

REFLEXIONS SUR L'ETUDE THEORIQUE DES CARENES.

Par R. GUILLOTON,
Docteur es Sciences, M.I.N.A.

RESUME.

Le premier chapitre de cette étude, après une courte introduction sur le besoin qui se manifeste à l'heure actuelle d'une théorie des carènes susceptible d'orienter l'expérimentation, a pour objet d'exposer succinctement les théories actuellement utilisées. On y souligne l'équivalence entre la méthode que le Professeur Sir Thomas Havelock a déduite de la notion de source, et la méthode dite des coins, que l'auteur a tirée d'une formule générale de potentiel due à Michell.

Dans le second chapitre, on trouvera une analyse des résultats expérimentaux au point de vue de leur comparaison avec les résultats des calculs. Des résultats sont donnés, qui montrent que le mouvement liquide tel qu'il est enregistré sur la surface de la carène, est très sujet à caution pour la comparaison entre l'expérience et la théorie. Une nouvelle définition de la résistance expérimentale de vagues est proposée.

Le troisième chapitre montre quelques comparaisons entre le calcul et l'expérience sur les carènes. Les résultats acquis sont intéressants, mais il ne faut guère compter sur des améliorations du calcul appliqué à l'ensemble d'une carène réelle. Les comparaisons présentées font, d'autre part, pressentir une interférence importante entre la viscosité et la résistance de vague, pour les modèles très étroits, contrairement à ce qu'on pourrait penser à priori.

Enfin, dans une courte conclusion, sont résumés les résultats acquis, et l'auteur donne son opinion sur la voie dans laquelle il convient d'orienter les travaux pour exploiter ces résultats.

I. — ETUDES THEORIQUES SUR LES CARENES.

Introduction.

Depuis une cinquantaine d'années, on peut dire que la

seule méthode d'étude qui ait donné des résultats pratiques en matière d'hydrodynamique navale, est celle des modèles essayés au bassin. Cependant, le problème des carènes étant de la plus grande complexité, on sent bien qu'après un certain dégrossissage de l'ensemble de la question, la méthode d'étude par essais de modèle s'essoufle dans des cas particuliers. A l'heure actuelle, on a essayé des milliers de modèles dans les divers bassins. On devrait songer à une synthèse de tous les résultats obtenus afin d'établir des règles précises concernant les formes à choisir dans chaque cas particulier. En fait, à part quelques règles, très intéressantes d'ailleurs, établies à la suite d'essais de séries de modèles, la question n'est pas très avancée, et on sent bien qu'elle est trop complexe pour être réglée sur le seul plan expérimental.

Dès lors, on a besoin d'une théorie de carènes assez précise, pour orienter les études expérimentales, et pour relier entre eux les résultats qu'on en tire. Seule une théorie de ce genre est susceptible de servir de lien dans l'interprétation des résultats expérimentaux, et à leur coordination dans un ensemble réellement scientifique.

Le potentiel linéarisé ou tangent.

Les études d'hydrodynamique théorique susceptibles de servir de base à cette théorie des carènes devenue nécessaire, n'ont pas manqué de se développer. Toutefois, le problème est, encore là, tellement complexe, qu'il a fallu le simplifier considérablement pour lui appliquer le raisonnement mathématique.

L'outil mathématique dont nous disposons à l'heure actuelle pour les investigations sur les carènes est le potentiel linéarisé ou tangent. Nous allons essayer d'exprimer ce qu'il représente de la manière la plus simple possible.

L'étude est supposée faite dans un liquide sans viscosité et, dans ce cas, on démontre que les mouvements d'un liquide autour d'une carène sont régis par un potentiel des vitesses, c'est-à-dire qu'il existe une fonction potentielle $\varphi(x, y, z)$, définie en chaque point x, y, z occupé par le liquide, et telle que les vitesses du fluide dans la direction de trois axes de coordonnées rectangulaires soient :

$$v_x = \frac{d\varphi}{dx}, \quad v_y = \frac{d\varphi}{dy}, \quad v_z = \frac{d\varphi}{dz}$$

en représentant par le signe d la différentielle partielle.

On démontre, d'autre part, que cette fonction φ est entièrement déterminée si on connaît sa valeur sur toute la surface qui limite le volume liquide qu'elle concerne.

Plaçons trois axes de coordonnées Ox , Oy , Oz (fig. 1) de telle sorte que le plan xOy soit le plan de la surface libre du liquide à l'infini, l'axe Oz étant vertical. On considère une

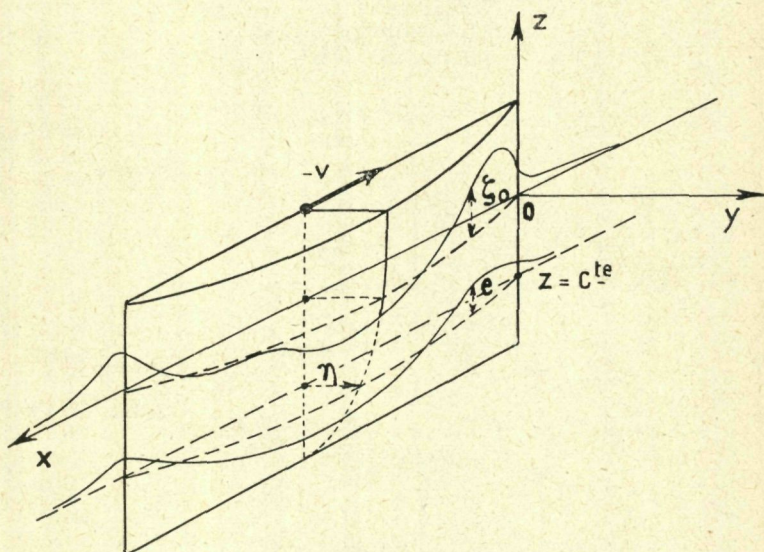


Fig. 1.

carène dont les ordonnées $\eta(x, z)$ se mesurent à partir du plan xOz qui coïncide avec le plan de symétrie de la carène. On suppose que l'ensemble du liquide s'écoule par rapport à la carène, dans le sens des x positifs avec la vitesse v , ou bien, ce qui est équivalent, que la carène avance dans le liquide immobile avec la vitesse $-v$.

Si on considère la surface de courant constituée par la carène, prolongée indéfiniment par le plan de symétrie xOz , on s'aperçoit que les lignes de courant $z = C^{te}$, que suivraient les particules liquides dans le plan xOz si la carène n'existait pas, subissent, du fait de la présence de la carène, les déformations qui sont les suivantes :

η dans le sens transversal, ce qui a pour effet de les amener sur la surface de la carène;

e dans le sens vertical.

La valeur particulière prise par e à la surface libre du liquide, soit ξ_0 , caractérise ce qu'on appelle la vague produite par la carène.

