
zandtransportmodel Westerschelde

stochastisch onderzoek zandtransportformule

verslag onderzoek

S 582

oktober 1985

INHOUD

Lijst van tabellen

Lijst van figuren

Lijst van symbolen

blz.

<u>1</u>	<u>Inleiding en onderzoeksaanpak.....</u>	<u>1</u>
1.1	Inleiding.....	1
1.2	Onderzoeksaanpak.....	2
<u>2</u>	<u>Samenvatting, konklusies en aanbevelingen.....</u>	<u>4</u>
2.1	Samenvatting.....	4
2.2	Konklusies.....	5
2.3	Aanbevelingen.....	6
<u>3</u>	<u>Bestand meetgegevens sedimentkoncentraties en stroom- snelheden Westerschelde.....</u>	<u>8</u>
3.1	Inleiding.....	8
3.2	ARCHIEF-file.....	8
3.3	SEDWES-file.....	8
<u>4</u>	<u>Beschrijvende zandtransportformule Westerschelde.....</u>	<u>10</u>
4.1	Inleiding.....	10
4.2	Beschikbare meetgegevens.....	10
4.3	Zandtransportformule.....	11
4.4	Beschrijving lineaire regressie-analyse.....	11
4.5	Logaritmische transformatie.....	12
4.6	Gewogen lineaire regressie.....	13
4.6.1	Resultaten.....	14
4.7	Ongewogen lineaire regressie.....	15
4.7.1	Resultaten.....	15
4.8	Ongewogen regressie op totale eb- en vloedbestanden.....	16
4.9	Slotbeschouwing.....	16

INHOUD (vervolg)

blz.

5	<u>Variantie-analyse van de coëfficiënten van zandtransport-</u>	
	<u>formule Westerschelde.....</u>	18
5.1	Inleiding.....	18
5.2	Beschrijving variantie-analyse.....	18
5.3	Variantie-analyse naar invloed getijfase, geulvak en meetjaar..	20
5.3.1	Aantal waarnemingen per oel.....	21
5.3.2	Homogeniteit van de varianties.....	22
5.3.3	Resultaten variantie-analyse.....	25
5.3.4	Resultaten variantie-analyse eb- en vloedbestanden.....	27
5.4	Variantie-analyse naar invloed van geulvlak en meetjaar.....	28
5.4.1	Homogeniteit van de varianties.....	28
5.4.2	Resultaten variantie-analyse.....	29
5.4.3	Invloed meetmethode.....	30
5.5	Konklusies.....	34
6	<u>Getij-geïntegreerd zandtransport, bodemveranderingen en bijbe-</u>	
	<u>horende onnauwkeurigheden.....</u>	35
6.1	Inleiding.....	35
6.2	Berekening getij-geïntegreerd zandtransport op basis van	
	IMPLIC.....	35
6.2.1	Stroomsnelheden uit IMPLIC.....	36
6.2.2	Getij-geïntegreerd zandtransport en bodemveranderingen in	
	geul 14.....	37
6.3	Berekening getij-geïntegreerd zandtransport op basis van	
	metingen.....	39
6.4	Nauwkeurigheidsanalyse van getij-geïntegreerd zandtransport....	41
6.4.1	Nauwkeurigheid van het zandtransport geïntegreerd over de ge-	
	tijfase.....	41
6.4.1.1	Stationaire, analytische benadering.....	43
6.4.1.2	Lokaal stationaire benadering.....	46

INHOUD (vervolg)

blz.

6.4.2	Nauwkeurigheid netto zandtransport per getijfase voor een geulvak.....	48
6.4.2.1	Stationaire, analytische benadering.....	49
6.4.2.2	Lokaal stationaire benadering.....	52
6.5	Slotbeschouwing.....	54

REFERENTIES

TABELLEN

FIGUREN

Lijst van tabellen

1. Overzicht aantallen waarnemingen per geul en per jaar
2. Resultaten gewogen regressie-analyse
3. Resultaten regressie-analyse zonder gewichtsfactoren
4. ANOVA-tabel
5. Overzicht aantallen waarnemingen voor eb en vloed
6. Resultaten gewogen regressie-analyse ($n \geq 10$)
7. Overzicht aantallen waarnemingen voor eb en vloed ($n \geq 10$)
8. Resultaten gewogen regressie-analyse voor elk geulvak en meetjaar
9. Overzicht geulnummers en trajektnummers (IMPLIC)
10. Overzicht trajektnummers (IMPLIC) geul 14

Lijst van figuren

1	Lokatie geulvakken
2 a tot en met e	Gewogen regressie na logaritmische transformatie
3 a tot en met e	Ongewogen regressie na logaritmische transformatie
4	Overzicht trajekten IMPLIC
5 a tot en met c	Plot van autocorrelaties
6 a tot en met g	Plot van de residuen
7 a tot en met d	Plot van de kruiscorrelaties

Lijst van symbolen

A	koëfficiënt	-
$A^2(t)$	langzaam variërende deterministische functie	-
a	parameter in analytisch model voor auto- en kruis-covariantiefunctie	s^{-1}
B	koëfficiënt	-
BB	toetsingsgrootheid toets van Bartlett-Box	-
b	geulbreedte	m
$\bar{b}$	gemiddelde geulbreedte	m
C	toetsingsgrootheid toets van Cochran	-
c_i	koncentratie in meetpunt i op hoogte z_i boven het bed	mg/l
cov	oovariantie	-
df	aantal vrijheidsgraden	-
E	verwachtingswaarde	-
e_i	residuterm	kg/ms
F	F-waarde: MS_{faktor}/MS_w	-
f	parameter in analytisch model voor auto- en kruis-covariantiefunctie	s^{-1}
$\underline{f}_i$	ruisterm	
l	geullengte	m
MS	gemiddelde kwadratensom	
N	aantal meetpunten in verticale richting	-
N_j	aantal getijperioden per jaar	-
n	aantal waarnemingen	-
n_g	aantal geulen	-
n_j	aantal jaren	-
n_t	aantal getijfasen	-
p	pakkingsfactor	-
	parameter in analytisch model voor auto- en kruis-covariantiefunctie	kg^2/m^2s^2
$r_s(t,u)$	autocovariantiefunctie van $\underline{s}(t)$	kg^2/m^2s^2
$r_{\underline{\varepsilon}_1 \underline{\varepsilon}_2}(t,u)$	kruiscovariantiefunctie van $\underline{\varepsilon}_1(t)$ en $\underline{\varepsilon}_1(u)$	kg^2/m^2s^2
$S_{\text{getijfase}}$	zandlast	kg
S_{netto}	netto zandlast over gehele getijperiode	kg
$S_{\text{netto, getijfase}}$	netto zandlast per getijfase	kg

Lijst van symbolen (vervolg)

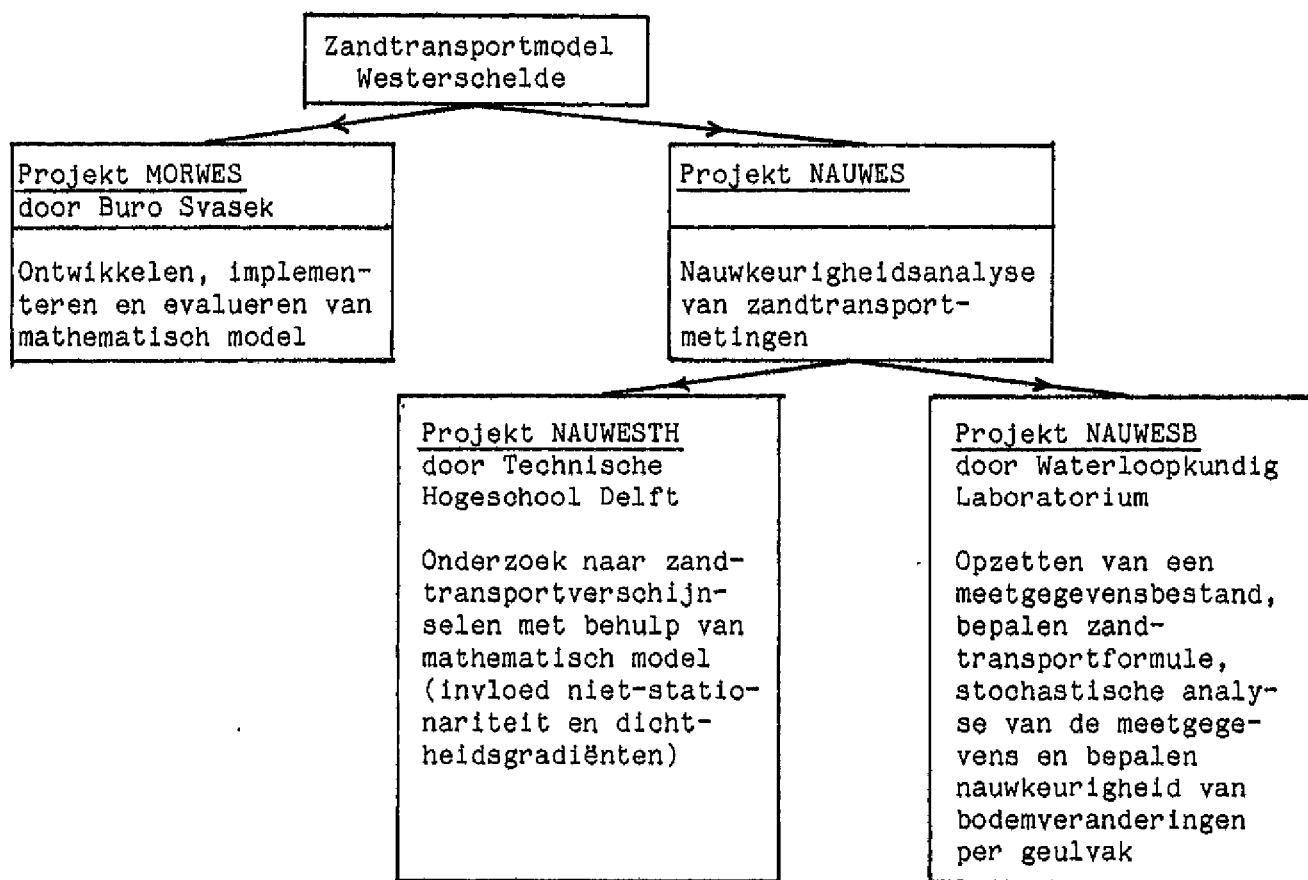
SS	kwadratensom	
s	zandtransport	g/ms
s_i	standaardafwijking	
T	duur van getijfase	s
t	tijdsvariabele	s
u	tijdsvariabele	s
$\bar{v}$	gemiddelde stroomsnelheid	m/s
v_i	stroomsnelheid in meetpunt i op hoogte z_i boven het bed	m/s
var	variantie	
w_i	gewichtsfactor	-
x	variabele	
y	variabele	
$\underline{y}$	stochastische variabele	
z_i	hoogte boven het bed van het i^e meetpunt	m
α	koëfficiënt	-
	hoek van de normaal op de meetraai met het noorden	°
β	koëfficiënt	-
	hoek van de gemeten stroomrichting met het noorden	°
Δz	bodemverandering per jaar	m
ϵ	storingsterm	
ρ_s	dichtheid van het sediment	kg/m ³
σ^2	variantie	
τ	tijdsvariabele	s
	tijdsverschil (time lag)	s

1 Inleiding en onderzoeksaanpak

1.1 Inleiding

Bij de Adviesdienst Vlissingen van het Distrikt Kust en Zee (Direktie Waterhuishouding en Waterbeweging van Rijkswaterstaat) wordt getracht te komen tot een mathematisch zandtransportmodel van de Westerschelde [1], [7].

De opzet van dit projekt is als volgt:



Dit rapport geeft een beschrijving van de onderzoeksresultaten betreffende het deelprojekt NAUWESB.

Het belangrijkste aspekt van dit onderzoek is het bepalen van de nauwkeurigheid waarmee bodemveranderingen in een geulvak kunnen worden voorspeld met behulp van een mathematisch model.

Het opzetten van het meetgegevensbestand is uitgevoerd onder leiding van Ir. L.C. van Rijn. De stochastische analyse is uitgevoerd door Ir. A.J. de Leeuw

in samenwerking met Ir. T. Schilperoort, en geassisteerd door G.A.M. Agten die het rekenwerk verzorgde. De projectleiding berustte bij Ir. L.C. van Rijn.

1.2 Onderzoeksaanpak

De globale aanpak van het NAUWESB-onderzoek is geformuleerd door Ir. W.T. Bakker van de Adviesdienst Vlissingen van Rijkswaterstaat [1] en kan worden omschreven als volgt:

1. het opslaan van alle beschikbare stroomsnelheids- en sedimentconcentratie-metingen (13-uurs metingen) in de Westerschelde in een gegevensbestand,
2. het berekenen van de dieptegemiddelde stroomsnelheid ($\bar{v}$) en de slib- en zandtransporten (s) voor alle meetgegevens,
3. het grafisch weergeven van het verband tussen de dieptegemiddelde stroomsnelheid en het zandtransport voor elke 13-uurs meting teneinde een globaal inzicht te verkrijgen in hysteresisverschijnselen en afwijkingen tussen eb- en vloedgedrag,
4. het beschrijven van het zandtransport (s) in relatie tot de gemiddelde stroomsnelheid ($\bar{v}$) met een model:

$$s = \alpha (\bar{v})^\beta$$

en het bepalen van de meest optimale keuze voor α en β , indien nodig met verschillende waarden voor elke geul, getijperiode (eb of vloed) of meetjaar,

5. het bepalen van de autokorrelatie en kruiskorrelatie (alleen voor simultane metingen) van de afwijkingen tussen de gemeten en berekende zandtransporten voor elk geulgedeelte, getijfase of meetjaar,
6. het bepalen van de standaardafwijking van het berekend zandtransport gesommeerd over een getijfase (eb of vloed) voor elk geulgedeelte waarbij het verloop van de gemiddelde stroomsnelheid tijdens het getij als bekend wordt verondersteld (Implic-berekening) op de geulranden,

7. het bepalen van de standaardafwijking van de bodemveranderingen over een volledige getijcyclus (eb en vloed) voor elk geulgedeelte uitgaande van een bekend stroomsnelheidsverloop op de geulranden.

2 Samenvatting, konklusies en aanbevelingen

2.1 Samenvatting

In hoofdstuk 3 wordt een beschrijving gegeven van een gegevensbestand waarin alle beschikbare stroomsnelheids- en concentratiemetingen van de Westerschelde zijn verzameld. De basisgegevens zijn opgeslagen in een zogenaamde ARCHIEF-file (zie ook Appendix B1, B2, B3). Met behulp van deze gegevens zijn er zand- en slibtransporten alsmede dieptegemiddelde stroomsnelheden berekend die zijn opgeslagen in de SEDWES-file (zie ook Appendix B4). Een beschrijving en hand-leiding van de verwerkingsprogrammatuur is gegeven in Appendix A.

In hoofdstuk 4 is getracht de gemeten zandtransporten te beschrijven met behulp van een eenvoudige formule waarbij het zandtransport wordt opgevat als een machtsfunctie van de gemiddelde stroomsnelheid. De metingen zijn onderverdeeld naar geulvak, getijfase (eb of vloed) en meetjaar. Met behulp van regressie-analyse is de optimale waarde van de koëfficiënten in de zandtransportformule bepaald (tabel 2 en figuren 2a.....2e). Voor een aantal gevallen geeft de zandtransportformule een acceptabele beschrijving van de metingen (figuur 2d en 2e). Voor een aantal andere gevallen is de gekozen formule echter uiterst arbitrair (figuur 2a.....2c). De waarde van de koëfficiënten is in die gevallen weinig betrouwbaar en kunnen , vooral als het gaat om weinig waarnemingen, sterk worden beïnvloed door een uitschieter in de metingen.

De invloed van de plaats (geulvak), getijfase (eb of vloed) en het meetjaar op de waarde van de koëfficiënten van de zandtransportformule is onderzocht met behulp van variantie-analyse. Hieruit blijkt dat de faktor getijfase (eb of vloed) geen invloed heeft op de waarde van de koëfficiënten. De factoren geulvak en meetjaar hebben wel invloed. De beschikbare gegevens geven geen aanleiding invloed van de meetmethoden te veronderstellen.

In hoofdstuk 6 zijn met behulp van de empirische formules de getij-geïntegreerde zandtransporten berekend. De gemiddelde stroomsnelheden zijn berekend met behulp van het IMPLIC-model van Rijkswaterstaat. De getij-geïntegreerde zandlast is omgerekend naar een bodemverandering in één jaar. In verband met het beschikbare aantal gegevens zijn er alleen berekeningen voor geulvak 14 (figuur 1) uitgevoerd, resulterend in een bodemverandering van ca. -0,3 cm

(erosie) voor het jaar 1981. De gemeten erosie bedraagt ca. 20 tot 30 cm per jaar [10]. Er is eveneens een nauwkeurighedsanalyse voor de berekende resultaten uitgevoerd voor geulvak 14 (1981). Hieruit blijkt dat de hoeveelheid zand die gedurende één getijfase (eb of vloed) de rand van een geulvak passeert kan worden geschat met een onnauwkeurigheid van ca. 100%. De berekende bodemverandering heeft een onnauwkeurigheid van 35 cm ($\Delta z = -0,3 \pm 35$ cm). Vergeleken met de berekende bodemverandering van 0,3 cm is dit zeer groot, zeker als in aanmerking wordt genomen dat de gebruikte zandtransportenformules voor geulvak 14 (1981) redelijk, althans voor vloed, voldoen (zie figuur 2e). Wanneer dezelfde berekeningen worden uitgevoerd, waarbij de gemiddelde stroomsnelheden worden berekend uit metingen (geul 14, 1981), dan wordt een bodemverandering gevonden van -0,97 cm, met dezelfde onnauwkeurigheid.

Op basis van bovengenoemde resultaten moet worden gekonkludeerd dat een zandtransportmodel van de Westerschelde weinig of geen voorspellende waarde zal hebben. Verbetering hierin is wellicht mogelijk door een nauwkeuriger schatting van de covariantie-term te geven. Deze levert als enige een negatieve bijdrage bij de berekening van de standaardafwijking van de netto-zandlast in een geulvak. Tevens moet worden getracht een betere beschrijving te geven van het zandtransport in relatie tot de stromingsomstandigheden (na-ijlings-effecten) en sediment eigenschappen.

2.2 Konklusies

De bevindingen van het onderzoek kunnen worden samengevat in de volgende konklusies:

1. een eenvoudige zandtransportformule, waarin het zandtransport als machtsfunctie van de gemiddelde stroomsnelheid wordt opgevat, kan niet als een algemeen model worden toegepast,
2. de getijfase (eb of vloed) heeft geen invloed op de waarde van de coëfficiënten van de zandtransportformule; het geulvak en het meetjaar hebben wel invloed,
3. op basis van de huidige meetgegevens is er geen reden om aan te nemen dat de toegepaste meetmethode invloed heeft op de waarde van de coëfficiënten van de zandtransportformule,

4. de hoeveelheid zand die gedurende één getijfase (eb of vloed) de rand van een geulvak passeert kan worden geschat met een onnauwkeurigheid van ca. 100%,
5. de bodemverandering in geulvak 14 (1981) kan worden geschat met een onnauwkeurigheid van ca. 35 cm,
6. uitgaande van voorspelde bodemveranderingen van relatief-geringe omvang zal een zandtransportmodel van de Westerschelde, opgezet volgens de thans beschikbare kennis, weinig of geen voorspellende waarde hebben.

2.3 Aanbevelingen

Verder onderzoek dient er op gericht te zijn de in de vorige paragraaf genoemde onnauwkeurigheden te verkleinen.

De berekeningen van de onnauwkeurigheden zijn gebaseerd op "waargenomen" residuen: meting minus modelwaarde. De waarden van de residuen nu worden door twee oorzaken bepaald:

- systematische fout, dat wil zeggen de fout die wordt veroorzaakt door een foutief model
- toevallige fout, dat wil zeggen de fout die wordt veroorzaakt door toevallige omstandigheden bij het meten, de meetfout, enz.

Wil men de onnauwkeurigheden van de transporten verkleinen, dan zal men deze beide fouten moeten verkleinen. Verder onderzoek moet zich hierop concentreren. Daarbij komen de volgende problemen aan de orde:

- is het gehanteerde model het juiste model?
- is er een ander model mogelijk?
- hoe kan de toevallige fout worden verkleind?
- hoe zou de meting moeten worden verricht om eventuele systematische fouten te verkleinen?
- wat en wanneer zou daarbij moeten worden gemeten?
- keuze tussen één geulvak goed modelleren en bemeten of hele Westerschelde minder goed.

De enige negatieve bijdrage in de berekening van de onnauwkeurigheid van de netto-zandlast wordt geleverd door de covariantie-term. Het is daarom belang-

rijk dat deze term goed geschat kan worden. Hiervoor zijn nodig simultane metingen op de randen van de geul. Aanbevolen wordt deze simultane metingen met een kleiner meetinterval, halfuur of kwartier, uit te voeren, en gedurende één jaar een flink aantal malen te herhalen. Dan kan de kruiscovariantie beter worden geschat dan nu het geval was.

Het verdient verder aanbeveling de mogelijkheden van de lokaal stationaire benadering nader te onderzoeken: welk model kan het best worden gekozen, en wat zijn de gevolgen daarvan op de onnauwkeurigheidsberekeningen.

Tevens moet worden getracht een betere beschrijving te geven van het zandtransport in relatie tot de stromingsomstandigheden (na-ijlingseffekten) en sedimenteigenschappen.

3 Bestand meetgegevens sedimentconcentraties en stroomsnelheden Westerschelde

3.1 Inleiding

Het opzetten van een gegevensbestand betreft het verzamelen en opslaan van alle beschikbare stroomrichtings-, stroomsnelheids- en sedimentconcentratie-metingen (13-uurs metingen) in de Westerschelde. De sedimentconcentraties zijn onderverdeeld in slibconcentraties (deeltjes < 50 µm) en zandconcentraties (deeltjes ≥ 50 µm).

De basisgegevens zijn opgeslagen in een zogenaamde ARCHIEF-file. Met behulp van de basisgegevens zijn er zand- en slibtransporten alsmede dieptegemiddelde stroomsnelheden berekend en opgeslagen in de SEDWES-file (Direct accessfile).

3.2 ARCHIEF-file

De ARCHIEF-file bevat informatie over de stroomrichting, de stroomsnelheid en de sediment- (zand en slib) concentratie als functie van plaats (x, y, z) en tijd (t), de gebruikte meetmethoden en coderingen. Een beschrijving en hand-leiding van de verwerkingsprogrammatuur is gegeven in Appendix A. Een over-zicht van alle metingen opgeslagen in de ARCHIEF-file is gegeven in de appen-dices B1, B2 en B3.

3.3 SEDWES-file

De basisgegevens (ARCHIEF-file) worden gebruikt voor het berekenen van de dieptegemiddelde stroomsnelheid, het zand- en het slibtransport.

Dieptegemiddelde stroomsnelheid

$$\bar{v} = \frac{1}{z_n} \left[\frac{v_1 z_1}{2} + \sum_1^{N-1} \left(\frac{v_1 + v_{i+1}}{2} \right) (z_{i+1} - z_1) \right] \quad (3.1)$$

waarin:

$\bar{v}$ = dieptegemiddelde stroomsnelheid (m/s)

v_1 = stroomsnelheid in meetpunt 1 op hoogte z_1 boven het bed (m/s)

v_1 = stroomsnelheid in onderste meetpunt op hoogte z_1 boven het bed (m/s)

z_n = hoogte boven het bed van het bovenste meetpunt (m)
 N = aantal meetpunten in verticale richting (-)

Zand- en slibtransport

$$s = \left[\frac{v_1 c_1 z_1}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{v_i c_i + v_{i+1} c_{i+1}}{2} \right) (z_{i+1} - z_i) \right] 10^{-3} \quad (3.2)$$

waarin:

s = zand of slibtransport (kg/sm)

c_i = concentratie in meetpunt i op hoogte z_i boven het bed (mg/l)

De getijfase (eb of vloed) volgt uit (zie onderstaande figuur):

eb (+) indien $0 \leq \alpha - \beta \leq 90^\circ$ of $270^\circ \leq \alpha - \beta \leq 60^\circ$ (3.3)

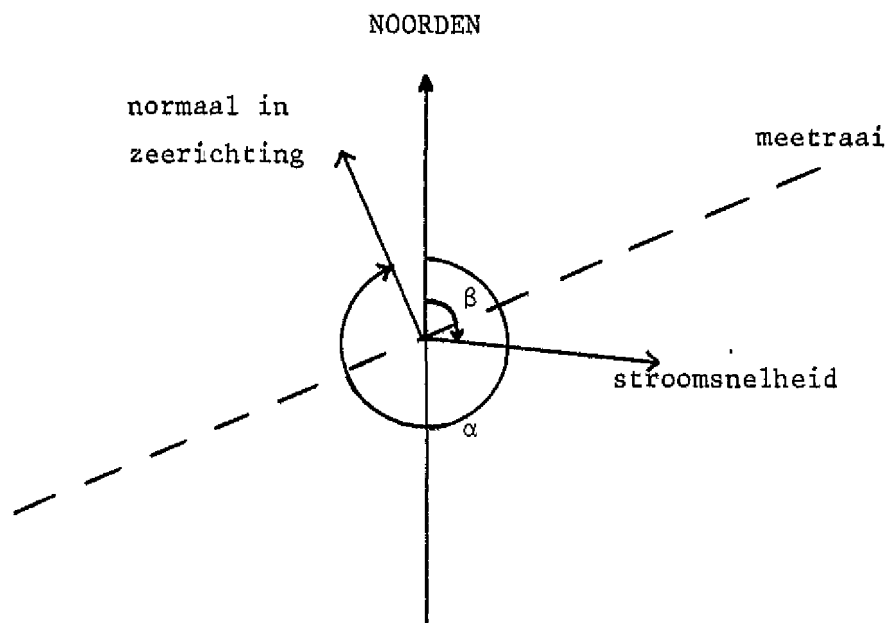
vloed (-) indien $90^\circ < \alpha - \beta < 270^\circ$

waarin:

α = hoek van de normaal (in zeewaartse richting) op de meetraai met het Noorden

β = hoek van de gemeten stroomrichting met het Noorden

Een beschrijving en handleiding van de verwerkingsprogrammatuur is gegeven in Appendix A. Een overzicht van de berekeningsresultaten en bijbehorende figuren met het verband tussen de gemiddelde stroomsnelheid en het zandtransport voor elke 13 uren-meting is gegeven in Appendix B4.



4 Beschrijvende zandtransportformule Westerschelde

4.1 Inleiding

Het mathematisch zandtransportmodel voor de Westerschelde (IMPLIC met zandtransportformule) zal in de eerste fase worden gebruikt met een eenvoudige zandtransportformule waarbij het zandtransport als een machtsfunctie van de gemiddelde stroomsnelheid is beschreven. De optimale keuze van de coëfficiënten in de zandtransportformule zal worden bepaald met behulp van regressieanalyse, gebruikmakend van statistische standaard-programmatuur (SPSS-pakket, [2], [3], [4]). De metingen worden onderverdeeld naar geulvak, getijfase (eb of vloed) en meetjaar. Nagegaan zal worden of dit onderscheid een significante invloed heeft op de waarde van de coëfficiënten.

4.2 Beschikbare meetgegevens

In de jaren 1970 tot en met 1981 zijn er in de Westerschelde metingen verricht, waarbij werden gemeten snelheidsvertikalen, slibkoncentratievertikalen en zandkoncentratievertikalen. Dit gebeurde op verschillende plaatsen en tijdstippen.

De Westerschelde is onderverdeeld in vijftien geulen, die zijn aangegeven in figuur 1. Hiermee ligt een onderverdeling naar de plaats vast. Opgemerkt zij nog wel dat per geul er nog verschillende meetpunten kunnen zijn.

Voor de onderverdeling in de tijd wordt het jaartal genomen.

Met bovengenoemde meetgegevens zijn berekend een over de vertikaal gemiddelde snelheid ($\bar{v}$), en een zandtransport (s). Het slibtransport wordt niet in beschouwing genomen. Per vertikaal is er dus een waarneming voor de gemiddelde snelheid en het daarbij behorende zandtransport. In totaal zijn er 1876 waarnemingen. De verdeling over de geulen en de jaren is gegeven tabel 1. Deze aantallen omvatten zowel de eb- als vloedwaarnemingen. Een leeg vak duidt erop dat in betreffende jaar en geulvak geen waarneming beschikbaar is. In geul 10 en geul 12, alsmede in het jaar 1977 zijn in het geheel geen metingen uitgevoerd.

4.3 Zandtransportformule

Voor het zandtransport wordt de volgende eenvoudige formule verondersteld:

$$s = \alpha (\bar{v})^\beta \quad (4.1)$$

waarin:

s = zandtransport (kg/sm)
 $\bar{v}$ = dieptegemiddelde stroomsnelheid (m/s)
 α, β = coëfficiënten (-)

Bij eb worden voor s en $\bar{v}$ positieve waarden gegeven. Voor vloed, dan is de richting omgedraaid, zijn s en $\bar{v}$ beide negatief. In dat geval wordt voor de modellering de absolute waarde genomen.

De vraagstelling is optimale waarden voor de coëfficiënten α en β te bepalen en na te gaan of de getijfase (eb of vloed), de plaats in de Westerschelde (het geulvak) en de tijd (het jaartal) van invloed zijn op de waarden van die coëfficiënten.

4.4 Beschrijving lineaire regressie-analyse

Bij lineaire regressie-analyse wordt een lineaire relatie gelegd tussen afhankelijke, te verklaren variabelen enerzijds en onafhankelijke, verklarende variabelen anderzijds. Voor één onafhankelijke variabele dus:

$$y = A + Bx \quad (4.2)$$

waarin:

y = afhankelijke variabele
 x = onafhankelijke variabele
 A en B = coëfficiënten

Bij stochastische variabelen $\underline{y}$ gaat (4.2) over in:

$$\underline{y} = A + Bx + \underline{\varepsilon} \quad (4.3)$$

waarin:

$\underline{\varepsilon}$ = storingsterm

Deze storingsterm bevat bijvoorbeeld meetfouten en het niet volledig gemodelleerd zijn.

Aannames voor $\underline{\varepsilon}$ zijn:

$$\begin{aligned} E \underline{\varepsilon} &= 0 \\ \text{var } \underline{\varepsilon} &= \sigma^2 \\ \text{cov } (\underline{\varepsilon}_i, \underline{\varepsilon}_j) &= 0 \quad i \neq j \\ \underline{\varepsilon} &= N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (4.4)$$

De storingstermen zijn dus normaal verdeeld met verwachtingswaarde nul, onderling afhankelijk en hebben een konstante variantie.

De kleinste kwadraten schatters voor A en B zijn die waarden waarvoor

$$\sum_{i=1}^N (y_i - A - Bx_i)^2 \quad (4.5)$$

minimaal is.

Lineaire regressie-programma's berekenen de kleinste kwadratenschattingen voor A en B, en tevens de standaardafwijkingen van die schattingen.

4.5 Logarithmische transformatie

Met een logarithmische transformatie gaat het model (4.1) over in:

$$\ln s = \ln \alpha + \beta \ln \bar{v} \quad (4.6)$$

Het probleem van het bepalen van een optimale waarde voor α en β is hiermee omgezet in een lineair regressie-probleem.

Wanneer er wordt gesteld: $A = \ln \alpha$

$$y = \ln s$$

$$x = \ln \bar{v}$$

en wordt uitgegaan van het stochastische geval, dan gaat (4.6) over in (4.3).

Gekontroleerd moet dan worden of er voldaan wordt aan de aannames (4.4).

