PROBLEMES D'EXPLOITATION DES NAVIRES.
Choix de la vitesse et de la portée utile les plus avantageuses pour un trafic déterminé.

Par R. SPRONCK,
Professeur à l'Université de Liège.

Résumé.

L'armateur qui se propose de faire construire un ou plusieurs cargos destinés à un trafic déterminé choisira la portée utile et la vitesse de ces navires de manière à réaliser l'exploitation la plus rémunératrice, compte tenu des progrès techniques et des circonstances économiques. Il faut distinguer la solution correspondant au bénéfice net annuel maximum et la solution correspondant au bénéfice net maximum par tonne de marchandises transportées. Les formules établies précisent l'incidence des divers facteurs en jeu sur les éléments de chacune de ces solutions.

1. ELEMENTS D'UNE SOLUTION GENERALE.

Supposons que l'on se propose de faire construire un ou plusieurs cargos à moteurs destinés à naviguer en pleine charge en service régulier entre deux ports déterminés, selon une route invariable, la nature des chargements étant définie et les conditions d'approvisionnement en combustible étant connues.

Pour simplifier, laissons de côté l'influence du vent et des courants sur la vitesse de service V_s et supposons que celle-ci reste égale en moyenne à une fraction déterminée de la vitesse V aux essais, soit $V_s = V\ (1 - r)$, V étant exprimé en nœuds.

Le déplacement en charge en tonnes métriques d'un des cargos étant Δ, la puissance effective nécessaire peut être obtenue par une formule du type

$$Qe = \frac{\Delta^{2/3}\, V^3}{Ae}$$

où Ae est un coefficient d'utilisation variable selon l'adaptation du type de navire à chaque problème, selon les dimensions et les proportions du navire et selon le degré de vitesse.

La puissance au frein du moteur peut être obtenue approximativement par la formule :

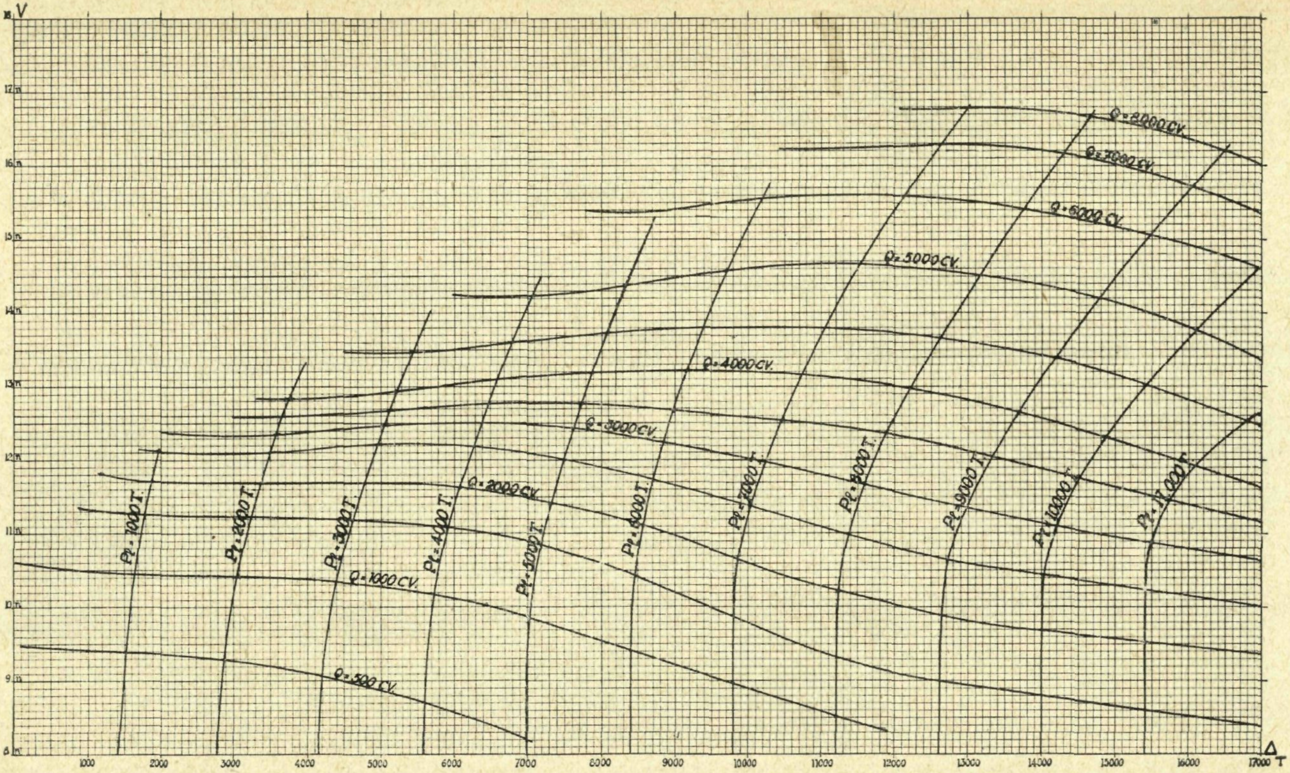

Fig. 1. — Cargos à moteurs de 1.000 à 17.000 Tonnes de déplacement en charge et de 8 à 17 nœuds aux essais. Courbes approximatives d'égale valeur de la puissance propulsive et du port en lourd.

$$Q = \frac{Qe}{\eta p}$$

où ηp est le rendement global de propulsion, qui peut s'évaluer par une formule du type

$$\eta p = \varkappa - \sigma N$$

où N est la vitesse de rotation de l'hélice, proportionnée aux dimensions du navire.