Pour arriver maintenant à la notion de potentiel linéarisé, on suppose que la carène est suffisamment mince, et par conséquent les déformations η et e suffisamment petites, pour négliger leur intervention dans la limitation du volume occupé par le liquide, et négliger dans les équations les termes qui contiennent ces valeurs au 2^e degré devant ceux qui sont du premier ordre. Il en est de même pour les vitesses déduites du potentiel φ . Les équations simplifiées qui concernent ce potentiel linéarisé sont les suivantes :

a) Dénivellation à la surface ξ_0 tirée de la relation de Bernouilli, g étant l'accélération de la pesanteur :

$$\xi_0 = -vv_x/g \text{ pour } z = 0 \quad (1)$$

b) Les lignes de courant e à l'intérieur du liquide et sur la carène sont définies par la relation suivante :

$$\frac{de}{dx} = v_z/v \text{ pour } z \leq 0 \quad (2)$$

c) La condition de tangence de la vitesse du fluide à la surface de la carène est :

$$\frac{d\eta}{dx} = v_y/v \text{ pour } y = 0 \quad (3)$$

d) On montre facilement que les lignes de pression constante ξ à l'intérieur du liquide et sur la carène sont données par la relation :

$$\xi = -vv_x/g \text{ pour } z < 0 \quad (4)$$

e) La condition à la surface du liquide, où la ligne de courant est en même temps une ligne à pression constante est, d'après les relations précédentes :

$$v_z = -\frac{v^2}{g} \frac{dv_x}{dx} \text{ pour } z = 0 \quad (5)$$

Enfin, le potentiel φ doit satisfaire à la relation de continuité et s'annuler à l'infini dans toutes les directions.

La caractéristique fondamentale des potentiels linéarisés est d'être additifs, comme les ordonnées des carènes qui leur

aisément exécuter les calculs théoriques sur des carènes de bateaux données par leur plan des formes.

Dans l'état actuel de la méthode, les coins sont des éléments de volume constitués de la manière suivante.

Soit n l'écartement des lignes d'eau. Considérons les traces sur le plan de symétrie des plans contenant trois lignes d'eau successives AB, CD et EF (fig. 2). A partir du point D, traçons dans le plan horizontal une oblique DG limitée en D et indéfinie dans l'autre sens. Cette oblique limite, conjointement avec les demi-droites BA et FE, un solide à sections triangulaires telles que AGE qui constitue l'élément de carène choisi.

Une carène se décompose en éléments de ce genre de la manière la plus simple puisque les coins constitutifs sont proportionnels aux différences secondes des ordonnées prises à chaque couple le long d'une ligne d'eau. Il faut en effet remarquer que chaque coin représente la variation de $\frac{d}{dx}$ en passant d'un demi couple au suivant, c'est-à-dire qu'il est équivalent à $\frac{d^2 \eta}{dx^2}$ au couple passant par le point D.

Les éléments du mouvement, relatifs aux coins ont été établis à partir d'une formule de potentiel établie par Michell (Philosophical Magazine, vol. 45, 1898).

Il existe des tables représentant les fonctions ξ_0 (équation 1) pour tous les coins susceptibles d'être employés dans les carènes. On a également établi des tables qui permettent de calculer les fonctions ζ (équation 4) et e (équation 2) à l'intérieur du liquide.

Ces fonction sont, en outre, données pour représenter un arrondi parabolique HI de différentes longueurs à l'avant des coins, ce qui permet de représenter les lignes d'eau très étroitement par des arcs de paraboles entre les demi couples. Enfin, les tables comportent les fonctions relatives aux demi coins de section KLM nécessaires pour représenter la carène en surface.

Ces tables accompagnées de détails pratiques d'utilisation sont en instance de publication à la Society of Naval Architects and Mechanical Engineers, à New-York. On pourra trouver, d'autre part, l'exposé de la méthode dans nos mémoires cités par Wigley dans la bibliographie qui accom-

pagne son étude « Etat actuel des calculs de résistance de vagues », (ATMA, 1949).

Il a paru intéressant de calculer la résistance à partir de la vague de surface en se basant sur le fait que les seuls termes du potentiel qui donnent une résistance sont ceux pour lesquels la relation (5) existe, non seulement pour $z = 0$, mais en profondeur, pour $z < 0$. Nous avons proposé une méthode graphique simple pour déterminer la valeur de ces termes en profondeur à partir de la vague de surface, si bien que la résistance s'en déduit par intégration directe sur le vertical de la carène (INA 1946).

Méthode des « Sources ».

La méthode des sources a été élaborée par Havelock en calculant directement le potentiel produit par une source d'intensité infiniment petite, qui engendre par conséquent un potentiel suffisamment petit pour être linéarisé. Les lecteurs

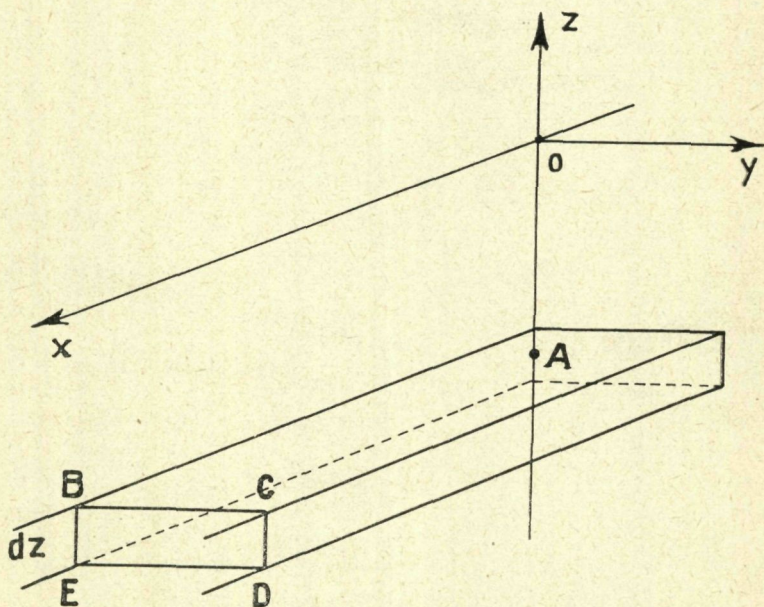


Fig. 3.

de langue française en trouveront un excellent exposé dans le mémoire de Wigley déjà cité (ATMA 1949).

L'élément de volume correspondant à une source d'intensité M , placée en A dans le plan xoz , peut s'interpréter géométriquement en potentiel linéarisé, par un parallépipède indéfini vers l'arrière, d'épaisseur infiniment petite dz et de demi section $BCDE = 2\pi M/v$ (fig. 3).

Ce parallépipède provient de l'addition des volumes représentés par un grand nombre de sources infiniment petites placées au point A , dont la somme des intensités est égale à M . On sait en effet que le potentiel linéarisé n'est valable que pour des sources infiniment petites, et que les volumes représentés par ces sources sont additifs comme les potentiels.

On voit facilement à partir de là qu'une carène η est représentée par une distribution continue de ces sources dans le plan xOz , dont l'intensité σ en chaque point est $\sigma = \frac{v}{2\pi} \frac{d\eta}{dx}$

Des tables ont été dressées pour l'utilisation du potentiel des sources, et ces tables concernent la fonction de surface ξ_0 qui est donnée comme la somme de deux fonctions I_1 et I_2 . La première est donnée dans le mémoire de Wigley (ATMA 1949), la seconde a été tabulée par le NPL (Teddington) qui en fournit des exemplaires sur demande. La résistance à l'avancement, par la méthode des sources peut évidemment se calculer à partir de la vague de surface de la manière que nous avons évoquée à propos de la méthode des coins. On peut également la calculer suivant différentes méthodes analytiques établies par Havelock, dont l'une particulièrement intéressante est indiquée par Wigley dans le mémoire déjà cité.

