

Stochastic (Markov) modelling along trajectories in a hydrodynamic model of series of events of potential interest for recruitment

ICES CM 2000/N:19

S. Mahévas
IFREMER

P. Petitgas
IFREMER

P. Lazure
IFREMER

rue de l'île d'Yeu, BP 21105
44311 Nantes Cedex 3, France

rue de l'île d'Yeu, BP 21105
44311 Nantes Cedex 3, France

Technopole de Brest Iroise
BP 70 Plouzane, France

Abstract

Coupling of biology to physics in recruitment studies is generally performed in two ways: (i) regression analysis of a meteorological index with an abundance index of fish, (ii) an individual based approach where partial differential equations are used to model food availability, growth and mortality of larvae along tracks of particles in a hydrodynamical model. Here we analyze the interest of an intermediate approach to the coupling. It is based on the statistical characteristics of the spatio-temporal process of larval environmental events along tracks of water masses in a hydrodynamical model. The water layer 0-30m is considered to be the habitat of the larvae. This layer is tracked by estimating average flow. The trajectories of the layer are tracked as if particles were released simultaneously on a grid in the hydrodynamic model on an important spawning ground of anchovy in Biscay (in front of the Gironde estuary). This sampling of space is repeated at regular intervals during the spawning season. Along a trajectory, layer averaged physical parameters such as temperature, vertical turbulence, advection, stratification are estimated with the physical model. This enables to construct a spatio-temporal series of categorical states (say, good or bad) for the larval environment that is experienced in space-time. Markov models are then fitted to the series of states along the trajectories. The interest in the modelling is in the estimation of statistics related to the time duration in the different states. The analysis is performed on a major spawning ground of anchovy in the bay of Biscay for two years where high and low recruitment occurred.

Keywords: Recruitment, Hydrodynamics, Markov, bio-physical coupling, anchovy, Biscay

1 Introduction

La prédiction du recrutement pose le problème de l'intégration horizontal sur de vastes zones et dans le temps sur plusieurs mois, de processus ayant lieu localement à petite échelle et concernant l'hydrodynamisme vertical ou la trophodynamique. Deux méthodologies sont appropriées pour effectuer l'intégration spatio-temporelle. L'une est la classique corrélation globale entre des paramètres environnementaux très intégrés spatio-temporellement et les séries d'abondance de poissons. L'intérêt de cette approche est de hiérarchiser les paramètres vraiment influents, son inconvénient est qu'elle ne permet pas une compréhension des mécanismes en cause. L'autre méthodologie est le couplage local biologie-physique le long de trajectoires de particules lâchées dans un modèle hydrodynamique. Cette dernière approche a les avantages suivants : les trajectoires sont déterminées en fonction des conditions climatiques donc éventuellement de situations globales, elles réalisent l'interaction spatio-temporelle que nous recherchons et, le long des trajectoires, les événements biologiques sont actualisés en fonction des conditions locales. Actuellement, le couplage biologie-physique est réalisé en utilisant des modèles déterministes, modélisant le comportement des larves (croissance, mortalité, alimentation, migration verticale,...). Ceci suppose une connaissance très précise des mécanismes et de leur variabilité. Nous proposons une approche intermédiaire entre l'approche globale et l'approche locale déterministe : faire le couplage biologie-physique à l'aide d'une modélisation probabiliste. Le long de trajectoires de masses d'eau simulées dans le modèle physique, on caractérise les événements verticaux (stratification, turbulence, upwelling) à l'aide d'indices permettant de définir des états (bons, mauvais, ...). La succession des événements verticaux le long des trajectoires est alors analysée comme un processus temporel. On a cherché à le modéliser par un processus markovien. L'étude est entreprise en fonction de l'anchois dans le golfe de Gascogne et a son recrutement. Deux années ont été choisies, 1990 et 1997 correspondant à un faible et fort recrutement. Le modèle hydrodynamique de l'IFREMER est utilisé.

2 Ecological questions

3 Hydrodynamic model and trajectories

- utilisation du modèle : lachers de particules dans le modèle au niveau de la zone de ponte principale, tous les xx jours et un suivi de ces particules pendant 1 mois (duree de la vie larvaire). On a une information toutes les heures environs sur la position, la température, la profondeur, la salinité, la turbulence, la vitesse verticale instantannée à la profondeur de 30 mètres, une énergie potentielle. Les particules representent en fait la tranche d'eau 0-30m correspondant a la couche homogène au dessus de la thermocline et décrite comme étant l'habitat des larves. Les valeurs physiques sont calculées en moyenne dans cette tranche. La trajectoire est obtenue en estimant le courant horizontal moyen pour la tranche.
- définition d'un BON et MAUVAIS état climatologique et hydrologique pour la larve on s'intéresse aux paramètres de stabilité verticale de la colonne d'eau car ils sont le plus forçant sur le développement planctonique. on a utilisé les paramètres vitesse verticale et turbulence. Pour chaque trajectoire, à chaque pas de temps, on transforme l'information de la trajectoire en un 0 (pour BON état) ou en un 1 (pour MAUVAIS état) en utilisant des seuils. On aboutit ainsi à une trajectoire caractérisée par une succession de 0 ou de 1. La longueur de la trajectoire équivaut au nombre d'observations retenues sur une période de 1 mois, soit 756 observations.