Le diagramme fig. 1 traduit, pour des déplacements en charge de 1.000 à 17.000 tonnes et des vitesses aux essais de 8 à 18 nœuds, les évaluations semi-empiriques que l'on peut ainsi faire de la puissance propulsive nécessaire dans chaque cas. On peut d'ailleurs contrôler la validité de ces évaluations au moyen des données relatives à des navires existants de construction récente.

Le diagramme tracé, tout imparfait qu'il soit, permet de se rendre compte de l'existence pour chaque déplacement de vitesses favorables ou défavorables à l'économie. Sur le même diagramme sont figurées les courbes d'égale valeur du port en lourd, obtenu en retranchant du déplacement en charge, le poids de coque et le poids des moteurs principaux et auxiliaires. Ces courbes peuvent être tracées au moyen des évaluations usuelles du rapport

$$\frac{Pl}{\Delta}$$

en fonction du degré de vitesse $\frac{V}{\sqrt{L}}$, L étant la longueur du navire considéré,

Le diagramme fig. 2 est déduit du précédent et traduit la variation de la puissance propulsive en fonction du port en lourd et de la vitesse aux essais.

Il porte en outre les courbes d'égale valeur de la portée utile. Celle-ci peut s'obtenir dans chaque cas en retranchant du port en lourd le poids du combustible embarqué, si on néglige le poids de l'équipage, de ses bagages, des provisions et de l'eau d'alimentation. Dans ce cas, la portée utile est donnée par

$$P = P'l - \frac{D}{V(1-r)} Qc(1 + a) - nC \qquad (1)$$

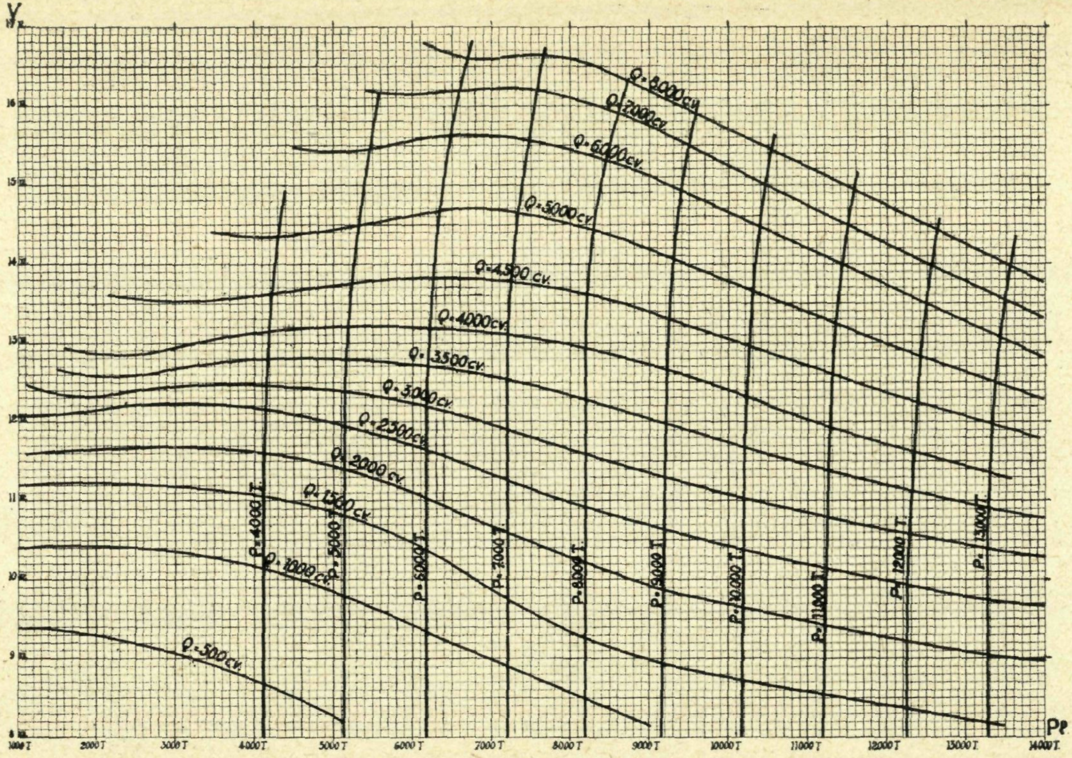

Fig. 11. — Cargos à moteurs de 1.000 à 14.000 Tonnes de port en lourd et de 8 à 17 nœuds aux essais. Courbes approximatives d'égale valeur de la puissance propulsive et de la portée utile correspondant à une distance entre ports de 3.000 miles.

où P'_1 est le port en lourd diminué des poids négligés ci-dessus.

