

Numerieke golfvoortplanting in diep en ondiep water

Jaak Monbaliu

*Laboratorium voor Hydraulica K.U.Leuven
Kasteelpark Arenberg 40, 3001 Heverlee*

Abstract

Wanneer we aan golven denken, denken we bijna automatisch aan golven op zee, aan golven die op het strand rollen of die met volle geweld op de zeedijk neerkomen. We denken niet direkt aan eb en vloed. In beide gevallen hebben we echter met golven te maken. In het laatste geval spreken we over getijdgolven, in het eerste geval spreken we over zeegang en/of deining. We beperken ons hier tot de numerieke modellen die de voortplanting van zeegang en deining berekenen. Een bijkomende beperking is dat enkel in meer detail zal ingegaan worden op de zogenaamde spectrale golfmodellen.

De historische achtergrond, de huidige ‘state of the art’, en het gebruik van spectrale modellen wordt kort geschetst. Daarna worden de verschillende fysische processen beschreven. In diep water zijn slechts een beperkt aantal processen actief. Naarmate men van diep naar ondiep water gaat worden de processen die de interactie met de bodem in rekening brengen belangrijker.

Als illustratie worden twee voorbeelden getoond. Het eerste voorbeeld is een hindcast voor de Noordzee, dus in relatief diep water. Daarna wordt ook een voorbeeld in ondiep water getoond, namelijk een berekening voor de Belgische kust. Daarbij wordt aangetoond dat het belangrijk is om met het volledige spectrum rekening te houden.

Als slot wordt kort ingegaan op wat men als evolutie mag verwachten in spectrale golfmodellering.

Inleiding

Spectrale golfmodellen werden en worden gebruikt voor operationele voorspelling op wereld- en regionale schaal. Meer en meer worden spectrale golfmodellen ook ingezet bij golfklimaatstudies in de kustzone. Het is de bedoeling van dit artikel om een vrij bondig overzicht te geven van de huidige stand van zaken op het gebied van spectrale golfmodellering.

Zoals de naam het zegt, beschrijft een spectraal golfmodel de evolutie van het golvenspectrum. Daarbij wordt aangenomen dat men de zee en de evolutie ervan kan beschrijven door een superpositie van sinusoidale golven. Die golven zijn statistisch onafhankelijk (zij hebben een willekeurige of random faze) en hebben ook een richting. Er wordt daarbij verondersteld dat het golfveld homogeen en stationair is op de grid-schaal van het model. Deze veronderstellingen gaan niet meer op wanneer de relevante processen dezelfde lengte- en/of tijdschaal hebben als die van de karakteristieke golven. In veel (de meeste) gevallen echter is het spectrale model een goede benadering om door wind opgewekte golven te beschrijven. Men kan uit het golvenspectrum de belangrijkste parameters van het golfveld afleiden, zoals de significante golfhoogte, de gemiddelde periode, de richtingsspreiding van de golfenergie, etc.

Daartegenover staan de zogenaamde golfmodellen die wel rekening houden met de faze van de golven. Deze modellen beschrijven expliciet de beweging van het wateroppervlak als een functie van de tijd. Afhankelijk van de toepassing worden de Navier-Stokes vergelijkingen omgevormd tot de ondiep water vergelijking, de Boussinesq vergelijking of de mild-slope vergelijking om enkele te noemen. Dit soort modellen zijn bijzonder geschikt om niet alleen de hydrodynamica in de kustzone, maar ook de interactie met structuren in detail te beschrijven. Zij zijn echter heel rekenintensief, maar zullen gezien de enorme toename in rekenkracht meer en meer worden ingezet. Voor een voorbeeld van dergelijk model verwijst ik graag naar Troch (dit colloquium).

Korte historiek spectrale modellen

Bij spectrale golfmodellen spreken we over golfmodellen van de eerste, de tweede en de derde generatie. De modellen van de eerste generatie beschreven enkel de voortplanting van golfenergie, de energietoevoer door de wind en de dissipatie door schuimkopjes. Het fameuze JONSWAP experiment (Hasselmann et al., 1973) gaf het bewijs van de sterke groei van golfenergie aan de voorwaartse (lage frequentie) zijde van het spectrum. Dit gedrag en het zogenaamde ‘overshoot’ effect konden enkel verklaard worden door de niet-lineaire wisselwerking tussen golfcomponenten. Daaruit zijn dan de modellen van de tweede en de derde generatie ontstaan.