4 Markov Model

4.1 Definition of the model

On cherche à modéliser statistiquement l'ensemble des trajectoires correspondant au suivi pendant un mois de la tranche d'eau moyenne (pour une hauteur d'eau de 30 mètres) depuis une position dans la zone principale de ponte de l'anchois du Golfe de Gascogne. Ces trajectoires sont caractérisées par une succession de 0 et 1. On note T_i pour $i = 1, \dots, n$, les n trajectoires de longueur $N = 756$. Dans une première approche, on souhaité étudier si un processus markovien de premier ordre permettrait de caractériser cette succession de 0 et de 1. C'est à dire si le fait

de connaître l'état du processus à l'instant t permettrait de définir dans un cadre probabiliste l'état du processus à l'instant $t + 1$. Soit $(Y_t)_{t=1,\dots,N}$ ce processus. Dire que Y_t est un processus markovien d'ordre 1, revient à écrire que pour tout instant t :

$$P(Y_t = y_t \mid Y_{t-1} = y_{t-1}, \dots, Y_0 = y_0) = P(Y_t = y_t \mid Y_{t-1} = y_{t-1}).$$

Ici (Y_t) est un processus à deux états (0 et 1). Notons

$$\begin{cases} \pi_1(t) = P(Y_t = 1 \mid Y_{t-1} = 1) \\ \pi_0(t) = P(Y_t = 0 \mid Y_{t-1} = 0) \end{cases}$$

Par conséquent, pour caractériser le processus (Y_t) il suffit d'estimer ces deux probabilités de transition pour chaque instant t . A partir des trajectoires T_i , on peut construire à chaque pas de temps $t > 1$, une table des occurrences de transition de la façon suivante :

$t - 1 \setminus t$	0	1	Effectifs
0	$N_{00}(t)$	$N_{01}(t)$	$N_0(t - 1)$
1	$N_{10}(t)$	$N_{11}(t)$	$N_1(t - 1)$
Effectifs	$N_0(t)$	$N_1(t)$	n

où $N_{ij}(t)$ et $N_i(t)$ désignent respectivement le nombre de trajectoires tel que à l'instant $t - 1$ la trajectoire était dans l'état i et à l'instant t dans l'état j , et le nombre de trajectoires qui à l'instant t était dans l'état i . Les probabilités observées sur notre échantillon $(T_1, \dots, T_n)$ de trajectoires sont

$$\begin{cases} \pi_1^{obs}(t) = \frac{N_{11}(t)}{N_1(t-1)} \\ \pi_0^{obs}(t) = \frac{N_{01}(t)}{N_0(t-1)} \end{cases}$$

La vraisemblance associée à cet échantillon (aléatoire), sous l'hypothèse d'une distribution markovienne d'ordre 1 est :

$$P(T_1(t) = y_1(t), \dots, T_n(t) = y_n(t) \mid T_1(t-1) = y_1(t-1), \dots, T_n(t-1) = y_n(t-1)) = (\pi_0(t))^{N_{01}(t)} (1 - \pi_0(t))^{(N_0(t-1) - N_{01}(t))} (\pi_1(t))^{N_{11}(t)} (1 - \pi_1(t))^{N_1(t-1) - N_{11}(t)}.$$

Il s'agit de la combinaison de 2 binomiales indépendantes : $\mathcal{B}((N_0(t-1), \pi_0(t)))$ et $\mathcal{B}((N_1(t-1), \pi_1(t)))$. Sous l'hypothèse d'une distribution markovienne d'ordre 1 et sous l'hypothèse que

l'échantillon $(T_1, \dots, T_n)$ est la réalisation de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées, une estimation exhaustive complète de la moyenne respective de ces deux lois résulte de l'ajustement d'un modèle linéaire généralisé canonique pour une distribution binomiale sur les observations et variables explicatives suivantes :

Observations	Etat à $t - 1$	Instant t
$\frac{N_{11}(2)}{N_1(1)}$	1	2
$\frac{N_{01}(2)}{N_0(1)}$	0	2
$\frac{N_{11}(3)}{N_1(2)}$	1	3
$\frac{N_{01}(3)}{N_0(2)}$	0	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

(La fonction de lien canonique est la fonction *logit*.)