D la distance à parcourir en milles marins pour un voyage entre les deux ports considérés,

c la consommation de combustible et d'huile de graissage en tonnes par cheval-heure en service,

a un coefficient de majoration pour combustible de réserve,

n le nombre de jours de ports par voyage, tenant compte des immobilisations pour réparations et carénages,

C la consommation de combustible et d'huile au port par jour de port. (Ce dernier terme de l'équation (1) peut, selon les circonstances, être réduit ou annulé.)

Les courbes de la fig. 2 sont tracées pour les valeurs suivantes des données :

$D = 3.000$ milles $\quad r = 0{,}03 \quad c = 0{,}00026$ T/CVh

$C = 5$ Tonnes $\quad a = 0{,}10 \quad n = 2 + \dfrac{P'_1}{1.500}$

Le choix de la portée utile et de la vitesse du ou des cargos destinés au service pré-indiqué doit être basé sur leur rentabilité. Parmi tous les navires possibles, le plus avantageux est celui qui rapportera à l'armateur le plus grand bénéfice, compte tenu des circonstances économiques du moment, du cours des frets et de tous les frais d'exploitation, y compris l'amortissement de la valeur d'achat du navire.

Si on suppose tous ces facteurs économiques connus, les valeurs de P et V optima différeront cependant selon que l'on a en vue le bénéfice net d'une période déterminée d'exploitation ou le bénéfice net par tonne de marchandises transportées.

Cette anomalie s'explique de la façon suivante : s'il s'agit de choisir, pour un besoin de transport déterminé, le navire le plus avantageux, sans limitation du capital à investir, et si on peut admettre que dans tous les cas il naviguera sans interruption à pleine charge dans les deux sens, le choix peut se porter sur le navire qui rapporte annuellement le bénéfice net maximum. Mais il existe pour les mêmes données une autre solution correspondant à un navire différent, celui dont l'exploitation est la plus économique, celui dont les frais d'exploitation par tonne transportée sont les plus faibles. Ce navire rapportera à l'armateur le bénéfice net maximum par tonne transportée. Et ce navire peut bien rapporter un bénéfice net annuel — disons deux fois moindre — que le précédent. Il sera loisible à l'armateur de faire construire ou d'acquérir deux navires identiques qui lui procureront le même bénéfice total annuel que le premier, pour un nombre de tonnes transportées notablement moindre. Le critère du choix de la portée utile (ou du port en lourd) et de la vitesse peut donc être influencé par des considérations financières ou administratives étrangères à notre sujet. Quoi qu'il en soit, les deux solutions optima se situeront dans la zone la plus favorable de variation de la vitesse et de la portée utile. Il sera souvent hasardeux de vouloir préciser davantage, en raison des approximations introduites et de l'instabilité des circonstances économiques.

Pour concrétiser ce qui précède, nous avons esquissé sur la fig. 3, en fonction de la portée utile et de la vitesse aux essais, les courbes d'égale valeur du bénéfice net annuel et du bénéfice net par tonne transportée, en admettant pour le taux du frêt et les facteurs économiques des frais d'exploitation des valeurs déterminées indiquées plus loin.

Le nombre de jours de mer par voyage aller étant donné par

$$M = \frac{D}{24\,V(1-r)} \qquad (2)$$

le nombre de voyages aller par an est égal à

$$N = \frac{365}{M + n} \qquad (3)$$

et le nombre de tonnes transportées par an est

$$T = NP = \frac{365P}{M + n} \qquad (4)$$

sous la réserve que la densité d'arrimage des marchandises est telle que le volume utilisable est toujours suffisant.

Si q est le taux du frêt à la tonne, les recettes de frêt s'élèvent annuellement à

$$R = T\,q$$

Les frais fixes d'exploitation F comprennent annuellement :
— les frais généraux Fg,