In de modellen van de tweede generatie wordt de niet-lineaire wisselwerking geparametriseerd om de nodige rekenkracht te beperken. Zeegang en deining worden op een verschillende manier behandeld en er is een algoritme ingebouwd om na iedere integratiestap energie te transfereren van zeegang naar deining en omgekeerd. Dit soort modellen worden nu nog altijd intensief gebruikt. Niet alleen ons eigen OMS (Oceanografisch Meteorologisch Station), maar ook UKMO (United Kingdom Met Office) en Météo-France doen er beroep op.

Bij de modellen van de derde generatie wordt de vorm van het golvenspectrum niet op een kunstmatige manier aan banden gelegd. De echte doorbraak kwam er toen Hasselmann en Hasselmann (1985) en Hasselmann et al. (1985) erin slaagden om de berekening van de niet-lineaire wisselwerking te beperken tot een klein aantal configuraties, en daarbij al bij al een vrij goede benadering van het exacte resultaat te krijgen. Deze methode staat bekend als de DIA (discrete interaction approximation) methode. De nodige rekenkracht was wel nog aanzienlijk maar niet meer beperkend. Het WAM-model is het prototype van de ‘state of the art’ derde

generatiemodellen en wordt bijvoorbeeld operationeel gebruikt in het ECMWF (European Centre for Medium Range Weather Forecasts). Andere voorbeelden van derde generatiemodellen zijn WAVEWATCH (Tolman, 1999), SWAN (Booij et al., 1999; Ris et al., 1999) en TOMAWAC (Benoit et al., 1996). Een buitenbeentje in dit verhaal is het zogenaamde k-model. De wiskundige beschrijving verloopt volledig in het golfgetalldomein. Niet-lineaire interacties worden niet in rekening gebracht. Energiedissipatie gebeurt er via turbulente diffusie. Maar het werd met succes toegepast in kustgebieden (Schneggenburger et al., 2000). In wat volgt wordt enkel ingegaan op de modellen van de derde generatie. Voor verdere historische details wordt verwezen naar Young (1999), Komen et al. (1994) en Khandekar (1989).

Het gebruik van spectrale modellen

Spectrale golfmodellen worden intensief gebruikt voor golfvoorspellingen ten behoeve van de scheepvaart. Bijvoorbeeld ECMWF laat het WAM-model lopen op wereld- en regionale schaal. Daarbij gebruiken zij op wereldschaal een onregelmatig lat-lon rooster met een effectieve resolutie van ongeveer 55 km. Op regionale schaal (Noord Atlantische Oceaan, Noordzee, Middellandse Zee en de Zwarte Zee) is de resolutie ongeveer 27 km. Het spectrum bevat 25 frekwenties tussen 0.04 en 0.4 Hz (tussen 2.5 en 25 seconden) en 24 richtingen. Noteer daarbij dat het golfmodel gekoppeld is aan het atmosferisch model. Er worden voorspelling gegenereerd voor elke 6 uur van de komende 6 dagen. Als ander voorbeeld, kan men op de website van OMS-Zeebrugge de voorspellingen vinden voor de volgende 24 uur en dit met 3 uur interval.

De laatste jaren worden spectrale golfmodellen meer en meer gebruikt voor toepassingen bij de kust. Dit is voor een groot stuk het gevolg van de ontwikkeling aan de T.U.Delft van het SWAN (Simulating WAVes Nearshore)-model. Vergeleken met toepassingen op wereld- of regionale schaal, is een betere ruimtelijke resolutie noodzakelijk om de details van de kustbathymetrie en – geometrie weer te geven. Ook dienen een aantal ondiep-water-processen (zie verder bij de beschrijving van de brontermen) in rekening gebracht te worden. Een typische toepassing is een golfklimaatstudie, waarbij een gekend golfklimaat op een locatie ver van de kust (off-shore) vertaald wordt naar een golfklimaat op een locatie dicht bij de kust (near-shore).

De wiskundige beschrijving

Het behoud van actie-densiteit

De fundamentele vergelijking is de vergelijking van behoud van actie-densiteit. In cartesische coördinaten krijgt men:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1}(\dot{x}N) + \frac{\partial}{\partial x_2}(\dot{y}N) + \frac{\partial}{\partial \omega}(\dot{\omega}N) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\dot{\theta}N) = \sum_i \frac{S_i}{\sigma} \quad (1)$$