Met betrekking tot de normaliteit, de onderlinge onafhankelijkheid en verwachtingswaarde nul wordt er verondersteld dat hieraan wordt voldaan.

Wat betreft het konstant zijn van de variantie van $\underline{\varepsilon}$, dat wordt als volgt nagegaan. Daar in (4.3) $\text{var } \underline{y} = \text{var } \underline{\varepsilon}$ wordt de variantie van $\ln s (= y)$ berekend als functie van $\bar{v}$. Hiertoe worden de waargenomen snelheden onderverdeeld in een aantal klassen, en binnen elke klasse wordt de variantie van $\ln s$ berekend.

Gekozen is voor de volgende snelheidsklassen van $\bar{v}$: 0 - 0,5 m/s, 0,5 - 1,0 m/s, 1,0 - 1,5 m/s en > 1,5 m/s.

De varianties per snelheidsklasse werden voor alle jaren, alle geulen en beide getijfasen konstant verondersteld. Dit leek na een aantal proefberekeningen een aannemelijke veronderstelling.

De aldus berekende varianties (s_1^2) van $\ln s$ in de vier klassen zijn:

snelheidsklasse (m/s)	variantie van $\ln s$	aantal waarnemingen
0 - 0,5	2,43	519
0,5 - 1,0	1,37	1038
1,0 - 1,5	0,88	303
> 1,5	0,56	25

Er is duidelijk een trend aanwezig, de varianties zijn niet konstant. Dit betekent dat er een gewogen lineaire regressie moet worden uitgevoerd.

4.6 Gewogen lineaire regressie

Als de variantie niet konstant is, gaat de lineaire regressieformule (4.3) over in:

$$\underline{y}_1 = A + Bx_1 + \underline{\varepsilon}_1 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.7)$$

met: $\text{var } \underline{\varepsilon}_1 = \sigma_1^2$

Stel nu: $\sigma_1^2 = \sigma^2/w_1$, met w_1 bekend.

Met de transformatie:

$$\begin{aligned}\underline{z}_i &= \sqrt{w_i} \underline{y}_i \\ \underline{t}_i &= \sqrt{w_i} \underline{x}_i \\ \underline{f}_i &= \sqrt{w_i} \underline{\varepsilon}_i\end{aligned}\tag{4.8}$$

gaat (4.7) over in:

$$\underline{z}_i = A \sqrt{w_i} + B \underline{t}_i + \underline{f}_i\tag{4.9}$$

Voor de ruisterm $\underline{f}_i$ geldt:

$$E \underline{f}_i = E \{ \sqrt{w_i} \underline{\varepsilon}_i \} = \sqrt{w_i} E \underline{\varepsilon}_i = 0$$

$$\begin{aligned}\text{en} \quad \text{var } \underline{f}_i &= \text{var } \{ \sqrt{w_i} \underline{\varepsilon}_i \} \\ &= w_i \text{ var } \underline{\varepsilon}_i \\ &= w_i \cdot \sigma^2 / w_i = \sigma^2\end{aligned}\tag{4.10}$$

Er wordt dus voldaan aan de eis van konstante variantie.

Door de transformatie (4.8) wordt het lineaire regressieprobleem (4.7) omgezet in een standaard lineair regressieprobleem zonder konstante term.

Voor de gewichtsfactoren w_i wordt in ons geval genomen $w_i = 1/s_i^2$, met s_i^2 de eerder berekende varianties in de vier snelheidsklassen. De gewichtsfactoren zijn: 0,6420, 0,8547, 1,0670 en 1,3350.

4.6.1 Resultaten

Met de aldus getransformeerde en gewogen meetgegevens wordt een regressieanalyse uitgevoerd. Hierbij wordt gebruik gemaakt van het programmapakket SPSS.

De SPSS-routine berekent optimale schattingen voor A en B uit (4.9), als ook de standaardafwijkingen van die schattingen, waarbij de regressielijn door de oorsprong wordt geforceerd.

Bovengenoemde regressie is voor iedere geul, ieder jaar en zowel voor eb als vloed uitgevoerd. De resultaten van die berekeningen staan in tabel 2.

Uit de resultaten blijkt een relatief grote spreiding in de waarden voor A en B. De waarden voor A liggen in het interval -3,12 tot 0,67; de waarden voor B in het interval 0,25 tot 5,05.

Een aantal van de regressielijnen zijn gegeven in de figuren 2a tot en met e, voor een aantal uiteenlopende gevonden waarden van A en B. In deze figuren is tevens het 95%-betrouwbaarheidsinterval weergegeven.

In de figuren waar de grenzen van het betrouwbaarheidsinterval ontbreken, is het betrouwbaarheidsinterval dermate breed, dat de grenzen buiten het kader van de plot vallen.

Vooraf wanneer weinig waarnemingen beschikbaar zijn, is de spreiding in de waarnemingen nogal groot, en lijkt een lineair model niet het beste model. Aan de gevonden waarden voor A en B in die gevallen moet dan ook niet al te veel waarde worden gehecht.

De vraag is nu of de berekende A- en B-waarden per jaar, per geulvak en per getijfase (eb of vloed) verschillend zijn; of anders gesteld: zijn de verschillen die optreden significant. Om dit na te gaan wordt gebruikt gemaakt van variantie-analyse. Dit komt aan de orde in hoofdstuk 5.

4.7 Ongewogen lineaire regressie

Om de invloed van het toekennen van de gewichtsfactoren bij de lineaire regressie na te gaan, wordt de lineaire regressie ook een keer uitgevoerd zonder dat gewichtsfactoren worden toegekend. Na de logaritmische transformatie wordt een standaard lineaire regressie-analyse uitgevoerd; de regressielijn wordt niet door de oorsprong geforceerd.

4.7.1 Resultaten

Analoog aan de analyse in voorgaande paragraaf is de regressie-analyse uitgevoerd voor ieder jaar, ieder geulvak en voor zowel eb als vloed. De resultaten staan in tabel 3.

Deze resultaten kunnen worden vergeleken met die in tabel 2. Hieruit blijkt dat de invloed van de gewichtsfactoren op de gevonden waarden voor A en B niet

groot is.

Een aantal van de regressie-lijnen zijn gegeven in de figuren 3a tot en met e, waarbij het steeds om hetzelfde meetjaar en geulvak en dezelfde getijfase gaat als in de figuren 2a tot en met e, zodat die figuren met elkaar kunnen worden vergeleken.

4.8 Ongewogen regressie op totale eb- en vloedbestanden

Tot slot is er een ongewogen regressie uitgevoerd op de totale eb- en vloedbestanden.

Voor eb en vloed afzonderlijk worden alle meetgegevens van de verschillende geulen en jaren samen genomen. Er ontstaan twee gegevensbestanden waarop de regressie wordt uitgevoerd.

De resultaten zijn:

getij	A	B	α	β	st.afw.A	st.afw.B	aantal waarn.
eb	-0,8849	2,0706	0,4128	2,0706	0,0644	0,0497	871
vloed	-0,8738	2,1287	0,4174	2,1287	0,0500	0,0614	1020

4.9 Slotbeschouwing

Het voordeel van regressie-analyse is objectiviteit en de mogelijkheid om een stochastische nauwkeurighedsanalyse te kunnen uitvoeren. Het nadeel van regressie-analyse is dat er geen gebruik wordt gemaakt van fysische kennis van de verschijnselen en van ervaring. Dit kan worden geïllustreerd aan de hand van de vloedgegevens uit geulvak 9 in het jaar 1976. Dit betreft 21 waarnemingen. Deze zijn in de onderste plot van figuur 3.c weergegevens samen met de gevonden (ongewogen) regressielijn:

$$s = 0,17 (\bar{v})^{0,30}$$

De figuur laat duidelijk zien dat dit gevonden model nogal arbitrair is.

Gebruik makend van de kennis dat het verband tussen het zandtransport en de gemiddelde stroomsnelheid in getijomstandigheden veelal een machtsfunctie is met een exponent tussen 2,0 en 4,0, lijkt de volgende functie

$$s = 1,0 (\bar{v})^{3,5}$$

een meer geschikt model. Ook deze lijn is in de figuur weergegeven. Op basis van de meetgegevens alleen is dit geen beter model dan het bovenstaande, maar gekombineerd met fysische kennis en ervaring wel.

Het bovengenoemde voorbeeld, waarbij met behulp van ongewogen regressie een exponent $\beta = 0,30$ wordt gevonden, is een extreem geval: het is de laagst gevonden waarde voor β . Gemiddeld liggen de gevonden waarden voor β evenwel lager dan de verwachte waarden tussen 2,0 en 4,0. Uit tabel 3 volgt dat in 29 van de 73 gevallen de (ongewogen) regressie-analyse een waarde voor β vindt die kleiner is dan 2,0, waarvan 5 maal zelfs een waarde kleiner dan 1,0. Voor een aantal gevallen geldt hetzelfde als bovengenoemd: de metingen zijn van dien aard dat de gevonden waarden voor α en β arbitrair zijn; zie bijvoorbeeld figuur 3.a en de onderste plot van figuur 3.b. Uit het bovenstaande volgt dat het bij een analyse aanbevelingen verdient de gevonden relaties grafisch weer te geven (figuur 2 en 3); daaruit is direkt te zien of de gevonden waarden voor α en β zinvol zijn.

5 Variantie-analyse van de koëfficiënten van zandtransportformule Westerschelde

5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt nagegaan of de berekende A- en B-waarden per jaar, per geulvak en per getijfase significant verschillen; anders geformuleerd: hebben de factoren jaar, geulvak en/of getijfase een significante invloed op de berekende parameters.

Hierbij wordt gebruik gemaakt van variantie-analyse. In paragraaf 5.2 zal een korte beschrijving worden gegeven van variantie-analyse. Voor de theoretische achtergronden wordt verwezen naar de literatuur, bijv. [5].

Vervolgens wordt een analyse van alle A- en B-koëfficiënten uitgevoerd, waarbij in beschouwing wordt genomen het aantal waarnemingen per cel en de homogeniteit van de varianties. Hieruit volgt dat de faktor getijfase (eb of vloed) geen significante invloed heeft op de A- en B-koëfficiënten.

Daarna worden de eb- en vloedgegevens gekombineerd om de invloed van de factoren meetjaar en geulvak te onderzoeken.

5.2 Beschrijving variantie-analyse

Variantie-analyse is een statistische techniek met behulp waarvan kan worden nagegaan of een bepaalde faktor van invloed is op de uitkomst van een stochastische grootheid.

Het eenvoudigst laat zich dit illustreren aan de hand van een voorbeeld.

In het voorafgaande hoofdstuk zijn de α - en β -koëfficiënten uit de zandtransportformule bepaald. Met behulp van lineaire regressie-analyse zijn er per jaar, per geul en per getijfase schattingen bepaald, die zijn op te vatten als de uitkomsten van een stochastische variabele.

Grootheden die de uitkomst kunnen beïnvloeden, zijn: de plaats in de Westerschelde (het geulvaknummer) en de tijd (het jaartal). Dit worden factoren genoemd. Een derde faktor is de getijfase (eb of vloed).

Een combinatie van een bepaalde geul, een bepaald jaar en een bepaalde getijfase wordt een cel genoemd. (Voorbeeld: geulvak 6, 1976, eb.) In totaal zijn er dus $n_g \times n_j \times n_t$ cellen, waarin:

n_g = aantal geulen, dus 15
 n_j = aantal jaren, dus 12
 n_t = aantal getijfasen, dus 2.

Variantie-analyse (in het Engels: analysis of variance, vaak afgekort als ANOVA) beschouwt een aantal waarnemingen per cel. Het gemiddelde en de variantie per cel worden berekend, en de gemiddelden worden met elkaar vergeleken. Variantie-analyse geeft aan of de waargenomen verschillen ook statistisch significant zijn, of dat ze aan het toeval, het stochastisch karakter van de beschouwde variabele kunnen worden toegeschreven. Maatstaf hierbij is de variantie binnen de cel.

Bij voorkeur moet het aantal waarnemingen per cel gelijk zijn. Dit levert rekentechnisch voordeel, maar is geen noodzakelijke voorwaarde. Ook cellen zonder waarnemingen (lege cellen) mogen voorkomen. Opgemerkt wordt dat bij ongelijk aantal waarnemingen per cel de interpretatie van de resultaten verschillend is van de interpretatie bij een gelijk aantal waarnemingen.

Bij variantie-analyse wordt uitgegaan van de volgende veronderstellingen:

- aselekte steekproef: de waarnemingen per cel moeten willekeurig (at random) tot stand zijn gekomen, en onderling onafhankelijk zijn.
- homogene varianties (homoskedasticiteit), dat wil zeggen de varianties binnen iedere cel moeten gelijk zijn. Dat is belangrijk omdat de variantie binnen de cel als maatstaf fungeert om na te gaan of waargenomen verschillen tussen gemiddelden significant zijn,
- normaliteit: de waarnemingen moeten normaal verdeeld zijn.

De resultaten van een variantie-analyse worden gepresenteerd in een zogenaamde ANOVA-tabel, die in algemene vorm is gegeven in tabel 4.

In de kolom df staat het aantal vrijheidsgraden. Voor iedere faktor is dat het aantal niveaus van de betreffende faktor min één. Voor getij, geul en jaar dus respectievelijk 1, 14 en 11. Voor de term "binnen cellen" is dat het totaal aantal waarnemingen min het aantal cellen (aangenomen dat er geen lege cellen zijn).

De gemiddelde kwadratensom MS_w (mean squares within) is een maat voor de variantie binnen de cellen.

De gemiddelde kwadratensommen MS_t , MS_g en MS_j zijn een maat voor de variantie van de celgemiddelden ten gevolge van de faktor getij, geul en jaar. Deze worden vergeleken met de variantie binnen een cel, dus met MS_w , door het quotient in de kolom F te beschouwen. Als er significante verschillen zijn ten gevolge van een bepaalde faktor, dan zal de bijbehorende F-waarde groot zijn. Aangezien is aangenomen dat de waarnemingen normaal verdeeld zijn, hebben de kwadratensommen SS en MS χ^2 -verdelingen, en daarom hebben de quotiënten MS_{faktor}/MS_w een F-verdeling.

In de laatste kolom wordt de significantie van de berekende F-waarden gegeven, uitgaande van de F-verdeling met de bijbehorende aantallen vrijheidsgraden. Voor waarden groter dan bijvoorbeeld de grens 0,05 wordt gekonkludeerd dat betreffende faktor een significante invloed heeft.

In bovenstaand voorbeeld is aangenomen dat er geen interactie tussen de verschillende factoren aanwezig is.

In deze paragraaf is heel beknopt weergegeven hoe variantie-analyse werkt. Deze behandeling is verre van volledig, en allen toegespitst op het onderhavige probleem. Voor verdere (ook theoretische) behandeling wordt verwezen naar de literatuur, [5].

5.3 Variantie-analyse naar invloed getijfase, geulvak en meetjaar

De variantie-analyse wordt uitgevoerd met de SPSS-routine MANOVA [3]. De beschikbare meetgegevens bestaan uit de berekende A- en B-waarden met bijbehorende standaardafwijkingen bepaald volgens de gewogen lineaire regressiemethode (par. 4.6).

Een overzicht van de beschikbare data verdeeld over de geulen, jaren en eb en vloed is gegeven in tabel 5, waarin weer de aantallen waarnemingen vermeld zijn op grond waarvan een regressie-analyse is uitgevoerd. Een verschil met tabel 1 is dat vier waarnemingen verdwenen zijn. Voor 1970, geul 3, eb en 1975, geul 4, eb waren slechts twee waarnemingen beschikbaar. Regressie-analyse voor twee punten levert wel een waarde voor A en B, echter niet voor de bijbehorende standaardafwijkingen. Deze data zijn dan ook niet in de variantie-analyse verder meegenomen.

5.3.1 Aantal waarnemingen per cel

In iedere niet-lege cel is gegeven een waarde voor A en B en de bijbehorende standaardafwijkingen. De analyse wordt voor A en B afzonderlijk uitgevoerd. Gegeven zijn per cel dus een parameter en de standaardafwijking.

In de vorige paragraaf (5.2) is gesteld dat bij variantie-analyse wordt uitgegaan van een aantal waarnemingen per cel.

In het voorliggende geval is er slechts één waarneming per cel (plus de standaardafwijking). Dit betekent dat het aantal vrijheidsgraden van SS_w in de ANOVA-tabel nul wordt, en MS_w dus niet bestaat. Er kunnen dan geen F-waarden worden berekend.

Dit probleem kan op twee manieren worden opgelost: een andere gemiddelde kwadratensom dan MS_w nemen om F-waarden te berekenen, of simuleren van data-reeksen per cel. Beide methoden zullen hieronder worden behandeld.

Bij het uitvoeren van een variantie-analyse met meer dan één faktor kunnen interacties worden uitgerekend. Aangevoerd kan worden dat (zie [6], p. 605 e.v.) als er geen interactie is, de verwachtingswaarde van de gemiddelde kwadratensom van de berekende interactieterm gelijk is aan de variantie binnen de cellen. Hiervan kan worden gebruik gemaakt. Voor het berekenen van F-waarden wordt de MS_w -term vervangen door de MS-term van de interactie.

Wanneer men over slechts één waarneming per cel beschikt, en meer niet, dan is dit de enige manier om nog een variantie-analyse uit te voeren.

In de SPSS-routine MANOVA kan met behulp van de DESIGN-instructie deze methode worden toegepast. Het nadeel van deze methode is dat niet gebruik wordt gemaakt van de variantie binnen de cel. Men kan zich voorstellen dat met deze methode een significante invloed van een zekere faktor wordt vastgesteld; als echter de werkelijke waarde van de variantie binnen de cel vele malen groter is dan de waargenomen verschillen tussen celgemiddelden (deze variantie is onbekend, dus kan in theorie iedere waarde hebben), dan is die invloed in werkelijkheid natuurlijk niet significant.

In dit specifieke geval is naast de waarneming per cel ook de standaardafwijking van die waarneming bekend, dus de standaardafwijking binnen iedere cel. Dit is extra informatie die met bovengenoemde methode niet wordt benut. Het lijkt dan ook niet zinvol om deze methode te hanteren.

De tweede methode is het simuleren van datareeksen per cel. Per cel is bekend de parameterwaarde (het gemiddelde) en de standaardafwijking. Met behulp daarvan kan een normaal verdeelde datareeks worden gegenereerd met betreffende gemiddelde en standaardafwijking, en van iedere gewenste lengte.

Met de keuze van de lengte van de gesimuleerde reeks dient voorzichtigheid in acht te worden genomen.

Bij toenemende reekslengte per cel, nemen de kwadratensommen SS toe. Het aantal vrijheidsgraden van MS_W neemt evenzeer toe, zodat MS_W niet verandert door de reekslengte. Het aantal vrijheidsgraden van de factoren blijft echter konstant, zodat MS_{faktor} toeneemt als de reekslengte toeneemt. Dit betekent dat de F -waarden ook toenemen als de reekslengte toeneemt. Dit houdt in dat de F -waarde significant gemaakt kan worden door de reekslengte toe te laten nemen; anders gesteld: ieder waargenomen verschil is significant als de gesimuleerde datareeks maar lang genoeg is.

Per cel is bekend het gemiddelde en de standaardafwijking. Dit is equivalent met een datareeks met lengte 2: als gemiddelde en standaardafwijking bekend zijn, dan liggen de termen van de reeks met lengte 2 vast, en omgekeerd.

Als gemiddelde en standaardafwijking bekend zijn, dan zijn er oneindig veel reeksen van lengte 3 mogelijk met betreffende gemiddelde en standaardafwijking: er is nog één vrijheidsgraad over. Voor langere reeksen zijn er nog meer vrijheidsgraden over.

Op grond van bovenstaande overweging wordt voor de lengte van de te genereren reeksen 2 genomen.

5.3.2 Homogeniteit van de varianties

Met betrekking tot de aanname van normaliteit van de data wordt opgemerkt dat hieraan wordt voldaan als er datareeksen per cel worden gegenereerd.

Een andere aanname is die van de homoskedasticiteit: de varianties per cel zijn gelijk. In de SPSS-routine MANOVA wordt hierop getoetst. Hiervoor worden twee toetsen benut: de toets van Cochran en de toets van Bartlett-Box. De toets van Cochran hanteert een eenvoudige toetsingsgrootte, n.l.

$$C = \frac{s_{gr}^2}{\sum_i s_i^2}$$

waarin: s_{gr}^2 = de grootste van de berekende celvarianties

$\sum_i s_i^2$ = de som van alle berekende celvarianties

De Bartlett-Box-toets hanteert een aanzienlijk ingewikkelder toetsingsgrootheid. De toets is een door Box gegeneraliseerde toets van Bartlett [8]. Hier wordt verder niet op ingegaan.

De toetsingsgrootheden worden berekend, alsmede de bijbehorende significanties. Uit deze significanties is direkt af te lezen of de varianties gelijk mogen worden verondersteld of niet.

De significanties nemen waarden aan tussen 0 en 1. Wanneer de significantie kleiner is dan een van te voren vastgestelde (aanvaardbaar geachte) onbetrouwbaarheid, bijvoorbeeld 0,05 of 0,10, dan wordt de hypothese van gelijkheid van de varianties verworpen; anders gesteld: er mag niet van worden uitgegaan dat de varianties gelijk zijn. Wanneer de significantie groter is dan de onbetrouwbaarheidsgrens, dan wordt ervan uitgegaan dat de varianties inderdaad gelijk zijn, en optredende verschillen aan het toeval toe te schrijven zijn.

Op de data uit tabel 2 is, voor A en B afzonderlijk, een variantie-analyse uitgevoerd, waarbij voor iedere cel een datareeks van lengte 2 is gegenereerd. De analyse is uitgevoerd voor alle data, en voor de volgende deelbestanden:

- geul 14 (getij: eb/vloed, jaar: 1970-1981), waarbij alleen de invloed van de factoren getij en jaar is nagegaan,
- geul 15 (getij: eb/vloed, jaar: 1971-1976), waarbij alleen de invloed van de factoren getij en jaar is nagegaan,
- 1975 (getij: eb/vloed, geul 4-15), waarbij alleen de invloed van de factoren getij en geul is nagegaan,
- 1976 (getij: eb/vloed, geul 1-15), waarbij alleen de invloed van de factoren getij en geul is nagegaan,
- 1979 (getij: eb/vloed, geul 1-14), alleen de invloed van de factoren getij en geul is nagegaan.

Deze deelbestanden zijn gekozen omdat voor geul 14 en 15 voor een relatief groot aantal jaren (vergeleken met andere geulvlakken) data aanwezig zijn, en de invloed van de faktor meetjaar dus goed nagegaan kan worden. Voor de meetjaren 1975, 1976 en 1979 zijn voor een relatief groot aantal geulvakken (ver-

geleken met andere jaren) data aanwezig, zodat bij deze deelbestanden de invloed van de faktor geulvak goed kan worden nagegaan.

Voor de significanties van de toetsingsgrootheden C (Cochran-toets) en BB (Bartlett-Box) zijn de volgende waarden bepaald:

data	A		B	
	C	BB	C	BB
alle gegevens	0,006	0,581	10×10^{-4}	0,880
geul 14	0,348	0,997	0,021	0,952
geul 15	0,526	0,883	0,798	0,979
1975	0,029	0,742	0,138	0,803
1976	1,000	1,000	1,000	0,998
1979	0,900	0,989	0,492	0,892

De Cochran-toets noopt een aantal malen tot het verwerpen van de hypothese gelijkheid van varianties. Dit wordt waarschijnlijk veroorzaakt door de grote varianties die optreden in gevallen dat de regressie-analyse voor een gering aantal gegevens werd uitgevoerd. Er is daarom besloten de variantie-analyse uit te voeren op die gegevens waarbij regressie-analyse gebaseerd op meer dan 10 waarnemingen. Deze gegevens staan vermeld in tabel 6. Het overzicht van de verdeling over de geulen en jaren staat in tabel 7.

Er is een variantie-analyse uitgevoerd, voor alle data en op dezelfde deelbestanden als hierboven. De significanties voor C en BB zijn:

data	A (n ≥ 10)		B (n ≥ 10)	
	C	BB	C	BB
alle gegevens	0,186	0,996	0,375	0,999
geul 14	1,000	1,000	1,000	0,999
geul 15	0,510	0,926	0,947	0,979
1975	0,029	0,742	0,138	0,803
1976	1,000	0,999	1,000	0,996
1979	0,900	0,989	0,492	0,892

Met name voor 'alle gegevens' en 'geul 14' zijn deze significaties aanzienlijk verbeterd.

In alle gevallen, met uitzondering van 1975, parameter A, Cochran-toets, kan worden aangenomen dat de varianties gelijk zijn.

In het volgende zijn de resultaten van de variantie-analyse gegeven, voor gevallen dat de varianties gelijk zijn:

- gegevens tabel 6 ($n \geq 10$): alle gegevens, geul 14, geul 15, 1976 en 1979
- gegevens tabel 2 : geul 14, geul 15, 1976 en 1979.

5.3.3 Resultaten variantie-analyse

Zoals in paragraaf 5.2 is aangegeven zijn de resultaten van een variantie-analyse af te lezen uit de ANOVA-tabel. Het gaat dan vooral om de significantie van de F-waarde voor de verschillende factoren.

Hier is een variantie-analyse uitgevoerd met de factoren: getijperiode, geulvak en meetjaar. Verondersteld is dat er géén interactie is.

De resultaten staan in onderstaande tabellen:

$n \geq 10$, A-koëfficiënt

data	faktor		
	getij	geul	jaar
alle gegevens	0,030	0	0
geul 14	0,080	-	0
geul 15	0,221	-	0
1976	0,004	0,049	-
1979	0,863	0,006	-

$n \geq 10$, B-koëfficiënt

data	faktor		
	getij	geul	jaar
alle gegevens	0,464	0	$2,9 \times 10^{-4}$
geul 14	0,049	-	$2,0 \times 10^{-5}$
geul 15	0,719	-	0,390
1976	0,001	0,233	-
1979	0,189	$0,8 \times 10^{-4}$	-

ook $n < 10$, A-koëfficiënt

data	faktor		
	getij	geul	jaar
geul 14	0,098	-	0
geul 15	0,041	-	0
1976	$4,3 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-4}$	-
1979	0,863	0,006	-

ook $n < 10$, B-koëfficiënt

data	faktor		
	getij	geul	jaar
geul 14	0,003	-	0
geul 15	0,966	-	0,452
1976	$2,7 \times 10^{-5}$	0,068	-
1979	0,189	$0,81 \times 10^{-4}$	-

De interpretatie van deze significanties is als volgt: als de significantie groter is dan een vooraf bepaalde waarde (bijvoorbeeld 0,05), dan heeft de betreffende faktor met die onbetrouwbaarheid geen invloed op de waarde voor de parameter.

Uit de uitkomsten blijkt dat de significantie van de F-waarde voor de faktor getij in de meerderheid van de gevallen groter dan 0,05 is. De significanties voor de factoren geul en jaar zijn slechts bij uitzondering groter dan 0,05. Hieruit wordt gekonkludeerd dat de faktor getijfase geen invloed heeft op de waarde van de koëfficiënten A (of α) en B (of β). In de volgende sectie wordt nagegaan of die konklusie ook geldt als alle eb- en vloedgegevens samen worden genomen.

5.3.4 Resultaten variantie-analyse eb- en vloedbestanden

De resultaten van de regressie-analyse op de eb- en vloedbestanden uit paragraaf 4.8 maken een variantie-analyse bijna overbodig. De parameters A en B komen voor eb en vloed zeer sterk overeen.

Een formele variantie-analyse levert de volgende resultaten.

Homogeniteit van de varianties

A		B	
C	BB	C	BB
.842	.841	.866	.866

Er mag dus gelijkheid van varianties worden verondersteld.

De significantie van de F-waarde uit de ANOVA-tabel zijn voor A en B:

significantie F-waarde

A	0,8651
B	0,4072

Voor beide parameters heeft de significantie van de F-waarde een waarde groter dan 0,05. Hieruit kan worden gekonkludeerd dat de faktor getijfase geen invloed heeft op de waarde van de parameters A en B.

5.4 Variantie-analyse naar invloed van geulvlak en meetjaar

In de vorige paragraaf (5.3) is gekonkludeerd dat de getijfase geen invloed heeft op de waarde van de koëfficiënten. De gegevens voor eb en vloed kunnen dus gekombineerd worden. Op deze gekombineerde gegevens wordt wederom een gewogen regressie-analyse uitgevoerd, waarvan de resultaten in tabel 8 staan. Met behulp van die gegevens wordt weer voor elke oel een reeks van lengte 2 gegenereerd en vervolgens wordt een variantie-analyse uitgevoerd.

5.4.1 Homogeniteit van de varianties

Ook nu dient eerst te worden nagegaan of de varianties homogeen zijn. Daartoe worden weer de significanties van de toetsingsgrootheden C van de Cochran-toets en BB van de Bartlett-Box-toets beschouwd. Er worden dezelfde deelbestanden gehanteerd als in de vorige paragraaf (5.3). De berekende significanties zijn:

	A		B	
data	C	BB	C	BB
alle gegevens	0,307	0,990	0,199	0,994
geul 14	0,806	0,994	0,639	0,977
geul 15	0,433	0,762	0,804	0,920
1975	1,000	0,996	0,094	0,504
1976	1,000	0,999	1,000	0,990
1979	0,559	0,888	0,469	0,719

In alle gevallen mag dus verondersteld worden dat de varianties gelijk zijn.

5.4.2 Resultaten variantie-analyse

Er zijn nog twee factoren waarvan de invloed nagegaan moet worden: jaar en geul.

De significanties van de F-waarden van deze factoren zijn:

A-koëfficiënt

data	faktor	
	geul	jaar
alle gegevens	0	0
geul 14	-	0
geul 15	-	0,001
1975	0,002	-
1976	$3,5 \times 10^{-4}$	-
1979	0,028	-

B-koëfficiënt

data	faktor	
	geul	jaar
alle data	0	$3,5 \times 10^{-4}$
geul 14	-	0
geul 15	-	0,226
1975	0,230	-
1976	0,002	-
1979	0,003	-

De significanties zijn, op twee uitzonderingen na, klein tot zeer klein (in ieder geval $< 0,05$). Hieruit kan worden gekonkludeerd dat de factoren geul en jaar invloed hebben op de waarde van de A- en B-koëfficiënten.

5.4.3 Invloed meetmethode

Tijdens de periode dat er metingen zijn verricht, is er tweemaal van meetmethode veranderd. De drie methoden die achtereenvolgens zijn gebruikt, zijn:

voor 1970: fles

1971-1979: fles met bal

1980-1981: fles met bal onder hoek van 35 graden

Nagegaan zal worden of de gebruikte meetmethode invloed heeft gehad op de waarde van de A- en B-koëfficiënten.

Er zijn variantie-analyses uitgevoerd voor geul 14, omdat dit de enige geul is waarvan van alle drie meetmethoden gegevens beschikbaar zijn, en van alle gegevens samen. De gegevens in de betreffende perioden, de gesimuleerde reeksen van lengte twee, worden daartoe bij elkaar gevoegd, en op de aldus ontstane gegevens wordt vervolgens variantie-analyse uitgevoerd.

Voor geul 14 is de enige faktor jaar (dus de meetmethode). Voor "alle gegevens" zijn er twee factoren: jaar (meetmethoden) en geul. De enige die van belang is, is jaar. Dit wordt gespecificeerd in het DESIGN-statement.

De resultaten voor de koëfficiënten A en B zijn:

A-koëfficiënt

data	C	BB	Sign. F
alle gegevens	0,022	0,072	0,551
geul 14	0,040	0,379	0,516

B-koëfficiënt

data	C	BB	Sign. F
alle gegevens	0,004	0,556	0,001
geul 14	4×10^{-4}	0,039	0,017

In de kolommen C en BB staan de significanties van de toetsingsgrootheden van de Cochran- en Bartlett-Box-toets. In alle vier gevallen is $C < 0,05$, dus volgens Cochran ongelijke varianties.

