant.	171
7. — Durées du gagnant et du perdant, durées du flot et du jusant	171
8. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.	175
CHAPITRE IV. — <i>Considérations sur les profondeurs moyennes à mi-marée et les débits d'amont moyens des rivières du bassin maritime du Rupel.</i>	
1. — Profondeurs moyennes à mi-marée.	178
2. — Débits d'amont moyens	181
CHAPITRE V. — <i>Étude du Rupel.</i>	
1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse	184
2. — Calcul des amplitudes de la marée	187
3. — Détermination de la courbe des sections réelles à marée haute	188
4. — Vérification de la loi du débit	189
5. — Niveau moyen de la rivière	195
6. — Vitesses de propagation de l'onde marée fluviale	197
7. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.	198
CHAPITRE VI. — <i>Nèthe Inférieure .</i>	
1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse	199
2. — Calcul des amplitudes de la marée fluviale	202
3. — Détermination de la courbe des sections réelles à marée haute	205
4. — Vérification de la loi du débit.	204
5. — Niveau moyen de la rivière	207
6. — Vitesses de propagation de l'onde marée fluviale	211
7. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant.	215

CHAPITRE VII. — *Grande Nèthe* 216

CHAPITRE VIII. — *Petite Nèthe* 222

CHAPITRE IX. — *Dyle*.

Première partie. — RUMPST-SENNEGAT 229

Deuxième partie. — SENNEGAT-RVMENAM 256

1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse 256

2. — Calcul des amplitudes de la marée et des sections réelles à marée haute 257

3. — Vérification de la loi du débit et des vitesses moyennes des courants de flot et de jusant 240

4. — Relèvement du niveau moyen de la rivière 240

5. — Vitesses de propagation de la marée fluviale. 244

CHAPITRE X. — *Senne*.

1. — Sections à marée haute et largeurs à mi-marée 246

2. — Débits et vitesses des courants de marée 248

3. — Relèvements du niveau moyen de la rivière 248

4. — Vitesses de propagation de la marée fluviale. 252

CHAPITRE XI. — *Considérations particulières sur les rivières du bassin maritime du Rupel*. 254

Situation du régime des rivières 255

CHAPITRE XII. — *Durme*.

1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse 257

2. — Amplitudes de l'onde marée fluviale 265

3. — Calcul des sections réelles à marée haute 265

4. — Calcul des débits de la marée. 269

5. — Niveau moyen de la rivière 272

6. — Vitesses de propagation de la marée fluviale 284

7. — Durées du gagnant et du perdant Durées du flot et du jusant 286

8. — Vitesses moyennes des courants de flot et de jusant. 286

CHAPITRE XIII. — *Débits supérieurs des rivières du bassin maritime de l'Escaut* 288