Daarbij is $N(t, x, y, T, \mathcal{Z})$ de actie densiteit. $N (=E/\sigma)$, waarbij E gelijk is aan de energie in het golvenspectrum en σ de relatieve frequentie is berekend uit de dispersierelatie, is een functie van de tijd t , de plaats (x, y) , de angulaire absolute frequentie T en de richting $\mathcal{Z}$. Het punt boven de variabelen $x, y, T, \mathcal{Z}$ wijst op een afgeleide naar de tijd (snelheid). S_i duidt de verschillende brontermen aan (zie verder). In het geval dat er geen stromingen zijn, zijn de absolute en relatieve frequentie gelijk en geeft vergelijking (1) het behoud van energie weer. Het zegt met andere woorden dat de verandering van de energie in de tijd van een golvenpakket (Lagrangiaans) gelijk is aan wat er door de brontermen ingestopt of uitgehaald wordt. In een vast assenstelsel (Euleriaans) is dat ook gelijk aan de lokale verandering van de energie in de tijd plus de advection

in het domein van de ruimte (x,y) en van het spectrum $(T,2)$. Verdere wiskundige details kan men vinden in Monbaliu (2003).

De individuele brontermen

Battjes (1994) geeft een interessant overzicht van wanneer welke brontermen belangrijk worden. Zijn tabel is hier overgenomen.

Proces	Oceaan	Randzee	Kustgebied	Haven
diffractie				
diepterefractie/shoaling				
stromingsrefractie				
4-golfinteractie				
3-golfinteractie				
windinvoer				
schuimkopjes				
dieptebreking				
bodemwrijving				

legende		dominant
		belangrijk
		minder belangrijk
		verwaarloosbaar

Figuur 1 De verschillende processen die voorkomen bij golfvoortplanting (Battjes, 1994)

diep water – oceaan

Uit Figuur 1 is duidelijk dat slechts drie brontermen belangrijk zijn in diep water, namelijk de windinvoer, de energiedissipatie door middel van schuimkopjes en de niet lineaire interacties tussen 4 golven. Voor de wiskundige beschrijving van de brontermen wordt verwezen naar Monbaliu (2003) en de gespecialiseerde literatuur. Kenmerkend is dat enkel de niet lineaire 4-golfinteracties indien nodig exact kunnen berekend worden. Zoals boven aangehaald, wordt die term omwille van beperkingen qua rekenkracht benaderend berekend. Er is recent wel behoorlijk wat werk gedaan om deze benadering te verbeteren, zie o.a. Van Vledder (2001) en Hashimoto en Kawaguchi (2001). In de laatste release van SWAN (SWAN 40.20, vrijgegeven mei 2003, zie <http://fluidmechanics.tudelft.nl/>) is de Multiple Discrete Interaction ingebouwd als optie. Tot nader order worden deze verbeteringen nog niet gebruikt in de operationele modellen op oceaan- en randzeeniveau. Dit heeft enerzijds te maken met de nodige bijkomende rekenkracht, maar anderzijds ook met een nodige hercalibratie van de andere brontermen. De brontermen voor windinvoer en schuimkopjes zijn niet zo goed gekend. Men neemt daarom een bronterm voor windinvoer aan en men past bepaalde coëfficiënten aan in de uitdrukking voor het energieverlies door schuimkopjes zodat bij volgroeide zee een zogenaamd Pierson-Moskowitz spectrum bekomen wordt. Een verandering in één van de brontermen zal een verandering in deze tuningscoëfficiënten als gevolg hebben.

Afwijkend van bovenstaande tabel, mag men wel stellen dat stromingsrefractie lokaal heel belangrijk kan zijn. Lokaties met sterke stromingen zijn sterk gecorreleerd met lokaties waar schepen door weerstandigheden in moeilijkheden komen (Monbaliu en Toffoli, 2003). Door stromingsrefractie kan de energie lokaal gefocuseerd worden.

ondiep water - randzee

Randzeeën (zoals onze Noordzee) zijn beperkt in diepte tot zowat 200 m. Langere golven voelen daardoor de bodem en verliezen een gedeelte van hun energie door bodemwrijving. Deze bodemwrijving is belangrijk voor sedimenttransport. Alhoewel golven op zich weinig of geen transport op zich veroorzaken, worden zandkorrels en slib wel gemakkelijker in beweging gebracht, waardoor ze ook kunnen meegevoerd worden door de heersende stroming. Verschillende wiskundige formuleringen bestaan, we verwijzen hier terug naar Monbaliu (2003) en de gespecialiseerde literatuur daarin verwezen. Alle formulering hebben één of meerdere coëfficiënten die afhankelijk zijn van bodemtype en soms zelfs golfcondities en daarom ook moeten bijgesteld worden.