Evenals in paragraaf 5.3 worden nu de gegevens die gebaseerd zijn op regressie-analyse van minder dan 10 waarnemingen, achterwege gelaten.

De resultaten van de variantie-analyse worden dan:

A-koëfficiënt

data	C	BB	Sign. F
alle gegevens	0,059	0,165	0,162
geul 14	4×10^{-5}	0,153	0,287

B-koëfficiënt

data	C	BB	Sign. F
alle gegevens	0,008	0,972	0,827
geul 14	0,006	0,279	0,170

Ook hier is $C < 0,05$, dus ongelijke varianties. Als gevolg hiervan kan op deze wijze de invloed van de meetmethode dus niet worden onderzocht.

Vervolgens worden steeds twee opvolgende jaren met elkaar vergeleken. Wanneer mocht blijken dat alleen bij de overgangen op een nieuwe meetmethode (1970-1970, en 1979-1980) de parameters significant verschillen, dan is dat een aanwijzing voor de invloed van de meetmethode. Alleen geul 14 wordt in beschouwing genomen. De resultaten van de analyse zijn:

A-koëfficiënt:

	C	BB	Sign. F
1970-1971	0,693	0,692	0,0249
1971-1972	0,639	0,639	0,0196
1972-1973	0,674	0,673	0,0864
1973-1974	0,837	0,836	0,1823
1974-1975	0,889	0,888	0,1878
1975-1978	0,863	0,862	0,0757
1978-1979	0,666	0,666	0,5962
1979-1980	0,942	0,942	0,0974
1980-1981	0,471	0,472	0,0432

B-koëfficiënt

	C	BB	Sign. F
1970-1971	0,892	0,892	0,0561
1971-1972	0,917	0,917	0,9427
1972-1973	0,650	0,650	0,1745
1973-1974	0,972	0,972	0,0615
1974-1975	0,877	0,876	0,2816
1975-1978	0,852	0,852	0,3910
1978-1979	0,704	0,703	0,0191
1979-1980	0,620	0,620	0,0098
1980-1981	0,238	0,242	0,0148

De significanties van de toetsingsgrootheden van de Cochran- en van de Bartlett-Box-toets zijn in alle gevallen $>0,05$. Er kan dus in alle gevallen homogeniteit van varianties worden aangenomen.

Voor de koëfficiënt A geldt weliswaar dat de faktor jaar van invloed is voor 1970-1971 (overgang op andere meetmethode), dat geldt echter ook voor 1971-1972.

Bij de andere overgang, 1979-1980, is er geen invloed van de faktor jaar, terwijl die er voor 1980-1981 wel is.

Voor de koëfficiënt B is er bij de eerste overgang op een andere meetmethode, 1970-1971, geen invloed van de faktor jaar. Bij de tweede overgang, 1979-1980, is die er wel, maar ook voor 1978-1979 en 1980-1981.

Het bovenstaande geeft geen aanleiding om een invloed van de meetmethode aan te nemen, los van de invloed van de faktor jaar.

Om de invloed van meetmethode en jaar afzonderlijk te bepalen zijn er twee mogelijkheden:

- a. Zet de faktor jaar vast, en varieer de faktor meetmethode.
- b. Zet de faktor meetmethode vast, en varieer de faktor jaar.

Ad a

Hiervoor is nodig dat voor een jaar meetgegevens beschikbaar zijn, ingewonnen met verschillende meetmethoden.

Die gegevens zijn niet voorhanden, en deze mogelijkheid levert dus niets op.

Ad b

Hiervoor is nodig dat voor een meetmethode meetgegevens beschikbaar zijn voor een aantal verschillende jaren.

Voor de meetmethode "fles met bal" zijn er gegevens voor de jaren 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1978 en 1979.

Uit een variantie-analyse over die jaren volgt dat de invloed van de faktor jaar in die periode aanwezig is. Dat houdt in dat in die periode de parameters waarden hebben aangenomen zodanig dat de opgetreden verschillen significant zijn, waarbij de variantie van de parameters als maat dient. Dit betekent niet dat de parameterwaarden geëxtrapoleerd kunnen worden naar jaren die buiten de periode liggen. Het is op die wijze dan ook niet mogelijk om de invloed van de faktor jaar te isoleren van de mogelijke invloed van de faktor meetmethode.

Met betrekking tot de invloed meetmethode kan het volgende worden gekonkludeerd:

- De beschikbare gegevens leveren geen aanleiding om een invloed van de meetmethode te veronderstellen.
- Op grond van de beschikbare gegevens is het niet mogelijk de mogelijke invloed van de meetmethode via een toets met een bepaalde betrouwbaarheid (i.o. ANOVA) al dan niet te detekteren.
- De beste manier om de invloed van de meetmethode te detekteren is op basis van de meetgegevens uit één jaar, middels verschillende meetmethoden.
Die gegevens zijn nu niet beschikbaar.

5.5 Konklusies

De belangrijkste konklusie van de uitgevoerde variantie-analyse betreffende de koëfficiënten van de zandtransportformule voor de Westerschelde zijn:

- . de getijfase (eb of vloed) heeft geen significante invloed op de koëfficiënten,
- . het geulvlak en het jaartal hebben wel een significante invloed op de koëfficiënten.

6 Getij-geïntegreerd zandtransport, bodemveranderingen en bijbehorende onnauwkeurigheden

6.1 Inleiding

Het belangrijkste onderdeel van de stochastische analyse is het bepalen van de onnauwkeurigheden van het getij-geïntegreerd zandtransport (= zandlast) en de bijbehorende bodemveranderingen in een geulvlak. Hierop wordt in dit hoofdstuk uitgebreid ingegaan.

Om de zandtransporten te kunnen berekenen zijn de α - en β -coëfficiënten, alsmede de dieptegemiddelde stroomsnelheden ($\bar{v}$) nodig. De α - en β -waarden volgen uit de gewogen regressie-analyse. De stroomsnelheden zijn bepaald met behulp van het IMPLIC-model van Rijkswaterstaat.

Deze berekeningen zijn weergegeven in paragraaf 6.2. In paragraaf 6.3 worden dezelfde berekeningen uitgevoerd, waarbij echter voor de snelheden de gemiddelden zijn genomen van een dertiental metingen in geul 14 in 1981.

6.2 Berekening getij-geïntegreerd zandtransport op basis van IMPLIC

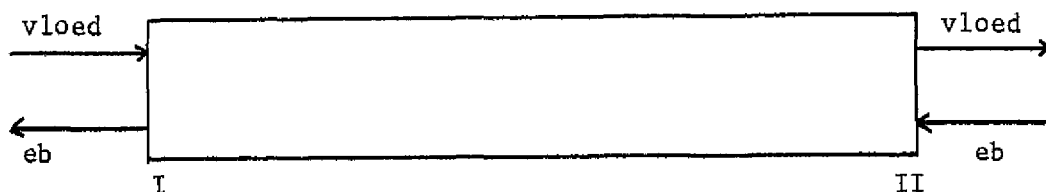
De getij-geïntegreerde zandlast (in kg) dat de rand van een geulvlak passeert, kan als volgt worden berekend:

$$S_{\text{getijfase}} = b \int_0^T s(t) dt \quad (6.1)$$

waarin:

$S_{\text{getijfase}}$	= zandlast	(kg)
b	= breedte ter plaatse van geulrand	(m)
T	= duur van de getijfase (eb of vloed)	(s)
$s(t) = \alpha(\bar{v})^\beta + \varepsilon(t)$	= zandtransport	(kg/sm)
$\varepsilon(t)$	= residu (niet-gemodelleerd gedeelte)	(kg/sm)
α, β	= coëfficiënten volgens gewogen regressie	(-)

Beschouw nu een geul zoals geschematiseerd in onderstaande figuur:



Er zijn vier transporten te onderscheiden:

- rand I, vloedfase : positief
- rand I, ebfase : negatief
- rand II, vloedfase : negatief
- rand II, ebfase : positief

De toevoeging "positief" duidt op een transport van buiten het geulvak in; "negatief" duidt op een transport vanuit het geulvak naar buiten. Aangenomen wordt dat het zandtransport, zowel de positieve als de negatieve waarde, alleen plaatsvindt bij de randen I en II, en niet langs de zijwanden tussen I en II.

De netto zandlast per getijfase voor een geulvak is dan:

$$S_{\text{netto eb}} = S_{\text{II,eb}} - S_{\text{I,eb}} \quad (6.2a)$$

$$S_{\text{netto,vloed}} = S_{\text{I,vloed}} - S_{\text{II,vloed}} \quad (6.2b)$$

De netto zandlast over een gehele getijperiode is:

$$S_{\text{netto}} = S_{\text{netto,eb}} + S_{\text{netto,vloed}} \quad (6.3)$$

6.2.1 Stroomsnelheden uit IMPLIC

Voor het berekenen van de transporten zijn nodig α , β en $\bar{v}$. De waarden voor α en β volgen uit de regressie-analyse, en staan in tabel 8 voor de verschillende geulen en meetjaren. Voor waarden voor $\bar{v}$ wordt gebruik gemaakt van de resultaten van het programma IMPLIC van Rijkswaterstaat.

IMPLIC is een één-dimensionaal waterbewegingsprogramma, waarbij een gebied moet worden ingedeeld in een aantal (één-dimensionale) trajekten. De berekeningen (Q , h en $\bar{v}$) vinden plaats langs die trajekten.

Voor de Westerschelde (ten oosten van Vlissingen) is een overzicht en numme-

ring van de IMPLIC-trajekten gegeven in figuur 4. Vergelijking met figuur 1 laat zien welke trajekten met welke geulvlakken corresponderen.

Voor de berekeningen zijn als randvoorwaarden het gemiddelde standaardgetij 71,0 (= gemiddelde 1961-1971) en de bodemligging van 1969 ingevoerd.

In tabel 9 is een overzicht gegeven van de geulnummers en bijbehorende IMPLIC-trajektnummers. Verder is gegeven de gemiddelde trajektbreedte, berekend uit het stroomvoerend oppervlak, en de gemiddelde waterdiepte, die gelijk gesteld is aan de hydraulische straal.

De resultaten van de IMPLIC-berekeningen zijn beschikbaar op de plaatsen waar metingen zijn verricht. De berekende stroomsnelheden zijn gegeven over een periode van 40 uur met tijdstappen van 10 minuten.

6.2.2 Getij-geïntegreerd zandtransport en bodemveranderingen in geul 14

In verband met het beschikbare aantal gegevens is een zinvolle analyse van nauwkeurigheden alleen mogelijk voor geulvak 14.

Om de getij-geïntegreerde zandtransporten te kunnen berekenen, moeten de diepte-gemiddelde stroomsnelheden ter plaatse van de geulranden bekend zijn. Deze waarden zijn berekend met behulp van het IMPLIC-model. Tabel 10 geeft een overzicht van de trajekten in geulvlak 14. De westrand van geulvlak 14 ligt ter plaatse van traject 69 en de oostrand ligt ter plaatse van traject 98. De bijbehorende breedten zijn $b_w = 1784$ m en $b_o = 989$ m.

Berekend worden vervolgens de integralen:

$$S_{w,vloed} = b_w \int_{vloed} \alpha \bar{v}_{69}(t)^\beta dt \quad (6.4a)$$

$$S_{w,eb} = b_w \int_{eb} \alpha \bar{v}_{69}(t)^\beta dt \quad (6.4b)$$

$$S_{o,vloed} = b_o \int_{vloed} \alpha \bar{v}_{98}(t)^\beta dt \quad (6.4c)$$

$$S_{o,eb} = b_o \int_{eb} \alpha \bar{v}_{98}(t)^\beta dt \quad (6.4d)$$

waarin de indices w en o duiden op west- resp. oostrand, en de indices 69 en 98 op de IMPLIC-trajekten.

De waarden voor α en β volgen uit tabel 8 voor geul 14. De gemiddelde snelheden $\bar{v}$ volgen uit IMPLIC (10-minuten waarnemingen).

De integralen worden berekend met de trapeziumregel.

De geïntegreerde transporten (6.4a) tot en met (6.4b) zijn berekend (in kg) voor een aantal jaren. De resultaten zijn:

	1973	1978	1981	
α (tabel 8)	0,4808	0,9614	0,3121	-
β (tabel 8)	2,2594	2,8087	2,3590	-
b_o (tabel 10)	989	989	989	m
b_w (tabel 10)	1784	1784	1784	m
$S_{w,vloed}$ (vgl. (6.4a))	$0,126 \times 10^8$	$0,241 \times 10^8$	$0,813 \times 10^7$	kg
$S_{w,eb}$ (vgl. (6.4b))	$0,124 \times 10^8$	$0,250 \times 10^8$	$0,806 \times 10^7$	kg
$S_{o,vloed}$ (vgl. (6.4c))	$0,750 \times 10^7$	$0,143 \times 10^8$	$0,482 \times 10^7$	kg
$S_{o,eb}$ (vgl. (6.4d))	$0,717 \times 10^7$	$0,144 \times 10^8$	$0,465 \times 10^7$	kg
$S_{netto,eb} = S_{o,eb} - S_{w,eb}$ (vgl. (6.2a))	$-0,523 \times 10^7$	$-0,106 \times 10^8$	$-0,341 \times 10^7$	kg
$S_{netto,vloed} = S_{w,vloed} - S_{o,vloed}$ (vgl. (6.2b))	$0,510 \times 10^7$	$0,98 \times 10^7$	$0,331 \times 10^7$	kg
$S_{netto} = S_{netto,eb} + S_{netto,vloed}$ (vgl. (6.3))	$-0,13 \times 10^6$	$-0,8 \times 10^6$	$-0,10 \times 10^6$	kg

Het negatieve teken van het netto transport duidt op erosie.

De berekende netto zandlast S_{netto} (in kg) kan worden omgerekend naar een bodemverandering Δz (m) per jaar volgens:

$$\Delta z = \frac{S_{netto} \times N_j}{\rho_s (1-p) \bar{b} \ell}$$

(6.5)

waarin:

Δz	= bodemverandering per jaar	(m)
S_{netto}	= netto zandlast	(kg)
N_j	= aantal getijperioden per jaar	(-)
ρ_s	= dichtheid van sediment	(kg/m ³)
p	= pakkingsfaktor	(-)
$\bar{b}$	= gemiddelde breedte geul	(m)
l	= lengte geulvak	(m)

Met:

N_j	= 705
ρ_s	= 2650 (kg/m ³)
$\bar{b}$	= $\frac{1}{2}(b_o + b_w) = 1386,5$ (m)
l	= ca. 11 km = 11.000 (m)
p	= 0,4
S_{netto}	= $0,1 \times 10^6$ (kg) voor 1981

volgt:

$$\Delta z = 0,003 \text{ (m)} = 0,3 \text{ cm}$$

Hierbij is uitgegaan van een sterk geschematiseerd geulvak, terwijl tevens is aangenomen dat de erosie over het gehele geulvak gelijkmatig plaatsvindt.

Uit peilingsmetingen over de periode 1971-1980 blijkt dat er ter plaatse van geulvlak en omgeving een jaarlijkse erosie plaats vindt van ca. 20 tot 30 cm [10]. Dit is aanzienlijk groter dan de berekende waarde van 0,3 cm per jaar voor 1981.

6.3 Berekening getijgeïntegreerd zandtransport op basis van metingen

Dezelfde berekening als in de vorige paragraaf wordt ook uitgevoerd op basis van gemeten snelheden.

Voor geul 14, 1981 zijn 13 meetreeksen beschikbaar, bestaande uit halfuurs-waarnemingen en een meetduur van 12½ uur, één getijperiode.

De reeksen worden eerst gesynchroniseerd met betrekking tot de getijfase. Als

eerste term van iedere reeks wordt de middelste vloedterm genomen.

De aldus gesynchroniseerde reeksen worden vervolgens termsgewijs gemiddeld over de 13 reeksen, resulterende in een gemiddelde snelheidsreeks.

Deze gemiddelde reeks dient als basis voor het berekenen van de transporten (6.4).

De integralen worden berekend met de trapeziumregel.

Het resultaat van de berekeningen is:

1981, geul 14

α (tabel 8)	0,3121	-
β (tabel 8)	2,3590	-
b_o (tabel 10)	989	m
b_w (tabel 10)	1784	m
$S_{w,vloed}$ (vgl. (6.4a))	$0,5824 \times 10^7$	kg
$S_{w,eb}$ (vgl. (6.4b))	$0,6568 \times 10^7$	kg
$S_{o,vloed}$ (vgl. (6.4c))	$0,3229 \times 10^7$	kg
$S_{o,eb}$ (vgl. (6.4d))	$0,3641 \times 10^7$	kg
$S_{netto, eb} = S_{o,eb} - S_{w,eb}$ (vgl. (6.2a))	$-0,2927 \times 10^7$	kg
$S_{netto,vloed} = S_{w,vloed} - S_{o,vloed}$ (vgl. (6.2b))	$0,2595 \times 10^7$	kg
$S_{netto} = S_{netto,eb} + S_{netto,vloed}$ (vgl. (6.3))	$-0,3319 \times 10^6$	kg

Het negatieve teken van het netto-transport duidt op erosie.

De zandlast (in kg) omgerekend naar een bodemverandering Δz (m) per jaar gaat volgens formule (6.5) en levert:

$$\Delta z = 0,0097 \text{ (m)} = 0,97 \text{ cm}$$

Dit resultaat is van dezelfde orde-grootte als het resultaat in de vorige paragraaf.

6.4 Nauwkeurighedsanalyse van getij-geïntegreerd zandtransport

Naast de berekende waarde van het getij-geïntegreerde zandtransport dient ook bekend te zijn de nauwkeurigheid van die uitkomst. Een maat voor die nauwkeurigheid is de standaardafwijking. Voor het berekenen van de standaardafwijkingen dient een onderscheid gemaakt te worden tussen het zandtransport, geïntegreerd over een getijfase, dat een geulrand passeert (vergelijking (6.4)) en het netto zandtransport geïntegreerd over de getijfase dat in een geulvlak achterblijft of verdwijnt (vergelijking (6.2)).

6.4.1 Nauwkeurigheid van het zandtransport geïntegreerd over de getijfase

Volgens vergelijking (6.1):

$$\underline{S} = b \int_0^T \underline{s}(t) dt \quad (6.6)$$

De stochastische representatie van $\underline{s}(t)$:

$$\underline{s}(t) = \alpha [\bar{v}(t)]^\beta + \underline{\varepsilon}(t) \quad (6.7)$$

met $\underline{\varepsilon}(t)$ het stochastische karakter dat gedeelte dat niet in het model is meegenomen.

Voor de verwachtingswaarde van $\underline{S}$ geldt:

$$\begin{aligned} E\{\underline{S}\} &= E\left\{b \int_0^T \underline{s}(t) dt\right\} \\ &= b \int_0^T E\{\alpha (\bar{v}(t))^\beta + \underline{\varepsilon}(t)\} dt \\ &= b \int_0^T \alpha (\bar{v}(t))^\beta dt \end{aligned} \quad (6.8)$$

Voor de variantie van $\underline{S}$ geldt:

$$\text{var } \underline{S} = E\{\underline{S}^2\} - [E\{\underline{S}\}]^2$$

Eenvoudig is af te leiden dat geldt:

$$\text{var } \underline{s} = b^2 \int_0^T \int_0^T r_s(t,u) dt du \quad (6.9)$$

met $r_s(t,u)$ de autocovariantie functie van $\underline{s}(t)$.

$$\begin{aligned} r_s(t,u) &= E \{ (\underline{s}(t) - E \underline{s}(t)) (\underline{s}(u) - E \underline{s}(u)) \} \\ &= E \{ \underline{s}(t) \cdot \underline{s}(u) \} \\ &= r_\varepsilon(t,u) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Als $\underline{s}(t)$ een stationair proces is, dan geldt

$$r_\varepsilon(t,u) = r_\varepsilon(t-u)$$

en kan voor (6.9) worden afgeleid:

$$\text{var } \underline{s} = b^2 \int_{-T}^T (T - \tau) r_\varepsilon(\tau) d\tau \quad (6.11)$$

Als $\underline{s}(t)$ niet een stationair proces is, kan de lokaal stationaire benadering worden geprobeerd.

Bij een lokaal stationair proces $\underline{x}(t)$ [9, pp. 358-360] kan voor een autocovariantie functie $r_x(t,u)$ worden geschreven:

$$r_x(t,u) = A^2(t) r_y(t-u) \quad (6.12)$$

waarin:

$r_y(t-u)$ een stationaire autocovariantiefunctie;

$A^2(t)$ een langzaam variërende deterministische functie.

Als $\underline{s}(t)$ lokaal stationair is, kan voor (6.9) worden afgeleid:

$$\text{var } \underline{s} = b^2 \int_0^{T+\tau} A^2(t) dt \int_{-T}^0 r_y(\tau) d\tau + b^2 \int_\tau^T A^2(t) dt \int_0^T r_y(\tau) d\tau \quad (6.13)$$

Merk op dat voor het stationaire geval geldt $A^2(t) = 1$, en (6.13) overgaat in (6.11).

Om var $\underline{S}$ te berekenen kunnen twee methoden worden gevolgd.

In de eerste plaats kan stationariteit worden verondersteld, en voor $r_g(\tau)$ een redelijk lijkende analytische funktie worden genomen, waarna (6.11) analytisch berekend kan worden.

In de tweede plaats kan lokale stationariteit worden verondersteld, en $A^2(t)$ geschat worden, waarna de uitdrukking (6.13) wordt berekend.

Beide methoden zijn gehanteerd en worden hieronder nader beschreven.

6.4.1.1 Stationaire, analytische benadering

Om een analytische uitdrukking voor $r_g(\tau)$ te kunnen geven, dient de vorm ervan bekend te zijn. Daarom worden van een aantal residu-reeksen de autocovariantiefunkties berekend. Deze residureeksen zijn op te vatten als realisaties van het stochastische proces $g(t)$.

De residureeks wordt gevormd door de reeks

$$e_i = s_i - \alpha \bar{v}_i \beta \quad (6.14)$$

waarin: e_i de residuterm

s_i het waargenomen zandtransport

$\bar{v}_i$ de waargenomen gemiddelde snelheid.

Een residureeks wordt berekend voor één enkele meetdag in een bepaalde geul. Voor geul 14, 1981 zijn 13 meetreeksen beschikbaar, bestaande uit halfuurs-waarnemingen en een meetduur van 12½ uur. Voor deze reeksen zijn de residuen berekend en de autocovariantiefunkties en autocorrelatiefunkties van de residuen. Vervolgens zijn de 13 autocovariantiefunkties gemiddeld. De resulterende autocovariantiefunctie, een soort ensemble-gemiddelde, is een goede schatting voor de werkelijke autocovariantiefunctie.

In de figuren 5a tot en met 5c zijn de 13 autocorrelatiefunkties en de gemiddelde autocovariantiefunctie weergegeven. De autocorrelatiefunkties zijn de genormeerde autocovariantiefunkties, die per definitie alleen waarden tussen -1 en +1 aannemen, maar wel hetzelfde verloop hebben als de autocovariantiefunkties. Ten behoeve van een duidelijke weergave van het verloop van de autocovariantiefunkties zijn de autocorrelatiefunkties geplott.

Op grond van de gevonden gemiddelde autocovariantiefunctie wordt een analytische uitdrukking gekozen van de vorm:

$$r_g(\tau) = p e^{-a \tau} \cos 2\pi f \tau \quad (6.15)$$

Dit model wordt gefit op de berekende gemiddelde autocovariantiefunctie, en de parameters p , a en f worden geschat met een kleinste kwadratenmethode.

Substitutie van (6.15) in (6.11) levert:

$$\begin{aligned} \text{var } S &= 2 b^2 p \int_0^T (T-\tau) e^{-a\tau} \cos 2\pi f \tau \, d\tau \\ &= 2 b^2 T p \int_0^T e^{-a\tau} \cos 2\pi f \tau \, d\tau - 2b^2 p \int_0^T \tau e^{-a\tau} \cos 2\pi f \tau \, d\tau \end{aligned}$$

Uitwerken van deze bepaalde integralen levert:

$$\begin{aligned} \text{var } S &= 2b^2 p T \left[\frac{e^{-aT}}{a^2 + 4\pi^2 f^2} (-a \cos 2\pi f T + 2\pi f \sin 2\pi f T) + \frac{a}{a^2 + 4\pi^2 f^2} \right] \\ &\quad - 2b^2 p \left[\frac{T e^{-aT}}{a^2 + 4\pi^2 f^2} (-a \cos 2\pi f T + 2\pi f \sin 2\pi f T) \right. \\ &\quad \left. - \frac{e^{-aT}}{(a^2 + 4\pi^2 f^2)} [(a^2 - 4\pi^2 f^2) \cos 2\pi f T - 4a\pi f \sin 2\pi f T] + \frac{a^2 - 4\pi^2 f^2}{(a^2 + 4\pi^2 f^2)^2} \right] \quad (6.16) \end{aligned}$$

De uitdrukking (6.16) kan worden berekend. Voor de parameters p , a en f zijn de volgende waarden gevonden:

$$\begin{aligned} p &= 0,144 \\ a &= 0,477 \\ f &= 0,076 \end{aligned} \quad (6.17)$$

De tijdbasis is 1800 s (meetinterval). Er wordt geïntegreerd over één getijfase (T), dus $T = 12\frac{1}{2} \times 1800 = 22500$ s.

De dimensie van $r_g(\tau)$ is $\text{kg}^2/\text{m}^2\text{s}^2$, dus dat is ook de dimensie van p . Om dit in overeenstemming te brengen met de tijdbasis van 1800 s, dient de berekende p in (6.17) te worden vermenigvuldigd met 1800^2 .

Voor Var S wordt gevonden voor de oostrand resp. westrand de waarden $0,119 \times 10^{14}$ en $0,387 \times 10^{14}$ (kg^2). Dat zijn standaardafwijkingen van $0,345 \times 10^7$ en $0,622 \times 10^7$ (kg).

Wanneer in (6.15) $\tau = 0$ wordt gekozen, dan:

$$r_e(o) = \text{var } \epsilon = p$$

De variantie van alle residuen (ϵ) van geul 14, 1981 wordt berekend, resulterend in $p = 0,151$. Als voor p deze waarde wordt genomen en a en f geschat met een kleinste kwadratenmethode, dan levert dat:

$$p = 0,151 \text{ (vast)}$$

$$a = 0,522$$

(6.18)

$$f = 0,077$$

Het verschil met (6.17) is gering.

De bijbehorende waarden voor var S voor oostrand resp. westrand zijn: $0,122 \times 10^{14}$ en $0,396 \times 10^{14}$ (kg^2). Dat zijn standaardafwijkingen van $0,349 \times 10^7$ en $0,629 \times 10^7$ (kg). Dit is weinig verschillend van de bovengenoemde resultaten.

Gekombineerd met de resultaten van paragraaf 6.2.2 is er het volgende resultaat:

geul 14, 1981	S (kg)	standaardafwijking	
		(kg)	(%)
westrand, vloed	$0,813 \times 10^7$	$0,622 \times 10^7$	76,5
westrand, eb	$0,806 \times 10^7$	$0,622 \times 10^7$	77,2
oostrand, vloed	$0,482 \times 10^7$	$0,345 \times 10^7$	71,6
oostrand, eb	$0,465 \times 10^7$	$0,345 \times 10^7$	74,2

6.4.1.2 Lokaal stationaire benadering

Bij een lokaal stationair proces wordt verondersteld dat de autocovariantiefunctie $r(t,u)$ geschreven kan worden als:

$$r(t,u) = A^2(t) r_y(t-u) \quad (6.19)$$

waarin: $A^2(t)$ een langzaam variërende deterministische functie
 $r_y(t-u)$ een stationaire autocovariantiefunctie.

Dit houdt in dat de functie $A(t)$ het deterministische gedeelte van het signaal bevat.

De functie $A(t)$ is te schatten door het ensemble-gemiddelde (van de residuen) te berekenen, daarmee wordt n.l. het stochastische karakter uitgemiddeld.

In de praktijk beschikt men in het algemeen slechts over één realisatie (waarneming); de functie $A(t)$ kan dan worden geschat als de mean square value.

In het geval geul 14, 1981 zijn echter 13 meetreeksen beschikbaar, halfuurswaarnemingen met een totale meetduur van 12½ uur, één getijperiode.

Hierdoor kan een goede schatting van het ensemble-gemiddelde worden berekend.

De residureeksen van de dertien meetreeksen worden berekend. Aangezien aangenomen kan worden dat de residuen afhankelijk zijn van de getijfase, moeten de residureeksen met betrekking tot het getij in fase zijn. Als eerste term van iedere reeks wordt genomen die residuterm horend bij de middelste vloedterm in de meetreeks. De aldus gesynchroniseerde residureeksen worden vervolgens termsgewijs gemiddeld over de dertien reeksen, resulterend in een gemiddelde residureeks die een schatting is voor het deterministische gedeelte van het signaal.

De dertien residureeksen en de gemiddelde residureeks staan weergegeven in figuren 6 a tot en met g.

De gemiddelde residureeks vertoont 2 toppen, die 6½ uur uiteenliggen, dat is een halve getijperiode. Daar de residureeksen starten bij maximale vloedstroom, corresponderen deze twee toppen met afnemende vloedstroom en afnemende ebstroom. De gemiddelde residureeks is minimaal bij maximale vloedstroom en maximale ebstroom.

De gevonden gemiddelde residureeks wordt genomen als schatting voor de deterministische functie $A(t)$. Dit deterministische gedeelte wordt nu uit de residuen gehaald door elke residuterm te delen door de corresponderende $A(t)$ -term. Van de aldus ontstane reeksen worden de autocovariantiefuncties berekend en vervolgens gemiddeld. De resulterende gemiddelde autocovariantiefunctie $r_y(\tau)$ dient als schatting voor de werkelijke autocovariantiefunctie.

Met de aldus gevonden schatting van $A(t)$ en $r_y(\tau)$ worden de integralen in (6.13) berekend. Voor var S wordt gevonden voor de oostrand resp. de westrand de waarden $0,221 \times 10^{14}$ en $0,720 \times 10^{14}$ (kg^2). Dat zijn standaardafwijkingen voor $0,470 \times 10^7$ en $0,848 \times 10^7$ (kg).

Wanneer in de bovenstaand gevonden gemiddelde residureeks $A(t)$ een smoothing wordt toegepast volgens:

$$A'(t) = \frac{1}{3} \{A(t-1) + A(t) + A(t+1)\} \quad (6.20)$$

$$t = 2, 3, \dots, 25$$

en $A'(t)$ en $A'(26)$ worden berekend via een lineair extrapolatie uit $A'(2)$ en $A'(3)$, resp. $A'(24)$ en $A'(25)$, en bovenstaande berekening wordt herhaald, dan worden voor var S de waarden gevonden voor de oostrand resp. de westrand $0,204 \times 10^{14}$ en $0,665 \times 10^{14}$ (kg^2). Dat zijn standaardafwijkingen van $0,452 \times 10^7$ en $0,816 \times 10^7$ (kg).

Het verschil met bovenstaand resultaat is gering.