Ajoutons que, d'après ce qui précède, à chaque point de la surface d'une carène doit correspondre une source infiniment petite d'après la correspondance $\sigma = \frac{v}{2\pi} \frac{d\eta}{dx}$. Cependant, pour simplifier les calculs, Havelock a élaboré une méthode pour remplacer approximativement l'ensemble des sources d'une zone délimitée dans la surface de la carène, par une seule source d'intensité finie.

Relation entre les coins et les sources.

Wigley a montré théoriquement que la méthode des coins

et celle des sources donnent la même résistance à l'avancement (ATMA 1949). D'autre part, en ce qui concerne la vague de surface, les fonctions relatives aux coins en instance de publication ont été appelées $\frac{1}{n^2}$ Sazo et $\frac{1}{n^2}$ 2Aaz. Les interprétations géométriques précédentes concernant les éléments de volumes de carènes montrent qu'on doit avoir entre ces fonction et les fonctions I_1 et I_2 relatives aux sources :

$$I_1 = \frac{\pi}{2} a \frac{v^2}{g} \frac{d(1/n^2 \text{ Sazo})}{dn} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{\pi}{2} \frac{v^4}{g^2} \frac{d(1/n^2 \text{ 2Aaz})}{dx}$$

avec $\frac{v^2}{g} = 2,5$

Nous avons pu vérifier ces relations sur les tables données pour ces fonctions. Par conséquent on peut dire que les deux méthodes fournissent deux formes équivalentes du même potentiel.

II. — LES CONDITIONS DE L'EXPERIMENTATION SUR LES CARENES.

Les calculs théoriques que l'on fait sur les carènes à partir du potentiel linéarisé supposent que le liquide est sans viscosité, ce qui postule un mouvement à potentiel. Ils portent sur la résistance à l'avancement, les lignes de courant, et la vague de surface.

Nous allons examiner rapidement les éléments qui peuvent être fournis par l'expérimentation, en vue de leur comparaison avec les résultats de ces calculs.

Le mouvement à potentiel.

Les essais de modèles se font dans l'eau, qui est un liquide visqueux, ce qui, théoriquement exclut l'existence d'un potentiel tel qu'on le considère dans les calculs.

Cependant, les effets de la viscosité du liquide se font surtout sentir au voisinage immédiat de la carène, dans la couche limite. A l'extérieur de cette couche limite, dans la zone de liquide sain, c'est-à-dire où le glissement relatif des particules fluides les unes par rapport aux autres est infinitésimal, on peut supposer qu'un potentiel des vitesses puisse exister si la viscosité du fluide est faible. Cette hypothèse

est assurément valable pour l'eau, à l'échelle où l'on fait les essais de modèles, si on observe les mouvements peu de temps après qu'ils ont pris naissance, sans considérer leur évolution ultérieure où la viscosité intervient avec le temps.

Il faudrait dès lors faire les calculs sur la surface de courant la plus proche de la coque, qui limite le fluide sain, au lieu de les exécuter sur la surface de la carène elle-même. L'approximation que l'on consent en opérant ainsi peut être assez grossière, même si la couche limite a de faibles dimensions transversales, car ce ne sont pas ces dimensions elles-mêmes qui rentrent dans les calculs, mais leurs variations de courbure.

Si on ajoute que les décollements éventuels des lignes de courant par rapport à la carène interviennent dans le même sens que la couche limite, on conviendra que les conditions expérimentales diffèrent assez notablement des conditions du calcul.

La résistance à l'avancement.

La méthode classique d'expérimentation comporte une évaluation de la résistance de frottement sur la surface de la carène, à partir d'essais faits sur des plans minces. La résistance de vagues est définie comme la différence entre la résistance totale mesurée, et la résistance de frottement ainsi calculée.

Cette différence supporte entièrement les erreurs ou approximations de toutes natures qui ont nécessairement été faites dans l'expérimentation, ce qui n'est pas toujours négligeable, en particulier aux vitesses moyennes ou petites, où la résistance de vague est faible devant la résistance totale.

Mais ce qui a beaucoup plus d'importance c'est que la résistance de vagues ainsi définie n'a de signification physique que si la résistance de frottement calculée en possède une elle-même. Or, il est évident que le liquide qui avoisine la surface d'un bateau déterminé, est soumis à un champ de vitesses ou d'accélération, nettement différent de celui qui existe à la surface d'un plan mince, et dans ces conditions, il serait bien étonnant que les constantes de résistances fussent les mêmes dans les deux cas. Là encore, la résistance de vague supporte tout le poids des erreurs faites dans l'évaluation des effets de frottement.

Il paraît difficile d'être assuré, disons à 15 ou 20 % près, pour les grandes vitesses, et vraisemblablement beaucoup plus pour les petites, que les résistances de vagues déduites des essais par la méthode classique puissent être confrontés sérieusement avec les résultats du calcul.

Les lignes de courant.

On pourrait penser que les lignes de courant enregistrées sur la surface d'un modèle représentent assez bien le mouvement à potentiel qui donne la résistance de vague.

Ceci supposerait que l'entraînement des particules liquides par viscosité dans la couche limite, se fasse dans le sens du mouvement du liquide sain voisin, comme cela doit logiquement se produire sur les plans minces.

Nous avons tenté d'utiliser cette hypothèse à la détermination directe de la résistance expérimentale de vague, en supposant que les vitesses et les pressions retenues pour former la résistance à l'avancement dans un fluide supposé sans viscosité, sont celles d'un mouvement à potentiel des vitesses qui donnerait sur la carène la même forme d'écoulement que celui qui est expérimentalement relevé.

La méthode que nous avons employée peut être esquissée de la manière suivante.

Supposons que le plan $z = 0$ soit le plan de l'eau à l'infini (fig. 1).

Une ligne de courant quelconque tracée sur la coque est représentée par l'intersection des deux surfaces : $e = f(x)$

et $\eta = f(x, z)$. Posons : $\alpha = \frac{de}{dx}$, $\beta = \frac{d\eta}{dx}$, $\gamma = \frac{d\eta}{dz}$

L'essai donne les valeurs de α . Les valeurs β et γ résultent du plan des formes.

On a, avec les notations du chapitre précédent :

$$v_z = z (v + v_x) \quad (6); \quad v_y = (\beta + z\gamma) (v + v_x) \quad (7)$$

Pour la ligne de courant particulière qui se trouve à la surface du liquide, on a $e = \xi_0$ et on peut lui appliquer la relation de Bernouilli,

$$2vv_x + v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 + 2g\xi_0 = 0 \quad (8)$$

La combinaison des équations (6), (7) et (8) donne :

$$v_x = -v \frac{S^2 + 2g\xi_0/v^2 + 1/4(2g\xi_0/v^2)^2}{2 + S^2} \quad (9)$$

en supposant que $2g\xi_0/v^2$ et $S^2 = \alpha^2 + (\beta + \alpha\gamma)^2$ restent assez petits par rapport à l'unité, ce qui est le cas général.