ondiep water – kustgebied

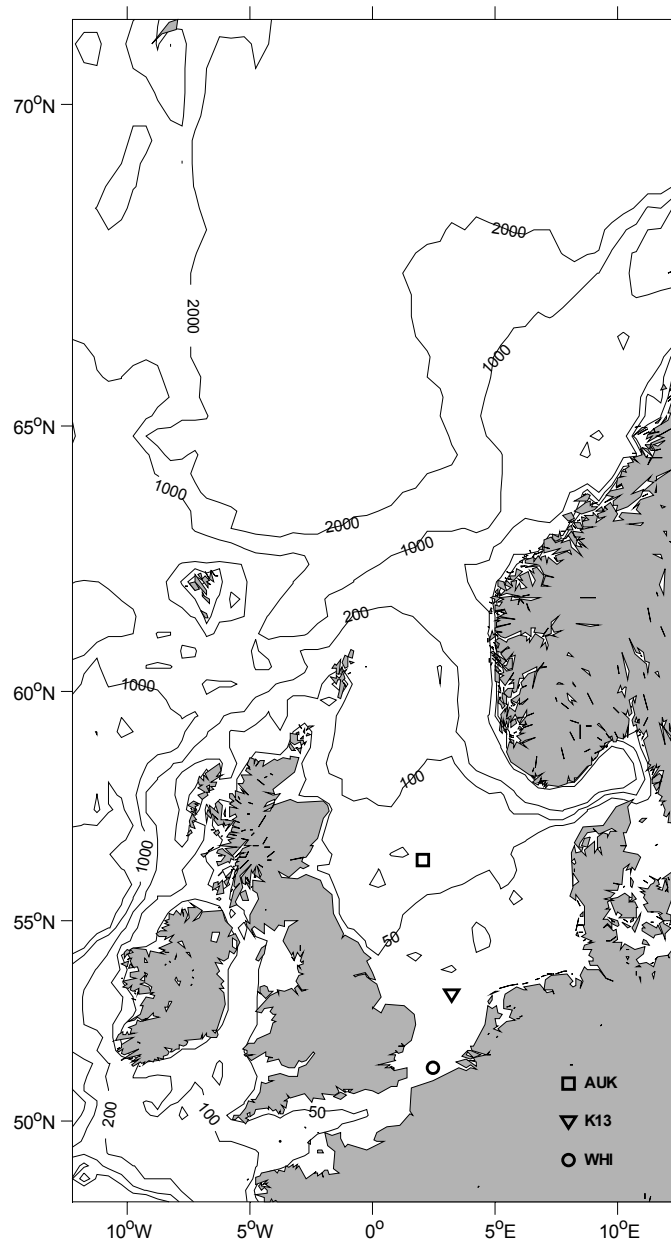
Gezien de geringe diepte van de zeebodem, worden in kustgebieden ook andere interactietermen met de bodem belangrijk. Diepterefractie en stromingsrefractie wordt in rekening gebracht door de richtingscomponent en frequentiecomponent respectievelijk in de advectieterm. Hoe beter men deze termen wil benaderen hoe meer frequenties en richtingen men in de discretisatie van het spectrum nodig heeft.

Energieverlies door diepte-gelimiteerde breking is belangrijk en moet in rekening gebracht worden. De zandbanken voor onze kust beschermen ons in belangrijke mate voor de aanval van golven op onze kust, omdat ze al heel wat energie geabsorbeerd hebben door brekende golven. Ook hier bestaan een aantal fysische interpretaties met daarbij horende wiskundige beschrijvingen en parameters om te tunen, zie Monbaliu (2003).

In tegenstelling tot diep water waar 4 golven nodig zijn om energie tussen verschillende golven uit te wisselen, kan men in ondiep water ook energie uitwisselen tussen 3 golven, een fenomeen dat ook gekend is bij getijdgolven (ondiep watercomponenten). Deze bronterm kan belangrijk zijn wanneer golven over een ondiepe zandbank gaan. De huidige benaderingen slagen er vrij goed in om voor het oplopend deel van de zandbank (golven gaan van dieper naar minder diep water) de evolutie van het spectrum te beschrijven. Omwille van de aanname in een spectraal model van willekeurige faze voor de verschillende componenten die het golvenspectrum vormen, kunnen de gecreëerde gebonden harmonische componenten niet terug vrij gemaakt worden. In de praktijk betekent dit dat deze bronterm zelden geactiveerd wordt bij praktische toepassingen. Merk hierbij op dat bij wiskundige modellen die de evolutie van het wateroppervlak in de tijd beschrijven (Boussinesq, ..), dit inherent in de vergelijkingen zit en dat die componenten dus wel (automatisch) worden berekend.