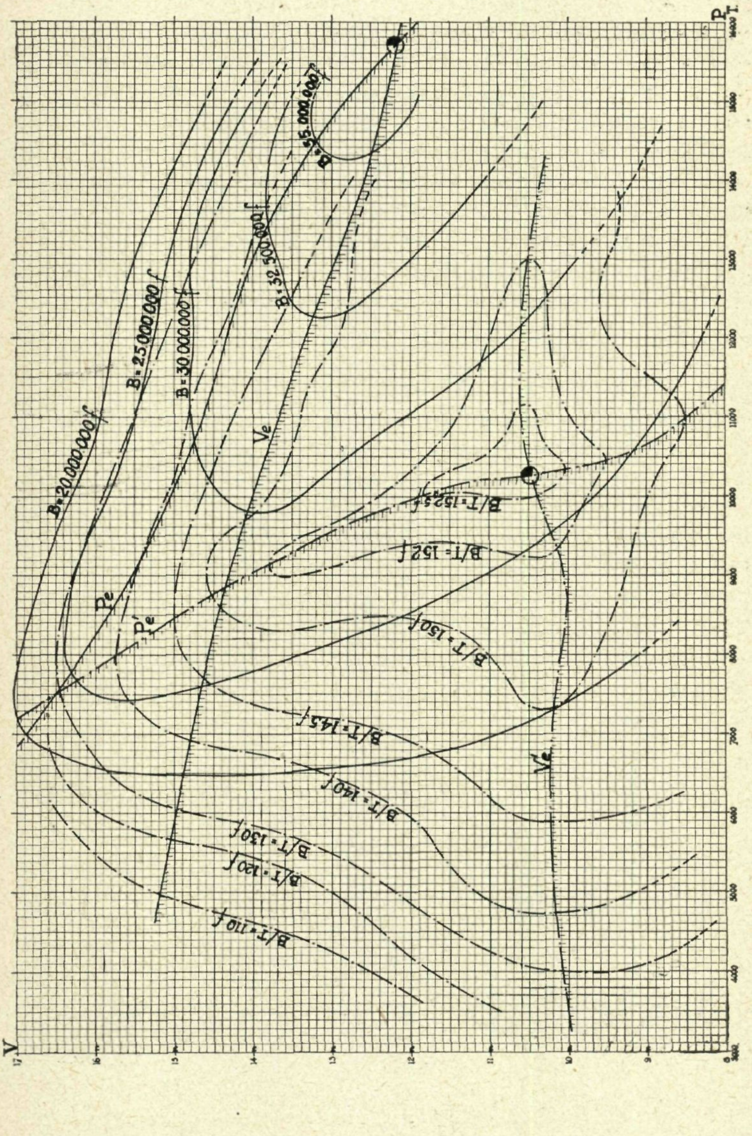

Fig. III. — *Cargos à moteurs de 1.000 à 16.000 Tonnes de portée utile et de 8 à 17 nœuds aux essais. Courbes d'égale valeur du bénéfice net annuel et du bénéfice net par tonne transportée, pour les valeurs admises des divers facteurs en jeu.*

— les frais fixes proportionnels à la valeur du navire : $F_f = At$
où A est la valeur d'achat du navire
et t le taux annuel de ces frais résultant de l'amortissement, des intérêts, de l'assurance, de l'entretien et des réparations du navire,
— les frais relatifs à l'équipage : $F_e = ES$
où E est l'effectif de l'équipage
et S le salaire total annuel moyen par homme, comprenant le salaire proprement dit, les primes, la nourriture, etc.

Les frais supplémentaires par voyage Φ comprennent :
— les frais de combustible et autres matières en mer :

$$\Phi_c = \frac{D}{V(1-r)} Qcp$$

où p est le prix du combustible par tonne (y compris une majoration pour huile de graissage),
— les frais de combustible et autres matières au port :

$$\Phi'_c = nCp$$

— les frais de port proportionnels à la jauge nette J_n du navire : $\Phi_p = J_n\, j$
où j est le taux de ces frais de port par tonne de jauge nette.

Enfin, les frais d'administration, de courtage, de manutention, de péages par tonne transportée sont supposés s'élever à f fr. par tonne.

Le bénéfice net annuel s'élève donc à :

$$B = Tq - F - N\Phi - Tf = N\left[P(q-f) - \frac{F}{N} - \Phi\right]$$

$$= \frac{365}{\dfrac{D}{24\,V(1-r)} + n}\left[P(q-f) - \frac{Fg + Ff + Fe}{365}\left(\frac{D}{24\,V(1-r)} + n\right)\right.$$

$$\left. - \frac{D}{V(1-r)}\,Qcp - nCp - J_n\, j\right] = \frac{365}{M+n}\left[P(q-f) - \frac{D}{V(1-r)}\right.$$

$$\left.\left(\frac{Fg + Ff + Fe}{8760} + Qcp\right) - n\left(\frac{Fg + Ff + Fe}{365} + Cp\right) - J_n\, j\right] \quad (5)$$

Le bénéfice net par tonne de marchandises transportées est égal à :

$$\frac{B}{T} = q - f - \frac{F}{NP} - \frac{\Phi}{P}$$

$$= q - f - \frac{D}{PV(1-r)}\left(\frac{Fg + Ff + Fc}{8760} + Qcp\right) - \frac{n}{P}\left(\frac{Fg + Ff + Fc}{365} + Cp\right)$$

$$- \frac{J_n\, j}{P} \quad (6)$$

Les frais d'exploitation par tonne de marchandises transportées s'élèvent donc à :

$$\varphi = f + \frac{M}{P}\left(\frac{Fg + Ff + Fc}{365} + 24Qcp\right) + \frac{n}{P}\left(\frac{Fg + Ff + Fc}{365} + Cp\right)$$

$$+ \frac{J_n\, j}{P} \quad (7)$$

Pour permettre sur la fig. 3 le tracé des courbes d'égale valeur de B et $\frac{B}{T}$, les montants de B et de $\frac{B}{T}$ ont été calculés pour un certain nombre de valeurs de P et de V, moyennant les hypothèses supplémentaires suivantes, assez grossières :

$Fg = 3.000.000$ fr. b.	$A = 6.000.000 + 5.000\, P'_1$	
$q = 400$ fr. b.	$E = 15 + \frac{P'_1}{250}$	$t = 15\ \%$
$f = 100$ fr. b.		$S = 100.000$ fr. b.
$p = 1.200$ fr. b.	$J_n = 0{,}375P + \frac{P^2}{80.000}$	$j = 35$ fr. b.