A partir de cette valeur de v_x , les équations (6) et (7) donnent les valeurs de v_z et de v_y , et les vitesses sont entièrement déterminées sur la vague de surface.

Pour obtenir les vitesses de proche en proche à l'intérieur du liquide, nous opérons de la manière suivante :

Supposons que les vitesses soient connues pour toute la zone liquide entre la vague et la ligne d'eau p. Nous pouvons calculer v_x sur la ligne p + 1 en appliquant la relation suivante qui comporte des différences finies :

$$\frac{\Delta v_x}{\Delta z} = \frac{\Delta v_z}{\Delta x} + \frac{\gamma \Delta v_y}{\Delta x}$$

Les valeurs du second membre seront calculées pour la ligne p, et le premier membre donnera la variation Δv_x entre la ligne p - 1 et la ligne p + 1. Connaissant v_x sur la ligne p + 1, les équations (6) et (7) donnent v_z et v_y sur cette ligne.

L'accroissement de la pression en chaque point par rapport aux pressions supportées par la carène au repos est égal à :

$$\rho/2(V^2 - v^2) = \rho/2(2vv_x + v_x^2 + v_y^2 + v_z^2),$$

ce qui permet de calculer la résistance. Cette relation définit d'ailleurs V qui est la vitesse locale du fluide.

Nous n'insistons pas sur les détails pratiques de mise au point des calculs pour tenir compte du déjaugage, opérer le démarrage du calcul à partir de la vague de surface, adapter les fonctions à ce calcul « macrographique », déterminer les valeurs particulières des dépressions au-dessus du plan de flottaison au repos, etc...

La méthode a été appliquée à un relevé expérimental extrêmement soigné, exécuté au bassin de Göteborg sur une forme de cargo rapide, pour $v/\sqrt{gL} = 0,264$ (modèle 585). Ce relevé nous a été aimablement communiqué par le Professeur Lindblad qui a publié d'importantes études sur des séries de bateaux de ce genre (INA 1946, 1949, 1950).

Le résultat a été décevant, puisque la résistance ainsi calculée s'est révélée nettement négative, ce qui semble provenir de l'exagération des valeurs de α à l'avant et à l'arrière, à mesure qu'on s'éloigne de la surface libre, et que la direction des lignes de courant diffère davantage du sens de déplacement de la surface de la carène.

Il faudrait vérifier cette conclusion sur d'autres essais de ce genre car les conséquences en seraient importantes :

Si la direction des lignes de courant varie notablement au travers de la couche limite, il est vain de vouloir confronter les lignes de courant relevées sur la carène avec celles qui sont calculées théoriquement. De plus, sur le plan pratique, il devient délicat de tracer les appendices comme on le fait couramment, en se basant sur les lignes de courant relevées sur la carène nue. Enfin, la résistance de frottement calculée à partir du plan mince s'en trouve encore davantage sujette à caution.

Vague de surface.

On peut espérer que la ligne de courant particulière constituée par la vague de surface est moins sensible aux effets de la viscosité que les autres lignes de courant. En effet, on ne peut guère envisager de pente locale considérable à la surface du liquide sans que ce dernier se précipite pour combler les dénivellations, suivant les conditions spéciales du mouvement qui existent à cette surface libre.

En conséquence, il paraît raisonnable d'admettre que la vague de surface est le fait physique qui représente le plus convenablement le mouvement à potentiel, diffus et mal déterminé, qui est supposé prendre naissance autour d'une carène. Elle constitue le principal résultat expérimental que l'on puisse comparer avec les résultats de calcul pour apprécier le degré d'exactitude de la théorie.

Mais si on admet que la vague de surface est caractéristique du mouvement à potentiel, il est intéressant de l'employer à la détermination de la résistance de vague, et de donner ainsi à cette dernière une définition physique qui lui manque encore.

Dans la méthode des coins, en potentiel linéarisé, le calcul de la résistance se fait à partir de la vague de surface. Rien n'empêche d'appliquer la même méthode à la vague expérimentale. On obtiendrait de cette manière une résistance de vague qui, certes, serait fictive, comme le mouvement à potentiel lui-même, mais étroitement liée à une caractéristique physique du mouvement, la vague de surface, qui est elle-même directement régie par les conditions de similitude mécanique choisies dans l'étude des modèles.

On peut même espérer mieux, bien que la démonstration rigoureuse de ce que nous allons exposer reste encore à faire.

Les mouvements du liquide, loin à l'arrière d'une carène en mouvement, deviennent de plus en plus petits, à mesure que l'énergie totale communiquée au fluide par la carène qui se déplace, intéresse un volume de liquide de plus en plus grand. Par conséquent, la relation linéarisée (5) devient valable à la surface du fluide loin à l'arrière du bateau. Il semble possible de montrer en outre que cette relation devient valable non seulement à la surface du liquide, mais aussi en profondeur, pour $z < 0$ suivant les formules classiques des ondes, ce qui signifie que loin du bateau, les ondes s'épurent et les lignes de courant arrivent à coïncider avec les lignes de pression constante.

Pendant, l'équation (5) peut être considérée comme la limite de l'équation intrinsèque suivante, valable quand les mouvements ne sont pas trop petits, c'est-à-dire dans les environs de la carène :

$$-\frac{V^2}{R} - g = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dn} = -\frac{1}{2} \frac{d(V^2 - v^2)}{dn} - g \quad (10)$$

Dans cette relation, V est la vitesse locale du fluide, n est la normale principale à la vague que l'on peut en général confondre sans grande erreur avec la direction z , R est le rayon de courbure de la vague.

Imaginons qu'au moyen de la relation 10, nous déduisons de proche en proche, à partir de la vague de la surface, certaines valeurs $(V^2 - v^2)$ en utilisant le procédé déjà indiqué pour le calcul de la résistance dans la méthode des coins. Un certain potentiel φ_1 correspondra à ces vitesses $(V^2 - v^2)$. Aux alentours du bateau, le potentiel total φ sera égal à la somme de φ_1 et d'un second potentiel φ_2 , mais pour tout point suffisamment éloigné du bateau, on aura $\varphi = \varphi_1$ et $\varphi_2 = 0$. A la surface libre du liquide, on a également $\varphi_2 = 0$.

Or, on peut écrire que la résistance du bateau est égale à l'énergie totale emmagasinée dans une tranche de fluide comprise entre deux plans x et $x + 1$ qui peuvent être placés loin à l'arrière du bateau. Cette résistance est donc indépendante de φ_2 qui est nul dans cette tranche. Elle ne dépend que de φ_1 et en conséquence on espère pouvoir calculer cette résistance en utilisant seulement les termes φ_1 au voisinage de la carène.

S'il ne s'élevait pas d'objection à cette manière de voir, **qui en tout état de cause, reste approximativement légitime** en considération du potentiel linéarisé comme nous l'avons vu précédemment, on aurait ainsi la possibilité de déduire la résistance de vague directement des essais ce qui entraînerait des conséquences importantes pour l'étude générale des phénomènes considérés.

Nous n'insisterons pas sur les détails des calculs. Signalons seulement que cette méthode, appliquée au modèle 755 dont nous ferons état au chapitre suivant, fait apparaître, pour $v/\sqrt{gL} = 0,509$ une résistance de vague inférieure à la résistance résiduaire d'environ 14 %, la différence étant à mettre au compte des autres composantes de la résistance totale.