ondiep water – havens

Spectrale modellen zijn niet bijzonder geschikt om golfvoortplanting in havens te beschrijven, juist omwille van de aanname van willekeurige faze. Het is onmogelijk om coherente golfvelden zoals staande golven te modelleren. Holthuijsen et al. (2003), zijn er heel recent echter wel in geslaagd om op een redelijke manier faze ontkoppelde refractie-diffractie in een spectraal model te stoppen. Voorzichtigheid in gebruik en interpretatie is hier zeker nodig, gezien de onmogelijkheid om de voor havens toch problematische resonantieverschijnselen te modelleren.



Figuur 2 Domein van het grof rekenrooster met aanduiding van de boeilocaties AUK, K13 en WHI.

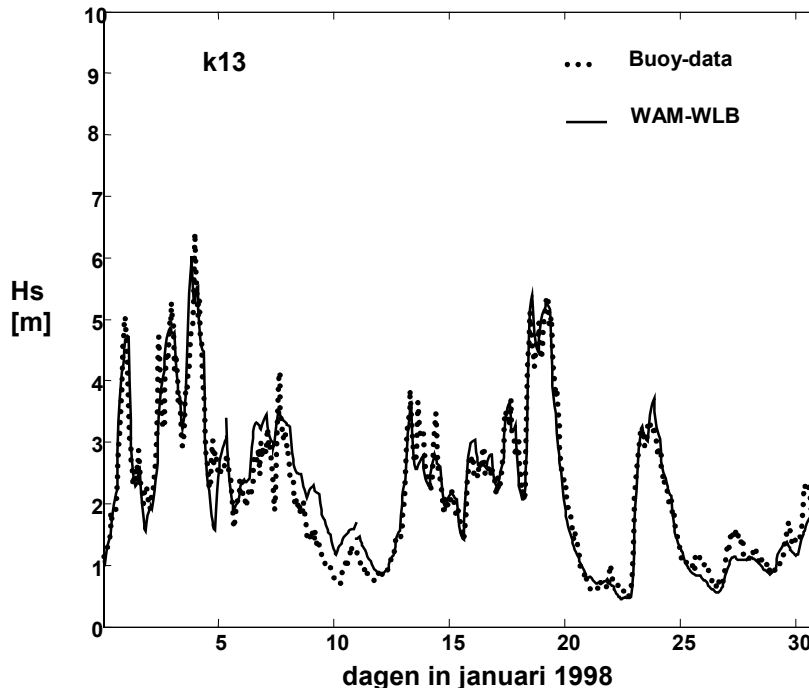
Toepassingsvoorbeeld

Noordzee

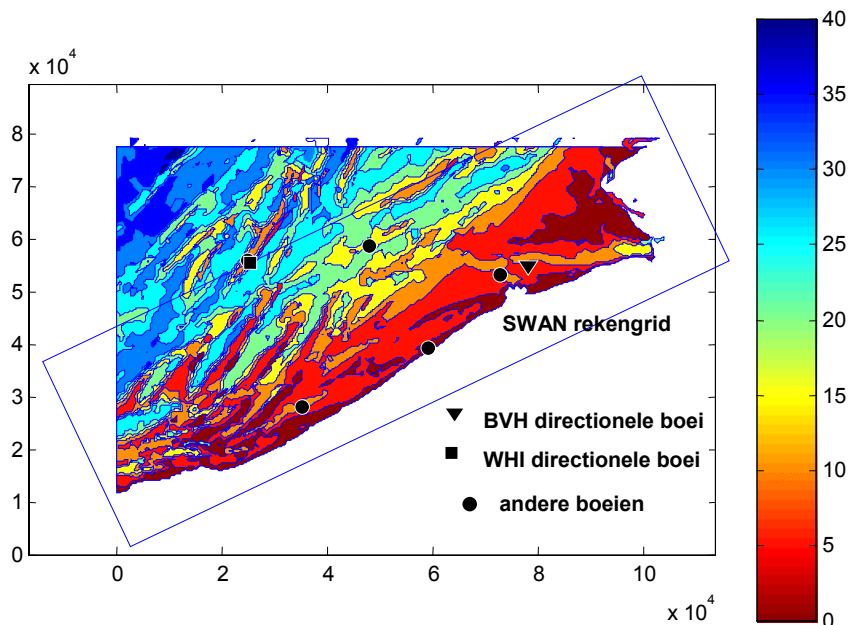
Om golven gegenereerd in het noorden van de Atlantische Oceaan, maar die via de noordelijke Noordzee onze kust kunnen bereiken, werd op vraag van het Waterbouwkundig Laboratorium een aangepaste versie van het WAM-model, verder WAM-WLB genoemd, geïmplementeerd op een grof rooster dat zich uitstrekt van 47° 50'N tot 71° 10'N en van 12° 15'W tot 12° 15'E en dit met een resolutie van 1/3° in breedte en 1/2° in lengte. Het domein van het grof rekenrooster met aanduiding van de boeilocaties die voor de calibratie werden gebruikt, wordt getoond in Figuur 2.