Finalement n'ayant pas d'a priori sur l'ordre du processus, nous avons dans un premier temps tenté d'ajuster un modèle markovien d'ordre 2, c'est à dire que avec l'hypothèse que le processus (Y_t) vérifiait pour tout instant t la propriété suivante:

$$P(Y_t = y_t \mid Y_{t-1} = y_{t-1}, \dots, Y_0 = y_0) = P(Y_t = y_t \mid Y_{t-1} = y_{t-1}, Y_{t-2} = y_{t-2}).$$

Dans ce cadre il s'agit d'estimer 4 probabilités de transition :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_{11}(t) = P(Y_t = 1 \mid Y_{t-1} = 1, Y_{t-2} = 1) \\ \pi_{10}(t) = P(Y_t = 1 \mid Y_{t-1} = 0, Y_{t-2} = 1) \\ \pi_{01}(t) = P(Y_t = 1 \mid Y_{t-1} = 1, Y_{t-2} = 0) \\ \pi_{00}(t) = P(Y_t = 1 \mid Y_{t-1} = 0, Y_{t-2} = 0) \end{array} \right.$$

et la fonction de vraisemblance est une combinaison de 4 binomiales indépendantes : $\mathcal{B}((N_{00}(t-1), \pi_{00}(t)), \mathcal{B}((N_{10}(t-1), \pi_{10}(t)), \mathcal{B}((N_{01}(t-1), \pi_{01}(t))$ et $\mathcal{B}((N_{00}(t-1), \pi_{00}(t))$. Et de la même manière une estimation des 4 probabilités de transition résulte de l'ajustement d'un modèle linéaire généralisé canonique pour une distribution binomiale sur les observations et variables explicatives suivantes :

Observations	état à $t - 1$	état à $t - 2$	instant t
$\frac{N_{111}(3)}{N_{11}(2)}$	1	1	3
$\frac{N_{011}(3)}{N_{01}(2)}$	1	0	3
$\frac{N_{101}(3)}{N_{10}(2)}$	0	1	3
$\frac{N_{001}(3)}{N_{00}(2)}$	0	0	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

4.2 Fitting the model for year 1990

Voici le résultat de l'ajustement du modèle markovien d'ordre 2 non homogène (avec S+UNIX 5.1), $\text{glm}(\text{Obs} \sim \text{état à } (t - 1) + \text{état à } (t - 2) + \text{temps}, \text{famille} = \text{binomiale})$

Coefficients: (Intercept) = -2.133888, état à $(t - 1)$ = 3.476295, état à $(t - 2)$ = 0.5481796
et temps = 1.812342e-05

Degrés de liberté: 3068 Totaux; 3064 Résiduels; Déviance Résiduelle: 1073.881

Table d'analyse de Déviance :

	DI	Déviance	Résid. DI	Dév. Résid.	Pr(Chi)
NULL			3067	2728.433	
état à $(t - 1)$	1	1625.326	3066	1103.107	0.0000000
état à $(t - 2)$	1	29.219	3065	1073.887	0.0000001
temps t	1	0.006	3064	1073.881	0.9365053

Le tableau d'analyse de la déviance montre que la variable explicative donnant l'état du processus à l'instant $t - 1$ entraîne une forte chute de déviance. L'ajout de la variable explicative donnant l'état du processus à l'instant $t - 2$ provoque une faible chute de déviance (29.219) et le test du χ^2 , permettant de tester la différence entre les modèles emboîtés, fait apparaître un début de non significativité ($Pr(Chi) = 0.0000001$). La dernière ligne du tableau traitant

l'ajout de la variable temps comme variable explicative, permet de conclure que le temps n'apporte pas d'explication ($Pr(Chi) = 0.9365053$) au modèle précédent. Le modèle parmi ces 3 modèles s'ajustant le mieux (sur un critère d'explication de la déviance et de parcimonie) est le modèle markovien d'ordre 1 homogène. Notons que si l'on supprime la variable temps, il y a suffisamment d'observations pour tester une interaction entre la variable explicative état du processus à l'instant $t - 1$ et la variable explicative état du processus à l'instant $t - 2$. Néanmoins en observant la dernière ligne du tableau d'analyse de la déviance du modèle homogène semi-markovien, $glm(\text{Obs} \sim \text{état à } (t - 1) * \text{état à } (t - 2), \text{famille} = \text{binomiale})$, il apparaît que cette interaction n'apporte pas d'explication à la variabilité des observations.