III. — CONFRONTATION ENTRE LA THEORIE ET L'EXPERIENCE.

Signification des calculs en potentiel linéarisé.

Il importe d'avoir constamment à l'esprit ce que représentent les calculs en potentiel linéarisé. Rappelons donc ici que ces calculs ne sont théoriquement rigoureux que pour des carènes dont les ordonnées η sont infiniment petites.

Lorsqu'on multiplie les ordonnées η par un coefficient λ , le potentiel φ se trouve multiplié par λ , de même que toutes les vitesses qui en dépendent et par conséquent ξ et e . Les résistances sont multipliées par λ^2 , c'est-à-dire que les résistances par tonne de déplacement sont multipliées par λ .

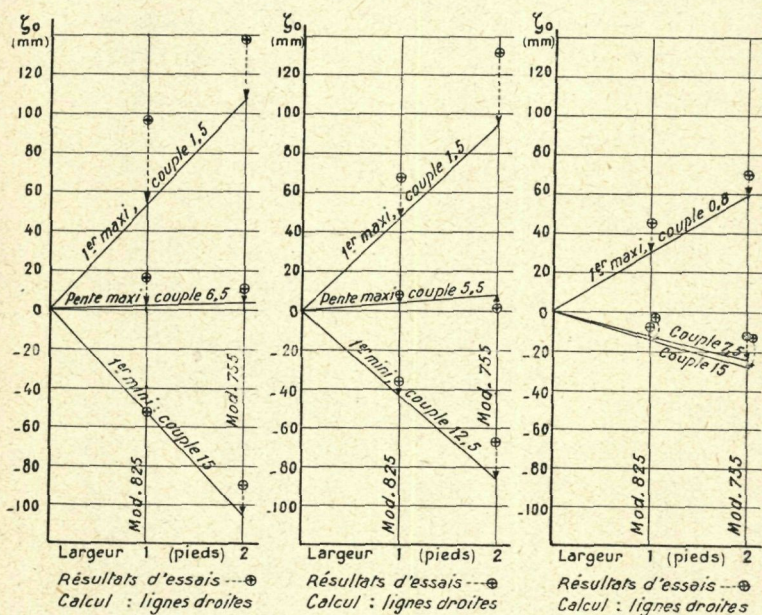
On sent bien dans ces conditions, que l'application des calculs à des carènes réelles de bateaux, dont les largeurs sont toujours relativement importantes, correspond à une large extrapolation, à partir des carènes infiniment minces, en utilisant la loi de proportionnalité ci-dessus. Il faut donc s'attendre à des différences notables entre l'expérience et le calcul conduit de cette manière.

Vagues de surface.

Proportionnalité des vagues aux ordonnées. — Voyons d'abord comment cette loi est vérifiée expérimentalement. Pour cela on comparera les résultats fournis par les modèles

755 et 825 du NPL étudiés par Wigley. Ces deux modèles, dont les formes sont algébriques, ont pour équation réduite : $\eta = (1 - z^2) \cos(\pi x/2)$, et pour dimensions en pieds : $16 \times 2 \times 1$, et $16 \times 1 \times 1$. Les ordonnées du 825 sont donc moitié de celles du 755.

La fig. 4 donne les résultats pour trois valeurs de $f = v/\sqrt{gL}$ et pour des points caractéristiques de la vague. A première vue la comparaison entre les calculs et l'expérience, bien qu'intéressante, n'est pas satisfaisante, en notant toutefois que les points représentés sont ceux pour lesquels cette comparaison est la plus déficiente. Il faut ajouter que les



	825	755		825	755		825	755
f d'essai	0,507	0,509	f d'essai	0,426	0,426	f d'essai	0,277	0,274
Enft AV	-41	-39	Enft AV	-13	-12	Enft AV	6	20
Enft AR	79	122	Enft AR	44	82	Enft AR	2,5	8
f de calcul	0,505	0,505	f de calcul	0,426	0,426	f de calcul	0,274	0,274

Vague de surface ζ_0 , en fonction de la largeur des modèles.

Fig. 4.

relevés expérimentaux, exécutés par rapport aux modèles, dépendent directement du déjaugage et de l'enfoncement. D'après les indications d'enfoncements avant et arrière données sous la fig. 4, on voit que les déjaugages et enfoncements ne sont pas dans la proportion de 1 à 2 entre ces modèles, ce qui serait nécessaire pour que les conditions du calcul fussent comparables.

Condition à la surface libre. — On légitime l'application directe du potentiel linéarisé aux carènes, en notant que le mouvement de vague est suffisamment petit pour que les carrés des vitesses engendrées par la vague soient négligeables par rapport au carré de la vitesse d'avance. Mais en réalité, ce ne sont pas les carrés des vitesses que l'on néglige, mais les vitesses elles-mêmes par rapport à la vitesse d'avance.

Voyons sur un exemple l'importance des termes négligés dans la condition de surface, c'est-à-dire en remplaçant l'équation complète (8) par l'équation linéarisée (1).

Nous avons calculé par la formule (9) les vitesses à la surface libre pour la vague du 755 à $f = 0.509$. Les résultats sont donnés sur la fig. 5. On remarquera que les termes négligés pour écrire l'équation (1) représentent de l'ordre de 20 % des termes conservés. On comparera en particulier la courbe $-vv_x/g = -0,36v_x$ établie au moyen des valeurs v_x expérimentales, avec la courbe ξ_0 relevée au bassin. On notera qu'il s'agit ici d'un modèle à grande vitesse. A des vitesses moindres, les termes négligés seraient relativement plus importants.

Profitions de l'exemple étudié pour attirer l'attention sur un point particulier susceptible d'avoir une importance assez grande dans les essais de carènes. Il s'agit de ce qui se passe à la surface du liquide et à l'étrave.

Les relevés de vague font en général apparaître à cet endroit une valeur de α qui n'est pas infinie. Dans ces conditions, les équations (6), (7) et (8) montrent que la valeur de v_x n'y est pas égale à $-v$, c'est-à-dire que le point n'est pas un point de vitesse nulle, car alors on aurait $\xi_0 = v^2/2g$, ce qui est toujours très loin d'être vérifié. Il semble logique d'en conclure qu'il se produit à cet endroit des ruptures du mouvement à potentiel qui sont susceptibles d'agir sur l'évolution ultérieure du phénomène. Il serait évidemment intéressant qu'une étude expérimentale poussée de ce qui se passe à cet endroit fut entreprise.