Gekombineerd met de resultaten van paragraaf 6.2.2 is er het volgende resultaat:

geul 14, 1981	S (kg)	Standaardafwijking	
		(kg)	%
westrand, vloed	$0,813 \times 10^7$	$0,848 \times 10^7$	104,3
westrand, eb	$0,806 \times 10^7$	$0,848 \times 10^7$	105,2
oostrand, vloed	$0,482 \times 10^7$	$0,470 \times 10^7$	97,5
oostrand, eb	$0,465 \times 10^7$	$0,470 \times 10^7$	101,1

6.4.2 Nauwkeurigheid netto zandtransport per getijfase voor een geulvak

Beschouw een gekombineerd netto-transport van de vorm (6.2):

$$\underline{S}_{\text{netto, getijfasen}} = \underline{S}_1 - \underline{S}_2 \quad (6.21)$$

met $\underline{S}_1$ en $\underline{S}_2$ zandtransporten geïntegreerd over de getijfase op de geulrand, zoals beschreven in paragraaf (6.3.1):

$$\underline{S}_1 = b_1 \int_0^T (\alpha (\bar{v}_1(t))^\beta + \varepsilon_1(t)) dt$$

$$\underline{S}_2 = b_2 \int_0^T (\alpha (\bar{v}_2(t))^\beta + \varepsilon_2(t)) dt$$

Voor de verwachtingswaarde van $\underline{S}_{\text{netto, getijfase}}$ geldt:

$$\begin{aligned} E \underline{S}_{\text{netto, getijfase}} &= E(\underline{S}_1 - \underline{S}_2) \\ &= E \underline{S}_1 - E \underline{S}_2 \end{aligned}$$

Voor de variantie van $\underline{S}_{\text{netto, getijfase}}$ geldt:

$$\begin{aligned} \text{var } \underline{S}_{\text{netto, getijfase}} &= E (\underline{S}_1 - \underline{S}_2)^2 - [E \{\underline{S}_1 - \underline{S}_2\}]^2 \\ &= \text{var } \underline{S}_1 + \text{var } \underline{S}_2 - 2 \text{cov } \underline{S}_1 \underline{S}_2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Eenvoudig is af te leiden dat geldt:

$$\text{cov } \underline{S}_1 \underline{S}_2 = b_1 b_2 \int_0^T \int_0^T r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(t, u) dt du \quad (6.23)$$

met $r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(t, u)$ de kruiscovariantiefunctie van $\varepsilon_1(t)$ en $\varepsilon_2(u)$.

Als $\varepsilon_1(t)$ en $\varepsilon_2(u)$ stationaire processen zijn, dan geldt:

$$r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(t, u) = r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(t - u)$$

en kan voor (6.23) worden afgeleid:

$$\text{cov} \underline{S}_1 \underline{S}_2 = b_1 b_2 \int_{-T}^0 (T + \tau) r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\tau) d\tau + b_1 b_2 \int_0^T (T - \tau) r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\tau) d\tau \quad (6.24)$$

Bij lokale stationariteit wordt aangenomen dat geldt:

$$r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(t, u) = A^2(t) r_{xy}(t - u) \quad (6.25)$$

waarin $A^2(t)$ een langzaam variërende deterministische functie

$r_{xy}(t - u)$ een stationaire kruiscovariantiefunctie

Voor (6.23) kan dan worden afgeleid:

$$\text{cov} \underline{S}_1 \underline{S}_2 = b_1 b_2 \int_0^{T+\tau} A^2(t) dt \int_{-T}^0 r_{xy}(\tau) d\tau + b_1 b_2 \int_{\tau}^T A^2(t) dt \int_0^T r_{xy}(\tau) d\tau \quad (6.26)$$

Analoog aan paragraaf 6.3.1 kunnen voor de berekening van $\text{cov} S_1 S_2$ twee methoden worden gevolgd.

In de eerste plaats kan stationariteit worden verondersteld, en voor $r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\tau)$ een redelijk lijkende analytische functie worden genomen, waarna (6.24) analytisch wordt opgelost.

In de tweede plaats kan lokale stationariteit worden aangenomen, en de functie $A^2(t)$ geschat worden, waarna de uitdrukking (6.26) wordt berekend.

Beide methoden zijn gehanteerd, en worden hieronder nader beschreven.

6.4.2.1 Stationaire, analytische benadering

Om een analytische uitdrukking voor $r_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\tau)$ te kunnen geven, dient de vorm ervan bekend te zijn. Daarom worden van een aantal residureeksen de kruiscovariantiefuncties berekend. Hiervoor zijn simultane reeksen nodig, en wel op de beide randen van het beschouwde geulvak. Voor geul 14 zijn er op de randen geen simultane metingen beschikbaar. Wel zijn er een aantal simultane metingen in het midden van geulvak 14 enerzijds, en aan de oostrand van geulvak 15 anderzijds. De onderlinge afstand tussen deze twee punten is ongeveer even groot als de lengte van geulvak 14. Op grond van deze simultane metingen wordt

een kruiscovariantiefunctie berekend, die als geldend voor geulvak 14 wordt verklaard.

Het betreft zes paren van waarnemingsreeksen uit de periode 1971 tot en met 1975. Vier ervan bestaan uit uurswaarnemingen, de overige twee uit driekwartierswaarnemingen. Waar nodig is lineaire interpolatie toegepast om de meetpunten in de tijd te doen samenvallen.

Van de zes paren meetreeksen zijn de residureeksen bepaald, en daarvan zijn de kruiscovariantiefunctie en kruiscorrelatiefunctie berekend. De twee kruiscorrelatiefuncties en kruisvariantiefuncties met tijdsverschillen ("lags") in eenheden van drie kwartier, zijn via lineaire interpolatie omgerekend naar "lags" in eenheden van uren. Daarna zijn de zes kruiscovariantiefuncties gemiddeld. De zes kruiscorrelatiefuncties en de gemiddelde kruiscovariantiefunctie zijn weergegeven in figuur 7.a en b.

Op grond van de gevonden gemiddelde kruiscovariantiefunctie wordt een analytische uitdrukking gekozen van dezelfde vorm als (6.15):

$$r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(\tau) = p e^{-a \tau} \cos 2\pi f \tau \quad (6.27)$$

Dit model wordt gefit op de berekende gemiddelde kruiscovariantiefunctie, en de parameters a en f worden geschat met een kleinste kwadratenmethode, terwijl voor p de waarde van $r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(0)$ wordt genomen.

Dit geeft de waarden:

$$\begin{aligned} p &= 0,433 \\ a &= 0,224 \\ f &= 0,186 \end{aligned} \quad (6.28)$$

In (6.24) wordt $r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(\tau)$ ook voor negatieve τ vereist. De kruiscovariantiefunctie is geen even functie maar er geldt wel:

$$r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(-\tau) = r_{\epsilon_2 \epsilon_1}(\tau) \quad (6.29)$$

$r_{\epsilon_2 \epsilon_1}(\tau)$ wordt op dezelfde wijze als hierboven beschreven berekend. De zes kruiscorrelatiefuncties en de gemiddelde kruiscovariantiefunctie zijn weergegeven in figuur 7.c en d.

Ook deze gemiddelde kruiscovariantiefunctie is van de vorm (6.15):

$$r_{\epsilon_2 \epsilon_1}(\tau) = p_0 e^{-a_0 \tau} \cos 2\pi f_0 \tau \quad (6.30)$$

De parameters a_0 en f_0 worden geschat met een kleinste kwadratenmethode, en voor p_0 wordt de waarde $r_{\epsilon_2 \epsilon_1}(0)$ genomen. Dit levert:

$$\begin{aligned} p_0 &= 0,433 \\ a_0 &= 0,114 \\ f_0 &= 0,150 \end{aligned} \quad (6.31)$$

De uitdrukking (6.30) levert dan waarden voor $r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(\tau)$ voor negatieve waarden van τ .

Met behulp van de analytische uitdrukking (6.27) en (6.30) kan (6.23) worden uitgewerkt. Aangezien (6.27) en (6.30) van dezelfde vorm zijn als (6.15) levert in beide gevallen de uitgewerkte integraal een oplossing van de vorm (6.16), met het enige verschil dat voor $2b^2$ in (6.16) moet worden gelezen $b_1 b_2$. Uitwerking levert een covariantie van $0,190 \times 10^{14} \text{ (kg}^2\text{)}$.

Gekombineerd met de resultaten uit paragraaf 6.2.2 en 6.3.1.1 levert (6.22):

geul 14, 1981	$S_{\text{netto, getijfase}}$ (kg)	variantie (kg ²)	standaard afwijking (kg)
eb	$-0,341 \times 10^7$	$0,126 \times 10^{14}$	$0,355 \times 10^7$
vloed	$0,331 \times 10^7$	$0,126 \times 10^{14}$	$0,355 \times 10^7$

De totale nettozandlast is (vgl. (6.3)):

$$S_{\text{netto}} = S_{\text{netto, eb}} + S_{\text{netto, vloed}} \quad (6.3)$$

Wanneer we veronderstellen dat $S_{\text{netto, eb}}$ en $S_{\text{netto, vloed}}$ onderling onafhankelijk zijn, dan geldt:

$$\text{var } \underline{S}_{\text{netto}} = \text{var } \underline{S}_{\text{netto},\text{eb}} + \text{var } \underline{S}_{\text{netto},\text{vloed}} \quad (6.32)$$

Samen met het voorgaande levert dat:

geul 14, 1981	$\underline{S}_{\text{netto}}$ (kg)	variantie (kg ²)	standaard- afwijking (kg)
eb + vloed	$-0,10 \times 10^6$	$0,252 \times 10^{14}$	$0,502 \times 10^7$

Gekombineerd met de in paragraaf 6.2 berekende bodemverandering Δz dus:

$$\Delta z = -0,3 \pm 15 \text{ cm}$$

6.4.2.2 Lokaal stationaire benadering

Bij de lokaal stationaire benadering wordt verondersteld dat de kruiscovariantiefunctie $r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(t, u)$ geschreven kan worden als:

$$r_{\epsilon_1 \epsilon_2}(t, u) = A^2(t) r_{xy}(t-u) \quad (6.33)$$

waarin: $A^2(t)$ een langzaam variërende deterministische functie

$r_{xy}(t-u)$ een stationaire kruiscovariantiefunctie

Analoog aan paragraaf 6.3.2.1 wordt ook hier $A^2(t)$ geschat via middeling van een aantal residureeksen. De zes beschikbare simultane residureeksen worden op eendere wijze in fase gebracht m.b.t. het getij. Ieder paar simultane reeksen wordt vervangen door zijn produktreeks, en de zes produktreeksen worden vervolgens termsgewijs gemiddeld. Deze gemiddelde reeks wordt genomen als schatting voor de deterministische functie $A^2(t)$.

Iedere residureeks wordt nu gedeeld door $A(t)$, en van de resulterende reeksen worden de kruiscovariantiefuncties berekend en gemiddeld. Deze gemiddelde

kruisvariantiefunctie dient als schatting voor de werkelijke kruiscovariantiefunctie.

Met de aldus gevonden schattingen voor $A^2(t)$ en $r_{xy}(\tau)$ worden de integralen in (6.26) berekend. Dit levert voor $\text{cov } \underline{S}_1 \underline{S}_2$ een waarde van $0,708 \times 10^{13} \text{ (kg}^2\text{)}$.

Gekombineerd met de resultaten uit paragraaf 6.2.2 en 6.3.1.2 levert (6.22):

geul 14, 1981	$S_{\text{netto, getijfase}}$ (kg)	variantie (kg ²)	standaard- afwijking (kg)
eb	$-0,341 \times 10^7$	$0,798 \times 10^{14}$	$0,894 \times 10^7$
vloed	$0,331 \times 10^7$	$0,798 \times 10^{14}$	$0,894 \times 10^7$

De totale netto-zandlast is (vgl. 6.3)):

$$\dot{S}_{\text{netto}} = S_{\text{netto, eb}} + S_{\text{netto, vloed}} \quad (6.3)$$

Wanneer we veronderstellen dat $\underline{S}_{\text{netto, eb}}$ en $\underline{S}_{\text{netto, vloed}}$ onderling onafhankelijk zijn, dan geldt:

$$\text{var } \underline{S}_{\text{netto}} = \text{var } \underline{S}_{\text{netto, eb}} + \text{var } \underline{S}_{\text{netto, vloed}} \quad (6.32)$$

Samen met het voorgaande levert dit:

geul 14, 1981	S_{netto} (kg)	variantie (kg ²)	standaard- afwijking (kg)
eb + vloed	$-0,10 \times 10^6$	$0,160 \times 10^{15}$	$0,126 \times 10^8$

Gekombineerd met de in paragraaf 6.2 berekende bodemverandering Δz resulteert dit in:

$$\Delta z = -0,3 \pm 35 \text{ om (1981)}$$

6.5 Slotbeschouwing

In de vorige paragraaf is de stationaire en de lokaal stationaire methode gebruikt om de netto-zandlast en daarmee de bodemveranderingen te berekenen. Welke van deze twee methoden verdient nu de voorkeur?

Bij de stationaire benadering wordt verondersteld dat de residuen stationair zijn. Dat is niet het geval; dat blijkt als de dertien residu-reeksen worden gemiddeld: er resulteert een tijdsafhankelijke komponent. Dit houdt in dat het resultaat van de stationaire benadering niet betrouwbaar is.

Bij de lokaal stationaire benadering wordt uitgegaan van een multiplicatief model, waarbij het residu wordt gezien als het produkt van een tijdsafhankelijke komponent en een stationair proces. De tijdsafhankelijke komponent komt duidelijk naar voren bij de middeling van de 13 residu-reeksen. Niet is nagegaan of het multiplicatieve model juist is. Daar echter de aanname van stationariteit niet betrouwbaar is, verdient de lokaal stationaire benadering de voorkeur.

Opgemerkt wordt dat de onnauwkeurigheid bij de lokaal stationaire benadering groter is dan bij de stationaire benadering, terwijl de lokaal stationaire benadering betrouwbaarder wordt geacht dan de stationaire, en men dus zou verwachten dat dan de onnauwkeurigheid kleiner zou zijn.

Dit is waarschijnlijk het gevolg van het multiplikatieve model. Alle residu-terms worden gedeeld door de korresponderende $A(t)$ -term. Deze wordt in een aantal gevallen erg klein, wat in de resulterende reeks hoge waarden oplevert. Dit zou kunnen worden voorkomen door de residu-terms niet te delen door $A(t)$, maar door bijvoorbeeld $(1 + A(t))$ of $(1 + A(t) - \text{gem. } A(t))$, of algemeen $(\text{konst.} + A(t))$. Delen door (bijna) nul wordt daarmee voorkomen.

Het model is dan:

$$r_e(t,u) = (\text{konst.} + A(t))^2 r_x(t-u)$$

waarin: $r_e(t,u)$ de autocovariantiefunctie van het residu
 $r_x(t-u)$ een stationaire autocovariantiefunctie
 $(\text{konst.} + A(t))^2$ een langzaam variërende, deterministische functie.

Dit is vergelijkbaar met vgl. (6.12), dus nog steeds een lokaal stationair model.

Het verdient aanbeveling die berekeningen uit te voeren, en de invloed van de keuze van de konstante na te gaan.

Voor de onnauwkeurigheden van de berekende transporten zijn er dus de volgende resultaten:

Zandtransport geïntegreerd over één getijfase:

geul 14, 1981	S_{netto} (kg)	Standaardafwijking	
		(kg)	%
westrand, vloed	$0,813 \times 10^7$	$0,848 \times 10^7$	104,3
westrand, eb	$0,806 \times 10^7$	$0,848 \times 10^7$	105,2
oostrand, vloed	$0,482 \times 10^7$	$0,470 \times 10^7$	97,5
oostrand, eb	$0,465 \times 10^7$	$0,470 \times 10^7$	101,1

Zandtransport per getijfase voor een geulvak:

geul 14, 1981	$S_{\text{netto, getijfase}}$ (kg)	variantie (kg ²)	standaard- afwijking (kg)
eb	$-0,341 \times 10^7$	$0,798 \times 10^{14}$	$0,894 \times 10^7$
vloed	$0,331 \times 10^7$	$0,798 \times 10^{14}$	$0,894 \times 10^7$

Gesommeerd is dat:

geul 14, 1981	S_{netto} (kg)	variantie (kg ²)	standaard- afwijking (kg)
eb + vloed	$-0,10 \times 10^6$	$0,160 \times 10^{15}$	$0,126 \times 10^8$

Resultierend in een bodemverandering:

$$\Delta z = -0,3 \pm 35 \text{ om/jaar (1981)}$$

De onnauwkeurigheid van de berekende bodemverandering is erg groot, zeker als in aanmerking wordt genomen dat de gebruikte zandtransportformules voor vak 14 (1981) redelijk voldoen, althans voor vloed (figuur 2e).

De gemeten erosie van ca. 20-30 om per jaar ligt binnen het onnauwkeurigheidsgebied.

Op basis van deze resultaten moet worden gekonkludeerd dat een zandtransport-model van de Westerschelde opgezet volgens de thans beschikbare kennis weinig of geen voorspellende waarde zal hebben.

Verbetering hierin is wellicht mogelijk door een nauwkeuriger schatting van de covariantie-term. Deze levert als enige een negatieve bijdrage bij de berekening van de standaardafwijking van de netto-zandlast in een geulvak. Het is daarom belangrijk hier een goede schatting te hebben. Daarvoor zijn op de randen van het geulvak simultane metingen nodig. De voorkeur gaat daarbij uit naar halfuurs- (of kwartiers-) waarnemingen, in plaats van de drie-kwartiers- en uurs-waarnemingen die nu beschikbaar waren. Tevens dienen de metingen in één jaar een aantal malen uitgevoerd te worden (vergelijk met de 13 metingen in 1981 bij de berekening van de variantie-termen), en niet uitgesmeerd over een aantal jaren, zoals nu het geval was bij de beschikbare gegevens.

REFERENTIES

- [1] Bakker, W.T., Het projekt "Nauwes", Rijkswaterstaat, Directie Waterhuishouding en Waterbeweging, Distrikt Kust en Zee, Adviesdienst Vlissingen, Notitie WWKZ-82. V298a, augustus 1982.
- [2] Nie, N.H. et al., SPSS, Statistical package for the social sciences, 2nd edition. McGraw-Hill, Inc., New York, 1975.
- [3] Hull, C.H., Nie, N.H., SPSS UPDATE 7-9, New procedures and facilities for releases 7-9. McGraw-Hill Inc., New York, 1981.
- [4] SPSS REGRESSION Reference, SPSS Document No. 414, December 1981.
- [5] Sokal, R.S., F.J. Rohlf; Biometry. W.H. Freeman and company, San Francisco, 1969.
- [6] Neter, J., W. Wasserman; Applied linear statistical models. Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois, 1974.
- [7] Bakker, W.T., Hoe te komen tot een zandtransport model voor de Westerschelde, Notitie WWKZ-82.V 203b, Adviesdienst Vlissingen, Distrikt Kust en Zee, Directie Waterhuishouding en Waterbeweging, Rijkswaterstaat, Augustus 1981.
- [8] Box, G.E.P., A general distribution theory for a class of likelihood criteria. Biometrika, vol. 36, pp. 317-346, 1949.
- [9] Bendat, J.S., A.G. Piersol, Random data: analysis and measurement procedures. John Wiley & Sons, New York, 1971.
- [10] Adviesdienst Vlissingen van Rijkswaterstaat. Inhoudsverandering en zandbalans Westerschelde op basis van vroeger over de periode 1878 - 1971/72 en recent over de periode 1971/1972 - 1980 uitgevoerde berekeningen. Nota WWKZ-83.V003, Januari 1983.

geul.	jaar											
	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
1		14					16			112		
2	10	18		26			15					
3	5	8	8	11								
4						23						
5				11			17					
6				7								
7						14						
8	15					10						
9	11						47				14	
10												
11							26					
12												
13						163			8	77		
14	69	12	33	120	60	70			117	73	9	376
15		9	55		29	126	32					

Tabel 1 Overzicht aantallen waarnemingen per geul en per jaar

getij- periode	geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
vloed	1	71	-2.1106	2.2965	.1212	2.2965	.6460	1.4342	5
vloed	1	76	-3.1220	.5167	.0441	.5167	.3101	.2487	5
vloed	1	79	-.4201	1.2720	.6570	1.2720	.1119	.0971	51
vloed	2	70	-1.8834	1.6358	.1521	1.6358	.2916	.4683	10
vloed	2	71	-1.6512	1.6106	.1918	1.6106	.2250	.7095	5
vloed	2	73	-1.1043	2.1602	.3314	2.1602	.2227	.3828	16
vloed	2	76	-1.8450	1.5026	.1580	1.5026	.2262	.4171	9
vloed	3	70	-.0175	2.5826	.9827	2.5826	.7313	1.7431	3
vloed	3	71	.2076	2.2713	1.2307	2.2713	.4190	1.2586	4
vloed	3	72	-1.2069	2.3925	.2991	2.3925	1.7083	3.8737	3
vloed	3	73	-1.9801	1.7724	.1381	1.7724	.3339	.6306	5
vloed	4	75	-.0512	2.2645	.9501	2.2645	.2817	.6591	21
vloed	5	73	-.7232	1.9346	.4852	1.9346	.5341	.5157	7
vloed	5	76	-.0372	1.8504	.9635	1.8504	.4461	.6509	9
vloed	6	73	.6737	2.6119	1.9615	2.6119	2.0103	1.9190	3
vloed	7	75	.3776	3.4153	1.4588	3.4153	.7551	1.1605	14
vloed	8	70	-1.5961	1.6027	.2027	1.6027	.3096	.5561	9
vloed	8	75	.2178	2.3313	1.2433	2.3313	.1555	.3347	10
vloed	9	70	-.5370	2.4329	.5845	2.4329	.9978	1.3021	5
vloed	9	76	-1.7847	.2478	.1678	.2478	.3635	.6856	21
vloed	9	80	-2.7412	1.3751	.0645	1.3751	1.7156	1.2146	6
vloed	11	76	-2.0147	1.1423	.1334	1.1423	.3292	.8856	12
vloed	13	75	-1.1277	2.7065	.3238	2.7065	.1137	.2495	139
vloed	13	78	-.7698	3.5834	.4631	3.5834	.3890	.6906	8
vloed	13	79	-.0224	3.5856	.9778	3.5856	.1456	.2481	53
vloed	14	70	-.6466	3.2736	.5238	3.2736	.2056	.4199	37
vloed	14	71	-1.8003	1.7681	.1652	1.7681	.4301	1.2170	5
vloed	14	72	-.6107	2.2402	.5430	2.2402	.1341	.3831	15
vloed	14	73	-.5364	2.3994	.5848	2.3994	.1159	.2740	59
vloed	14	74	-.6490	2.9857	.5226	2.9857	.1347	.2288	35
vloed	14	75	-.3673	2.6303	.6926	2.6303	.1721	.3241	30
vloed	14	78	-.0624	2.8480	.9395	2.8480	.1292	.2334	65
vloed	14	79	-.3451	1.2393	.7081	1.2393	.1975	.2920	38
vloed	14	80	-.5834	5.0544	.5580	5.0544	.1646	.4609	9
vloed	14	81	-1.1351	2.4652	.3214	2.4652	.0903	.1123	183
vloed	15	71	-1.6350	1.7294	.1950	1.7294	.5228	.9232	5
vloed	15	72	.2911	1.8738	1.3379	1.8738	.1872	.4221	14
vloed	15	74	-.1998	2.4349	.8189	2.4349	.1898	.4844	17
vloed	15	75	-1.2022	2.1463	.3005	2.1463	.1925	.2000	56
vloed	15	76	-2.1030	1.2654	.1221	1.2654	.4800	.6143	13
eb	1	71	-2.6378	.7421	.0715	.7421	.4029	.5890	9
eb	1	76	-1.1588	3.1883	.3139	3.1883	.3013	.7647	11
eb	1	79	-.7773	1.1877	.4596	1.1877	.1142	.1408	61
eb	2	71	-1.4055	1.8817	.2452	1.8817	.1460	.1910	13
eb	2	73	-1.0770	2.6387	.3406	2.6387	.2084	.3501	10
eb	2	76	-.4381	4.2399	.6453	4.2399	.1426	.4847	6
eb	3	71	.5108	1.7527	1.6666	1.7527	.5352	.9304	4
eb	3	72	-1.0229	2.1233	.3596	2.1233	.8656	1.6490	5
eb	3	73	-3.1006	.4401	.0450	.4401	1.0720	1.0804	6
eb	5	73	.1243	3.7439	1.1324	3.7439	.7747	1.1864	4
eb	5	76	-.5606	1.8234	.5709	1.8234	.3475	1.0048	8
eb	6	73	.6597	2.6664	1.9342	2.6664	.1999	.8228	4

Tabel 2 Resultaten gewogen regressie-analyse

getij- periode	geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
eb	8	70	-1.8683	1.0449	.1544	1.0449	.4560	.6764	6
eb	9	70	-.4086	2.8181	.6646	2.8181	.3389	.6401	6
eb	9	76	-.4961	2.2459	.6089	2.2459	.3807	.3330	26
eb	9	80	-.9352	2.7304	.3925	2.7304	.6563	.7980	8
eb	11	76	-.4603	3.3903	.6311	3.3903	.5419	.7042	14
eb	13	75	-.9922	3.3143	.3708	3.3143	.2068	.5789	24
eb	13	79	-.1109	2.6621	.8950	2.6621	.1542	.2013	24
eb	14	70	-.4189	2.6635	.6578	2.6635	.1586	.3648	32
eb	14	71	-1.5407	1.8317	.2142	1.8317	.3366	.4268	7
eb	14	72	-.2900	1.6741	.7483	1.6741	.2078	.4565	18
eb	14	73	-.9269	2.1151	.3958	2.1151	.0723	.1709	61
eb	14	74	-.4628	2.6906	.6295	2.6906	.1126	.2006	25
eb	14	75	-.3837	2.6059	.6813	2.6059	.1418	.2384	40
eb	14	78	-.0085	2.7681	.9915	2.7681	.1045	.1725	52
eb	14	79	.1521	1.5887	1.1643	1.5887	.2307	.4219	35
eb	14	81	-1.2155	2.1880	.2966	2.1880	.0910	.1389	193
eb	15	71	-2.8113	1.4436	.0601	1.4436	.6720	.6739	4
eb	15	72	-.0999	2.6865	.9049	2.6865	.1282	.4197	41
eb	15	74	-.0241	1.6614	.9762	1.6614	.1590	.3350	12
eb	15	75	-1.7324	1.4851	.1769	1.4851	.1720	.2348	70
eb	15	76	-2.0804	2.2265	.1249	2.2265	.4277	.6913	19

Tabel 2 (vervolg)

getij- periode	geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
vloed	1	71	-2.0967	2.3368	.1229	2.3368	.5774	1.1720	5
vloed	1	76	-3.1217	.5174	.0441	.5174	.3210	.3419	5
vloed	1	79	-.4410	1.2699	.6434	1.2699	.1362	.1003	51
vloed	2	70	-1.9428	1.4556	.1433	1.4556	.2841	.3873	10
vloed	2	71	-1.6888	1.5160	.1847	1.5160	.2528	.7630	5
vloed	2	73	-1.1567	2.1133	.3145	2.1133	.2362	.3506	16
vloed	2	76	-1.8880	1.3922	.1514	1.3922	.2305	.3771	9
vloed	3	70	-.1001	2.3684	.9047	2.3684	.8886	2.1825	3
vloed	3	71	.2161	2.1806	1.2412	2.1806	.4053	1.2107	4
vloed	3	72	-1.2069	2.3925	.2991	2.3925	1.7083	3.8737	3
vloed	3	73	-2.0775	1.6457	.1252	1.6457	.3393	.5024	5
vloed	4	75	-.0792	2.2069	.9239	2.2069	.3248	.6580	21
vloed	5	73	-1.0875	1.7081	.3371	1.7081	.6593	.5294	7
vloed	5	76	-.1708	1.7103	.8430	1.7103	.5038	.5903	9
vloed	6	73	.2716	2.3128	1.3121	2.3128	2.3427	2.0889	3
vloed	7	75	.2191	3.2027	1.2450	3.2027	.8303	1.1324	14
vloed	8	70	-1.6151	1.5573	.1989	1.5573	.3244	.5050	9
vloed	8	75	.1978	1.9938	1.2187	1.9938	.2022	.3986	10
vloed	9	70	-.6296	2.2346	.5328	2.2346	1.1602	1.2807	5
vloed	9	76	-1.7566	.3021	.1726	.3021	.3705	.6099	21
vloed	9	80	-2.7412	1.3751	.0645	1.3751	1.7157	1.2146	6
vloed	11	76	.0019	3.7136	1.0019	3.7136	.4974	.5077	12
vloed	13	75	-1.1766	2.5575	.3083	2.5575	.1244	.2436	139
vloed	13	78	-.8048	3.3794	.4472	3.3794	.4731	.7043	8
vloed	13	79	-.1714	3.3620	.8425	3.3620	.1970	.2839	53
vloed	14	70	-.5770	3.1683	.5616	3.1683	.2505	.4320	37
vloed	14	71	-1.7426	2.0233	.1751	2.0233	.4086	1.0178	5
vloed	14	72	-.6168	2.0592	.5397	2.0592	.1212	.3163	15
vloed	14	73	-.5404	1.8375	.5825	1.8375	.1755	.3268	59
vloed	14	74	-.6978	2.8552	.4977	2.8552	.1566	.2103	35
vloed	14	75	-.5049	2.2977	.6036	2.2977	.2220	.3346	30
vloed	14	78	-.1807	2.6638	.8347	2.6638	.1702	.2492	65
vloed	14	79	-.5043	.9894	.6039	.9894	.2358	.2738	38
vloed	14	80	-.4691	5.3765	.6256	5.3765	.1414	.3606	9
vloed	14	81	-1.3252	2.2624	.2657	2.2624	.1097	.1076	183
vloed	15	71	-1.4788	2.0401	.2279	2.0401	.5323	.9191	5
vloed	15	72	.2848	1.8201	1.3295	1.8201	.1955	.3462	14
vloed	15	74	.0446	2.9934	1.0456	2.9934	.2351	.5460	17
vloed	15	75	-1.1706	2.1799	.3102	2.1799	.2255	.1957	56
vloed	15	76	-1.9567	1.3364	.1413	1.3364	.5800	.6674	13
eb	1	71	-2.6061	.8248	.0738	.8248	.4496	.6164	9
eb	1	76	-1.2068	3.0180	.2992	3.0180	.2881	.6867	11
eb	1	79	-.8667	1.0880	.4203	1.0880	.1246	.1293	61
eb	2	71	-1.4287	1.8545	.2396	1.8545	.1454	.1575	13
eb	2	73	-1.1178	2.5209	.3270	2.5209	.2356	.3314	10
eb	2	76	-.4381	4.2399	.6453	4.2399	.1427	.4847	6
eb	3	71	.5154	1.7787	1.6743	1.7787	.5264	.7418	4
eb	3	72	-.9616	2.2327	.3823	2.2327	.8762	1.4482	5
eb	3	73	-2.9743	.5133	.0511	.5133	1.2302	1.1446	6
eb	5	73	.0797	3.6586	1.0830	3.6586	.7210	1.0510	4
eb	5	76	-.5499	1.8649	.5770	1.8649	.3140	.8228	8

Tabel 3 Resultaten regressie-analyse zonder gewichtsfactoren
(vergelijk met tabel 2)

getij- periode	geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
eb	6	73	.6689	2.6821	1.9521	2.6821	.2061	.7603	4
eb	8	70	-1.8396	1.1352	.1589	1.1352	.4402	.5545	6
eb	9	70	-.4510	2.6176	.6370	2.6176	.3728	.5527	6
eb	9	76	-.7203	2.0324	.4866	2.0324	.4343	.3239	26
eb	9	80	-.8494	2.7700	.4277	2.7700	.6149	.6891	8
eb	11	76	-.6771	3.1649	.5081	3.1649	.5898	.6750	14
eb	13	75	-.9937	3.3568	.3702	3.3568	.2335	.5579	24
eb	13	79	-.1898	2.6046	.8271	2.6046	.1702	.1902	24
eb	14	70	-.5196	2.4883	.5948	2.4883	.1913	.3424	32
eb	14	71	-1.6522	1.6624	.1916	1.6624	.3504	.3506	7
eb	14	72	-.4207	1.2656	.6566	1.2656	.2652	.4870	18
eb	14	73	-.9381	2.0381	.3914	2.0381	.0797	.1509	61
eb	14	74	-.4813	2.6870	.6180	2.6870	.1249	.1645	25
eb	14	75	-.4611	2.4562	.6306	2.4562	.1711	.2410	40
eb	14	78	-.1220	2.5701	.8851	2.5701	.1253	.1686	52
eb	14	79	-.0908	1.0995	.9132	1.0995	.2617	.3799	35
eb	14	81	-1.2957	2.0823	.2737	2.0823	.1021	.1235	193
eb	15	71	-2.8198	1.4001	.0596	1.4001	.6694	.5424	4
eb	15	72	-.1021	2.5584	.9029	2.5584	.1328	.3537	41
eb	15	74	-.0259	1.7680	.9744	1.7680	.1854	.2896	12
eb	15	75	-1.5847	1.8712	.2050	1.8712	.1776	.2166	70
eb	15	76	-2.0578	2.2099	.1277	2.2099	.3943	.5783	19

Tabel 3 (vervolg)

bron van variatie	som van kwadraten	df	gemiddelde kwadratensom	F	sign. van F
binnen cellen	SS_w	$N - n_t n_g n_j$	$MS_w = \frac{SS_w}{N - n_t n_g n_j}$		
getij	SS_t	$n_t - 1$	$MS_t = \frac{SS_t}{n_t - 1}$	$\frac{MS_t}{MS_w}$	.
geul	SS_g	$n_g - 1$	$MS_g = \frac{SS_g}{n_g - 1}$	$\frac{MS_g}{MS_w}$	.
jaar	SS_j	$n_j - 1$	$MS_j = \frac{SS_j}{n_j - 1}$	$\frac{MS_j}{MS_w}$	.