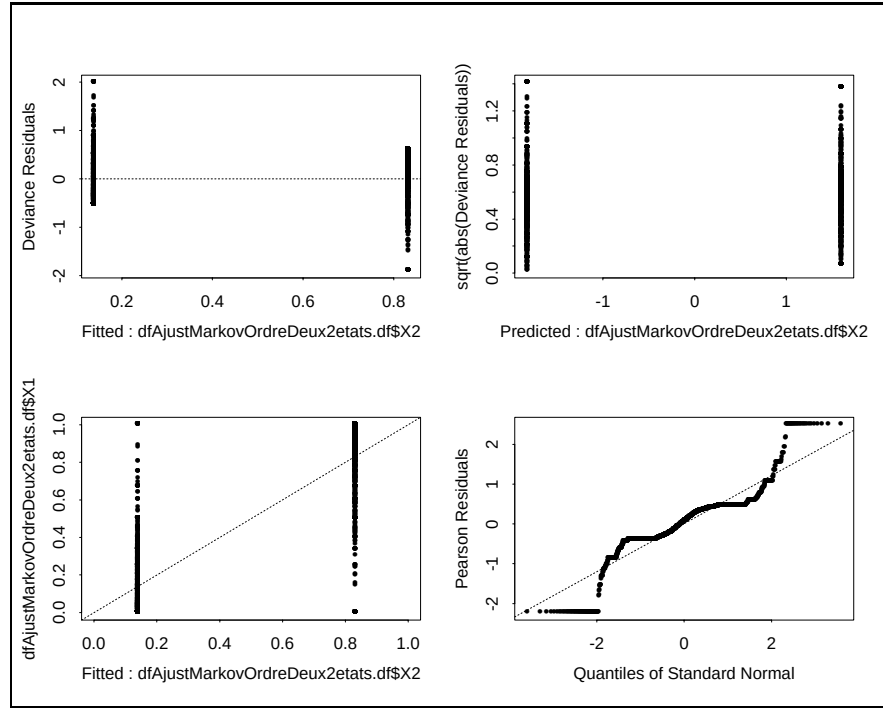
	DI	Déviance	Resid. DI	Dev. Résid.	Pr(Chi)
NULL			3067	2728.433	
état à $(t - 1)$	1	1625.326	3066	1103.107	0.000000e+0
état à $(t - 2)$	1	29.219	3065	1073.887	65.0e-7
interaction $(t-1)/(t-2)$	1	10.487	3064	1063.400	12.023e-4

Considérons à présent l'ajustement du modèle markovien homogène (avec S+ UNIX 5.1).
 $glm(\text{Obs} \sim \text{état à } (t - 1), \text{famille} = \text{binomiale})$

Degrés de liberté: 3068 Total; 3066 Résidus Déviance Résiduelle: 1103.107

Coefficients: (Intercept) $= \hat{\alpha} = -1.825791$ état à $(t - 1) = \hat{\beta} = 3.424367$

Les résidus sont les suivants:



Intervalle de confiance à 95%

L'ajustement du modèle linéaire généralisé est le suivant :

$$\begin{cases} \text{logit}(\hat{\pi}_0(t)) = \hat{\alpha} \\ \text{logit}(\hat{\pi}_1(t)) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \end{cases}$$

Or on sait que $\hat{\alpha} - \text{logit}(\hat{\pi}_0(t)) \sim \mathcal{N}(0, \text{var}(\hat{\alpha}))$. et $\hat{\alpha} - \text{logit}(\hat{\pi}_1(t)) \sim \mathcal{N}(0, \text{var}(\hat{\alpha}) + 2 * \text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) + \text{var}(\hat{\beta}))$. La fonction de lien étant une fonction continue strictement croissante, on peut directement déduire d'un intervalle de confiance pour $\text{logit}(\pi_0(t))$ (resp. $\text{logit}(\pi_1(t))$), un intervalle de confiance pour $\pi_0(t)$ (resp. $\pi_1(t)$). Soit,

$$\begin{cases} \pi_1(t) \in [0.1375, 0.14] \\ \pi_0(t) \in [0.7824, 0.8719] \end{cases}$$

4.3 Fitting the model for year 1997

De la même manière que pour l'année 1990, on a réalisé l'ajustement des différents modèles (avec S+ UNIX 5.1) afin de tester l'homogénéité et l'ordre du processus markovien. Comme pour l'année 1990, il s'est avéré sur des critères de chute de déviance et de parcimonie que le modèle homogène de premier ordre permettait d'expliquer une grosse part de la variabilité des observations (chute de déviance de 60%).

Modèle semi-markovien non homogène

glm(Obs ~ état à $(t - 1)$ + état à $t - 2$ + temps, famille = binomiale)

Coefficients: (Intercept) = -2.449284 état à $(t - 1)$ = 3.841889 état à $(t - 2)$ = 0.8769356
temps = -5.688191e-05

Degrés de liberté: 3068 Totaux; 3064 Résiduels Déviance résiduelle: 1073.881

Table d'analyse de déviance

	Df	Déviance	Df Résid.	Dév. Résid.	Pr(Chi)
NULL			3067	2910.824	
état à $(t - 1)$	1	1813.367	3066	1097.457	0.000000e+00
état à $(t - 2)$	1	65.177	3065	1032.280	0.000000e+00
temps t	1	0.056	3064	1032.224	0.8129788