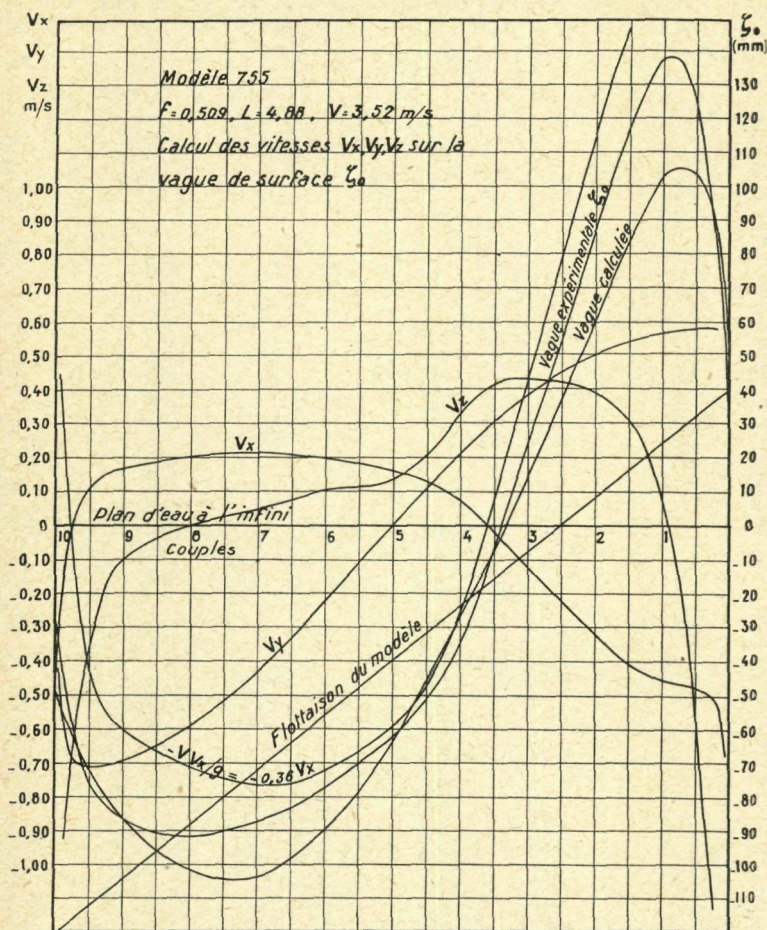


Fig. 5.

Condition à la surface de la carène. — La condition de tangence de la vitesse du fluide à la surface de la carène est mal représentée par l'équation (3), et nous touchons là à ce que Havelock et Wigley ont appelé les effets de réflexion du potentiel des vagues sur la forme du solide.

L'équation réelle à la surface est :

$$\frac{d\varphi}{dy} = v \frac{d\eta}{dx} + \frac{d\varphi}{dx} \frac{d\eta}{dx} + \frac{d\varphi}{dz} \frac{d\eta}{dz} \text{ pour } y = \eta$$

et on peut se proposer de calculer au moyen des fonctions du potentiel linéarisé, un potentiel qui cadre avec cette équation, avec toutefois la condition $y = 0$.

La première idée qui vient est de procéder par approximations successives suivant une méthode que nous avons déjà proposée (INA 1946). Cependant un premier calcul, établi sur le modèle 755 à $f = 0,274$ a montré que, tout au moins pour un modèle de cette largeur et à cette vitesse, les approximations ne paraissent pas suffisamment convergentes pour pouvoir espérer aboutir dans le calcul.

Nous avons mis au point une seconde méthode de calcul, basée sur la remarque qu'à l'avant de l'étrave des coins employés, les fonctions représentatives du potentiel sont à faible courbure, ce qui fait que la correction sur les coins, représentant les termes négligés dans l'équation (3), peut se faire au fur et à mesure que l'on conduit le calcul de la carène.

Un calcul a été fait dans ces conditions, pour $f = 0,503$ sur le modèle 1805 A du NPL dont les résultats ont été donnés par Wigley et repris récemment par Shearer (NECI 1950). Ils ont conduit à une diminution de la première intumescence, particulièrement sur la pente arrière, éloignant ainsi les valeurs calculées de celles qui ont été relevées aux essais à cet endroit. Le creux de la vague a subi une diminution double de celle qui aurait été nécessaire pour atteindre la ligne expérimentale.

Deux calculs analogues ont été entrepris pour l'avant du modèle 755 qui est plus large que le modèle 1805 A (2 pieds contre 1,5 pied). Les vitesses étudiées correspondent à $f = 0,509$ et $f = 0,274$. Dans les deux cas le résultat des calculs a été de diminuer la première intumescence, particulièrement sur la pente arrière, et de diminuer la valeur du premier creux en avançant sa position. Tout se passe comme si, au résultat de ce calcul, on devait ajouter une vague supplémentaire partant de l'étrave pour atteindre les valeurs mesurées, et c'est aussi ce qui résulte du calcul fait sur le 1805 A.

Dans son récent mémoire (NECI 1950) Shearer relate les calculs qu'il a exécutés pour constituer une carène fictive qui puisse représenter les différences entre les résultats calculés et mesurés sur les modèles. Nous avons déjà réalisé des calculs de ce genre (INA 1940) et nous avons rencontré à

cette occasion la vague supplémentaire d'étrave que nous venons d'évoquer à propos des modèles 1805 A et 755.

Il semble d'ailleurs inutile d'insister sur ce genre de corrections, car il est une objection dirimante aux efforts que l'on peut faire dans le sens du rapprochement entre les courbes calculées et les courbes mesurées. Même si on arrivait à faire coïncider ces deux courbes, il n'en resterait pas moins, comme le montre la fig. 5 que les vitesses, et en particulier la vitesse v_x qui est spécialement importante, seraient nettement différentes dans les deux cas, puisque les mêmes valeurs ξ_0 conviendraient à la formule (1) dans le calcul, et à la formule (8) dans l'essai.

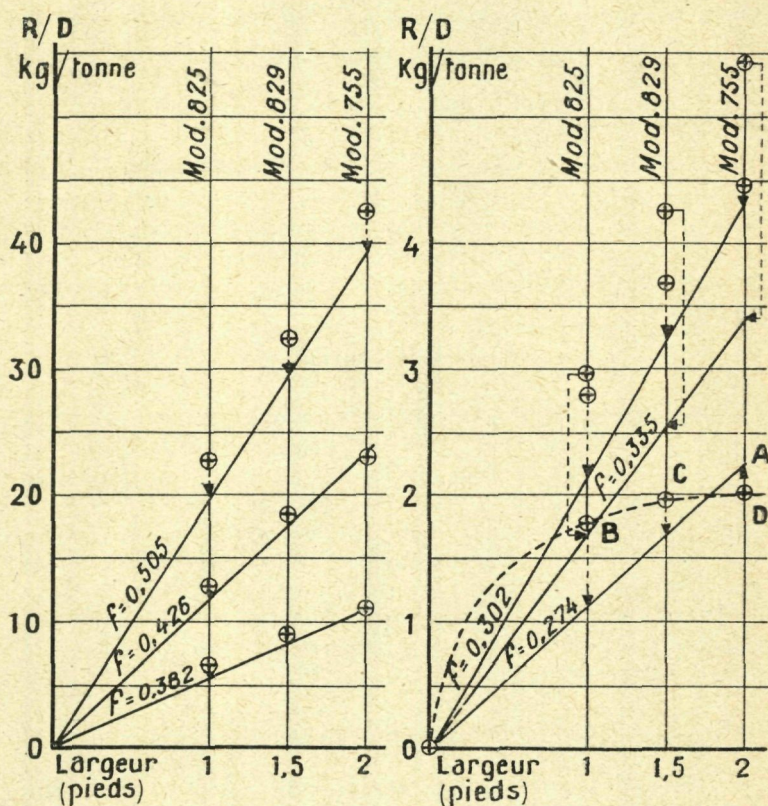
Lignes de courant.