A toute valeur de P (ou de P'_1) correspond une vitesse V_e pour laquelle est atteint le maximum relatif de B et une vitesse V'_c pour laquelle est atteint le maximum relatif de $\frac{B}{T}$

De même, à toute valeur de V correspond une portée utile P_c (ou le port en lourd correspondant) pour lesquels est atteint le maximum relatif de B, et une portée utile P'_c (ou le port en lourd correspondant) pour lesquels est atteint le maximum relatif de $\frac{B}{T}$.

A l'intersection de la courbe reliant les diverses valeurs de V_e et de la courbe reliant les diverses valeurs de P_e correspond le navire qui donnera le maximum maximorum de B. A l'intersection de la courbe reliant les diverses valeurs de V'_e et de la courbe reliant les diverses valeurs de P'_e correspond le navire qui donnera le maximum maximorum de $\frac{B}{T}$

Dans un cas particulier déterminé, on peut faire correspondre à chaque couple de valeurs de P et V situé dans la zone optimum du diagramme un navire de caractéristiques bien définies et par suite préciser la solution du problème, par un tracé plus précis des courbes des maxima relatifs V_e V'_e, P_e et P'_e.

On peut aussi étudier l'évolution de ces courbes en fonction du taux du fret ou des autres paramètres économiques et techniques.

Il peut donc être utile de formuler à priori, pour des domaines restreints de variation de P et V, les valeurs des maxima relatifs désignés plus haut par V_e, V'_e, P_e et P'_e. Les formules correspondantes ne peuvent être qu'approximatives, en raison notamment de la précarité des expressions approchées de la puissance propulsive que l'on est conduit à utiliser. Elles permettent cependant de se rendre compte du sens de l'influence des divers facteurs en jeu.

Nous reprendrons ci-après les quatre problèmes qui peuvent se poser à ce point de vue.

2. EVALUATION, POUR UN NAVIRE DE PORT EN LOURD DONNE, DE LA VITESSE V_e CORRRESPONDANT AU MAXIMUM DE BENEFICE ANNUEL.

En procédant éventuellement par approximations successives, on pourra délimiter d'avance une zone relativement restreinte de variation de V contenant la valeur cherchée, et on pourra admettre que dans cette zone, la puissance propulsive nécessaire varie suivant une loi de la forme

$$Q = \mu V^3 \text{ pour } P'l \text{ donné.} \qquad (8)\ (^*)$$

De plus, on ne commettra pas une grande erreur en admettant que Jn est invariable et en négligeant l'incidence de la vitesse sur les termes Ff et Fe.

Dans ces conditions, l'équation (5), compte tenu de (1) devient

$$B = \frac{365}{\dfrac{D}{24\,V(1-r)} + n} \left\{ \left[P'l - \frac{D\mu V^2}{1-r}\, c\,(1+a) - nC \right] (q-f) \right.$$

$$\left. - \frac{D\,(Fg + Ff + Fe)}{8760\,V(1-r)} - \frac{D\mu V^2 cp}{1-r} - \frac{n\,(Fg + Ff + Fe)}{365} - nCp - J_n\, j \right\}$$

$$= \frac{365 \left(\alpha - \dfrac{D}{1-r}\, \beta V^2 - \dfrac{D}{1-r}\, \dfrac{\gamma}{V} \right)}{\dfrac{D}{24\,V\,(1-r)} + n}$$

en posant :

$$\alpha = (q-f)(P'l - nC) - \frac{(Fg + Ff + Fe)\ n}{365} - n\,C\,p - J_n\, j$$

$$\beta = \mu c\,[p + (q-f)(1+a)]$$

et

$$\gamma = \frac{Fg + Ff + Fe}{8760}$$

Le maximum relatif de B est défini par $\dfrac{\partial B}{\partial V} = 0$ et correspond à la vitesse V_e donnée par :

$$\left(-2\beta V_e + \frac{\gamma}{V_e^2} \right) \left(\frac{D}{24\,V_e\,(1-r)} + n \right) + \frac{1}{24\,V_e^2} \left(\alpha - \frac{D}{1-r}\, \beta\, V_e^2 \right.$$

$$\left. - \frac{D}{(1-r)}\, \frac{\gamma}{V_e} \right) = O$$

---

* On a donc $\mu = \dfrac{\Delta\ 2/3}{Ae\gamma_p}$ On peut aussi définir un coefficient d'utilisation du combustible : $C_c = \dfrac{\Delta\ 2/3\ V^3}{24\ Q\ c}$ On a alors $\mu\, c = \dfrac{\Delta\ 2/3}{24 C_c}$

ou

$$3 \frac{D}{24\, V_c (1 - r)} + 2n = \frac{\frac{\alpha}{24} + n\gamma}{\beta\, V_c^{3}} \qquad (9)$$

ou

$$\frac{D}{8\,(1-r)}\, V_c^{2} + 2n V_c^{3} = \frac{(q-f)(P'_1 - nC) - nCp - J_n\, j}{24\, \mu\, c\, [p + (q-f)(1+a)]} \qquad (10)$$