Tabel 4 ANOVA-tabel

geul	EB											
	jaar											
	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
1	9						11			61		
2		13		10			6					
3		4	5	6								
4												
5				4			8					
6				4								
7												
8	6											
9	6						26				8	
10												
11							14					
12												
13						24				24		
14	32	7	18	61	25	40			52	35		193
15		4	41		12	70	19					

Tabel 5 Overzicht aantallen waarnemingen voor eb en vloed

VLOED

geul	jaar											
	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
1		5					5			51		
2	10	5		16			9					
3	3	4	3	5								
4						21						
5				7			9					
6				3								
7						14						
8	9					10						
9	5						21				6	
10												
11							12					
12												
13						139			8	53		
14	37	5	15	59	35	30			65	38	9	183
15		5	14		17	56	13					

Tabel 5 (vervolg)

getij- periode	geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
vloed	1	79	-.4201	1.2720	.6570	1.2720	.1119	.0971	51
vloed	2	70	-1.8834	1.6358	.1521	1.6358	.2916	.4683	10
vloed	2	73	-1.1043	2.1602	.3314	2.1602	.2227	.3828	16
vloed	4	75	-.0512	2.2645	.9501	2.2645	.2817	.6591	21
vloed	7	75	.3776	3.4153	1.4588	3.4153	.7551	1.1605	14
vloed	8	75	.2178	2.3313	1.2433	2.3313	.1555	.3347	10
vloed	9	76	-1.7847	.2478	.1678	.2478	.3635	.6856	21
vloed	11	76	-2.0147	1.1423	.1334	1.1423	.3292	.8856	12
vloed	13	75	-1.1277	2.7065	.3238	2.7065	.1137	.2495	139
vloed	13	79	-.0224	3.5856	.9778	3.5856	.1456	.2481	53
vloed	14	70	-.6466	3.2736	.5238	3.2736	.2056	.4199	37
vloed	14	72	-.6107	2.2402	.5430	2.2402	.1341	.3831	15
vloed	14	73	-.5364	2.3994	.5848	2.3994	.1159	.2740	59
vloed	14	74	-.6490	2.9857	.5226	2.9857	.1347	.2288	35
vloed	14	75	-.3673	2.6303	.6926	2.6303	.1721	.3241	30
vloed	14	78	-.0624	2.8480	.9395	2.8480	.1292	.2334	65
vloed	14	79	-.3451	1.2393	.7081	1.2393	.1975	.2920	38
vloed	14	81	-1.1351	2.4652	.3214	2.4652	.0903	.1123	183
vloed	15	72	.2911	1.8738	1.3379	1.8738	.1872	.4221	14
vloed	15	74	-.1998	2.4349	.8189	2.4349	.1898	.4844	17
vloed	15	75	-1.2022	2.1463	.3005	2.1463	.1925	.2000	56
vloed	15	76	-2.1030	1.2654	.1221	1.2654	.4800	.6143	13
eb	1	76	-1.1588	3.1883	.3139	3.1883	.3013	.7647	11
eb	1	79	-.7773	1.1877	.4596	1.1877	.1142	.1408	61
eb	2	71	-1.4055	1.8817	.2452	1.8817	.1460	.1910	13
eb	2	73	-1.0770	2.6387	.3406	2.6387	.2084	.3501	10
eb	9	76	-.4961	2.2459	.6089	2.2459	.3807	.3330	26
eb	11	76	-.4603	3.3903	.6311	3.3903	.5419	.7042	14
eb	13	75	-.9922	3.3143	.3708	3.3143	.2068	.5789	24
eb	13	79	-.1109	2.6621	.8950	2.6621	.1542	.2013	24
eb	14	70	-.4189	2.6635	.6578	2.6635	.1586	.3648	32
eb	14	72	-.2900	1.6741	.7483	1.6741	.2078	.4565	18
eb	14	73	-.9269	2.1151	.3958	2.1151	.0723	.1709	61
eb	14	74	-.4628	2.6906	.6295	2.6906	.1126	.2006	25
eb	14	75	-.3837	2.6059	.6813	2.6059	.1418	.2384	40
eb	14	78	-.0085	2.7681	.9915	2.7681	.1045	.1725	52
eb	14	79	.1521	1.5887	1.1643	1.5887	.2307	.4219	35
eb	14	81	-1.2155	2.1880	.2966	2.1880	.0910	.1389	193
eb	15	72	-.0999	2.6865	.9049	2.6865	.1282	.4197	41
eb	15	74	-.0241	1.6614	.9762	1.6614	.1590	.3350	12
eb	15	75	-1.7324	1.4851	.1769	1.4851	.1720	.2348	70
eb	15	76	-2.0804	2.2265	.1249	2.2265	.4277	.6913	19

Tabel 6 Resultaten gewogen regressie-analyse ($n > 10$)

EB (n > 10)

	jaar											
geul	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
1							11			61		
2		13		10								
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9							26					
10												
11							14					
12												
13						24				24		
14	32		18	61	25	40			52	35		193
15			41		12	70	19					

Tabel 7 Overzicht aantallen waarnemingen voor eb en vloed (n > 10)

VLOED (n > 10)

geul	jaar											
	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981
1										51		
2	10			16								
3												
4						21						
5												
6												
7						14						
8						10						
9							21					
10												
11							12					
12												
13						139				53		
14	37		15	59	35	30			65	38		183
15			14		17	56	13					

Tabel 7 (vervolg)

geul- vak	jaar	A	B	ALFA	BETA	standaard- afwijking A	standaard- afwijking B	aantal waarnemingen
1	71	-2.5722	.9485	.0764	.9485	.3100	.5155	14
1	76	-2.4874	.2854	.0831	.2854	.1988	.2401	16
1	79	-.6344	1.2096	.5303	1.2096	.0809	.0829	112
2	70	-1.8834	1.6358	.1521	1.6358	.2916	.4683	10
2	71	-1.5040	1.7982	.2222	1.7982	.1143	.1745	18
2	73	-1.0744	2.3795	.3415	2.3795	.1532	.2609	26
2	76	-1.2534	2.2855	.2855	2.2855	.2183	.4842	15
3	70	-.1566	2.2972	.8550	2.2972	.4006	.9562	5
3	71	.3538	1.7768	1.4245	1.7768	.2581	.5753	8
3	72	-1.1284	2.1573	.3236	2.1573	.6488	1.3204	8
3	73	-2.2469	1.2692	.1057	1.2692	.4069	.5253	11
4	75	-.0163	2.3179	.9838	2.3179	.2404	.5923	23
5	73	-.8039	1.9815	.4476	1.9815	.3721	.4091	11
5	76	-.3145	1.7615	.7302	1.7615	.2663	.4834	17
6	73	.6578	2.6052	1.9305	2.6052	.2248	.3726	7
7	75	.3776	3.4153	1.4588	3.4153	.7551	1.1605	14
8	70	-1.7353	1.2983	.1763	1.2983	.2409	.3972	15
8	75	.2178	2.3313	1.2433	2.3313	.1556	.3347	10
9	70	-.4521	2.6202	.6363	2.6202	.3780	.5948	11
9	76	-.9513	1.8778	.3862	1.8778	.2580	.2875	47
9	80	-1.4911	2.1603	.2251	2.1603	.6162	.5772	14
11	76	-.0270	3.8237	.9734	3.8237	.2733	.3496	26
13	75	-1.0992	2.7917	.3331	2.7917	.0999	.2259	163
13	78	-.7698	3.5834	.4631	3.5834	.3891	.6906	8
13	79	-.0235	3.2576	.9768	3.2576	.1201	.1875	77
14	70	-.5384	3.0449	.5837	3.0449	.1314	.2829	69
14	71	-1.6543	1.7917	.1912	1.7917	.2172	.3351	12
14	72	-.4219	1.7661	.6558	1.7661	.1192	.2943	33
14	73	-.7323	2.2594	.4808	2.2594	.0697	.1647	120
14	74	-.5702	2.8739	.5654	2.8739	.0903	.1566	60
14	75	-.3744	2.6195	.6877	2.6195	.1077	.1902	70
14	78	-.0394	2.8057	.9614	2.8057	.0867	.1505	117
14	79	-.1160	1.3617	.8905	1.3617	.1503	.2439	73
14	80	-.5834	5.0545	.5580	5.0545	.1646	.4609	9
14	81	-1.1643	2.3590	.3121	2.3590	.0638	.0872	376
15	71	-2.2375	1.4493	.1067	1.4493	.3952	.5035	9
15	72	-.0108	2.3667	.9893	2.3667	.1095	.3179	55
15	74	-.1272	2.0124	.8806	2.0124	.1312	.3054	29
15	75	-1.5467	1.7762	.2129	1.7762	.1300	.1554	126
15	76	-2.2700	1.5234	.1033	1.5234	.3174	.4636	32

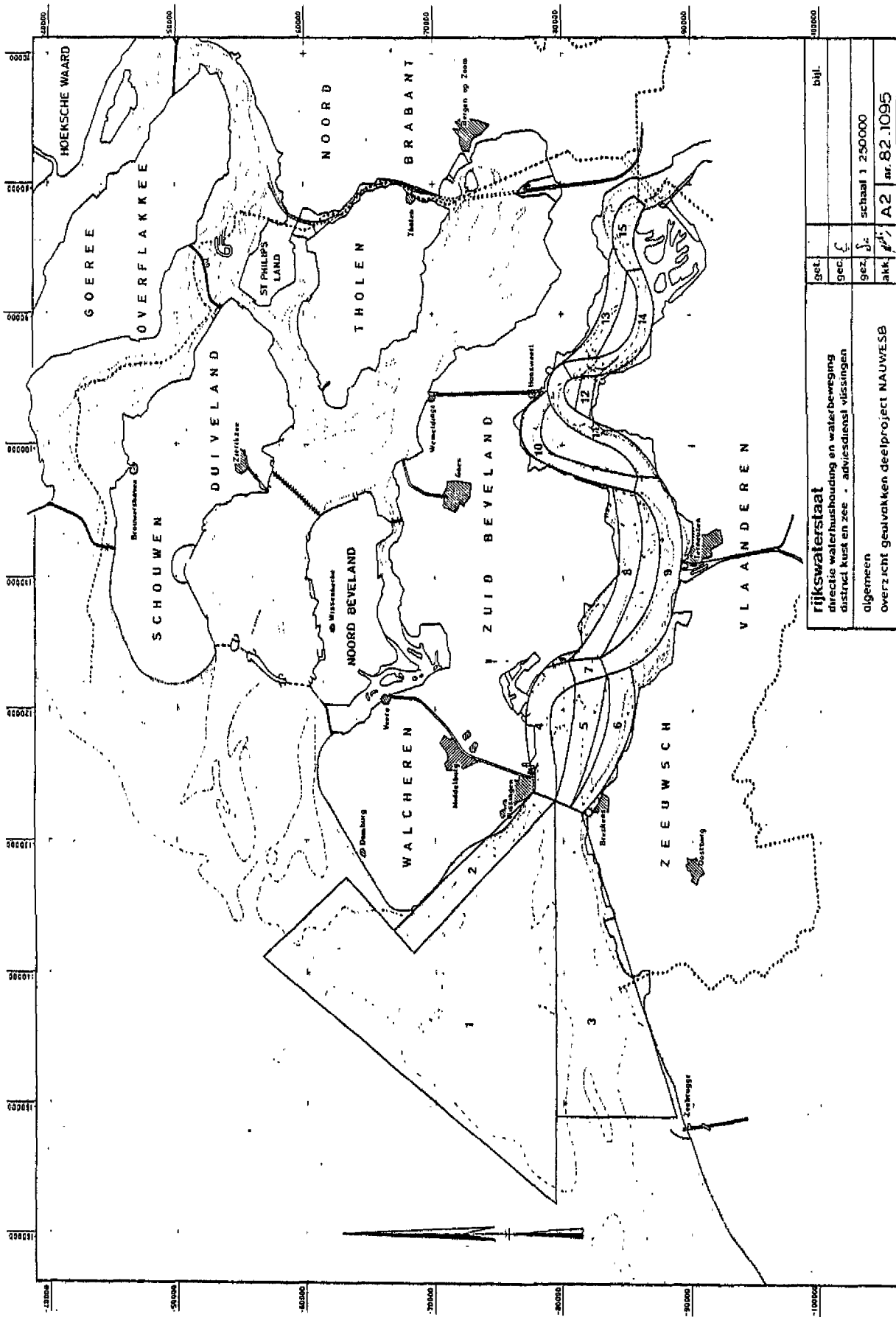
Tabel 8 Resultaten gewogen regressie-analyse voor elk geulvak en meetjaar

geulnummer	trajektnummer IMPLIC	gemiddelde trajektbreedte	gemiddelde trajektdiepte	bemonsterings- periode
2	1	1430.7	23.1	1970-1977
3	19	728.0	13.7	1970-1977
4	1	1430.7	23.1	1973-1977
	8	862.0	17.4	1973-1977
6	19	728.0	13.7	1973-1977
7	6	1802.5	25.1	1973-1977
8	43	1856.3	14.4	1970-1972
	40	1490.9	26.8	1973-1977
9	35	1067.6	20.6	1970-1972
	33	1696.7	14.3	1973-1977
	31	1507.8	14.3	1973-1977
	34	1400.1	17.1	1978-1980
11	39	1293.4	16.7	1973-1977
12	71	1059.7	5.1	1073-1977
13	74	1442.0	10.9	1973-1980
	78	521.5	5.5	1973-1977
14	68	1450.6	15.1	1970-1980
	93	845.7	11.3	1970-1977
	73	1467.2	8.7	1973-1980
	69	1784.4	12.0	1981
15	118	826.9	10.0	1973-1977
	109	603.8	2.6	1973-1977
	117	727.0	9.1	1970-1977

Tabel 9 Overzicht geulnummers en trajektnummers (IMPLIC)

trajektnummer IMPLIC	gemiddelde trajektbreedte	gemiddelde trajektdiepte
58	1355	13.53
66	963	12.26
67	1042	23.72
68	1451	15.10
69	1784	12.01
73	1467	8.72
91	829	12.82
92	814	11.98
93	846	11.28
94	770	11.32
96	831	10.40
98	989	10.46
99	695	10.30
101	629	12.38

Tabel 10 Overzicht trajektnummers (IMPLIC) geul 14



rijkswaterstaat directie waterhuishouding en waterbeweging district kust en zee - adviesdienst vliissingen algemeen overzicht geulvakken deelproject NAUWESB	get.		bijl.
	gec.	f	
	gez.	d	schaal 1 : 250000
	akk.	nr.	82.1095

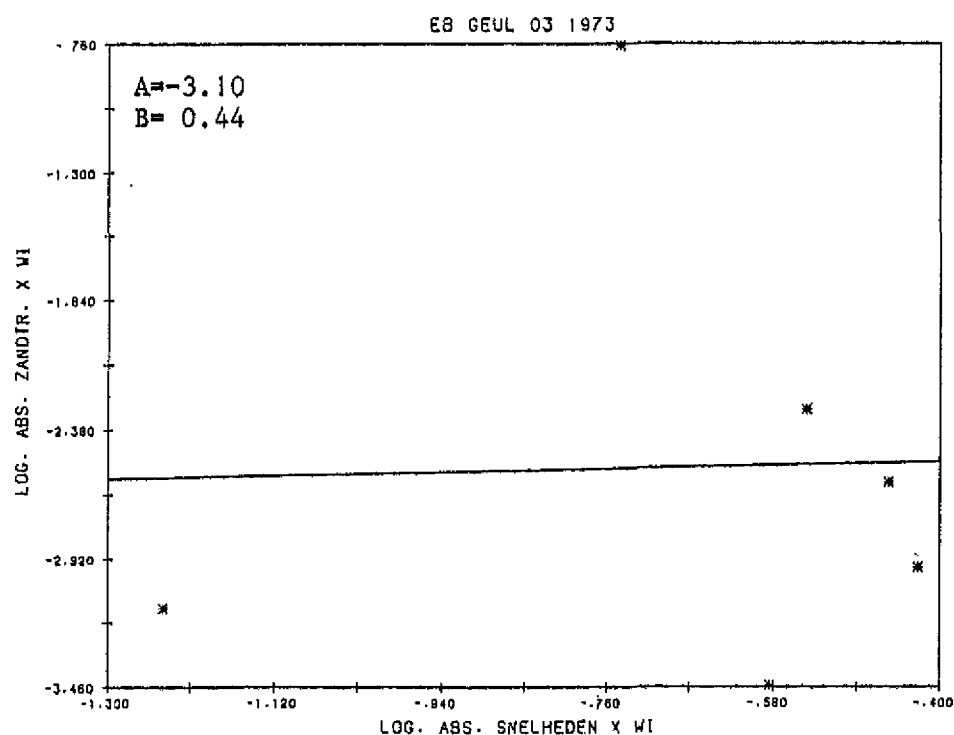
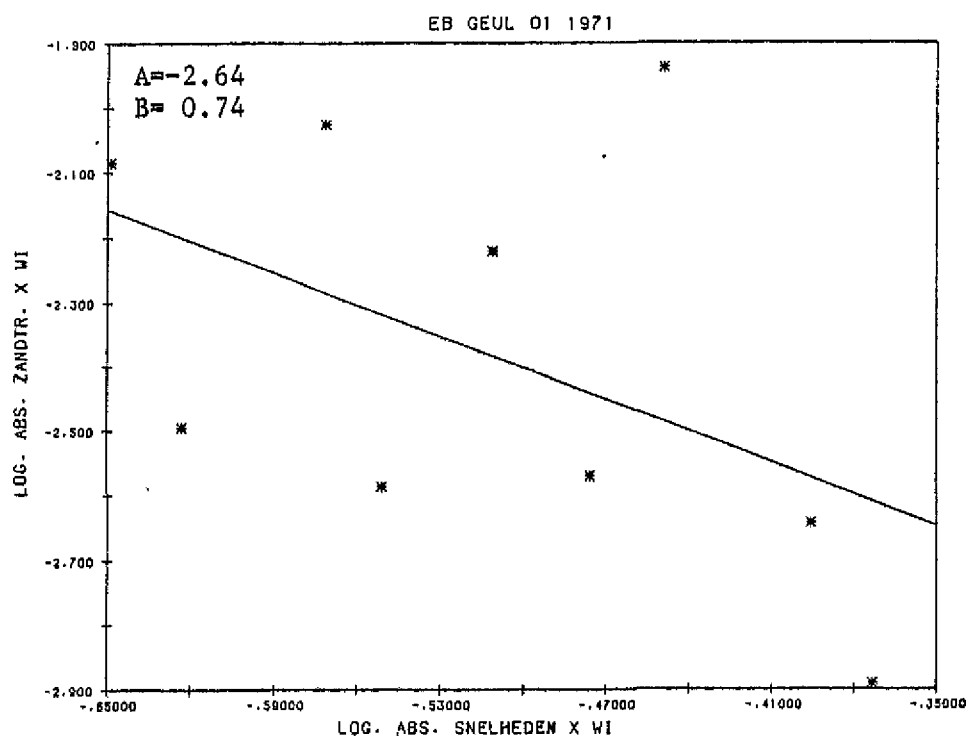
Lokatie geulvakken.

BER.NR :

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG. 1.



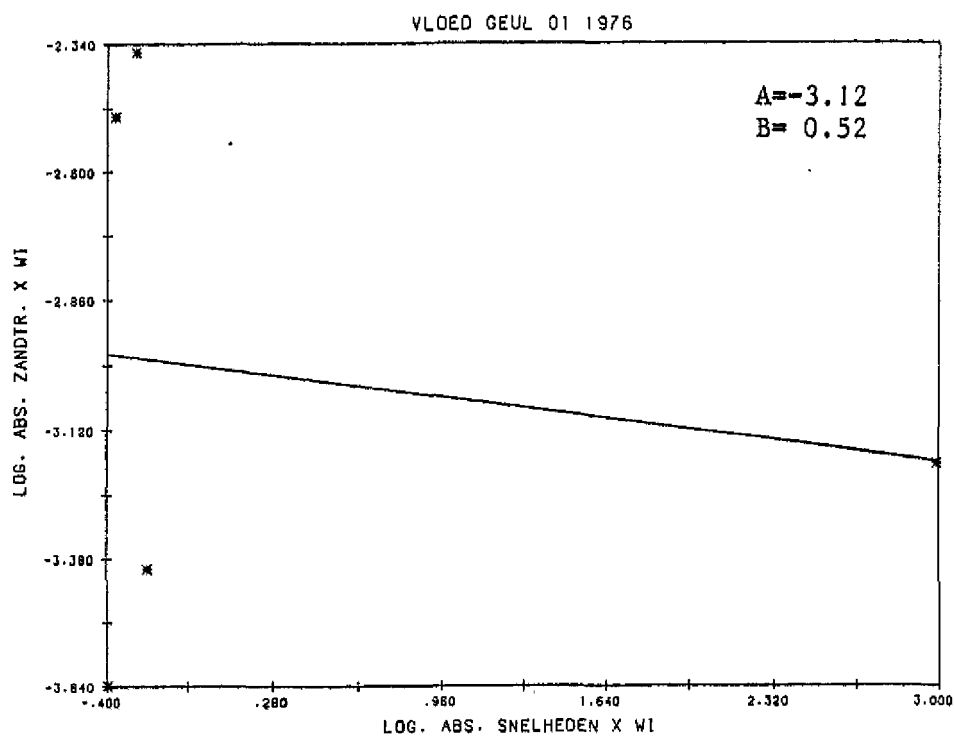
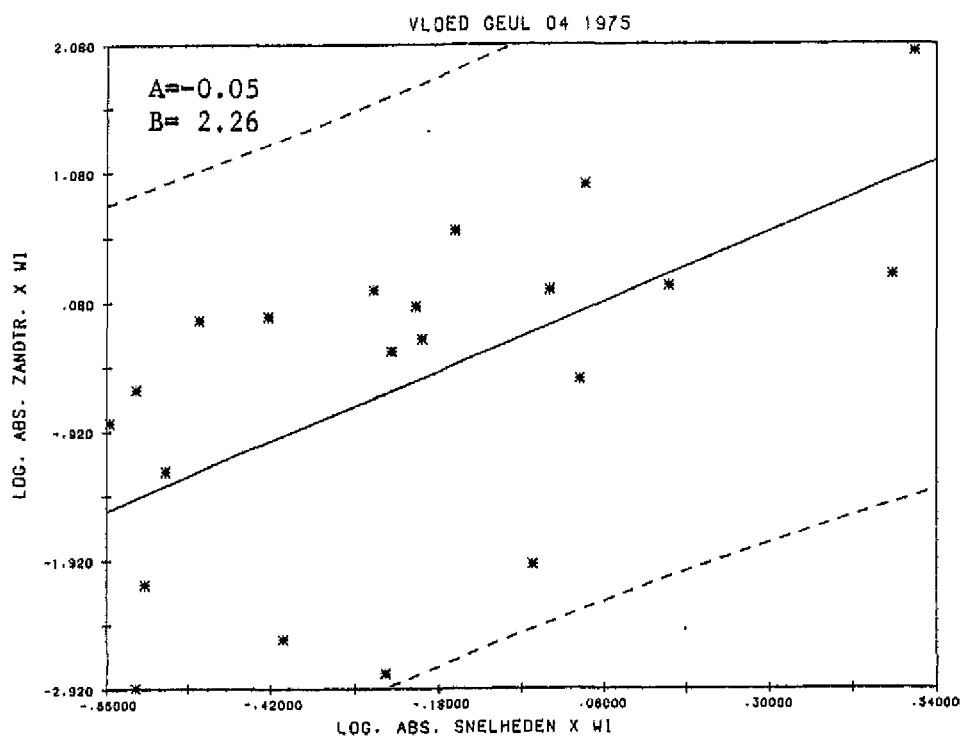
Gewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG. 2.a



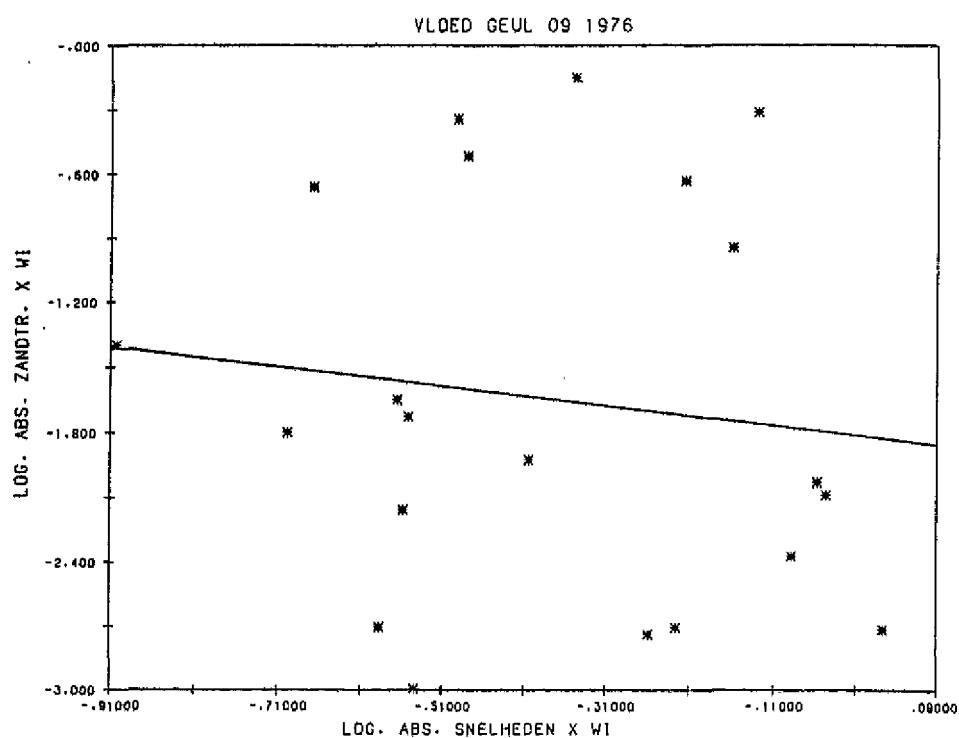
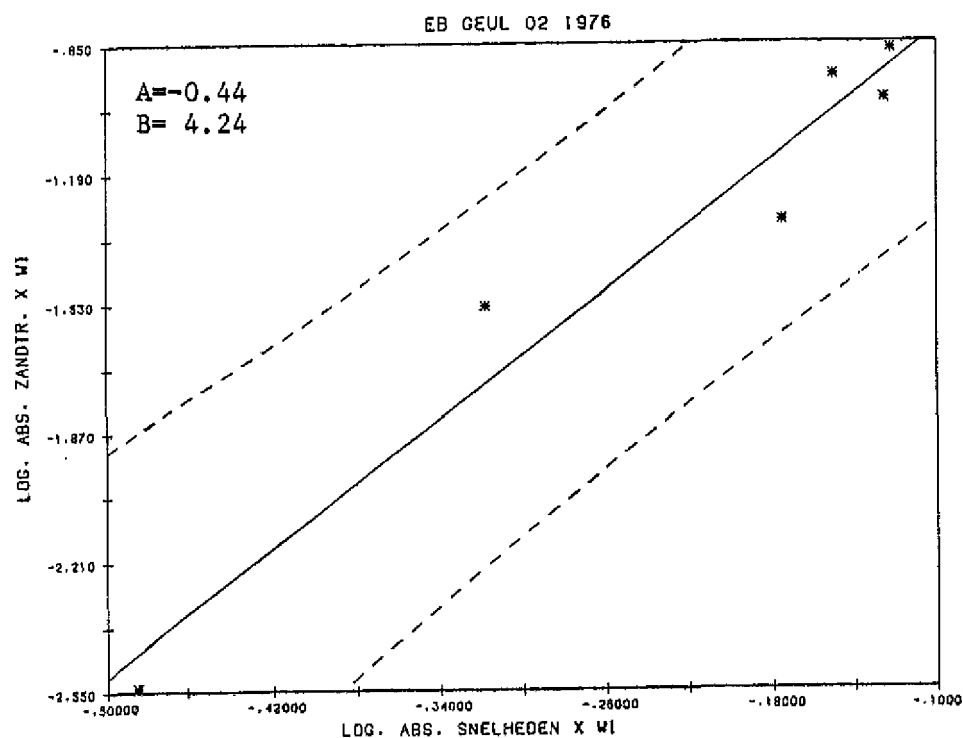
Gewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.2.b