Nous avons calculé des lignes de courant sur les premiers couples du modèle 585 de Göteborg, communiqué par le Prof. Lindblad. Les pentes α trouvées pour ces lignes ont été nettement moins importantes que celles qui ont été relevées aux essais, bien que la vague de surface calculée cadre raisonnablement avec celle qui a été mesurée. On a vu précédemment d'ailleurs que ces lignes de courant relevées sur la surface de la carène, ne paraissent pas convenir au mouvement à potentiel, les valeurs expérimentales de α semblant excessives.

Résistance à l'avancement.

La résistance par tonne de déplacement est proportionnelle à la largeur du modèle, en potentiel linéarisé, pour les modèles de même forme. Bien que nous ayions précédemment fait des réserves sérieuses sur l'équivalence entre la résistance résiduaire, telle qu'on la détermine, et la résistance de vague, nous allons comparer la résistance résiduaire tirée de l'expérience, à la résistance de vague calculée, pour les modèles 755 et 825, auxquels nous adjoindrons le modèle 829 qui a même équation de forme, mais dont la largeur 1,5 pied, est intermédiaire entre celle des deux autres. On arrivera ainsi à la fig. 6 qui a été déduite des courbes données par Wigley (INA 1927).

Aux vitesses supérieures à la vitesse critique le calcul cadre assez bien avec la résistance résiduaire, mais ces modèles ont



Résultats d'essais --- ⊕
Calcul : lignes droites

Fig. 6.

Résistances par tonne R/D, en fonction de la largeur des modèles.

des lignes d'eau droites à l'avant, et nous savons par d'autres mémoires de Wigley, (voir en particulier CIDIN, Liège 1939), que les modèles qui ont des lignes convexes à l'avant présentent, pour ces grandes vitesses, une concordance moins bonne que ceux dont les lignes sont droites. A la vitesse critique ($f = 0,34$ environ) il n'y a plus concordance.

L'examen d'un cas particulier peut suggérer d'utiles réflexions. Voyons par exemple fig. 6 le cas de $f = 0,274$, pour lesquels les résistances résiduelles des modèles sont représentées en B, C, D. Il est certain que le point O fait aussi partie de la courbe des résistances par tonne en fonction de la largeur. En effet, ce point représente la résistance résiduelle d'un bateau d'épaisseur nulle, par conséquent celle d'un plan mince. Ce point O ne pourrait varier en position par rapport aux points B, C, D. que si les constantes de Froude employées par Wigley pour le calcul de la résistance de frottement ne représentaient pas exactement la résistance de ce plan. Mais les dimensions de ce plan : 16×1 pieds, ne sont pas éloignées de celles qui ont servi à Froude dans ses essais, ce qui plaide en faveur de leur adoption.

Or, il n'est pas douteux que la droite théorique OA représente bien la résistance de vague en fluide parfait pour les modèles très minces, et si la courbe DCBO représentait véritablement la résistance de vague, elle devrait avoir OA pour tangente au point O. En réalité il se peut qu'elle l'ait, car on ne connaît pas sa forme entre O et B, mais en tout état de cause il faut admettre qu'il existe en quelque endroit entre O et B, une variation extrêmement rapide de la résistance par tonne, en fonction de la largeur du bateau, pour des modèles extrêmement étroits, et il est difficile d'attribuer cela à une résistance de vague tirée d'un mouvement à potentiel. On remarquera d'ailleurs que c'est le modèle le plus étroit qui paraît s'éloigner le plus des résultats du calcul en potentiel linéarisé, ce qui est tout au moins inattendu lorsqu'on se reporte aux hypothèses faites dans ce calcul.

Ce qui vient d'être dit à propos de la vitesse $f = 0,274$ s'applique plus ou moins pour toutes les vitesses, et si de tels faits pouvaient être confirmés sur d'autres modèles, il faudrait admettre que la viscosité a des effets importants sur la résistance de vague pour les modèles très étroits flottant librement.

IV. — CONCLUSION.

Nous avons évoqué dans ce qui précède de nombreux aspects de la question. Il faut essayer d'en dégager quelques conclusions.

1^o) Le potentiel linéarisé.

On peut dire qu'à l'heure présente, ce potentiel est complètement étudié. L'étude a été faite sous deux points de vue : celui des sources et celui des coins, mais on a vu que ce sont deux formes différentes du même potentiel. Les tables des fonctions sont dressées, à la surface du liquide comme en profondeur. L'outil est donc forgé et prêt pour l'usage.

2^o) Application du potentiel linéarisé.

Le potentiel est une construction logique en laquelle on peut avoir confiance, à condition de l'appliquer où il est applicable, et de ne pas lui demander plus qu'il ne peut donner. Jusqu'ici on l'a appliqué à des modèles plus ou moins larges et a pu voir qu'il donnait l'allure générale de variation des phénomènes telle qu'elle semble se dégager des essais au bassin. Toutefois, ce que nous avons vu au chapitre précédent montre qu'il ne faut guère s'attendre à pouvoir calculer un jour, dans l'absolu, avec une précision utile, la résistance et les mouvements liquides relatifs à un modèle de bateau réel au moyen de ce potentiel. Y parviendrait-on d'ailleurs, que l'utilisation de ce résultat serait très compromise par notre manque de connaissance concernant les effets du frottement sur les carènes réelles.

Pour l'étude générale des carènes, il nous semble inutile, d'autre part, de chercher à introduire dans les calculs, des coefficients empiriques destinés à les faire « coller » avec ce qu'on croit être la réalité. Au stade actuel de l'étude des carènes, nous avons besoin de raisonnements et d'explications, les coefficients empiriques obscurcissent les uns et détruisent les autres. Ils ne seraient admissibles que si, appliqués au calcul théorique, ils permettaient de prévoir convenablement la réalité dans tous les cas. Mais comme on a vu que le calcul théorique a des insuffisances de principe, il faut bien admettre que les coefficients empiriques qui l'amélioreraient dans tous les cas seraient aussi complexes que la réalité physique elle-même, et la contribution du calcul à la solution du problème deviendrait ainsi illusoire.

Notre opinion est que le potentiel linéarisé, auquel on peut appliquer le qualificatif suggestif de « tangent », trouve son application pour prévoir la variation de la résistance et des mouvements liquides, corrélatifs de faibles modifications

apportées aux formes d'une carène dont les résultats sont connus expérimentalement. C'est dans ce sens que nous l'avons pratiquement utilisé. A partir d'un modèle-étalon parfaitement connu, il doit permettre d'explorer tout le voisinage de ce modèle, quelles que soient les variations de forme, supposées assez petites, que l'on puisse imaginer. On peut ainsi espérer qu'un jour, à partir d'un catalogue relativement restreint de résultats expérimentaux, le potentiel linéarisé apportera la possibilité d'explorer le domaine entier envisageable pour les carènes.

Pour perfectionner l'utilisation du potentiel dans ce sens, il serait important d'étudier l'application d'un potentiel linéarisé à un domaine liquide déjà soumis à un certain champ de vitesses créés par un modèle, et déduire de cette étude quelles sont les caractéristiques expérimentales que l'on doit connaître sur les modèles soumis au calcul, pour rendre aisée et correcte l'application du potentiel aux modifications de formes envisagées.