Cette équation peut encore s'écrire :

$$24 \mu\, V_c^{3}\, c\, [p + (q-f)(1+a)] = \frac{1}{2} \times$$

$$\frac{(q-f)\left[P'_1 - \frac{D}{Ve\,(1-r)}\, \mu c V_e^3\, (1+a) - nC\right] - \frac{D\, \mu\, V_e^3\, c\, p}{Ve\,(1-r)} - nCp - J_n\, j}{\frac{D}{24\, V_c\, (1-r)} + n}$$

Sous cette forme, elle exprime que le bénéfice réalisé par jour d'exploitation (sans déduction des frais fixes) doit être égal au double du coût du combustible consommé en un jour en mer (calculé en tenant compte de ce que le combustible consommé coûte en fait non seulement son prix mais encore le montant net du fret des marchandises dont il tient la place).

Pour P'_1 donné, on peut évaluer les valeurs de n et de J_n convenables et choisir le coefficient μ adapté au problème. La vitesse V_c est indépendante des frais généraux, des frais proportionnels à la valeur du navire et des frais relatifs à l'équipage.

Elle croît dans le même sens que le taux net du fret à la tonne et le coefficient d'utilisation du combustible. Elle décroît lorsque croissent les frais de port, le nombre de jours de port par voyage et le prix du combustible.

Le charge utile correspondant aux valeurs conjuguées de P' et de V_c s'obtient par la formule (1). L'hypothèse (8) ne serait pas admissible pour une valeur donnée de la charge utile.

3. EVALUATION, POUR UN NAVIRE DE PORT EN LOURD DONNE, DE LA VITESSE V'_c CORRESPONDANT AU MAXIMUM DE BENEFICE PAR TONNE DE MARCHANDISES TRANSPORTEES, OU AU MINIMUM DE FRAIS D'EXPLOITATION PAR TONNE DE MARCHANDISES TRANSPORTEES.

Moyennant la même hypothèse qu'en (8), l'équation (7) donne :

$$\varphi = f + \frac{\dfrac{n\,(Fg+Ff+Fe)}{365} + nCp + \dfrac{D(Fg+Ff+Fe)}{8760\ V\,(1-r)} + \dfrac{D\,\mu\,V^2\,cp}{(1-r)} + J_n\,j}{P'_1 - \dfrac{D}{1-r}\,\mu\,V^2c\,(1+a) - n\,C}$$

$$= f + \frac{\alpha + \dfrac{D}{1-r}\,\beta\,V^2 + \dfrac{D}{1-r}\,\dfrac{\gamma}{V}}{P'_1 - nC - \dfrac{D}{1-r}\,\mu\,c\,(1+a)\,V^2}$$

en posant :

$$\alpha = \frac{n(Fg + Ff + Fe)}{365} + nCp + J_n\,j$$

$$\beta = \mu cp$$

et $$\gamma = \frac{Fg + Ff + Fe}{8760}$$

Le minimum relatif de φ est défini par $\dfrac{\partial\varphi}{\partial V} = 0$ et correspond à V'_c donné par

$$\frac{D}{1-r}\left(2\beta V'_c - \frac{\gamma}{V'^2_c}\right)\left[P'_1 - nC - \frac{D}{1-r}\,\mu\,c\,(1+a)\,V'^2_c\right]$$

$$+ 2\,\frac{D}{1-r}\,\mu c(1+a)\,V'_c\left(\alpha + \frac{D}{1-r}\,\beta\,V'^2_c + \frac{D}{1-r}\,\frac{\gamma}{V'_c}\right) = O$$

ou

$$(2\beta V_e'^3 - \gamma)\frac{P'l - nC}{V_e'^3} + \mu c(1+a)\left(2\alpha + \frac{3\gamma D}{V'_e(1-r)}\right) = O$$

ou

$$\frac{3D}{24V'_e(1-r)} \times \frac{\mu c(1+a)(Fg+Ff+Fe)}{365}$$

$$+2n\mu c\left[\frac{P'_{lp}}{n} - Cp + \frac{(1+a)(Fg+Ff+Fe)}{365} + Cp(1+a) + \frac{(1+a)J_n j}{n}\right] = \frac{(Fg+Ff+Fe)(P'_l - nC)}{8760V'^3_e}$$

ou

$$\frac{D}{8(1-r)}V'^2_e + 2V'^3_e\left(n + \frac{365P'l\,p}{(1+a)(Fg+Ff+Fe)} + \frac{365nCpa}{(1+a)(Fg+Ff+Fe)} + \frac{365\,J_n j}{Fg+Ff+Fe}\right) = \frac{P'l - nC}{24\mu c(1+a)} \quad (11)$$