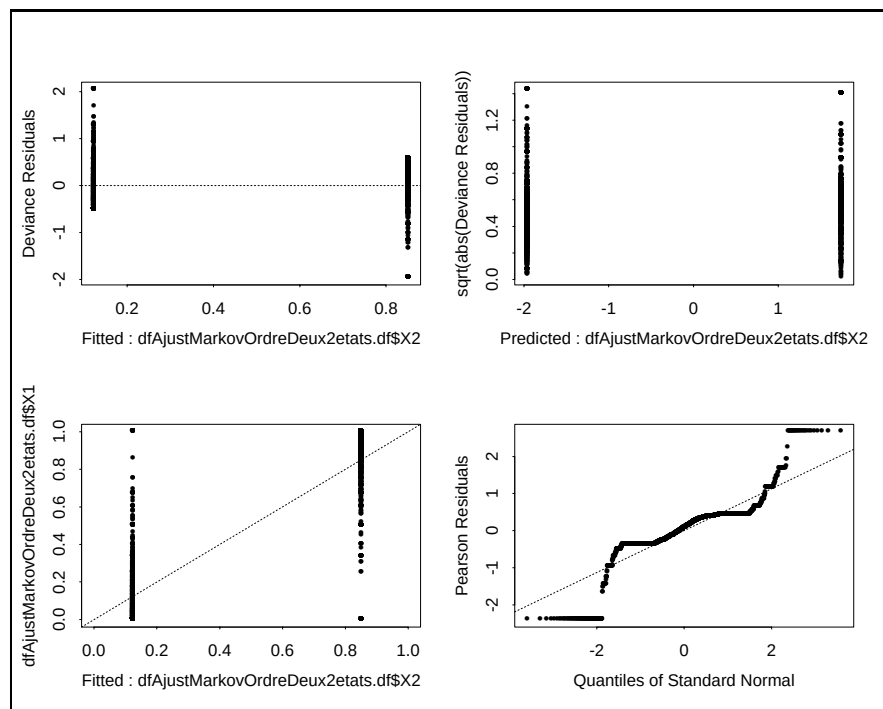
Modèle markovien homogène

glm(Obs ~ état à $(t - 1)$, famille = binomiale)

Coefficients: (Intercept) = $\hat{\alpha}$ = -1.96103 état à $(t - 1)$ = $\hat{\beta}$ = 3.703276

Degrés de liberté : 3068 Totaux; 3066 Résiduels; Déviance Résiduelle : 1097.457

Les résidus sont les suivants:



Intervalle de confiance à 95 % De la même façon qu'en 1990, connaissant la distribution de $\hat{\alpha} - \text{logit}(\hat{\pi}_0(t))$ (resp. $\hat{\alpha} - \text{logit}(\hat{\pi}_1(t))$) on déduit un intervalle de confiance pour $\pi_0(t)$ (resp. $\pi_1(t)$). Soit,

$$\begin{cases} \pi_1(t) \in [0.1223, 0.1246] \\ \pi_0(t) \in [0.803, 0.8879] \end{cases}$$

5 Clustering

Les modèles qui ont été ajustés pour les années 1990 et 1997 prennent en compte toutes les trajectoires. On s'est posé la question de savoir si un regroupement de ces trajectoires selon un critère de proximité dans la structure spatiale (forme orientée de la trajectoire et zone parcourue) ne permettrait pas d'améliorer la qualité des modèles. Il faut pour cela définir une distance

formalisant cette notion de structure spatiale. Nous avons envisagé deux distances. Soient T_1 et T_2 deux trajectoires, telle que $T_i(t)$ désigne la position en longitude et latitude de la trajectoire T_i à l'instant t .

Spatial orientation

$$d1(T_1, T_2) = \sum_t ||\overrightarrow{T_1(t-1)T_1(t)} - \overrightarrow{T_2(t-1)T_2(t)}||^2$$

Cette distance permet de regrouper des trajectoires qui auront la même orientation dans l'espace au cours du temps.

Shift of zone

$$d1(T_1, T_2) = \sum_t ||\overrightarrow{T_1(t)T_2(t)}||^2$$

Cette distance permet de regrouper des trajectoires qui circuleront au cours du temps dans la même zone. La distance mesure un écart spatial.