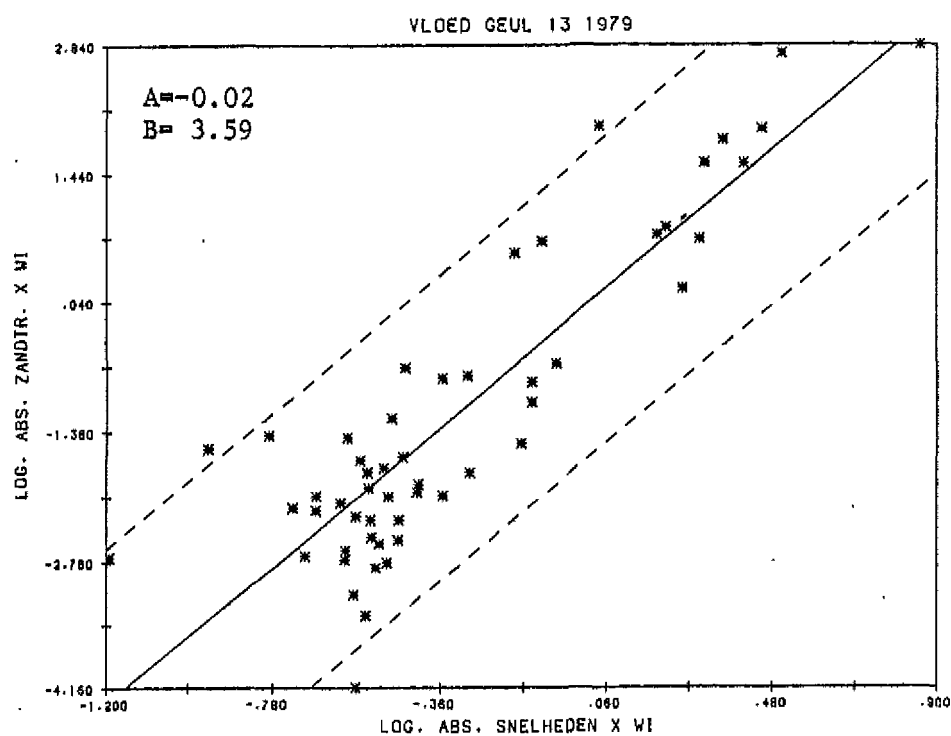
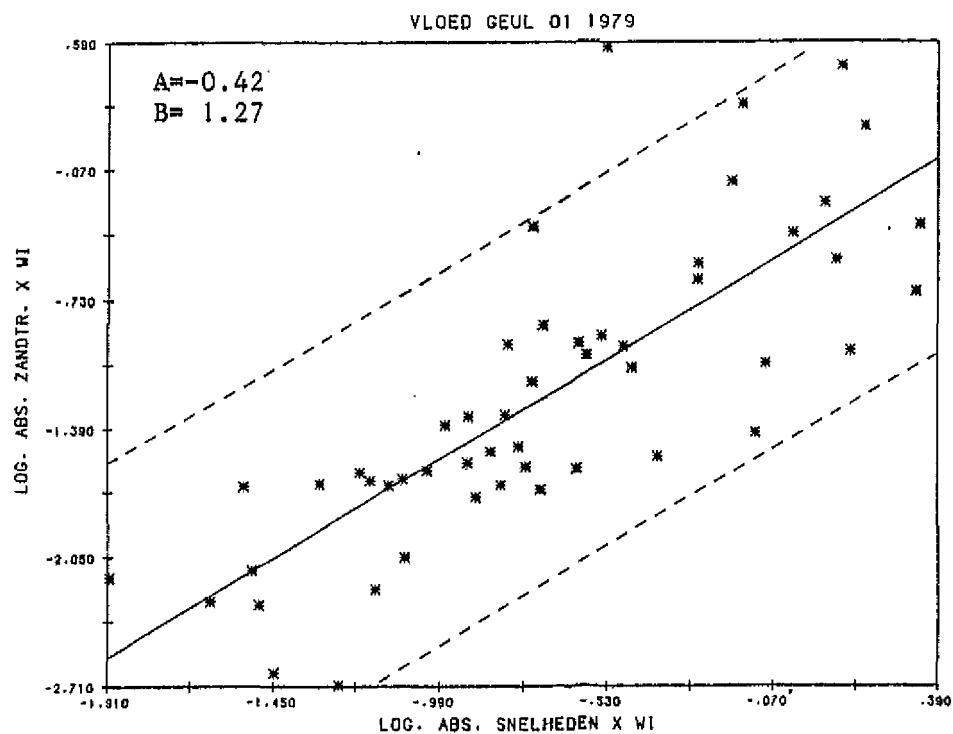
Gewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG. 2.c



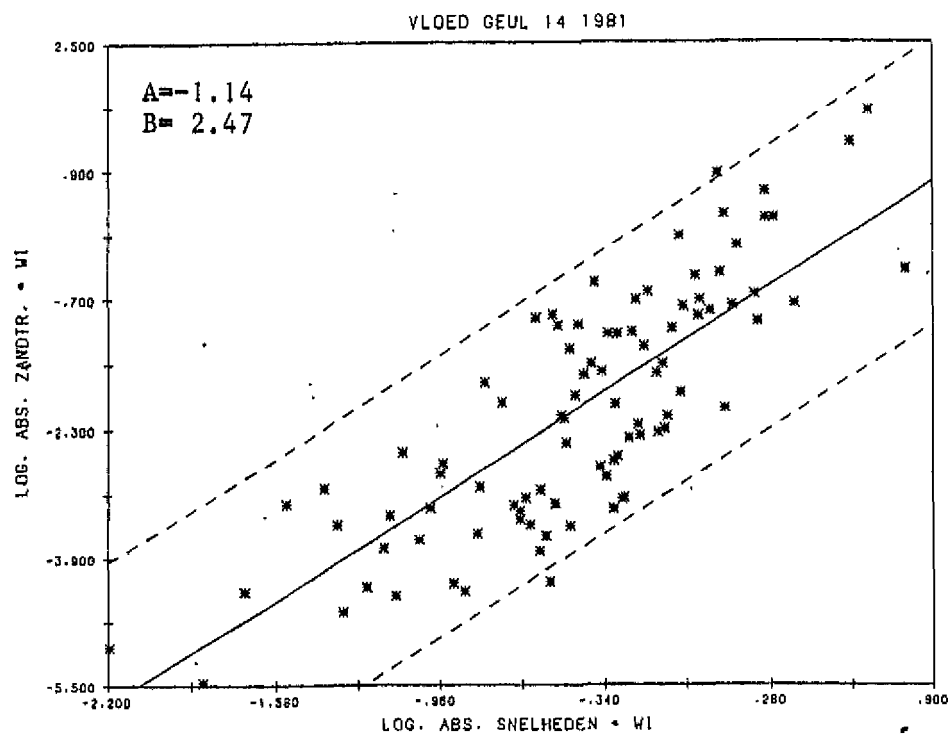
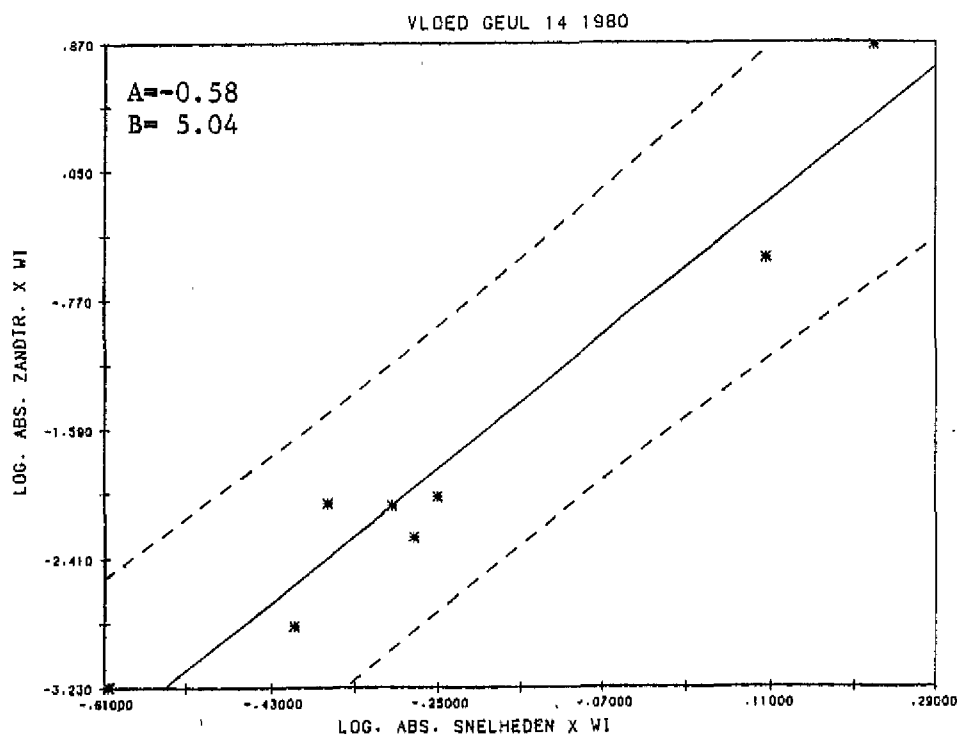
Gewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.2.d



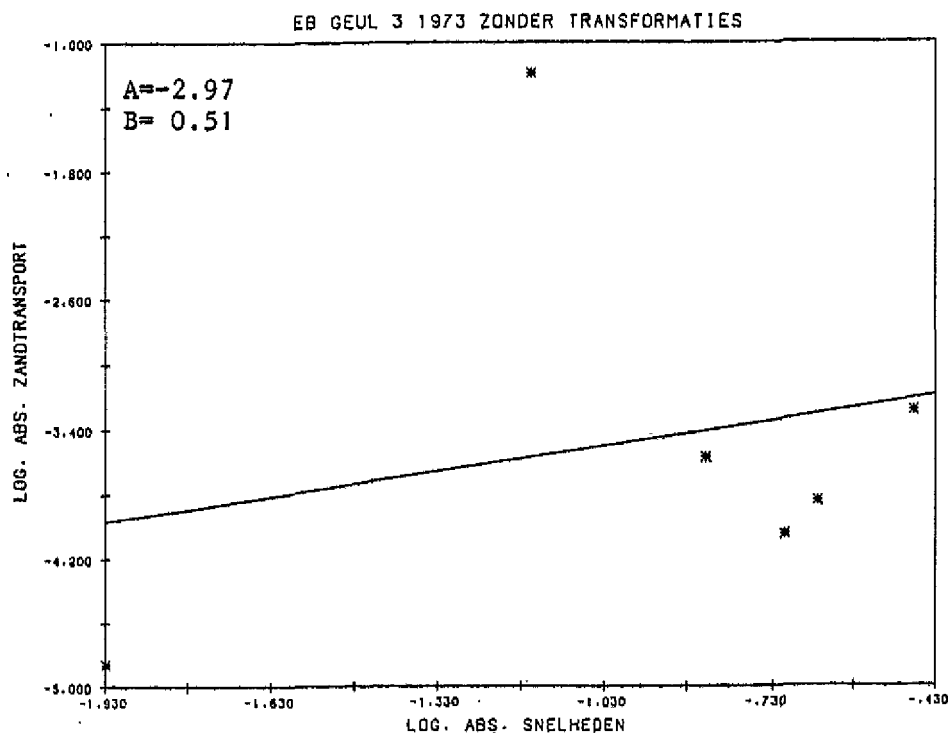
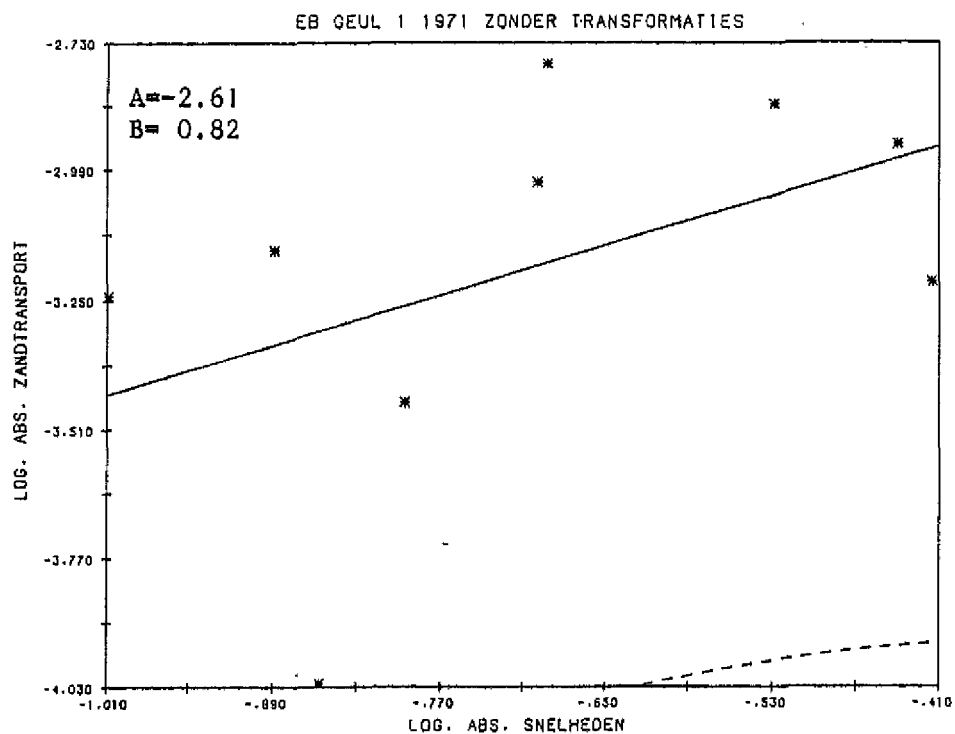
Gewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.2.e



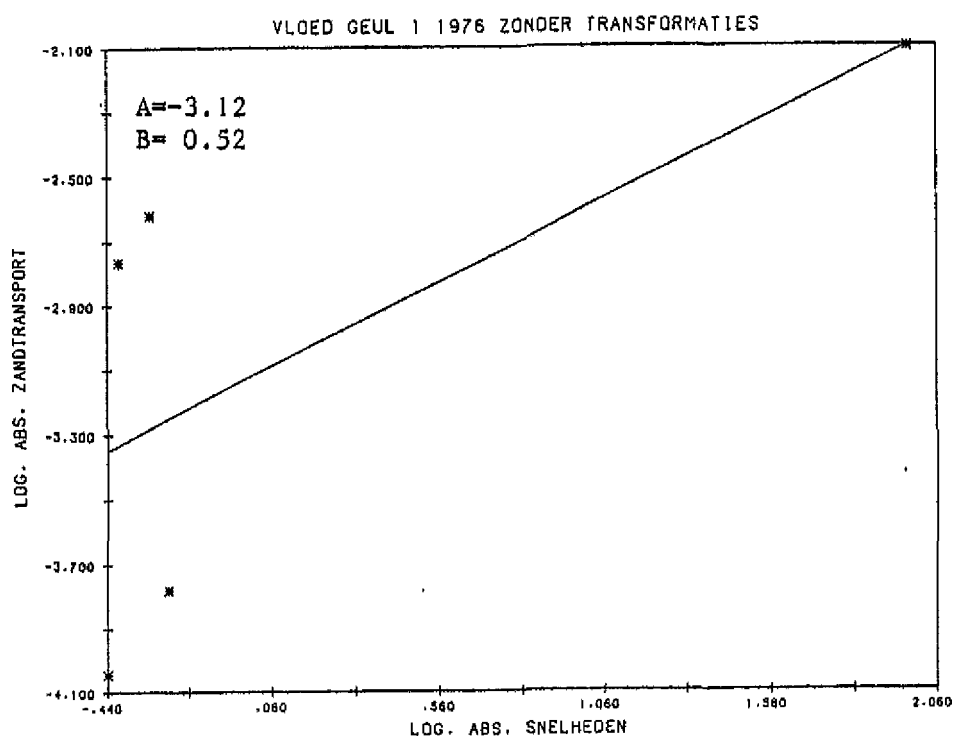
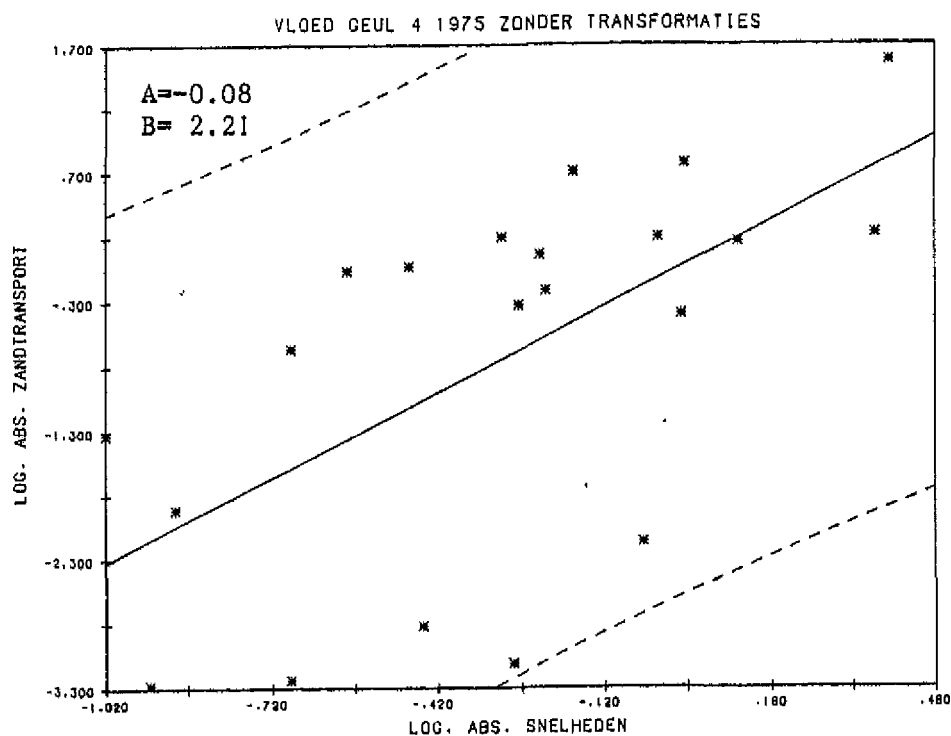
Ongewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.3.a



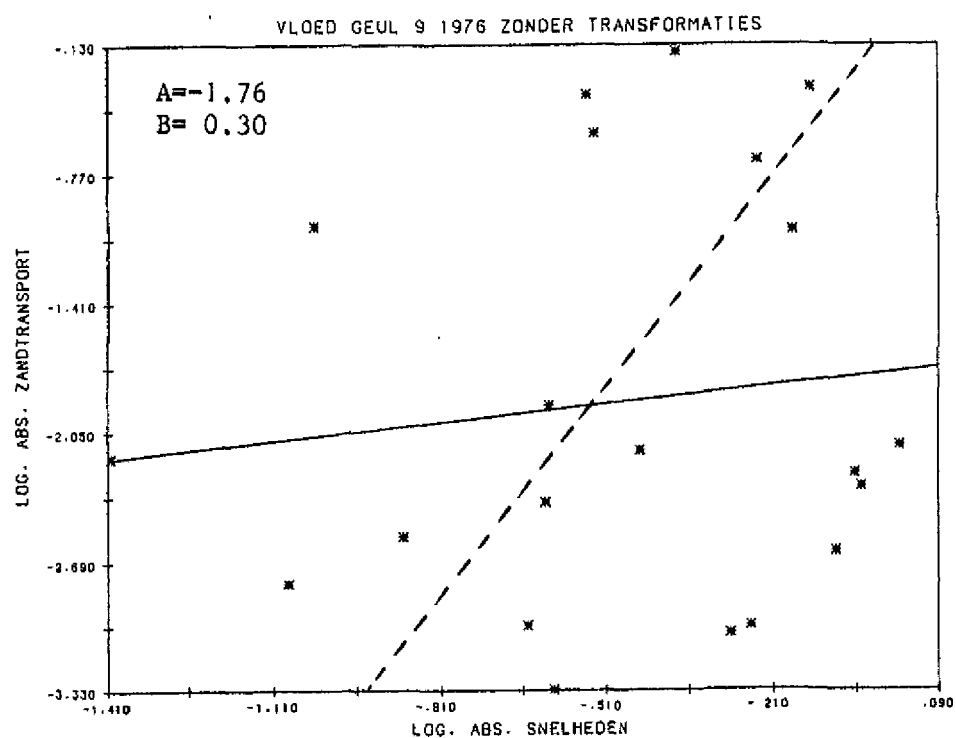
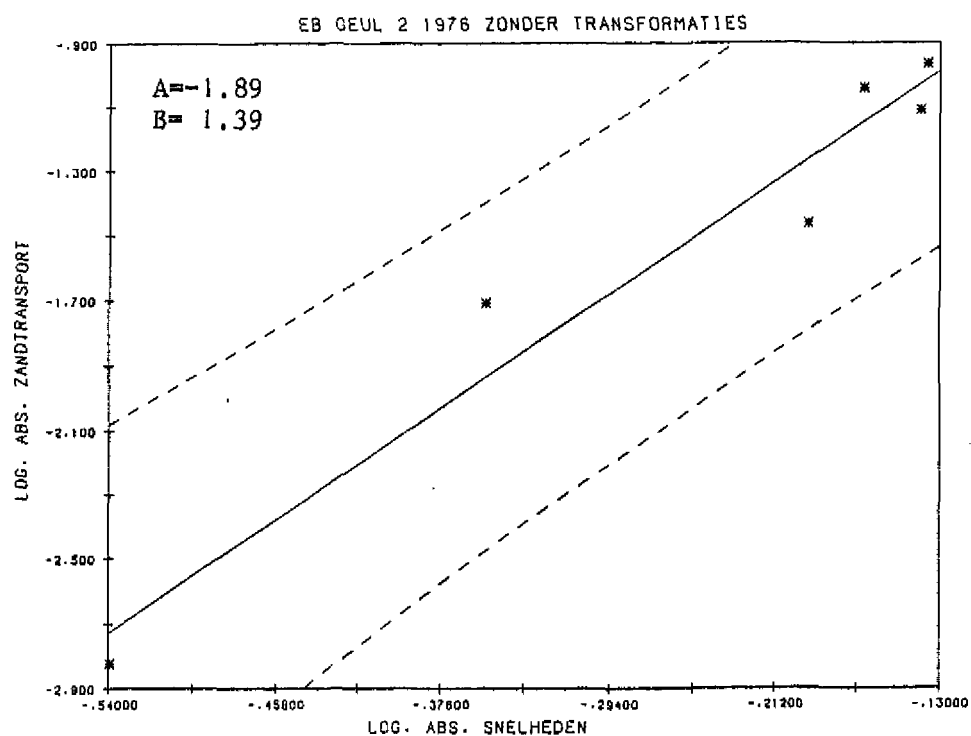
Ongewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.3.b



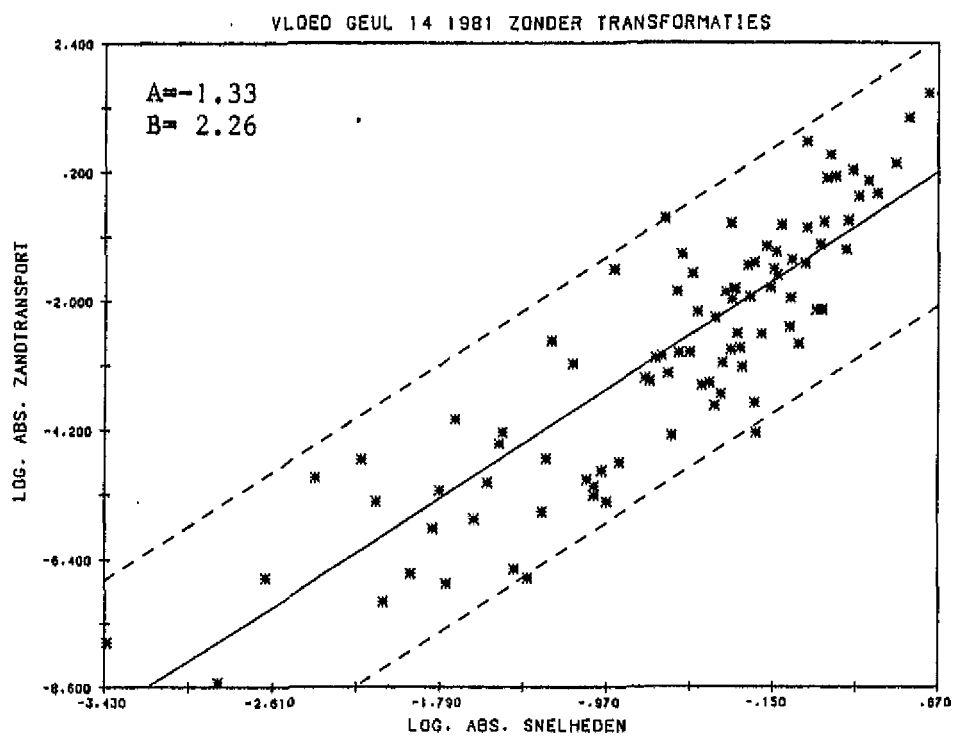
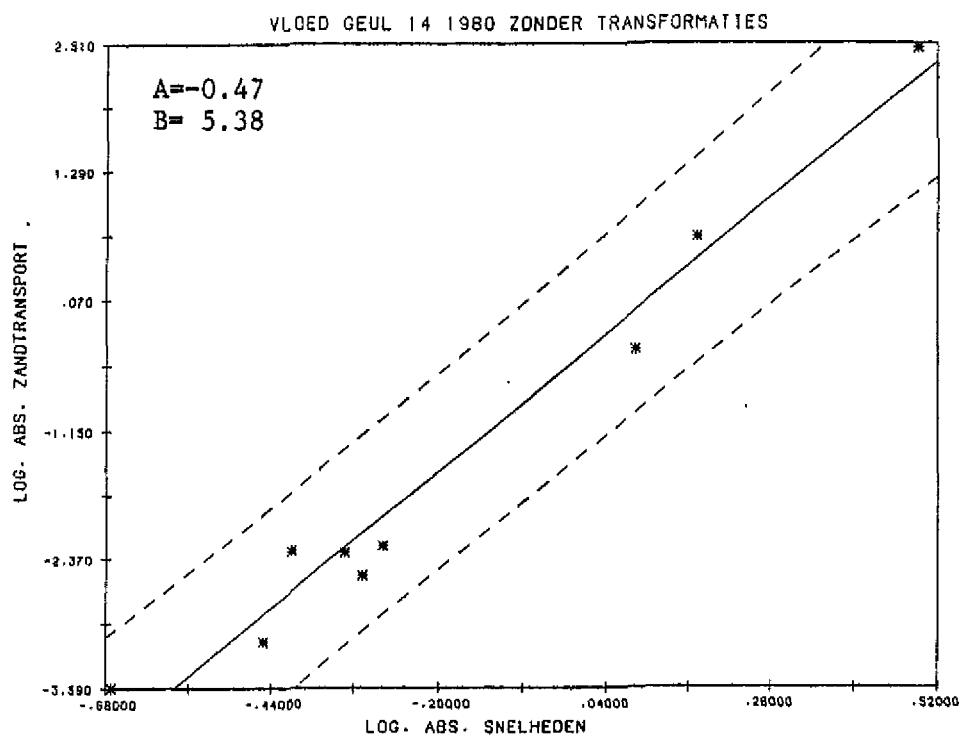
Ongewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.3.c



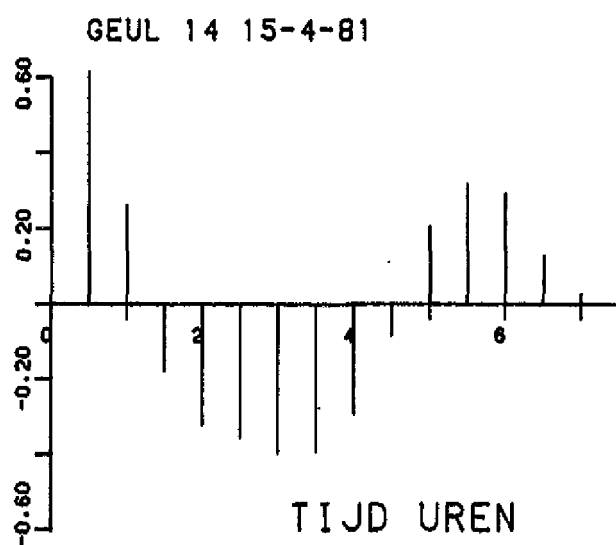
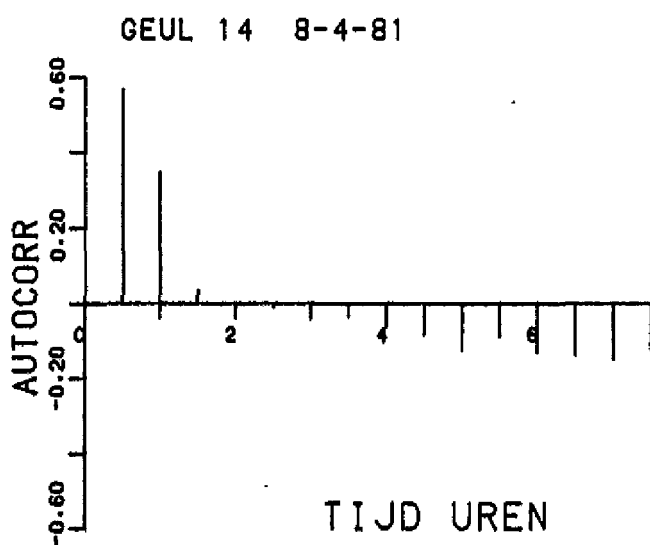
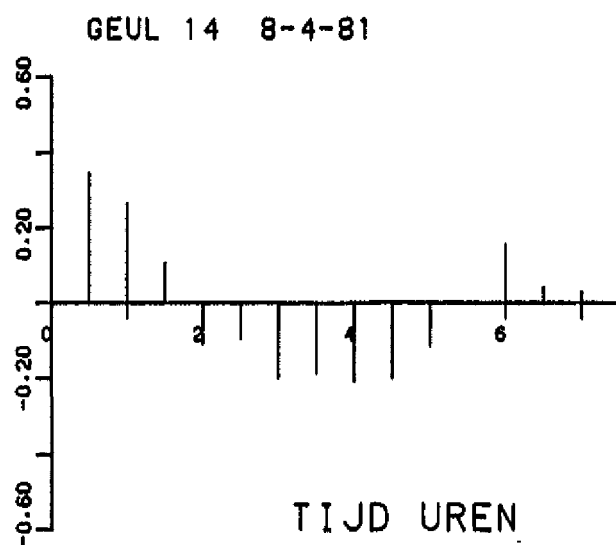
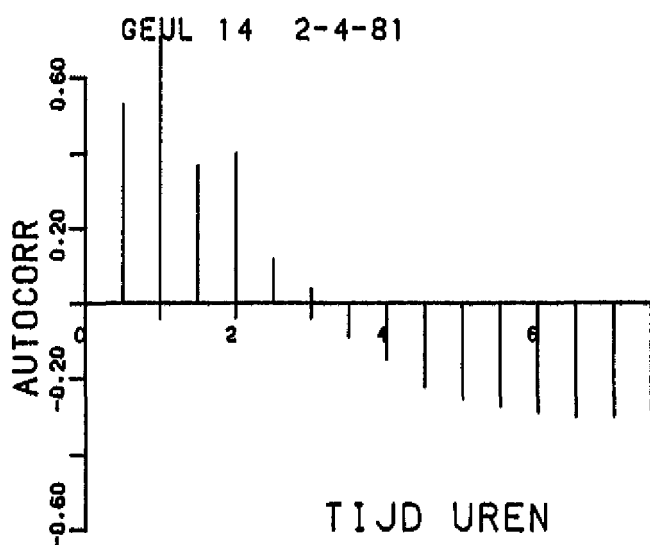
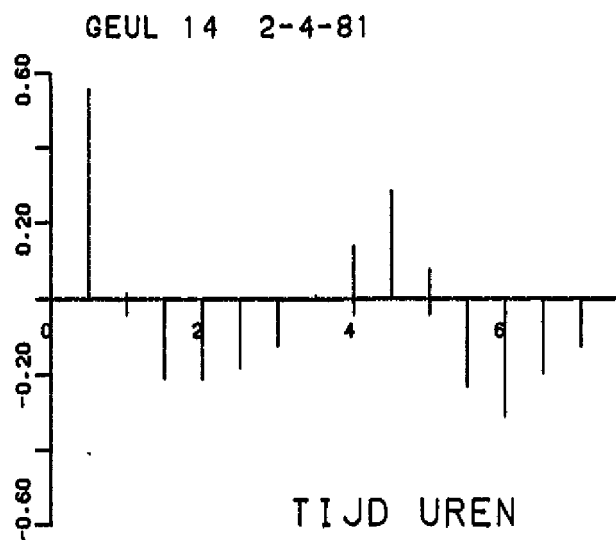
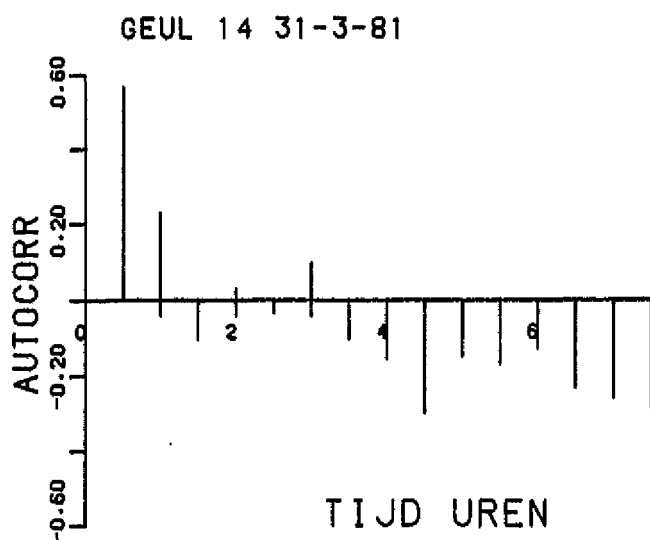
Ongewogen regressie na logarithmische transformatie.