Ter illustratie worden de resultaten voor de significante golfhoogte van het model getoond op lokatie K13, een boei in de Noordzee net ten noorden van het Belgisch Continentaal plat. Na calibratie van de windvelden werd een vrij goede overeenkomst verkregen tussen de gemeten en de berekende golfparameters (Laboratorium voor Hydraulica, 2002). De calibratie gebeurde voor de periode oktober-december 1997. De validatie werd uitgevoerd voor de periode januari-maart 1998. Het getoonde voorbeeld in Figuur 3 is voor de eerste maand (januari 1998) van de validatieperiode.

In het grof rooster werd voor het zuidelijke deel van de Noordzee een fijner rooster genest met als zuid-noord grenzen 49° 50'N en 52° 10'N en west-oost grenzen 0° E en 4° 30'E. De resolutie van het fijnere rooster bedraagt 1/12° in breedte en 1/10° in lengte. Dit fijnere rooster kan de nodige randvoorwaarden leveren voor een kuststrookmodel.



Figuur 3 Berekende en gemeten golfhoogte op lokatie K13 voor de maand januari 1998 (validatie na calibratie).

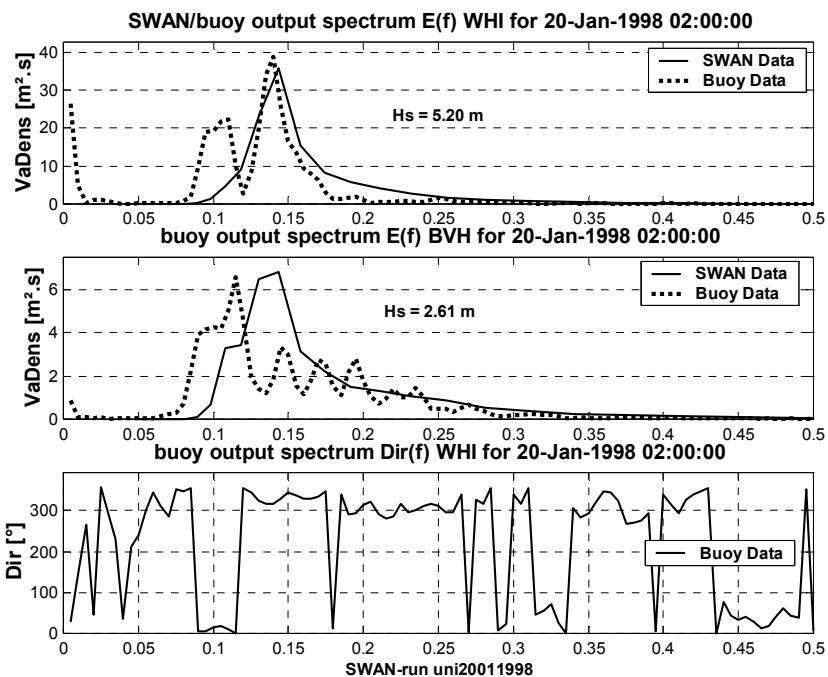


Figuur 4 Domein van het kuststrookmodel met aanduiding van de verschillende boeien, in het bijzonder de directionele boeien op Westhinder (WHI) en Bol van Heist (BVH). Noteer: x- en y-as in m; kleurschaal in m; bathymetrie afkomstig van gedigitaliseerde kaart Vlaamse Banken.