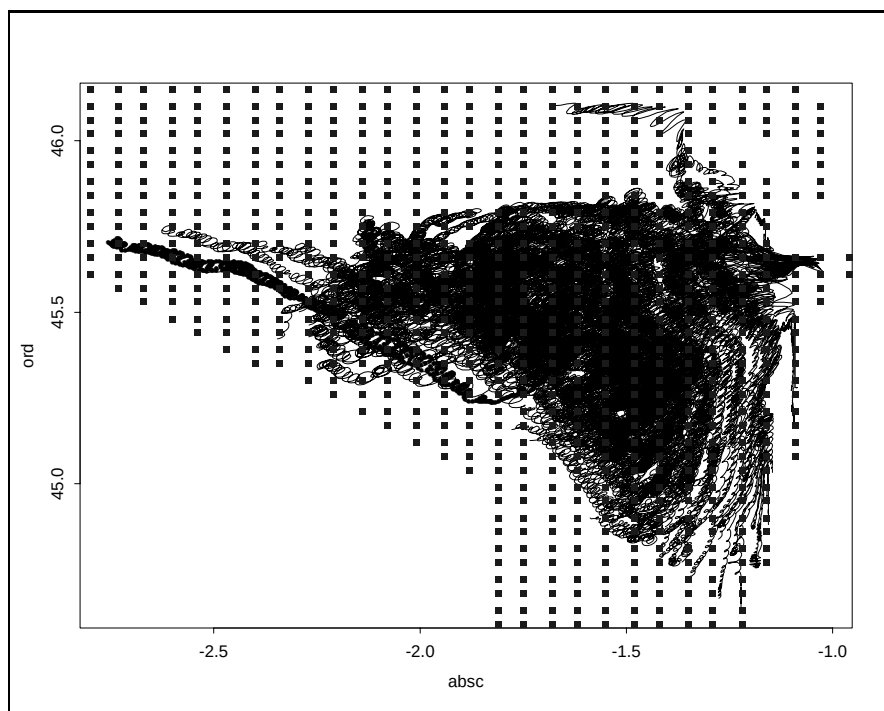
Aucune de ces distances, prise une à une, n'a permis de faire des regroupements qui améliorerait le modèle. Il faudrait sûrement envisager de faire un regroupement multicritères ou améliorer les distances.

6 Comparing 90 with 97

L'année 1990 est une année de très faible recrutement (2000 millions d'individus d'âge 1 estimés au premier janvier de l'année 1991) alors que 1997 apparaît comme une année avec un recrutement spectaculaire (9000 millions d'individus d'âge 1 estimés au premier janvier de l'année 1998). Dans un premier temps nous allons étudier les différences observées sur les trajectoires des colonnes d'eau moyenne en 1990 et en 1997. D'un point de vue global, voici une représentation de l'ensemble des trajectoires, non échouées et non sorties du modèle, étudiées par année.

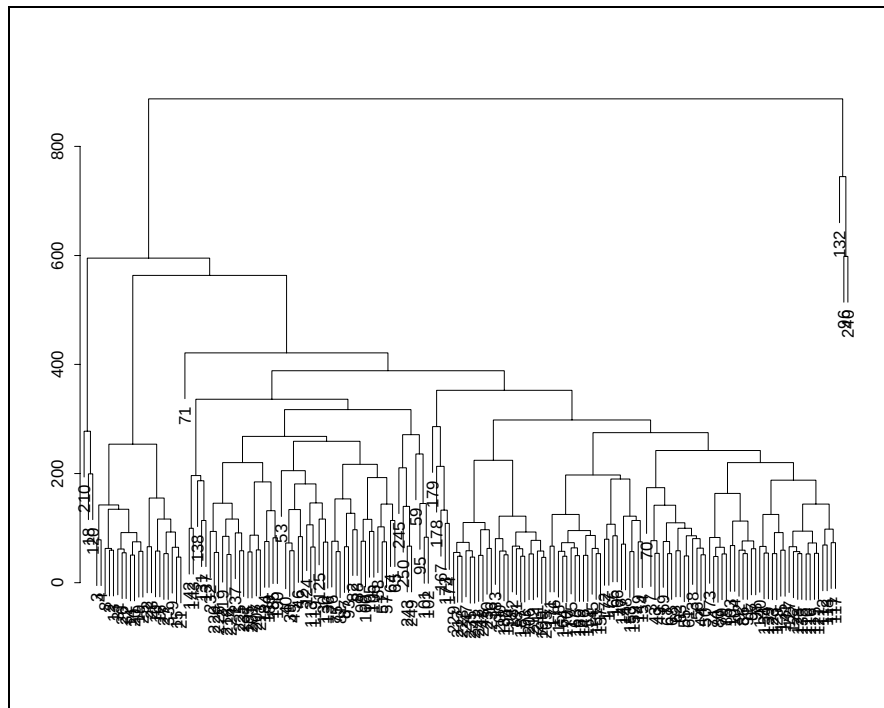
Pour 1990 Il y a eu 29 échouage sur les côtes est et 40 sorties vers l'ouest. C'est une année qui a été caractérisée par de faible vitesse verticale (témoin de l'absence d'un «phénomène d'upwelling» ou d'un «phénomène de downwelling»), par une très faible couverture de

la zone de panache de la Gironde et enfin par une cassure sensible dans la croissance stratification globale (déficit d'énergie potentielle moyen sur toute la zone) en fin de saison.