On notera incidemment que Wigley a, dans plusieurs mémoires, établi des comparaisons suggestives et intéressantes entre le calcul et l'expérience concernant des modifications de formes. Cependant, son calcul de modifications représente la différence qui existe entre le calcul appliqué aux modèles eux-mêmes, alors que la nature du potentiel tangent rend bien préférable son application à partir du mouvement expérimental enregistré sur l'un des modèles.

Il va sans dire que les efforts à faire en vue de cette application de la théorie sont liés à la solution plus ou moins satisfaisante de certains problèmes expérimentaux que nous avons évoqués précédemment.

3°) Essais au bassin.

L'application du potentiel tangent à partir d'un modèle dont on connaît les résultats expérimentaux, pour arriver à un autre modèle voisin, suppose bien entendu que la différence entre les deux mouvements soit justiciable d'un potentiel.

A ce point de vue, il conviendrait en particulier d'avoir des lumières expérimentales sur la production de la première intumescence, qui est très liée au déjaugage pour les carènes à grande vitesse. Nous avons vu qu'une discontinuité non élucidée semble se produire à l'étrave. D'autre part, il faut

envisager à cet endroit l'apparition soudaine d'une couche limite, en rapport avec la loi de frottement, qui est de nature à intervenir substantiellement dans le mouvement près de l'étrave.

Nous avons vu que l'identification de la résistance de vague avec ce qu'on appelle la résistance résiduaire est assez sujette à caution. S'il était possible d'arriver à une définition de la résistance de vague par rapport à une donnée physique résultant directement des essais, comme la vague de surface, par exemple, il semble que le problème expérimental aurait fait un grand pas. Ce résultat serait d'autant plus intéressant pour l'application projetée du potentiel tangent, que l'on peut aisément calculer les résistances à partir des vagues, comme on l'a vu dans la méthode des coins, et dans celle qui peut en être déduite pour s'appliquer aux potentiels réels.

Cependant, si la vague de surface prend une grande importance pour l'étude des carènes, il faudra examiner les moyens de la mesurer avec précision. Nous pensons que les petits bassins qui sont devenus à la mode ces dernières années, pourraient trouver là l'occasion de rendre de grands services. En effet, ils permettent d'utiliser des modèles de grande précision sans déformation, et on imagine qu'un modèle de 1,50 m. par exemple, peut être exécuté en métal léger et entièrement usiné. Les dimensions réduites des bassins permettent d'attendre, entre chaque essai, que le liquide revienne convenablement au repos et, en tenant compte de cela, la traction par gravité, facile à réaliser dans les petits bassins, doit éliminer les oscillations de la vitesse et du déjaugage, par conséquent de la résistance, et fournir des vagues de surface bien épurées.

Enfin, la question de la résistance de frottement, gênante pour les essais ordinaires de petits modèles, perdrait de son importance, et il serait peut-être même intéressant d'y faire des essais dans lesquels la zone laminaire serait aussi étendue que possible.

Il va sans dire que tout ce qui précède concerne les études à caractère scientifique, et il n'est pas question, bien entendu, de mettre en doute l'utilité primordiale des bassins normaux pour les essais d'ordre pratique.

REFERENCES.

Il a paru inutile de rappeler ici une bibliographie concernant le calcul théorique des carènes. Nous renvoyons pour cela à celle, très complète, qui a été établie par Wigley dans son mémoire récent (ATMA 1949).

Les abréviations utilisées au cours de notre étude dans les références bibliographiques sont les suivantes :

ATMA : Association Technique Maritime, Paris.

CIDIN : Premier Congrès International des Ingénieurs Navals, Belgique (Liège 1939).

INA : Institution of Naval Architects (Londres).

LES : Liverpool Engineering Society (Liverpool).

NECI : North-East Coast Institution of Engineers and Ship-builders (Newcastle upon Tyne).

NPL : National Physical Laboratory (Teddington).

Intervention de M. J. R. SHEARER.

In studying the work which has been carried out on this subject it is at once evident that there are considerable differences between the fluid conditions assumed in the theory, and those prevailing during model experiments. M. Guilloton's comments on these differences are most interesting, as are his remarks on the more practical aspects of comparison between calculated and measured wavemaking.

While it is possible that many of these differences may eventually be taken into account theoretically, and work on this aspect of the problem is of the greatest importance, there is also an immediate need to established a practical relationship between theoretical results and the results of model experiments, so that the theory can be used as a guide to design. In approaching the latter problem we have two sources of data :

- (1) the direct calculation of wavemaking by the use of a linearised velocity potential

and

- (2) the direct measurement of wavemaking, i.e. wave resistance and wave profiles in the model tank, the former being subject to the reservations made by M. Guilloton regarding the use of friction data obtained from experiments with thin planes.

Our aim must be to account for the differences in the data obtained from these two sources. In the absence of a comprehensive theory, we must approach this problem either synthetically or analytically. That is, we may consider each possible cause of error individually and endeavour to find a means of calculating its value, and then add the correction so obtained to the theoretical wavemaking, in order to see whether this will lead to closer agreement with the experimental results. Alternatively, we can study the discrepancies between theory and practice under varying conditions, as a possible means of finding out how these discrepancies arise. For example, if we compare the data for a hull so narrow that the second order terms are negligible, as is assumed in the theory, then it is a justifiable assumption that the discrepancies are due to the form of the boundary layer. We do not know how to calculate the boundary layer for a form such as a ship, and we cannot therefore approach this question directly, but we can make an inverse calculation of an imaginary form for the boundary layer which would give the required correction to the wavemaking. We are probably justified in assuming a simple relationship between the breadth of this boundary layer and that of the hull, and we may therefore be able to approximate to the boundary layers for geometrically similar hulls of increasing beam. Any further discrepancies which may arise as beam increases must therefore be due to second order terms in the wavemaking itself. This approach has shown some interesting results, and we do not agree that it is in any way opposed to the direct theoretical method of studying the discrepancies.

M. Guilloton has himself proposed a rather similar method, i.e. to calculate an imaginary wave resistance by graphical integration based on the measured wave profile, by the same method as he has used for the theoretical calculation. We have tried this suggestion using Model 2891 (N.E.C.I. 1950). For this model we had complete calculations and measure-

ments of wave resistance, and the corresponding calculated and measured wave profiles at six speeds. The resistance was calculated at each of these speeds from both the calculated and measured profiles. Since the previous calculations were made by the method of sources, the new ones were made for the same boundary conditions, i.e. we did not take account of the corrections proposed by M. Guilloton for the effect of the disturbance of the free surface by the model. The results of the calculations are shown in the accompanying diagram. From this we note

- (a) that the agreement between the resistance calculated from the theoretical profiles, and that calculated directly from the source distribution, is good, except at high speeds
- (b) that comparable agreement is obtained between the measured curve of resistance and that calculated from the measured wave profile.

The former agreement is to be expected in view of the theoretical identity of the methods and it is probable that the discrepancy at higher speeds is due to our neglect of the above corrections. The closeness of the agreement in the latter case is, however, remarkable and while we cannot attach too much importance to so small an amount of data, it does appear to offer distinct possibilities as a means of studying both theoretical and practical aspects of the problem of the design of hull forms.