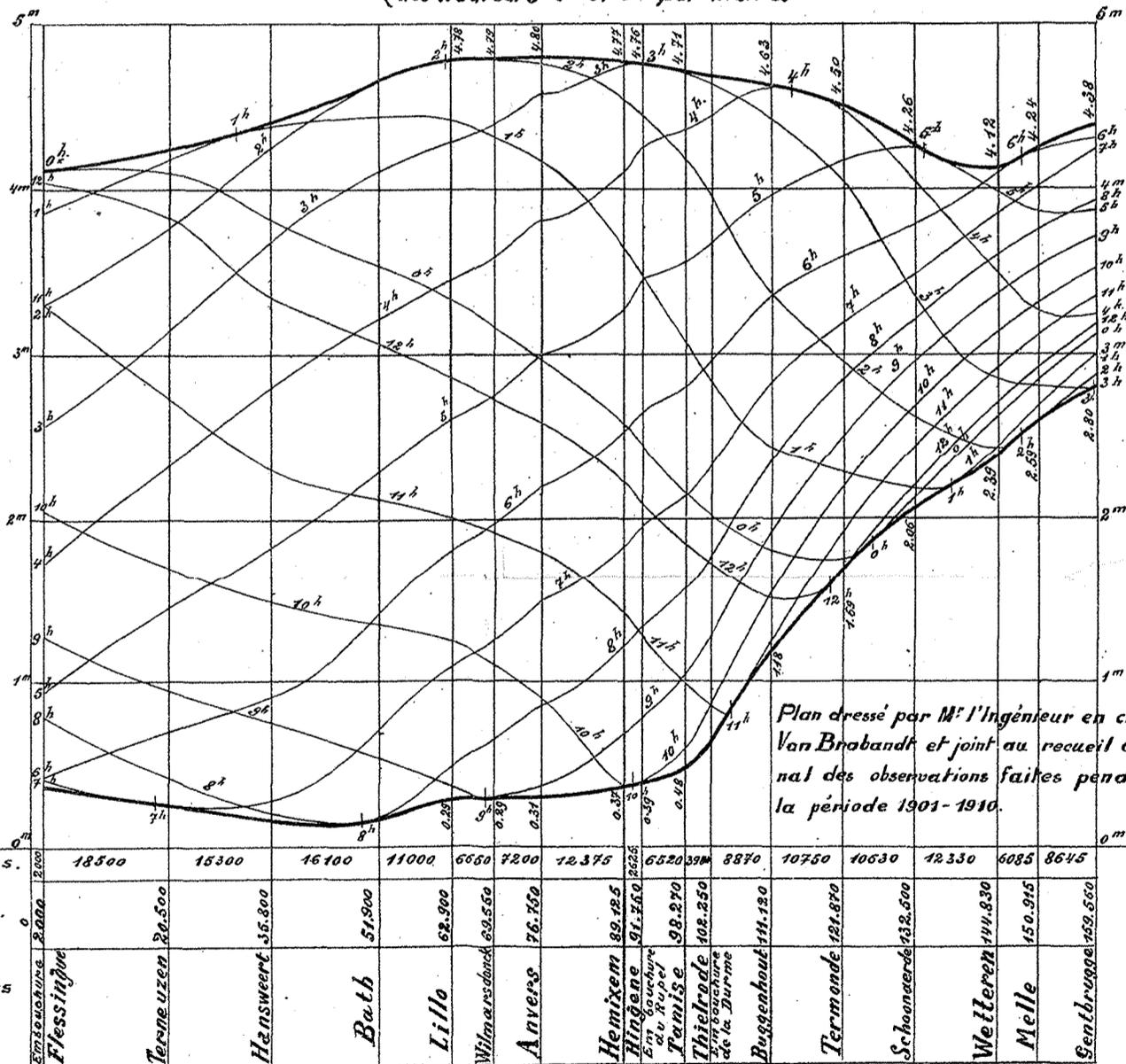
QUATRIEME PARTIE. — Applications diverses de la théorie générale	291
CHAPITRE I. — Marche à suivre dans les études d'amélioration des fleuves et des affluents à marée.	
1. — Fleuves à marée.	291
2. — Affluents à marée	295
5. — Transformation d'un affluent à régime fluvial en affluent à régime maritime	294
CHAPITRE II. — La grande coupure de l'Escaut en aval d'Anvers	295
CHAPITRE III. — Projet d'amélioration de la Durme	506
1. — Calcul des sections à marée haute d'égale vitesse	508
2. — Calcul des amplitudes de la marée et des largeurs à mi-marée	511
3. — Vitesse de propagation de la marée.	516
4. — Calcul des volumes de remplissage et des débits d'amont, de flot et de jusant	517
5. — Calcul des vitesses moyennes des courants de flot et de jusant et de la vitesse moyenne générale du courant de marée	520
6. — Relèvement du niveau moyen	525
7. — Détermination de la forme des sections transversales de la rivière	529
8. — Conclusions	554

Escaut maritime

Profils instantanés moyens et lieux géométriques de marée haute et de marée basse pour la décade 1901-1910.

Le plan de comparaison des cotes passe à 2,918 au-dessus du busc de l'écluse
maritime du bassin "Kattendyk", à Anvers.
L'origine des heures est l'instant de la marée haute à Flessingue.

Echelles { des longueurs : 0,001 par kilomètre.
des hauteurs : 0,0025 par mètre.

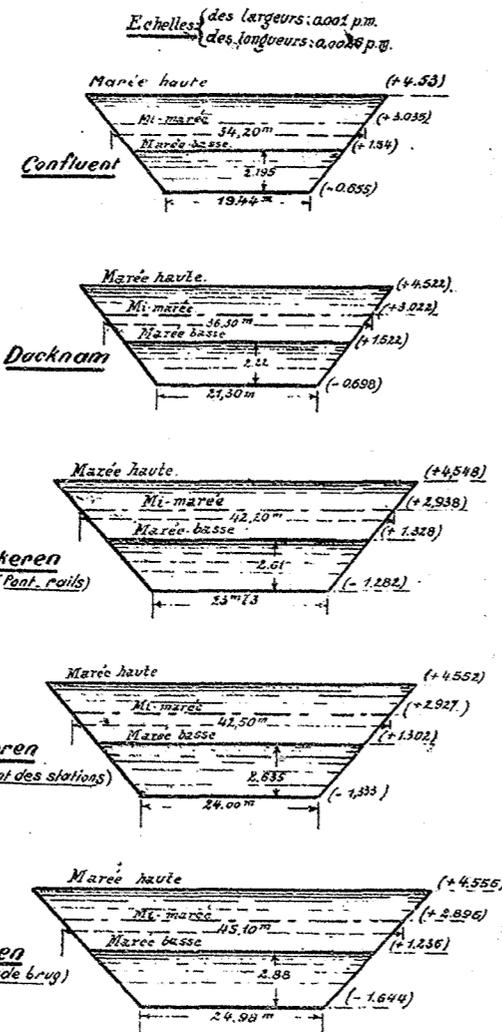


Plan dressé par M^r l'ingénieur en chef
Van Brabant et joint au recueil décen-
nal des observations faites pendant
la période 1901-1910.