BER.NR:

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S 582

FIG.3.e



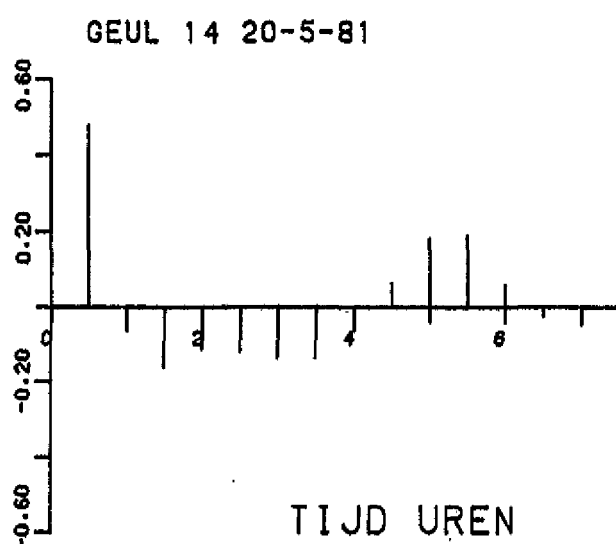
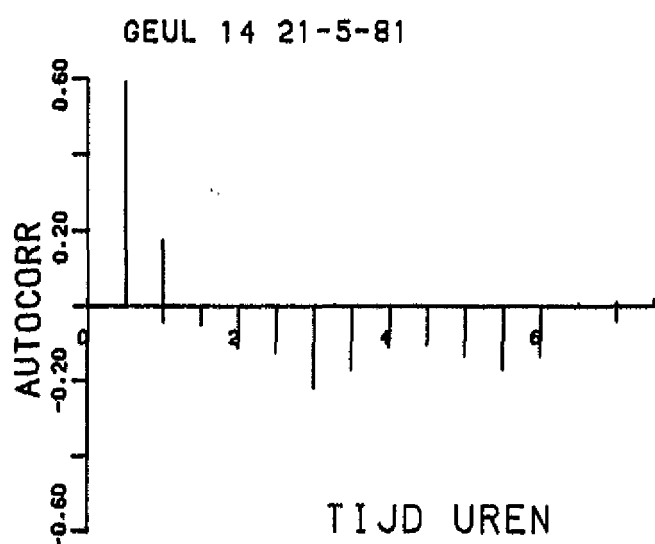
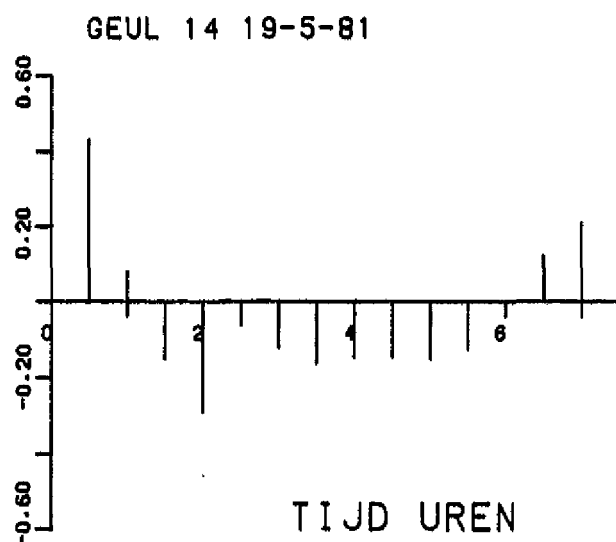
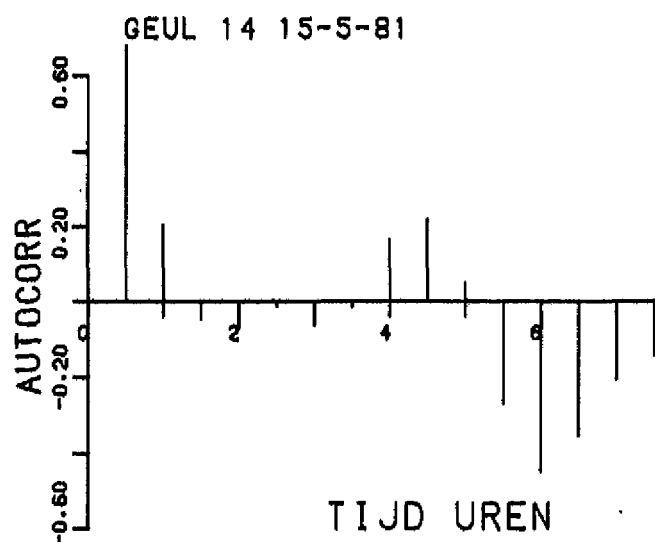
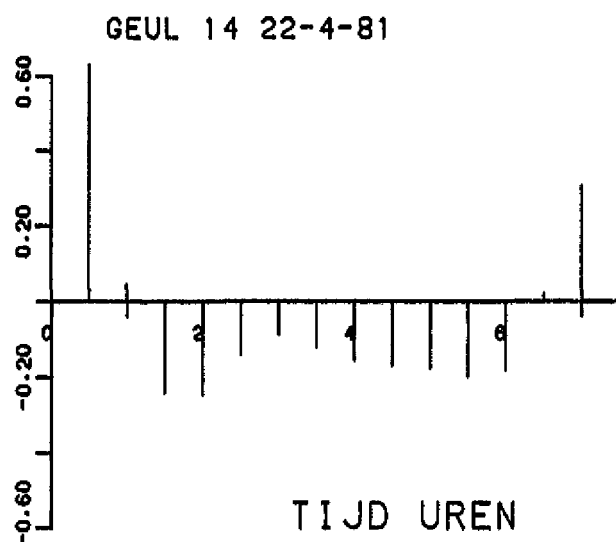
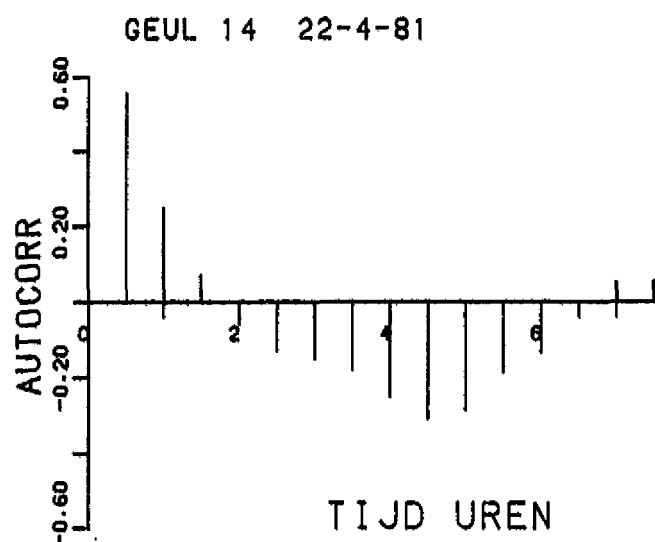
PLOT VAN AUTOCORRELATIES

BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG. 5. a



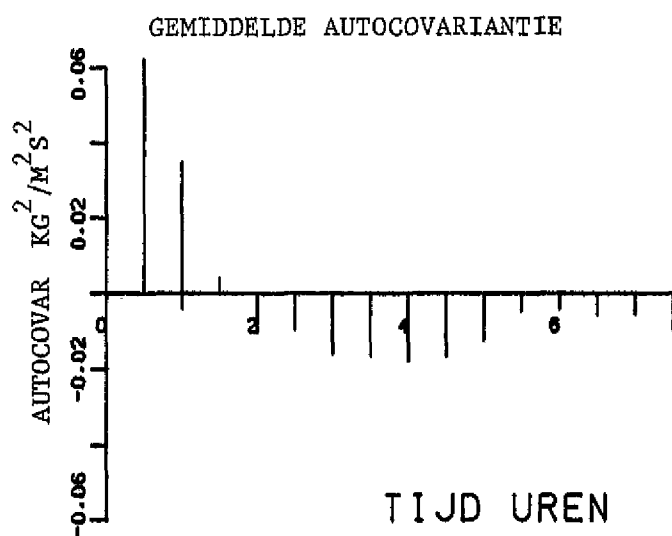
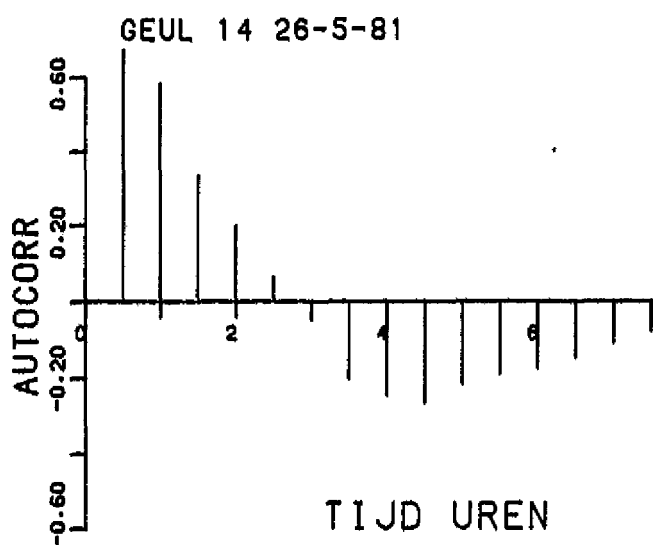
PLOT VAN AUTOCORRELATIES

BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG.5.b



PLOT VAN AUTOCORRELATIES

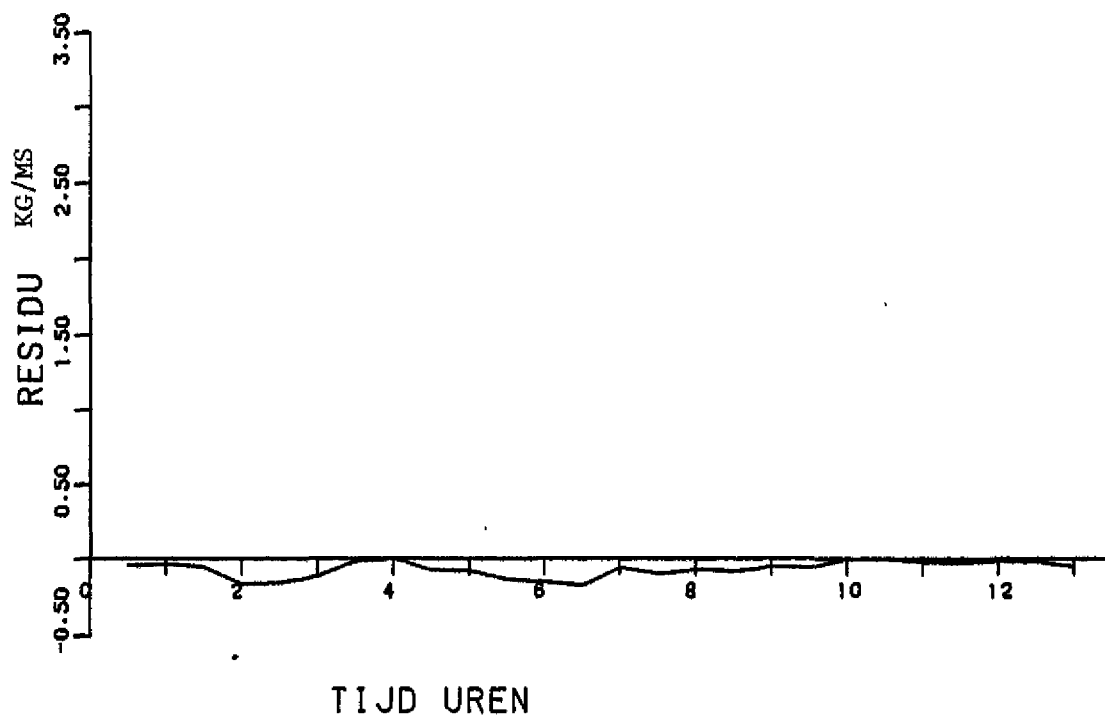
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

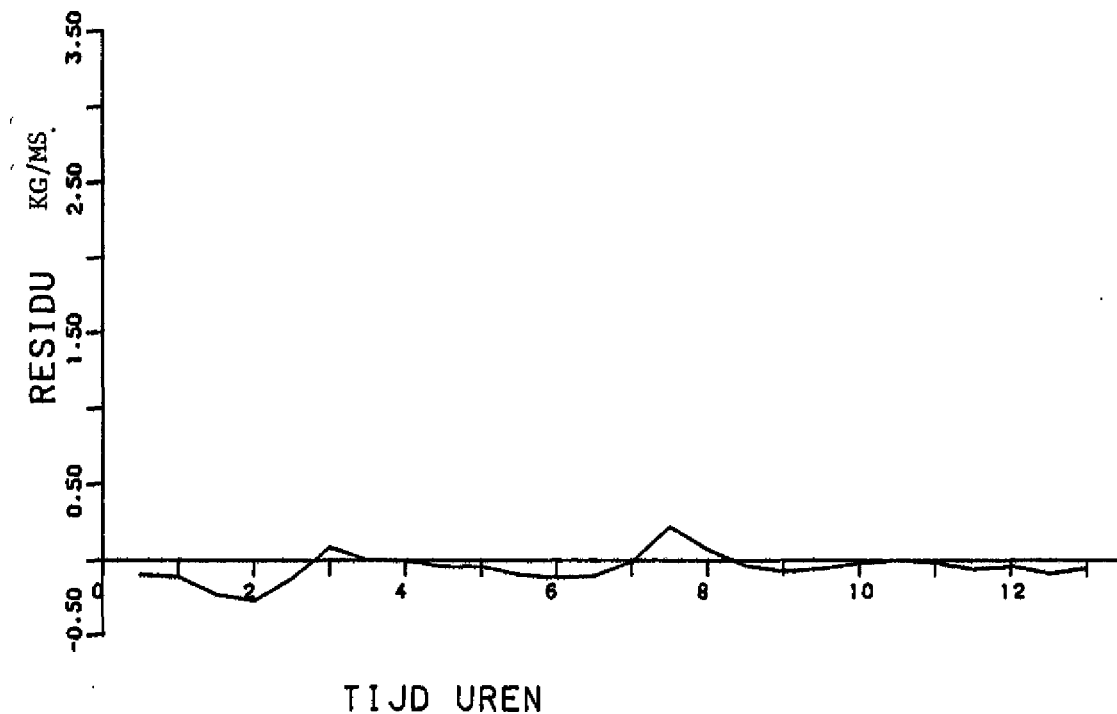
S0582

FIG.5.c

GEUL 14 31-3-81 95670.80020



GEUL 14 2-4-81 95670.80020



PLOT VAN DE RESIDUEN

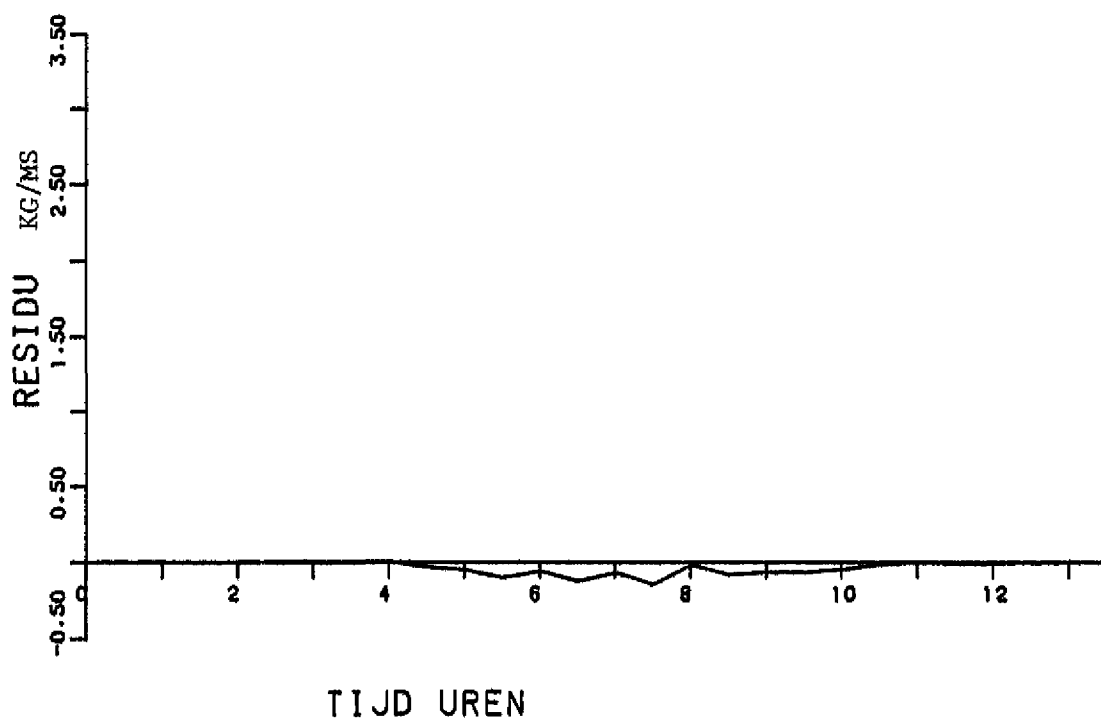
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

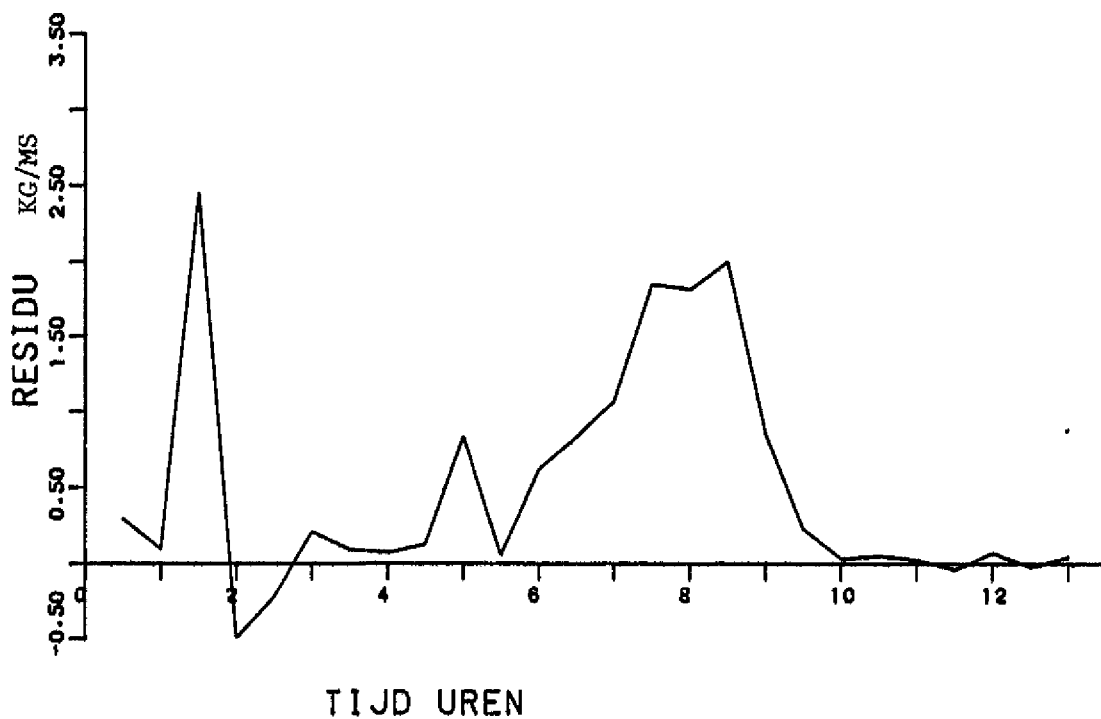
S0582

FIG.6.a

GEUL 14 2-4-81 95820.80200



GEUL 14 8-4-81 95450.79820



PLOT VAN DE RESIDUEN

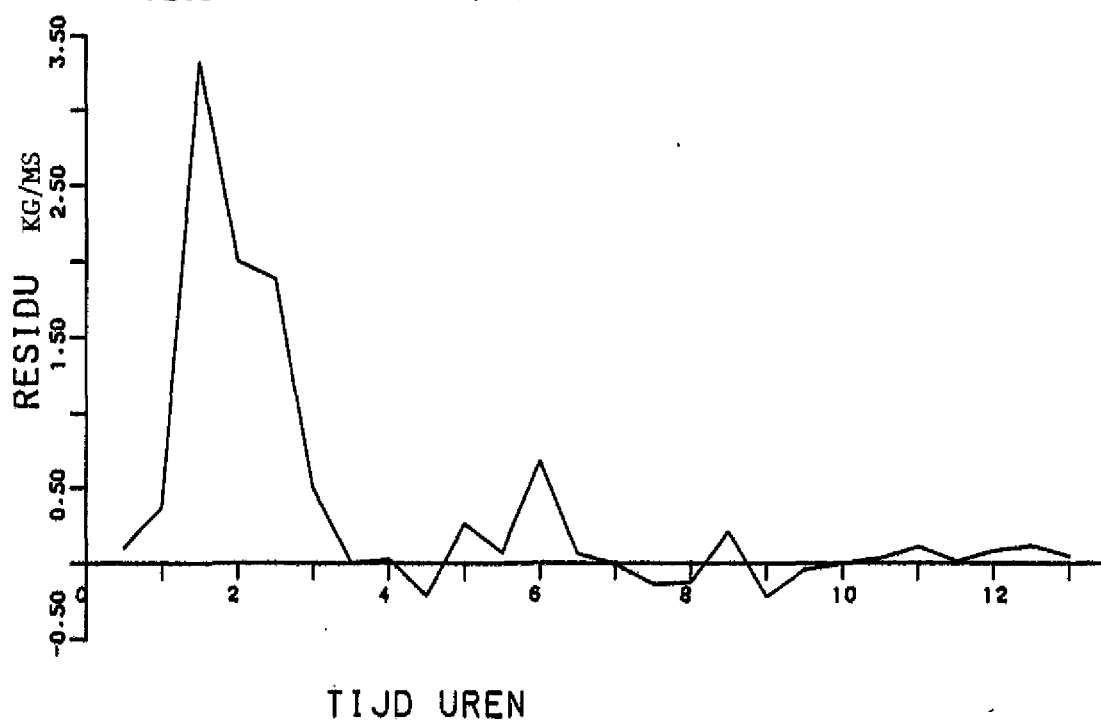
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

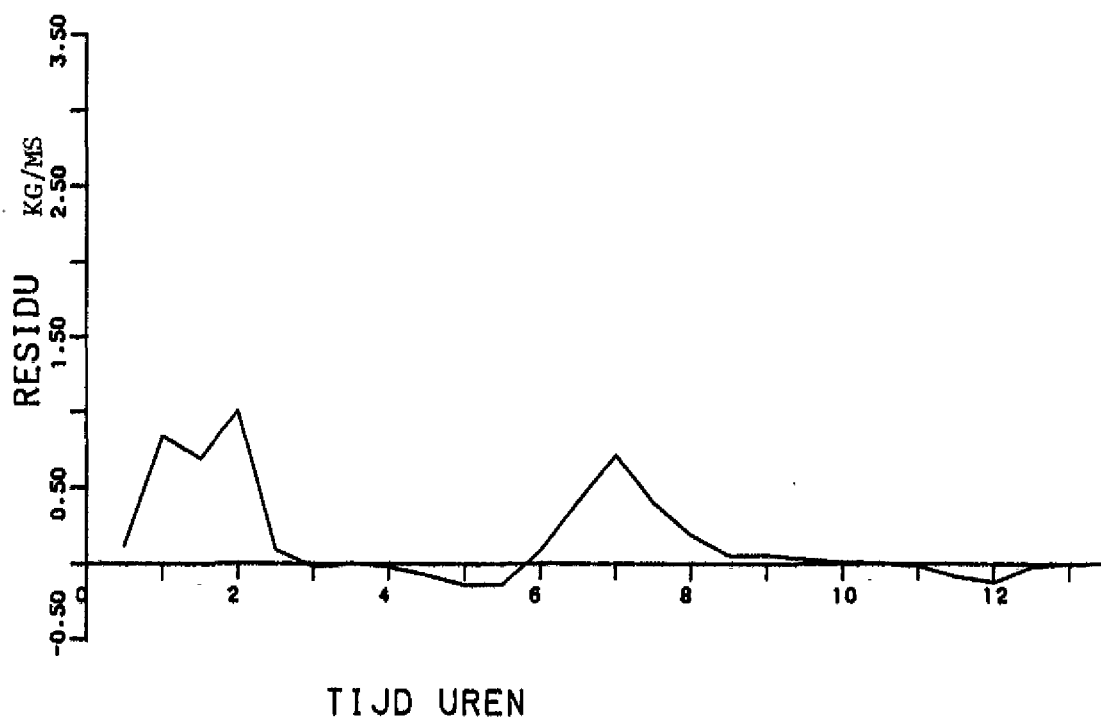
S0582

FIG.6.b

GEUL 14 8-4-81 94890.79410



GEUL 14 15-4-81 95450.79820



PLOT VAN DE RESIDUEN

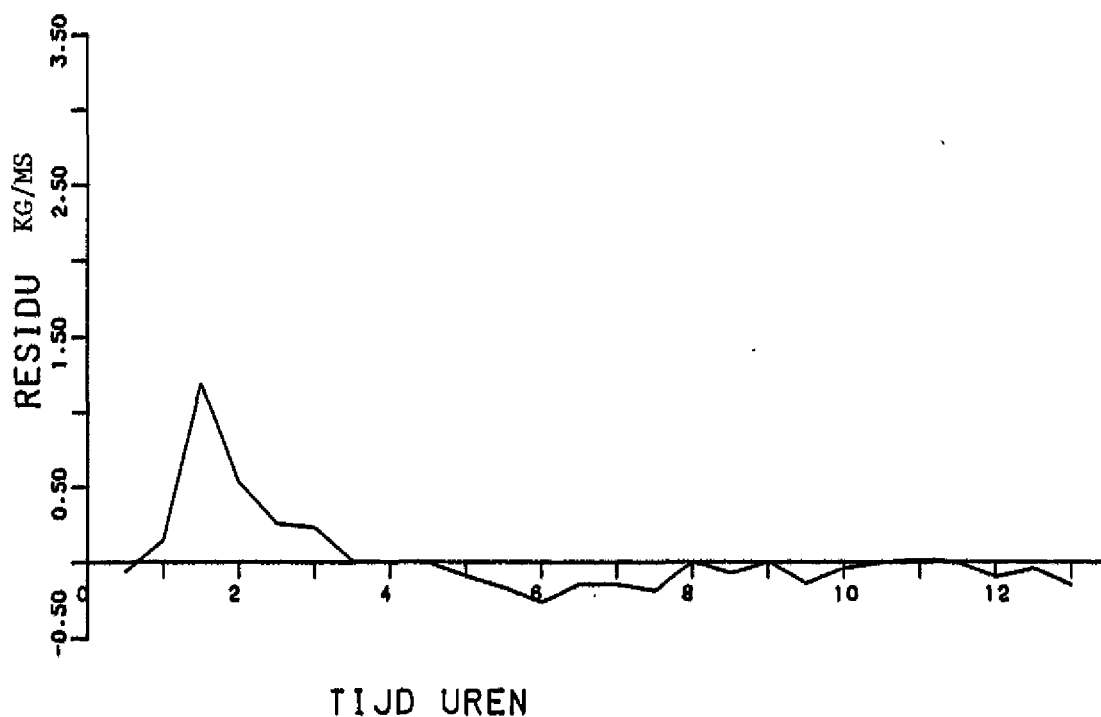
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

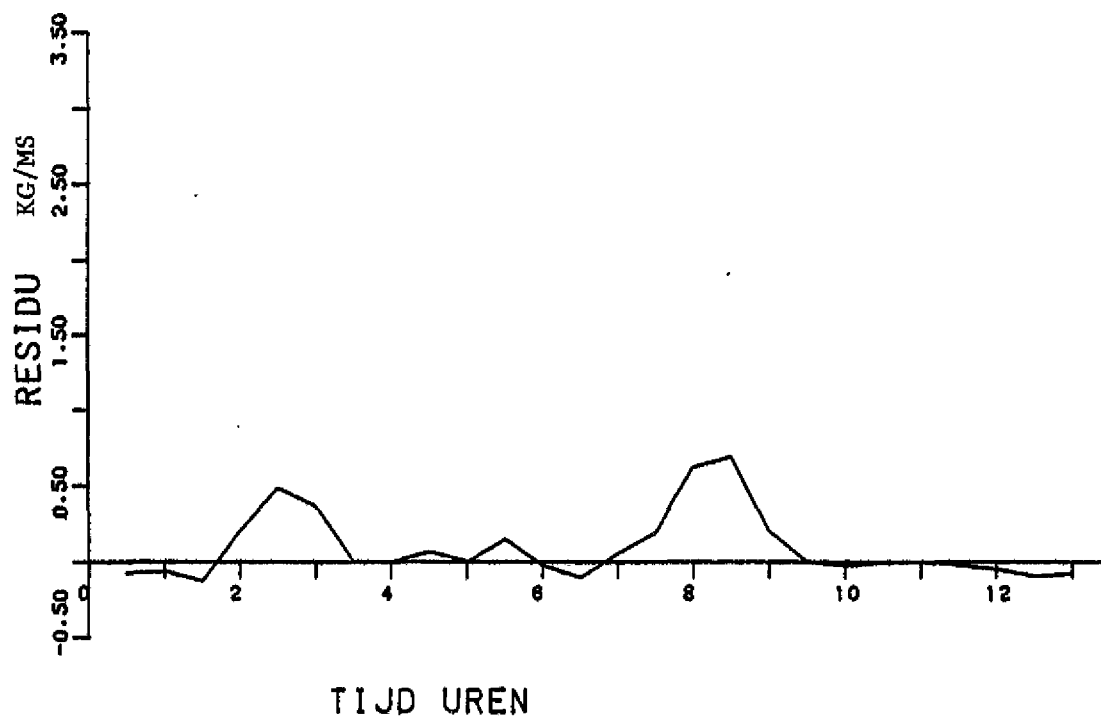
S0582

FIG.6.c

GEUL 14 15-4-81 94980.79410



GEUL 14 22-4-81 95670.80020



PLOT VAN DE RESIDUEN

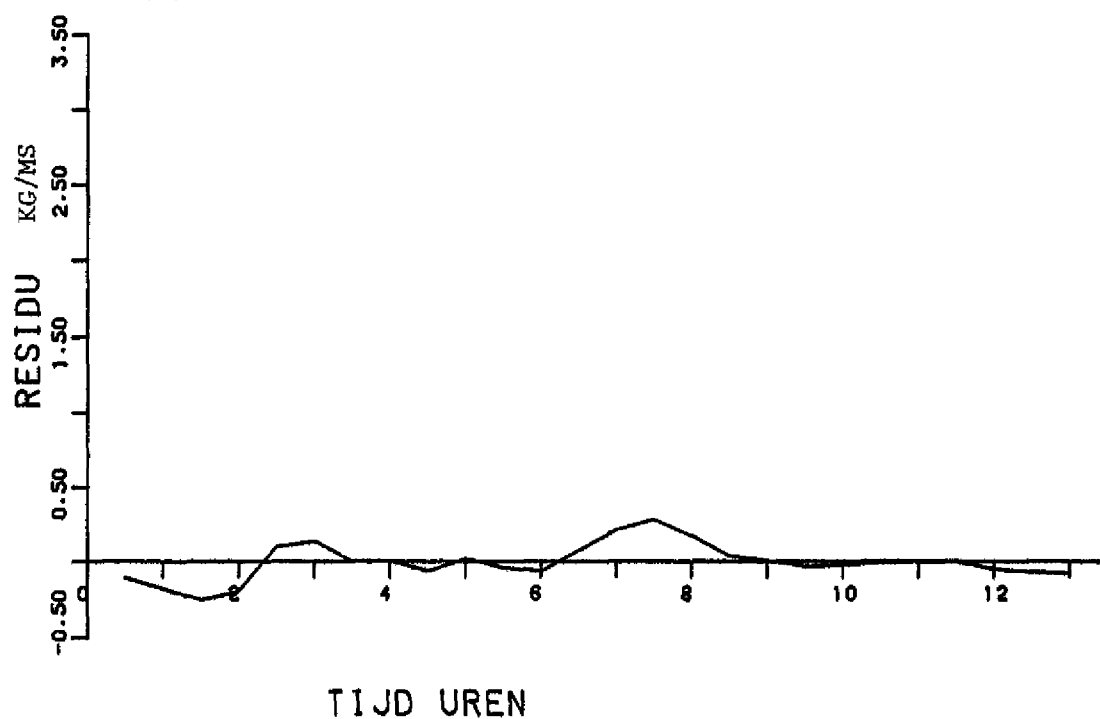
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