En utilisant la première distance (définie au paragraphe précédent), voici la classification

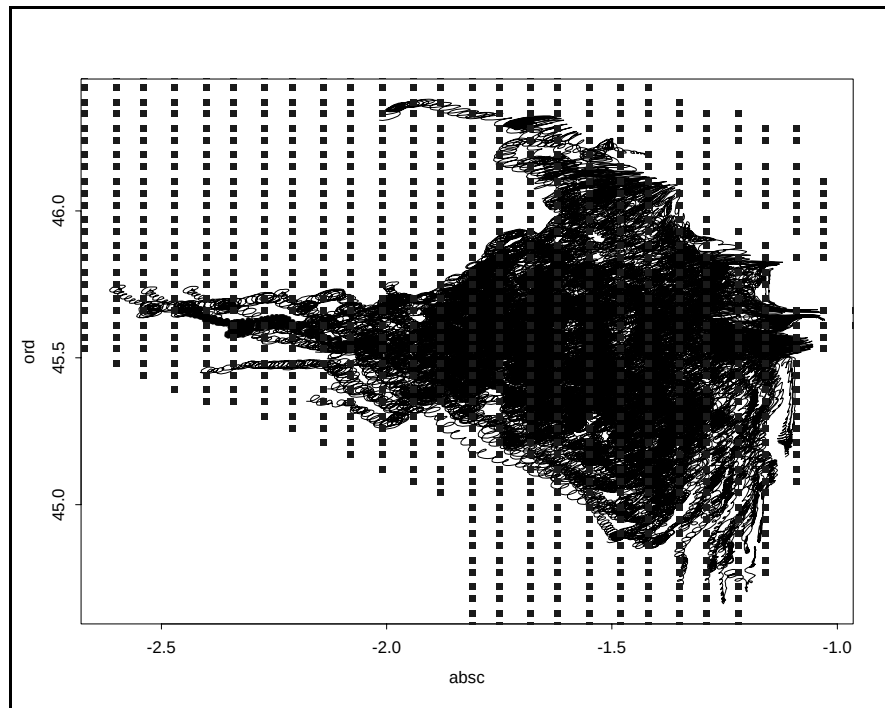
obtenue:



Il apparait très clairement une grande hétérogénéité dans les formes de trajectoires. Pour une distance égale à 200, le nombre de groupe est égal à 27 et pour une distance égale à 600, le nombre de groupe est égal à 3.

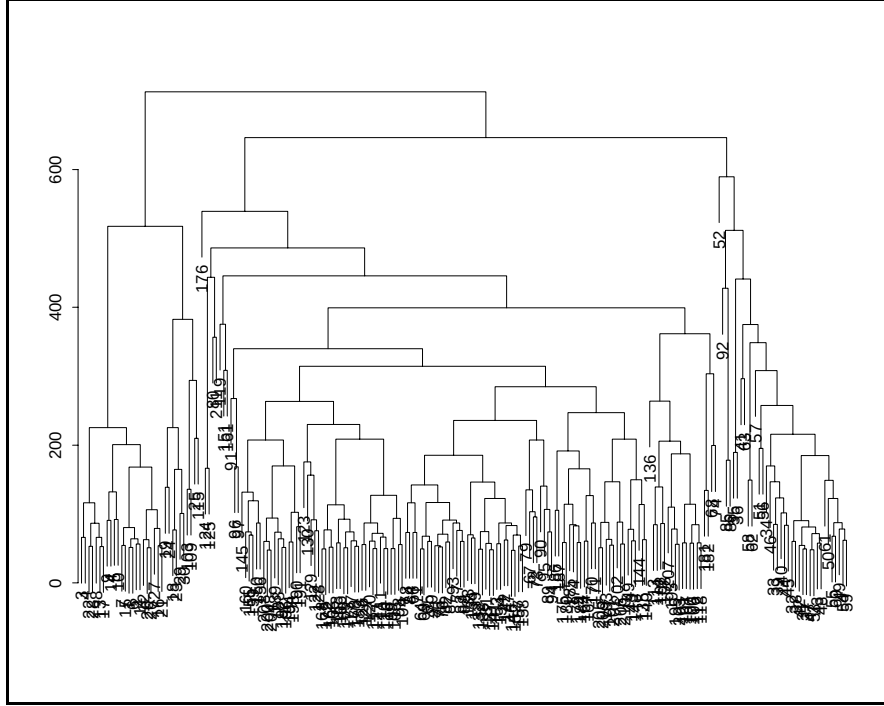
Pour 1997 Il y a eu 22 échouage sur les côtes est et 19 sorties vers l'ouest. Cette année a été caractérisée par de fortes vitesses verticales (témoin d'un «phénomène d'upwelling» ou d'un «phénomène de downwelling»), par une faible couverture de la zone de panache de la Gironde et enfin par une croissance régulière sans accident de la stratification globale

(déficit d'énergie potentielle moyen sur toute la zone) en fin de saison.