Durme

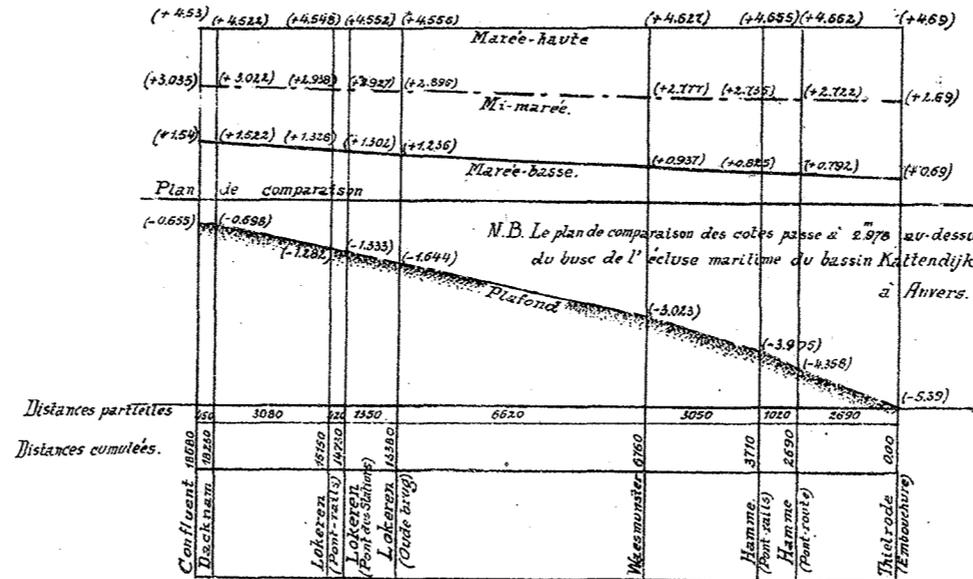
Avant-projet d'amélioration générale.

Sections transversales

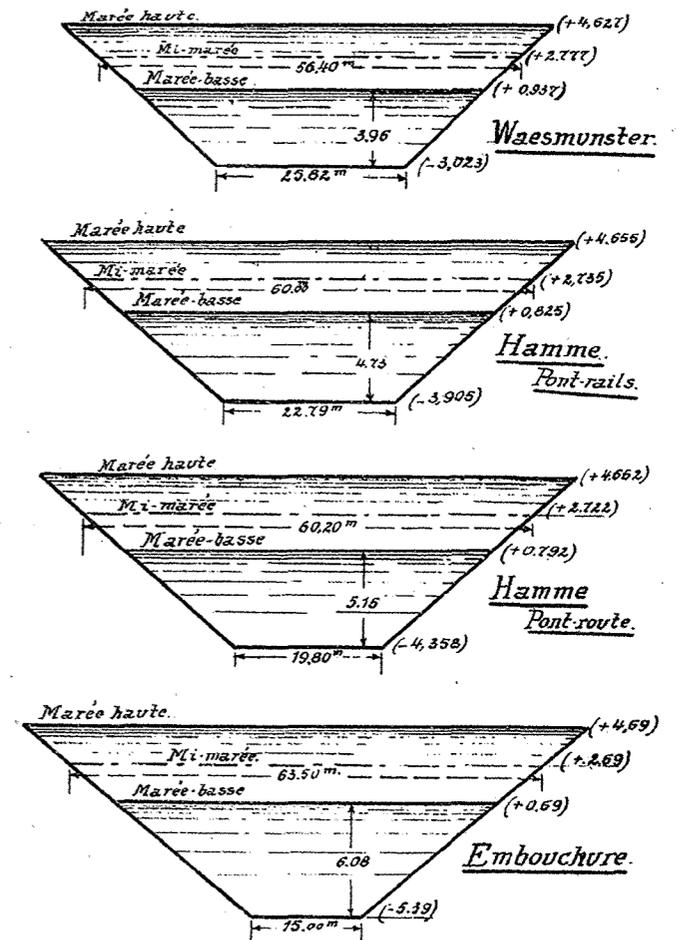


Lieux géométriques de la marée haute et de la marée basse avec profil en long du plafond.

Echelles (des longueurs: 0.001 p.100 m
des hauteurs: 0.025 p.m.)



Sections transversales.



Plan de situation.

Echelle: 1/50,000