Cette équation peut encore s'écrire :

$$\left[\frac{D}{24V'_e(1-r)} + n + \frac{365(P'l\,p + nCpa)}{(1+a)(Fg+Ff+Fe)} + \frac{365\,J_n j}{Fg+Ff+Fe}\right]$$

$$\times 24\mu V'^3_e c(1+a) = \frac{1}{2}\left(P'l - \frac{D\mu V'^3_e c(1+a)}{V'_e(1-r)} - nC\right)$$

Sous cette forme, elle exprime que la portée utile doit être égale au double du poids du combustible qu'il faudrait emporter pour naviguer pendant le nombre de jours correspondant à l'expression mise entre crochets.

Pour $P'l$ donné, on peut de nouveau évaluer les valeurs de n et de J_n convenables et choisir la valeur de μ adaptée au problème. La vitesse V'^e est indépendante du taux du fret et des frais proportionnels au nombre de tonnes transportées. Elle croît dans le même sens que le coefficient d'utilisation du combustible. Elle dépend des frais généraux, des frais fixes proportionnels à la valeur du navire, des frais relatifs à l'équipage, des frais de port et du prix du combustible.

La charge utile correspondant aux valeurs conjuguées de P'l et V'e s'obtient de nouveau par la formule (1).

4. EVALUATION, POUR UN NAVIRE DE VITESSE DONNEE, DU PORT EN LOURD ET DE LA PORTEE UTILE CORRESPONDANT AU MAXIMUM DE BENEFICE ANNUEL (*).

En procédant de nouveau éventuellement par approximations successives, on pourra admettre que dans la zone restreinte de variations de P'_l à considérer, on a les relations approximatives :

$$\left.\begin{aligned} A &= w + vP'_l \\ E &= e + dP'_l \\ n &= m + lP'_l \\ jn &= kP + iP^2 \\ Q &= \lambda + \nu P'_l \end{aligned}\right\} \quad \ldots (12)$$

L'équation (1) donne ici :

$$P = P'_l \left(1 - \frac{\nu cD(1+a)}{V(1-r)} - lC\right) - \lambda \frac{cD(1+a)}{V(1-r)} - mC =$$

$$P'_l\,[1 - lC - 24\,\nu\,cM\,(1+a)] - mC - 24\,\lambda\,cM\,(1+a)$$

et l'équation (5) devient :

$$B = \frac{365}{M+m+lP'_l}\Bigg\{\Big[P'_l\,(1-lC-24\nu cM \quad 24c\nu Ma) \quad mC \quad 24\lambda cM -$$

$$24\lambda cMa\Big](q-f-kj) \quad M\left(\frac{Fg + wt + vt\,P'_l + eS + d\,P'_l\,S}{365}\right.$$

$$\left. + 24\lambda cp + 24\nu cpP'_l\right) - (m+lP'_l)\left(\frac{Fg + wt + vtP'_l + eS + dP'_lS}{365} + Cp\right)$$

$$-\,[P'_l\,(1-lC \quad 24\nu cM - 24\nu cMa) - mC - 24\,\lambda\,cM \quad 24\,\lambda cMa]^2\,ij\Bigg\}$$

$$= \frac{365(\alpha + \beta P'_l + \gamma P'^2_l)}{M+m+l\,P'_l}$$

(*) Les problèmes 4 et 5 sont traités respectivement selon les deux voies possibles, l'une visant à déterminer en premier lieu le port en lourd, l'autre la portée utile.

en posant :

$$\alpha = -(q-f-kj)\ [mC+24\lambda cM(1+a)]$$

$$-\frac{(Fg+wt+eS)\ (M+m)}{365}$$

$$-24M\lambda cp-mCp-[mC+24\lambda cM(1+a)]^2ij.$$

$$\beta = (q-f-kj)[1-lC-24\nu cM(1+a)]-\frac{(vt+dS)(M+m)}{365}$$

$$-24M\nu cp-l\frac{Fg+wt+eS}{365}-lCp+2ij[1-lC-24\nu cM(1+a)]$$

$$[mC+24\lambda\ cM\ (1+a)]$$

$$\text{et}\quad \gamma = -\frac{(vt+dS)l+365ij[1-lC-24\ \nu\ cM(1+a)]^2}{365}$$

Le maximum relatif de B est défini par $\frac{\partial B}{\partial P'_1} = 0$ et correspond à $(P'_1)_e$ donné par :

$$[\beta+2\gamma(P'_1)_e][M+m+l(P')_e]-l[\alpha+\beta(P'_1)_e+\gamma(P'_1)^2_e]=0$$

$$\text{ou}\quad \gamma l(P'_1)^2_e+2\gamma(M+m)(P'_1)_e+\beta(M+m)-\alpha l=0.$$