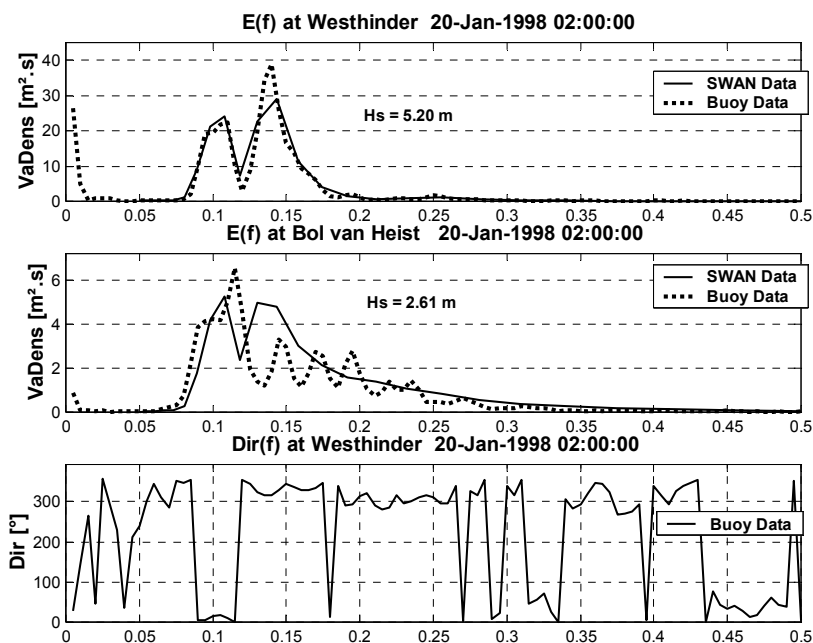
Vlaamse kust

Een typische toepassing voor kustgebieden is de berekening van golfparameters dicht bij de kust, gegeven zijnde de golfparameters verder van de kust, hetzij van een boei, hetzij van een golfmodel zoals hierboven beschreven. Het is daarbij belangrijk om een goed idee te hebben van het volledige energiespectrum, en niet alleen de geïntegreerde parameters zoals de significante golfhoogte en de piekperiode. Als illustratie wordt hieronder een toepassing getoond waarbij op de noordelijke rand van het kuststrookmodel de randvoorwaarde wordt opgelegd, zie figuur 4.

In figuur 5 werd op de rand een Jonswap-spectrum aangelegd met als parameters de gemeten significante golfhoogte, piekperiode, en een golfrichting gelijk aan de gemeten windrichting. In figuur 6 werd het gemeten spectrum op boeilocatie Westhinder als randvoorwaarde aangelegd. In figuur 5, waar slechts een beperkt deel van de beschikbare informatie werd gebruikt, is duidelijk te zien dat de gemeten en berekende spectra niet zo goed overeenkomen. In figuur 6 waarbij alle beschikbare informatie werd gebruikt is de overeenkomst tussen de gemeten en berekende spectra veel beter.



Figuur 5 Berekend en gemeten spectrum op Westhinder en Bol van Heist. Als randvoorwaarde werd een Jonswap spectrum met de gemeten significante golfhoogte en piekperiode gebruikt.



Figuur 6 Berekend en gemeten spectrum op Westhinder en Bol van Heist. Als randvoorwaarde werd het gemeten spectrum gebruikt.

Besluit en een blik naar de toekomst

Het is zonder meer duidelijk dat een spectraal golfmodel een krachtig rekenmiddel is. Enerzijds kan ze bijdragen tot de veilige begeleiding van de scheepvaart zowel op oceanen als in kustgebieden. Anderzijds kan ze ingezet worden om de nodige rand- en ontwerpvoorwaarden te genereren voor zeegebonden infrastructuur.

Het is te verwachten dat formuleringen voor de verschillende brontermen nog verder zullen evolueren naarmate het fysisch inzicht in de verschillende processen verbetert.

De steeds toenemende rekenkracht (snellere processoren, parallel computing, ..) heeft toegelaten dat derde generatie spectrale golfmodellen nu ook in ingenieursbureau's worden gebruikt, waar ze tot voor enkele jaren enkel in krachtige rekencentra werden gebruikt voor operationele voorspellingen en grootschalige hindcasts.

De koppeling van spectrale golfmodellen met stromingsmodellen is praktisch mogelijk, en is in een aantal centra in de implementatiefase. Vooral in gebieden met relatief sterke stromingen (belangrijke oceaanstromingen, kustgebieden met aanzienlijke getij, ..) kan dit belangrijk zijn.

Waarnemingen, zowel boei-, radar- als satellietwaarnemingen, worden in een aantal centra met succes operationeel geïntegreerd (geassimileerd) in spectrale golfmodellen. Door het voortdurend verbeteren van sensoren en algoritmes, en het toenemende aantal waarnemingen, zal het belang van assimilatie voor operationele en hindcast toepassingen meer en meer toenemen.

