zulkdaniger beschrijvingen, zou rechtstreeks strijden met den geest zelf aller wetenschappen. Eerst het vergelijken talrijker hersenen van mannen begaafd met gelijke of ongelijke geest- of kunstbekwaamheden, denkers, dichters, sprekers, toonkunstenaars, schilders, wiskundigen, enz., zal ons, of liever zal latere vakgenoten kunnen voorthelpen op dit gebied.

Over de veranderlijkheid van het aantal ribben bij Scalaria communis,

DOOR

C. E. WASTEELS (Gent) en J. MAC LEOD (Gent).

De horen van *Scalaria communis (Wenteltrap;* — in West-Vlaanderen : *Torretje)* vertoont op iederen omgang een zeker aantal verheven ribben. Deze ribben zijn zoo geplaatst, dat zij overlangs over al de omgangen heen loopen, zoodat de geheele horen met verheven schuin staande ribben versierd is. Het aantal ribben is veranderlijk: volgens Herklots [1] bedraagt het 9 à 12; — volgens Locard [2] 9 à 10, — enz.

Een onzer heeft de gelegenheid gehad in den loop van een enkele week (25 Juni — 2 Juli 1901) 1052 exemplaren dezer soort te verzamelen, op het strand tusschen Heist en Knocke (afstand ongeveer 4 kilometers) [3].

Bij ieder exemplaar werd het aantal ribben geteld : daar de ribben zeer regelmatig over al de omgangen heenloopen was het voldoende het aantal daarvan op den laatsten (ondersten) omgang te bepalen.

Het resultaat was als volgt :

x'	= aantal ribben	7	8	9	10	11	
y	= aantal individuen	6	376	681	85	4	$\Sigma y = 1152$
	aantal individuen °/₀	0,52	32,64	59,11	7,38	0,35	

De curve is dus asymmetrisch. De 4 exemplaren met 11 ribben vertoonden onregelmatigheden wat de ribben betreft; hetzelfde geldt voor 2 exemplaren met 7 ribben.

Berekening der arithmetische gemiddelde M_a. — De waarde van M_a wordt gegeven door de vergelijking :

$$M_a \times \Sigma y = \Sigma x'y.$$

De berekening kan vereenvoudigd worden als volgt. Wij stellen

(1) De dieren van Nederland: weekdieren en lagere dieren, blz. 86.

(2) Les coquilles marines des côtes de France, blz. 126.

(3) Te gelijkertijd werden gevonden : 2 exemplaren van *Scalaria clathratula* en 2 exemplaren van *Nassa incrassata*. Deze beide soorten zijn op ons strand zeer zeldzaam. — Het is opmerkenswaardig dat drie weken later (einde Juli 1901), op dezelfde plaats, door denzelfden persoon slechts *enkele* exemplaren van *Scalaria communis* gevonden werden. Het werd aldus onmogelijk een tweede duizendtal horens dezer soort bijeen te gâren.

$$x' = 8 + x_1 \text{ (1) en } M_a = 8 + M_a'.$$

In de vergelijking $M_a \times \Sigma y = \Sigma x'y$ wordt M_a dus vervangen door $8 + M_a'$ en x' door $8 + x_1$; wij bekomen :

$$(8 + M_a') \Sigma y = \Sigma (8 + x_1) y,$$

ofwel :

$$8 \Sigma y + M_a' \Sigma y = 8 \Sigma y + \Sigma x_1 y;$$

ofwel :

$$M_a' \Sigma y = \Sigma x_1 y.$$

Door de onderstaande tabel wordt aangegeven op welke wijze de waarde van $\Sigma x_1 y$ verkregen wordt :

x'	7	8	9	10	11	
y	6	376	681	85	4	
x_1	−1	0	1	2	3	
yx_1	−6	0	681	170	12	$\Sigma x_1 y = 863 - 6 = 857$ (2)
yx_1^2	6	0	681	340	36	$\Sigma y x_1^2 = 1063$ (2)

Wij bekomen :

$$M_a' \times 1152 = 857$$

ofwel :

$$M_a' = 857 : 1152 = 0{,}7439.$$

Dus is :

$$M_a = 8 + 0{,}7439 = \mathit{8{,}7439}.$$

Berekening der Mediane. De *mediane* is de waarde van de ordinaat 50° der Galton-curve.

De ordinaten dezer curve stemmen overeen met de achtereenvolgende waarden van x' : 7, 8, 9, 10, 11. De overeenkomstige abscissen worden aangegeven door de sommen van den beginne af :

6
6 + 376 = 382
6 + 376 + 681 = 1063
6 + 376 + 681 + 85 = 1148
6 + 376 + 681 + 85 + 4 = 1152.