En utilisant la première distance (définie au paragraphe précédent), voici la classification

obtenue:



Il apparait très clairement une très grande hétérogénéité dans les formes de trajectoires. Pour une distance égale à 200, le nombre de groupe est égal à 42 et pour une distance égale à 600, le nombre de groupe est égal à 3.

Dans un second temps, nous intéressons aux résultats issus des modèles précédemment ajustés. L'objectif de cette modélisation est de parvenir à la construction d'un indice de favorabilité du milieu à un bon recrutement. Etant donné que l'on travaille avec un modèle markovien homogène, un événement dont la probabilité est directement estimable est la probabilité asymptotique de se trouver dans un état du processus. Notons P la matrice des probabilités de transition d'un processus markovien homogène à deux états $\{0, 1\}$:

$$P = \begin{pmatrix} 1 - p & p \\ 1 - p' & p' \end{pmatrix}$$

où p désigne la probabilité de passer de l'état 0 à l'état 1 et p' la probabilité de passer de l'état 1 à l'état 1. Si l'on note $v = (P(Y = 0), P(Y = 1))$ le vecteur de la distribution à l'équilibre du

processus vérifiant le système,

$$\begin{cases} vP = v \\ v1^T = 1 \end{cases}$$

on peut directement en déduire que

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = P(Y = 1) = \frac{1-p'}{p+1-p'} v_0 = 1 - v_1 \end{array} \right.$$

Par conséquent, à partir des estimations de p , $\hat{\pi}_0$ et p' , $\hat{\pi}_1$, on obtient que l'estimation de la probabilité de se trouver dans un état MAUVAIS (à savoir v_1) pour 1990 vaut 0.552 et pour 1997 vaut 0.549. Si l'on utilise les intervalles de confiance à 95% de π_0 et π_1 , on peut en déduire un «*intervalle de confiance*» de v_1 . Soit pour 1990, $v_1 \in [0.358, 0.819]$ et pour 1997 $v_1 \in [0.348, 0.84]$.

7 Conclusions

- Le processus (Y_t) est markovien. Néanmoins la qualité du modèle (chute de 60% de la déviance) ne permet pas d'obtenir des intervalles de confiance très étroits. Deplus il semble y avoir une légère structure de décroissance dans la déviance en fonction des valeurs ajustées.
- Les résultats obtenus avec ces modèles ne prennent en compte que des trajectoires issues de la zone de ponté à l'ouest de la Gironde. On peut supposer que ce n'est pas cette zone de ponté qui serait la cause de la variabilité du recrutement entre les années 1990 et 1997.
- A noter que les variables considérées le long des trajectoires sont des valeurs moyennes sur toute la hauteur des 30 mètres (sauf la vitesse verticale).

8 Perspectives

- Améliorer la qualité du modèle qui ne permet de différencier les deux années antinomiques. Pour cela on envisage de travailler sur le choix du pas de temps d'étude (d'1 heure dans le jeu de données étudié). Jusqu'à présent le choix des états BON et MAUVAIS était très imprécis. En effet il n'y a pas eu d'étude poussée concernant le choix des seuils et la sensibilité à ces seuils. Il faut donc dans l'immédiat se concentrer sur la définition des états, voire définir des états intermédiaires pour affiner le processus.

- Ajouter des lachers de trajectoires depuis les autres sites de ponte afin de tester la sensibilité à la principale zone de ponte.
- Coupler cette modélisation probabiliste des trajectoires physiques avec un modèle biologique décrivant la capacité de survie des larves de la colonne d'eau. Ce couplage pourrait être par exemple une marche aléatoire gagnant de la résistance par la présence dans un BON état et perdant de la résistance de par une présence prolongée dans un MAUVAIS état. Cette marche aléatoire pourrait par ailleurs être rythmée par des événements catastrophes conditionnés à la présence dans un type d'état à un moment crucial de la vie larvaire. Une validation de ce genre de couplage pourrait être réalisée par la confrontation des résultats théoriques avec des données recueillies dans les otolithes de larves issus des campagnes
- En considérant les trajectoires qui arrivent aux stations de pêche, développer une modélisation stochastique entre les événements physiques le long des trajectoires et la croissance telle qu'elle est observée dans l'otolithe des larves ou des juvéniles.

9 References

Jegou, A.M., Lazure, P., 1995, Quelques aspects de la circulation sur le plateau atlantique, In Actas del IV Coll. Int. Ocean. del golfo de Vizcaya, O. Cendrero and I. Olaso Eds, IEO-Santander.

Lazure, P., Jegou, A.M., 1998, 3D modelling of seasonal evolution of Loire and Gironde plumes on Biscay bay continental shelf, *Oceanologica Acta*, 21(2): 165-177.

McCullauh, P., Nelder, J., 1995, Generalized linear models, Chapman and Hall, 2nd Edition.