Een heel belangrijke maar ook bijzonder moeilijke stap is de link van spectrale golfmodellen naar de tijdsdomeinmodellen. Gezien de expliciete aanname dat in spectrale golfmodellen de faze van de verschillende golven in het spectrum willekeurig varieert, vraagt het nog heel wat onderzoek om op een realistische wijze fazegebonden informatie te integreren in de transformatie. Dit is essentieel om golf-structuurinteractie op een realistische manier te modelleren in extreme omstandigheden.

Referenties

- Battjes J. A., 1994. Shallow water wave modelling. Proc. of the Int. Symp. on 'Waves – Physical and Numerical Modelling', Univ. of B. C., Vancouver, Vol. I, 1-23.
- Benoit, M., Marcos, F. and Becq, F., 1996. Development of a third-generation wave shallow-water wave model with unstructured spatial meshing. Proc. 25th Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, 465-478.
- Booij, N., Ris, R.C. and Holthuijsen, L.H., 1999. A third-generation wave model for coastal regions. 1. Model description and validation. J. Geophys. Res., 104 (C4): 7649-7666.
- Hashimoto, N. and Kawaguchi, K., 2001. Extension of and modification of the discrete interaction approximation (DIA) for computing non-linear energy transfer of gravity wave spectra. Proc. WAVES 2001 Conference, San Fransisco, USA.
- Hasselmann, K., T.P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D.E. Cartwright, K. Enke, J.I. Ewing, H. Gienapp, D.E. Hasselmann, P. Kruseman, A. Meerbrug, P. Müller, D.J. Olbers, K. Richter, W. Sell and H. Walden, 1973. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Dtsch. Hydrogr. Z., A8(12), 95 pp.
- Hasselmann, S., and K. Hasselmann, 1985. Computations and parameterizations of the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part. I: A new method for

- efficient computations of the exact non-linear transfer integral. *J. Phys. Oceanogr.*, 15, 1369-1377.
- Hasselmann, S., K. Hasselmann, J.H. Allender and T.P. Barnett, 1985. Computations and parameterizations of the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part. II: Parameterizations of the non-linear energy transfer for application in wave models. *J. Phys. Oceanogr.*, 15, 1378-1391.
- Holthuijsen, L.H., Herman, A. and Booij, N., 2003. Phase decoupled refraction-diffraction for spectral wave models. *Coastal Engineering* 49, 291-305.
- Khandekar, M.L., 1989. *Operational Analysis and Prediction of Ocean Wind Waves*. Springer Verlag, 214p.
- Laboratorium voor Hydraulica K.U.Leuven, Golfvoortplantingsmodel voor de zuidelijke noordzee, Rapport Deelopdracht 2. Bestek nr. 16EB/2000/08 Veiligheidsniveau Vlaanderen Kustverdediging Leveren numeriek noordzeemodel voor stroming en golven, Administratie Waterwegen en Zeewezen, Afdeling Waterbouwkundig Laboratorium en Hydrologisch Onderzoek, april 2002.
- Monbaliu J., 2003. Spectral wave models in coastal areas. *Advances in Coastal Modelling*, Ed. C. Lakhan. Elsevier Science B.V., 133-158.
- Monbaliu, J. and Toffoli, A., 2003. Regional distribution of extreme seas. *MaxWave Rogue Waves – Forecast and Impact on Marine Structures*. Final Meeting and Workshop Working Group Reports. Hosted by WMO, Geneva, 8-10 October, 2003.
- Ris, R.C., Holthuijsen, L.H. and Booij, N., 1999. A third-generation wave model for coastal regions. 2. Verification. *J. Geophys. Res.*, 104 (C4): 7667-7681.
- Schneggenburger, C., Günther, H. and Rosenthal, W., 2000. Spectral wave modelling with non-linear dissipation: validation and applications in a coastal tidal environment. *Coastal Engineering*. 41, 201-235.
- Troch, P., 2003. Numeriek modelleren van interactie tussen golven en havendammen. Afdeling Waterbouwkundig Laboratorium en Hydrologisch Onderzoek. Colloquium Numerieke oppervlaktewater modellering, mogelijkheden en beperkingen. 23-24 Oktober 2003.
- Van Vledder, G. Ph., 2001. Extension of the discrete interaction approximation for computing non-linear quadruplet wave-wave interaction in operational wave prediction models. *Proc. WAVES 2001 Conference*, San Fransisco, USA.
- Young, I.R., 1999. *Wind generated ocean waves*. Elsevier Science Ltd. Oxford, UK, 288pp.