De abscissen-as (= 1152 eenheden) wordt in 100 gelijke deelen of graden gedeeld. De lengte der ordinaat die op graad 50 opgericht wordt is de mediane = *8,285*.

De quartielwaarden zijn :

Ordinaat 25° = 7,750
Ordinaat 75° = 8,708.

Hieruit wordt de *variatiecoefficient* V afgeleid als volgt :

$$V = \frac{8{,}708 - 7{,}750}{2 \times 8{,}285} = 0{,}058.$$

(1) x_1 kan positief of negatief zijn.
(2) Deze laatste waarden zullen verder benuttigd worden.

Gemiddelde absolute afwijking en gemiddelde betrekkelijke afwijking. Zij x het aantal ribben boven M_a, zoodat $x_1 = x + M_a' = x + 0{,}744$.

Dan heeft men :

$$\Sigma x_1 y = \Sigma xy + M_a'\Sigma y$$
$$\Sigma x_1 y = \Sigma xy + \Sigma x_1 y \text{ (1)}.$$

Bijgevolg is :

$$\Sigma xy = 0.$$

Indien $\Sigma' xy$ de som der positieve en $\Sigma'' xy$ die der negatieve afwijkingen verbeeldt, zoo is

$$\Sigma xy = \Sigma' xy + \Sigma'' xy = 0; \quad \Sigma' xy = -\Sigma'' xy.$$

De som der absolute afwijkingen:

$$\Sigma\sqrt{x^2}\, y = \Sigma' xy - \Sigma'' xy = 2\,\Sigma' xy$$

en ook :

$$\Sigma\sqrt{x^2}\, y = -2\,\Sigma'' xy.$$

Wij zullen hier van deze laatste formule gebruik maken.

Daar $x_1 = x + 0{,}744$ heeft men :

$$\Sigma\sqrt{x^2}\, y = -2\,\Sigma''\,(x_1 - 0{,}744)\,y = -2\,(\Sigma'' x_1\, y - 0{,}744\,\Sigma''\, y) =$$
$$= 2\,[\Sigma''\,(-x_1)y + 0{,}744\,\Sigma'' y]\,;$$

Daar :

$$\Sigma''\,(-x_1)y = 6 + 0 = 6; \text{ (2)}$$
$$0{,}744 \times \Sigma'' y = 0{,}744 \times (6 + 376) = 0{,}744 \times 382 = 284,\,208$$

Dus is :

$$\Sigma\sqrt{x^2}\, y = 2\,(6 + 284,\,208) = 2 \times 290,\,208 = 580,\,416.$$

De gemiddelde absolute afwijking bedraagt dus $\dfrac{\Sigma\sqrt{x^2}\, y}{\Sigma y}$; daar echter deze waarde berekend is ten opzichte van de gevonden arithmetische gemiddelde, die in 't algemeen van de echte, doch onbekende waarde verschilt, zoo vindt men dat de beste waarde, voor de gemiddelde absolute afwijking aan te nemen, is $\dfrac{\Sigma\sqrt{x^2}\; y}{\sqrt{\Sigma y(\Sigma y - 1)}}$; indien Σy groot is verschilt de laatst vermelde waarde weinig van de eerste.

Men bekomt aldus

$$\text{gemiddelde absolute afwijking} = \frac{580{,}416}{\sqrt{1152 \times 1151}} = 0{,}504 \text{ en}$$

$$\text{gemiddelde betrekkelijke afwijking} = \frac{0{,}504}{8{,}744} = 0,\,058.$$

---

(1) Zie blz. 220, lijn 8.

(2) Voor de waarden van y, x_1, $x_1 y$..., zie de tabel van blz. 220.

Gemiddelde quadratische afwijking of middelbare fout. Daardoor beduidt men de waarde van :

$$\sqrt{\frac{\Sigma y x^2}{\Sigma y - 1}}$$

De waarde van $\Sigma y x^2$ bekomen wij als volgt :

$$\Sigma y x^2 = \Sigma y\,(x_1 - M_a')^2 = \Sigma y x_1^2 - 2\,M_a'\,\Sigma y x_1 + M_a'^2\,\Sigma y =$$
$$= \Sigma y x_1^2 - 2\,M_a'\,\Sigma y x_1 + M_a'\,\Sigma y x_1 \text{ (1)}$$

dus :

$$\Sigma y x^2 = \Sigma y x_1^2 - M'_a\,\Sigma y x_1$$

ofwel :

$$\Sigma y x^2 = 1063 - 0{,}744 \times 857 = 425{,}392.$$

en bijgevolg : $$\sqrt{\frac{\Sigma y x^2}{\Sigma y - 1}} = \sqrt{\frac{425{,}393}{1151}} = 0{,}608.$$