ou

$$\{(vt+dS)l^2+365lij[1-lC-24\ \nu cM(1+a)]^2\}(P'_1)^2_e$$

$$+2(M+m)\{l(vt+dS)+365ij[1-lC-24\nu cM(1+a)]^2\}\ (P'_1)_e$$

$$-365\ (q-f-kj)\ [M(1-lC)+m-24\ \nu\ cM^2(1+a)$$

$$+24cM(1+a)(\lambda l-\nu m)]+(vt+dS)(M+m)^2+$$

$$8760M\ \nu cp(M+m)+365MlCp-8760M\lambda lCp-365ij[mC$$

$$+24\lambda cM(1+a)][2(1-lC-24\ \nu cM-24\ \nu\ cMa)(M+m)$$

$$-(mlC+24\lambda clM+24\lambda clMa)] = 0 \qquad (13)$$

Le port en lourd $(P'_1)_e$ croît dans le même sens que le taux net du fret à la tonne. Il dépend de tous les facteurs économiques et techniques qui déterminent les valeurs à admettre pour d, k, i, v, m, l, λ, ν, t, S, C, c, p et j.

5. EVALUATION, POUR UN NAVIRE DE VITESSE DONNEE, DE LA PORTEE UTILE P'c ET DU PORT EN LOURD CORRESPONDANT AU MAXIMUM DE BENEFICE NET PAR TONNE DE MARCHANDISES TRANSPORTEES (OU AU MINIMUM DE FRAIS D'EXPLOITATION PAR TONNE DE MARCHANDISES TRANSPORTEES).

Moyennant les mêmes hypothèses qu'en (12), on peut encore écrire d'après l'équation (1)

$$P'_1 = \frac{P + mC + 24\lambda cM(1+a)}{1 - lC - 24\,\nu cM(1+a)}$$

$$\text{et } Q = \lambda + \nu \frac{P + mC + 24\lambda cM(1+a)}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)}$$

$$= \frac{P\,\nu + \lambda - C(\lambda l - \nu\, m)}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)}$$

L'équation (7) devient :

$$\varphi = f + \frac{M}{P}\left[\frac{P + mC + 24\lambda cM(1+a)}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)} \times \frac{vt + dS}{365} + \frac{Fg + wt + eS}{365} + 24cp\,\frac{P\,\nu + \lambda - C(\lambda l - \nu\, m)}{1 - lC - 24\,\nu cM(1+a)}\right]$$

$$+ \frac{1}{P}\left[\frac{P + mC + 24\lambda cM(1+a)}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)} \times l + m\right]$$

$$\left[\frac{P + mC + 24\lambda cM(1+a)}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)} \times \frac{vt + dS}{365} + \frac{Fg + wt + eS}{365} + Cp\right]$$

$$+ (k + iP)j = f + kj + \frac{\alpha P + \beta + \dfrac{\gamma}{P}}{365[1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)]}$$

en posant :

$$\alpha = \frac{l(vt + dS) + 365ij[1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)]^2}{1 - lC - 24\,\nu\, cM(1+a)}$$

$$\text{et } \gamma = M[mC + 24\lambda cM(1+a)](vt+dS) + M(Fg+wt+eS)$$
$$[1-lC-24\nu cM(1+a)] + 8760M[\lambda - C(\lambda l - \nu m)]cp$$
$$+ \frac{[mC+24\lambda cM(1+a)]^2(vt+dS)l}{1-lC-24\nu cM(1+a)} + m[mC+24\lambda cM(1+a)]$$
$$(vt+dS) + [Fg+wt+eS+365Cp][mCl+24\lambda cMl(1+a)$$
$$+ m(1-lC-24\nu cM(1+a)]$$

Le minimum relatif de φ est défini par $\frac{\partial \varphi}{\partial P} = 0$ et correspond à la portée utile P'_e donnée par

$$\alpha - \frac{\gamma}{(P'_e)^2} = O \qquad \text{ou } \alpha\,(P'_e)^2 = \gamma.$$

$$\text{ou} \left\{ \frac{l(vt+dS)+365ij[1-lC-24\nu cM(1+a)]^2}{1-lC-24\nu cM(1+a)} \right\} (P'_e)^2 =$$
$$M(Fg+wt+eS)[1-lC-24\,\nu\, cM(1+a)] + [Fg+wt+eS$$
$$+365Cp]\;[m+24Mc(1+a)(\lambda l - \nu\; m)] + (M+m)(vt+dS)$$
$$[mC+24\lambda cM(1+a)] + 8760Mcp[\lambda - C(\lambda l - \; m)]$$
$$+ \frac{[mC+24\lambda cM(1+a)]^2(vt+dS)l}{1-lC-24\nu\, cM(1+a)} \qquad (14)$$

La portée utile P'_e est indépendante du taux du fret et des frais proportionnels au nombre de tonnes transportées. Elle dépend de tous les autres facteurs économiques et techniques.

Le port en lourd correspondant aux valeurs conjuguées de V et de P′ peut enfin être obtenu par la formule (1).