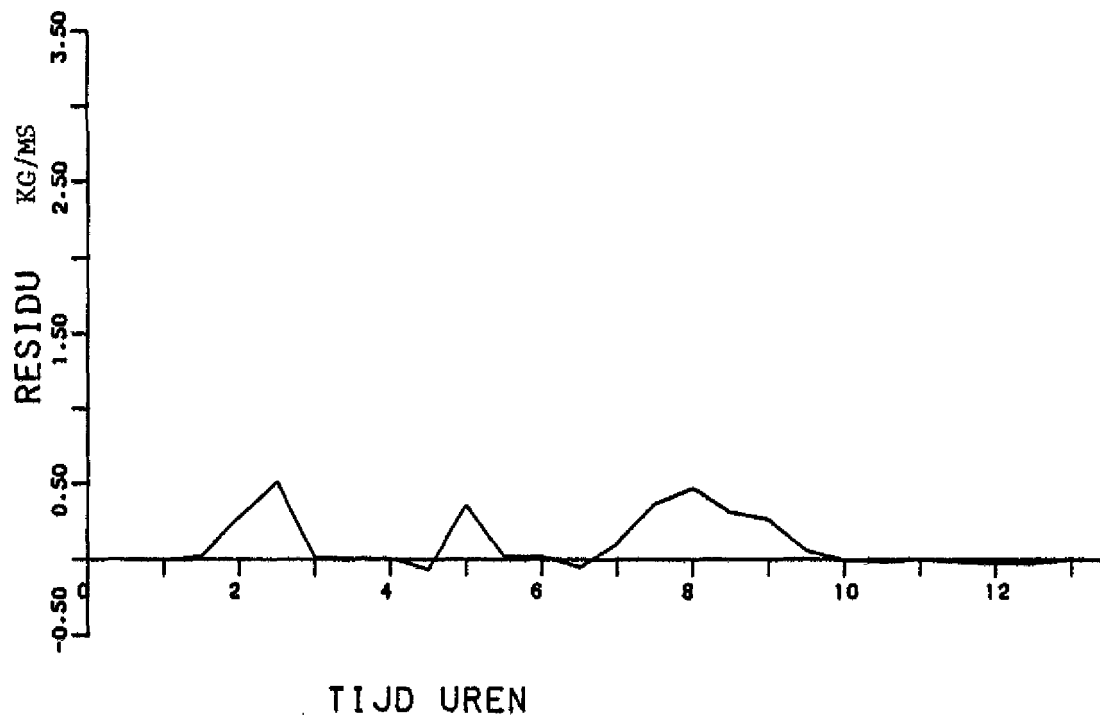
S0582

FIG.6.d

GEUL 14 15-5-81 95670.80020



GEUL 14 19-5-81 95820.80200



PLOT VAN DE RESIDUEN

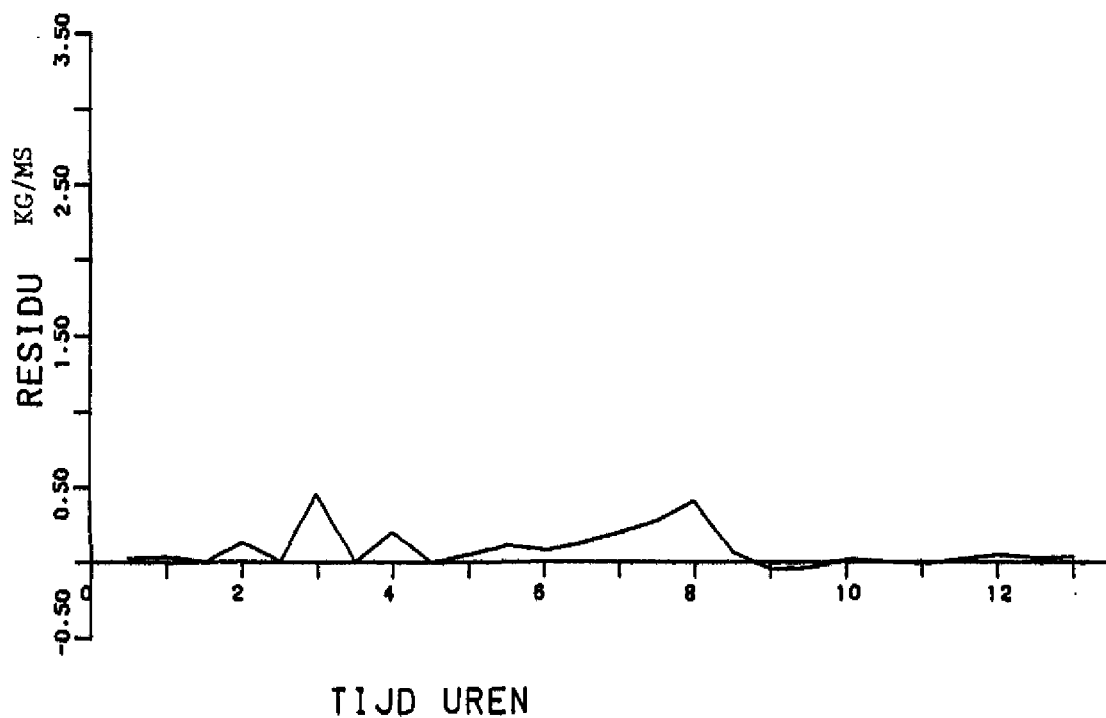
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

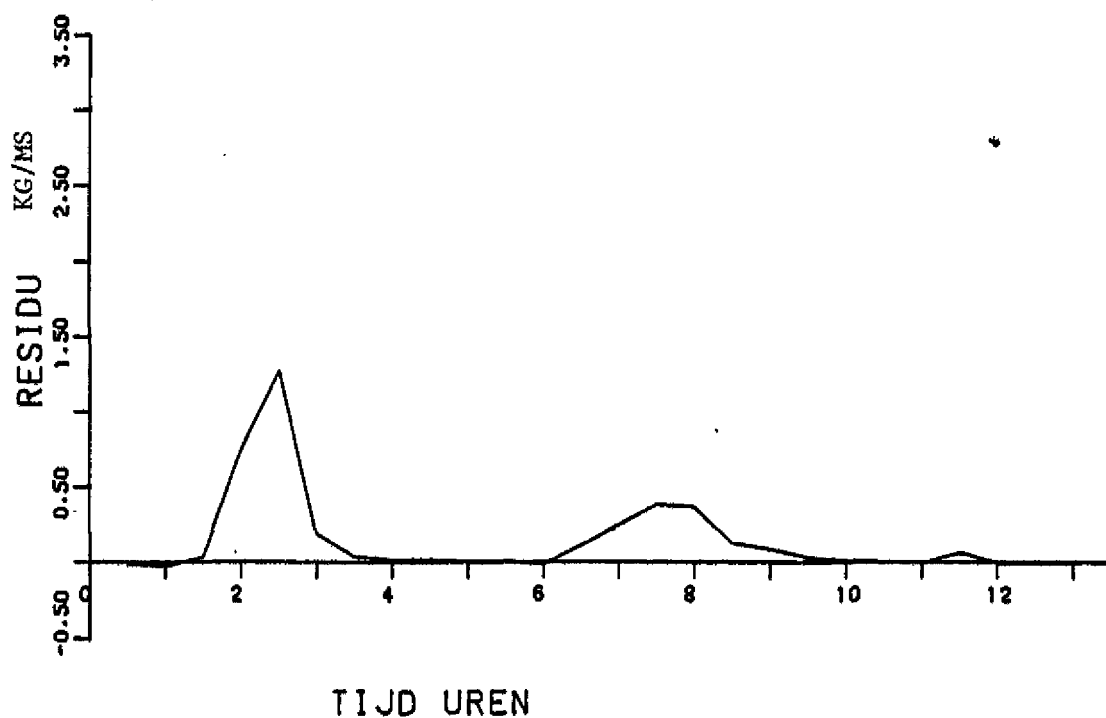
S0582

FIG.6.e

GEUL 14 21-5-81 94770.79225



GEUL 14 20-5-81 95450.79820



PLOT VAN DE RESIDUEN

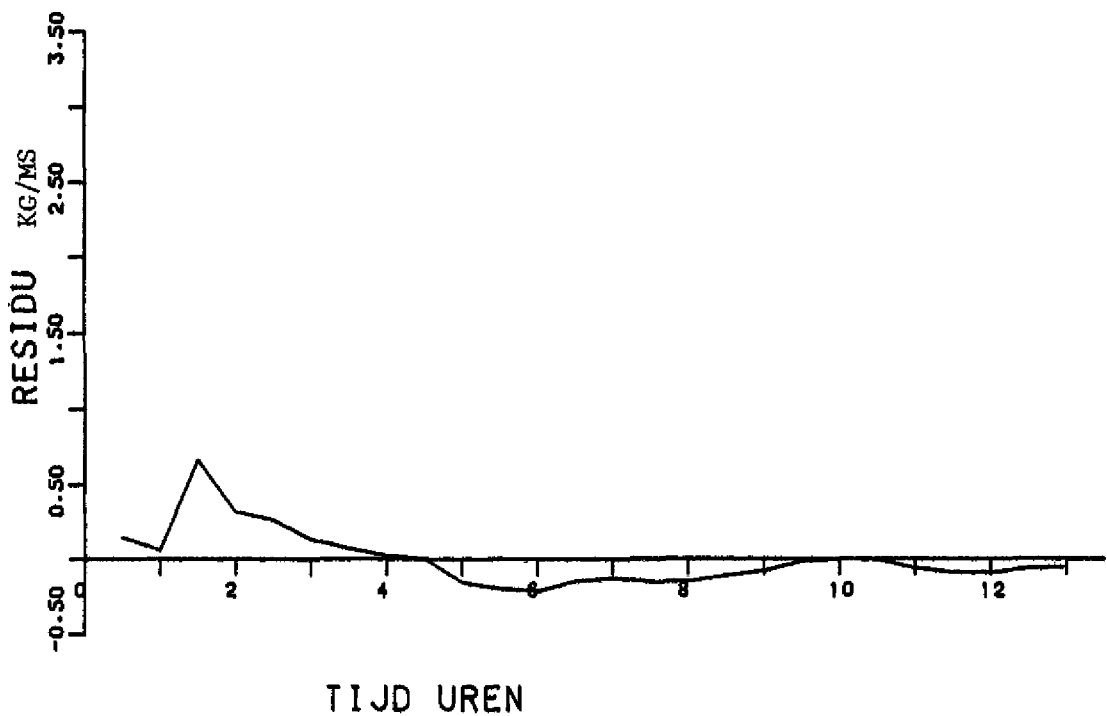
BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

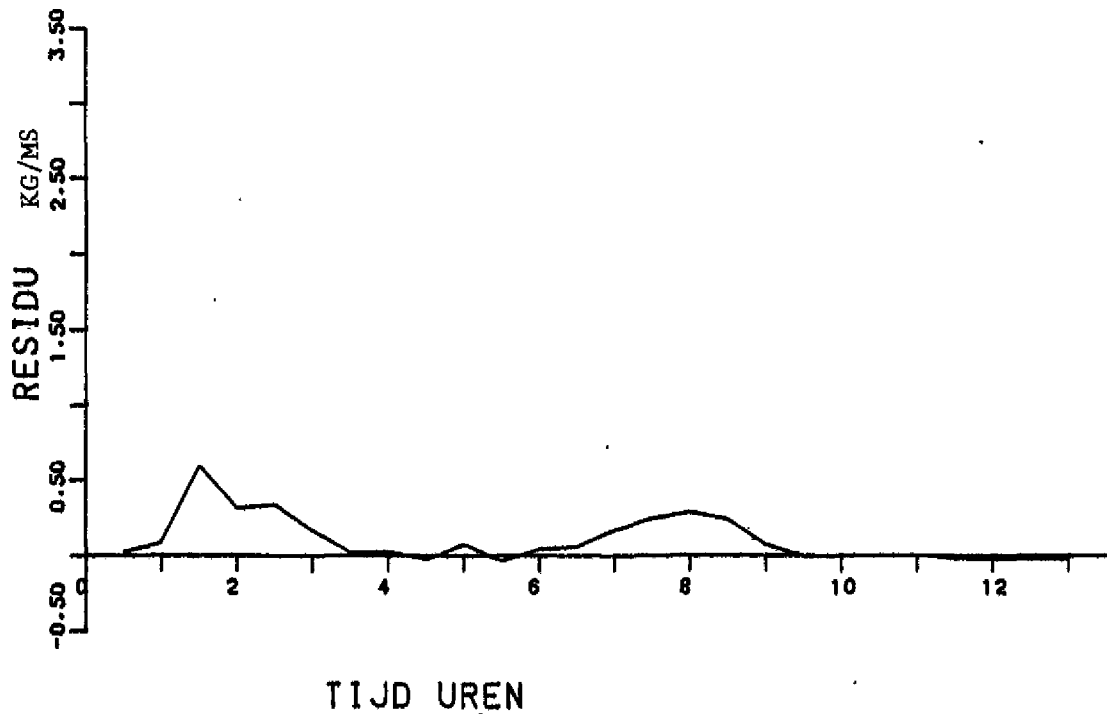
S0582

FIG.6.f

GEUL 14 26-5-81 94980.79410



GEM RESIDUEN



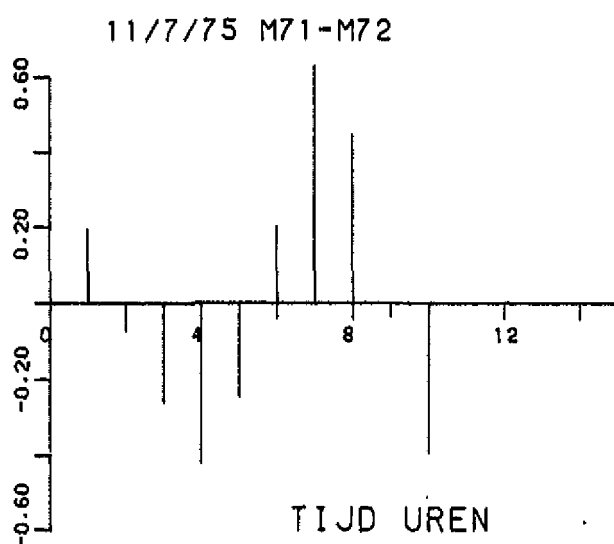
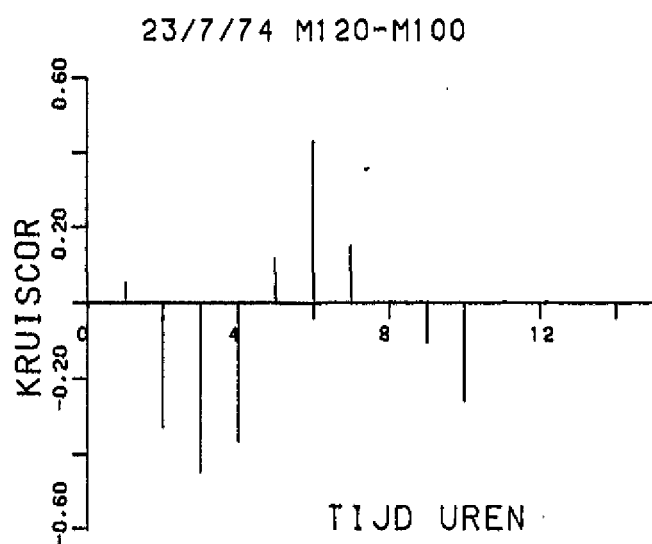
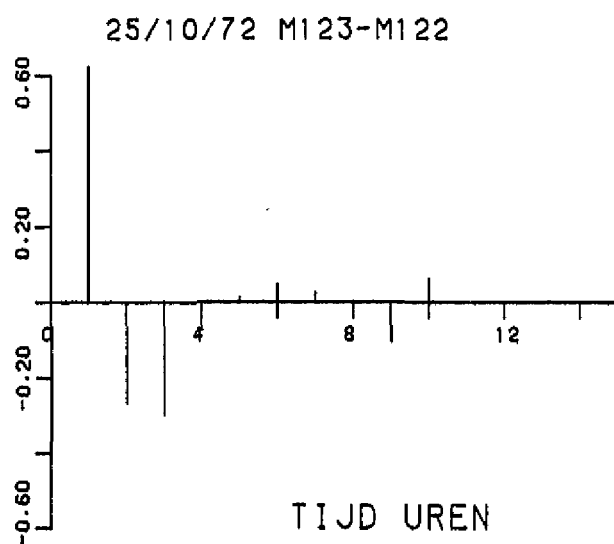
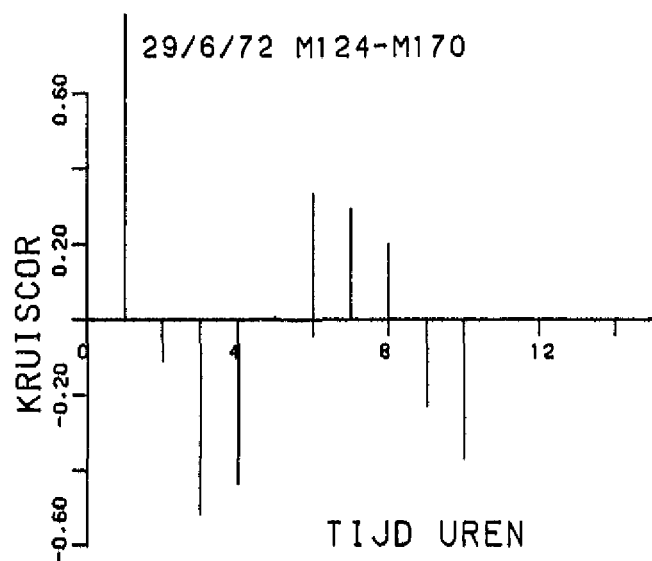
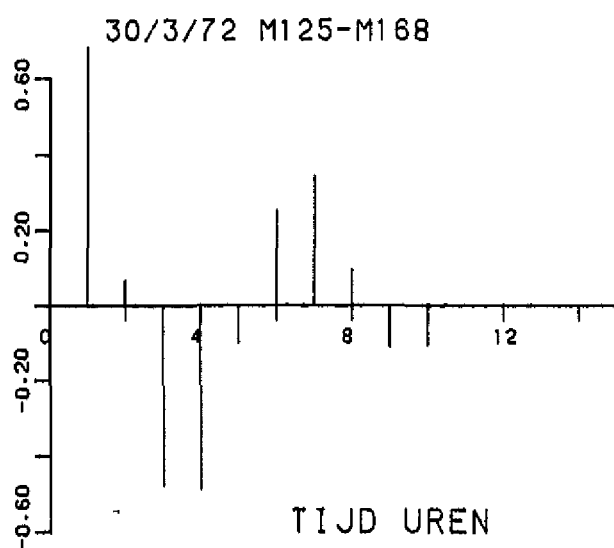
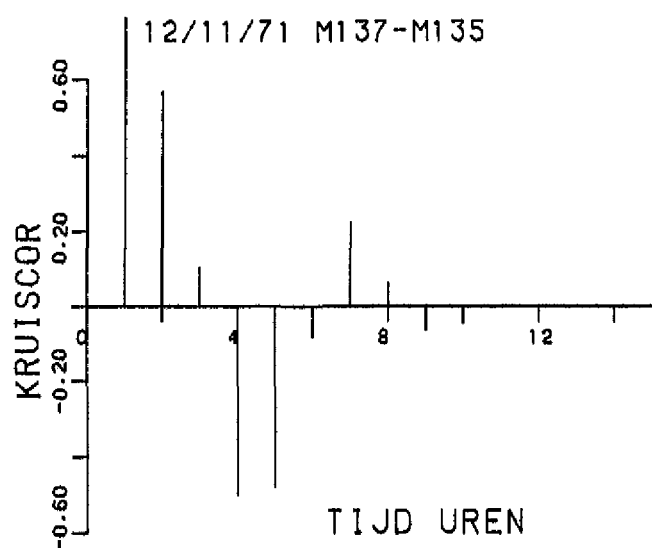
PLOT VAN DE RESIDUEN

BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG.6.g



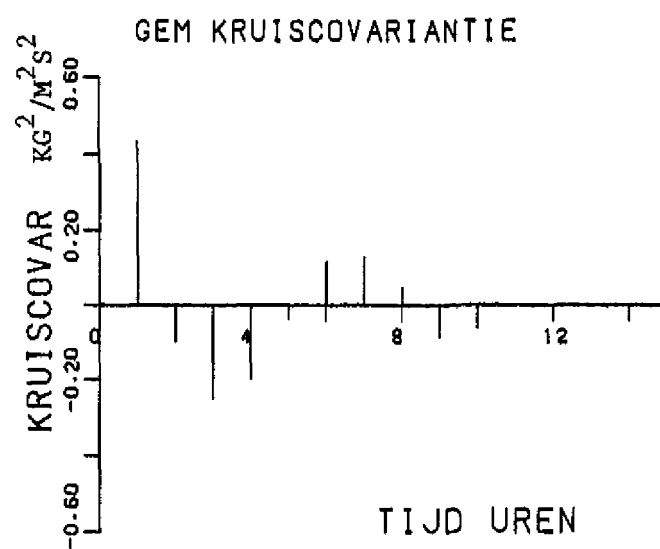
PLOT VAN KRUISCORRELATIES

BER. NR: 0

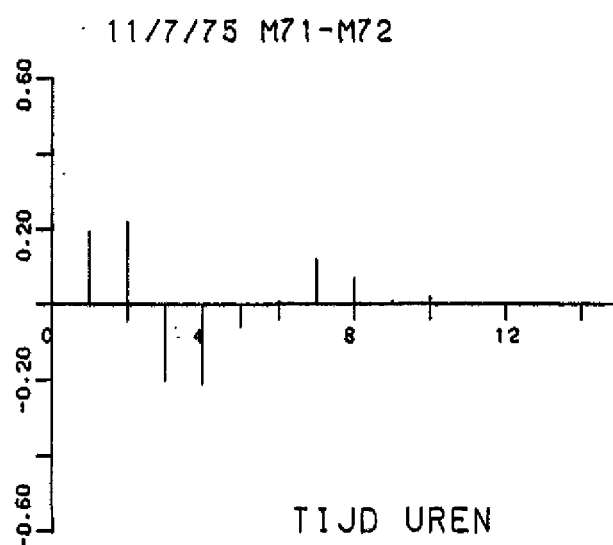
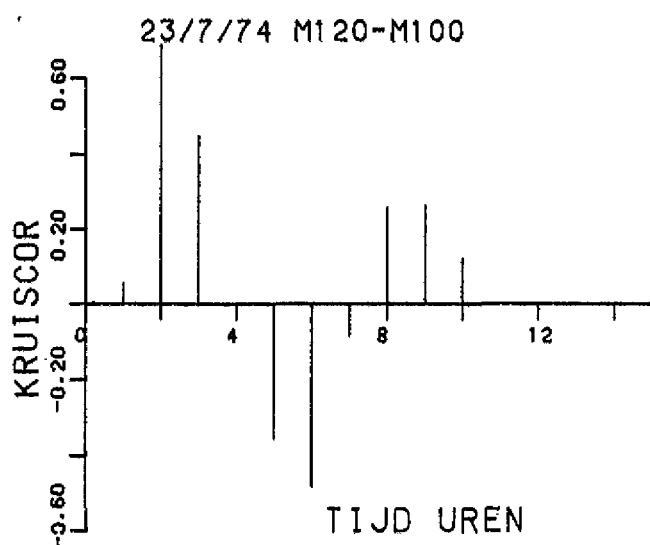
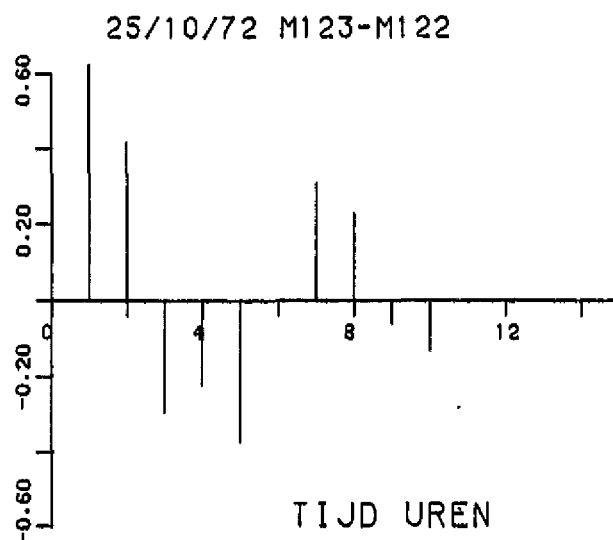
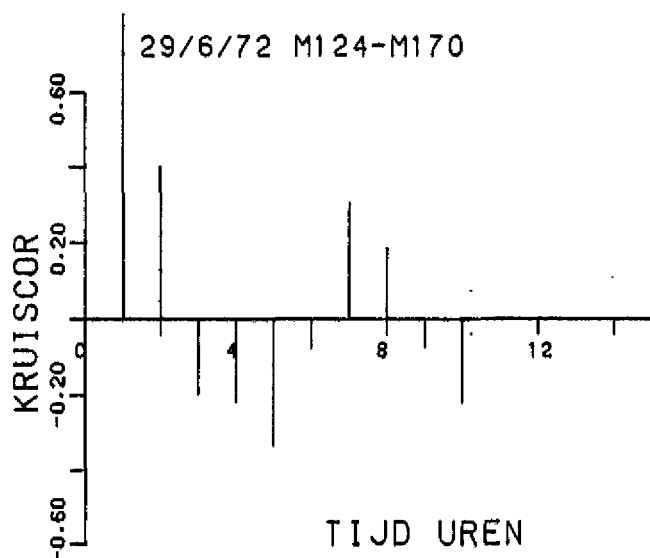
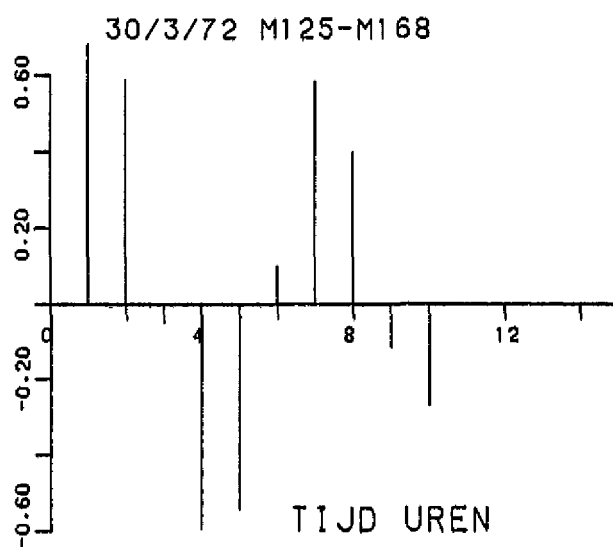
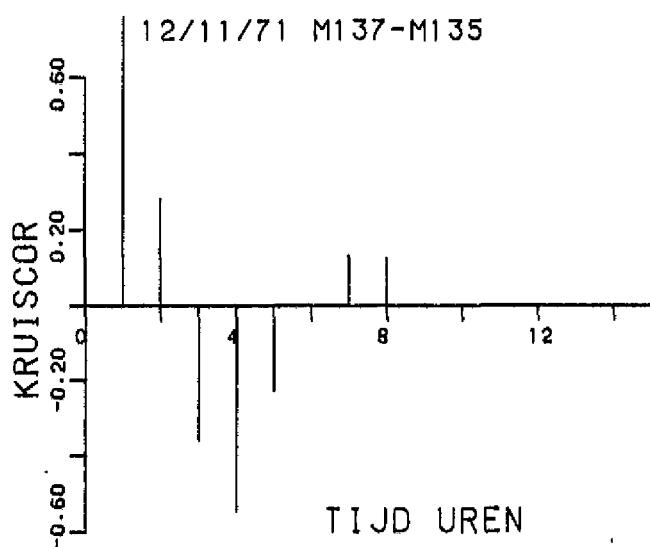
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG.7.a



PLOT VAN KRUISCORRELATIES		
	BER. NR: 0	
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	S0582	FIG.7.b



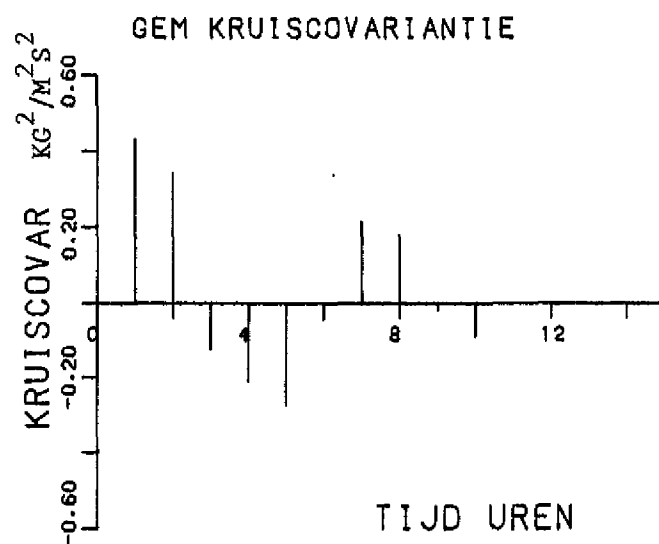
PLOT VAN KRUISCORRELATIES (-T)

BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG.7.c



PLOT VAN KRUISCORRELATIES (-T)

BER. NR: 0

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

S0582

FIG.7.d