Waarschijnlijke afwijking. — *A.* Uitgaande van de gemiddelde absolute afwijking vindt men :

$$\text{waarschijnlijke afwijking} = 0{,}84535 \times 0{,}504 = 0{,}426.$$

De waarschijnlijke fout van deze waarde bedraagt :

$$0{,}426 \times \frac{0{,}5096}{\sqrt{\Sigma y}} = 0{,}426 \times \frac{0{,}5096}{33{,}94} = 0{,}426 \times 0{,}015.$$

B. Uitgaande van de middelbare fout 0,608 vindt men :

$$\text{waarschijnlijke afwijking} : 0{,}67449 \times 0{,}608 = 0{,}410.$$

De waarschijnlijke fout van deze waarde bedraagt :

$$0{,}410 \times \frac{0{,}47694}{\sqrt{\Sigma y}} = 0{,}410\,\frac{0{,}47694}{33{,}94} = 0{,}410 \times 0{,}014.$$

Waarschijnlijke fout der arithmetische gemiddelde :

$$\frac{0{,}410}{\sqrt{\Sigma y}} = \frac{0{,}410}{33{,}94} = 0{,}012.$$

* * *

Gevolgtrekkingen.

Bij de onderzochte *Scalaria's* bedraagt de arithmetische gemiddelde van het aantal ribben 8,744, terwijl de waarde der mediane 8,285 bedraagt. (De waarschijnlijke fout van de eerstgenoemde waarde bedraagt slechts 0,012.) De gevonden waarden verschillen slechts weinig van 8, dit wil zeggen van een der getallen van de Fibonnaccireeks (2). Door de vergelijking van dit resultaat met hetgeen wij hebben waargenomen bij

(1) Zie blz. 220, lijn 8.
(2) De getallen dezer reeks zijn : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, enz.

andere *Scalaria*-soorten, worden wij tot de meening gebracht dat het cijfer 8 als het standaardcijfer van *Scalaria communis* mag beschouwd worden (althans op de plaats waar onze exemplaren verzameld werden). Wij laten hier enkele cijfers volgen, waardoor het aantal ribben bij een zeker aantal Scalaria-soorten aangegeven wordt (van ieder der onderstaande soorten werd slechts één exemplaar onderzocht) :

Scalaria	reflexa Carp. — Californië	5
»	tenuicostata Sow. — Japan	8
»	foliaceicosta d'Orb. — St-Thomas	8
»	angulata Say. — Florida	8
»	consors Cr. en F. — Koerachee	8
»	decussata Pse. — Cebu	8
»	casta A. Ad. — Japan	13
»	tincta Cpr. — Californië	13
»	varicosa Lam. — Luzon	21
»	raricostata Lam. — Mauritius	34 of 35 (1)
»	acuminata Sow. — Malacca	54

In het plantenrijk worden de Fibonacci-getallen veelvuldig waargenomen, b. v. wat het aantal stralen in de schermen der Umbelliferen, het aantal randbloemen in de bloemhoofdjes der Composieten, enz. betreft. Uit de bovenstaande voorbeelden blijkt dat ook bij een aantal soorten van het geslacht *Scalaria* de getallen der Fibonacci-reeks voorkomen. Vooral de twee laatst genoemde soorten zijn te dezen aanzien welsprekend, daar zij ons de getallen 34 en 54 (het overeenkomstig Fibonacci-getal is 55) vertoonen. Bij andere Scalaria-soorten, waarvan wij eveneens slechts een enkel exemplaar konden onderzoeken, hebben wij getallen gevonden die van de verschillende Fibonacci-getallen slechts weinig verschillen. *Wij behouden ons voor over dit onderwerp later een uitvoeriger mededeeling te doen.*

Wij willen hier nog doen opmerken dat de gemiddelde betrekkelijke afwijking 0,058 bedraagt ; voor de quartiele afwijking of variatiecoefficient V wordt hier dezelfde waarde (V = 0,058) gevonden. In het plantenrijk werd in een aantal gevallen bevonden dat de waarde van den variatiecoefficient weinig verschilt van 0,1. De veranderlijkheid van het aantal ribben, bij de door ons onderzochte exemplaren van *Scalaria communis*, mag derhalve *gering* worden genoemd.

(1) De ribben zijn bij deze soort niet sterk uitgesproken en kunnen derhalve niet met volkomen nauwkeurigheid geteld worden.