

COUPOLES DE REVOLUTION SUR BASE POLYGONALE

L'étude des voiles minces est un problème actuel. Beaucoup d'auteurs ont étudié la répartition des tensions dans ces constructions pour différents types de voûtes : coques cylindriques, coques coniques, coques de révolution etc... Pour les coques cylindriques beaucoup de théories ont déjà été établies, l'une plus complète que l'autre. Pourtant pour les voiles à double courbure la littérature est plus restreinte, parce que chaque type demande une théorie nouvelle.

En général on établit une théorie pour un type bien déterminé chaque fois que le problème se pose dans la pratique.

On nous a donné l'étude de la coupole centrale du pavillon de l'O.N.U. (exposition internationale de Bruxelles 1958); c'est pourquoi nous avons étudié le problème d'une voile de révolution sur base hexagonale.

Après la construction du pavillon, la théorie a été généralisée pour des coques de révolution, reposant sur une base polygonale et dont le méridien a une forme quelconque.

Après déduction des formules générales, en supposant l'état de membrane dans le voile, on trouve la formule fondamentale :

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 z}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2} \frac{\partial z}{\partial \alpha} = -R_g Z$$

dans laquelle :

F est la fonction de tension,

z est la fonction de forme,

Z représente la charge verticale.

Les tensions sont données par :

$$N_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}$$

$$N_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}$$

$$N_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)$$

Pour trouver F on pose :

$$F = F_b + F_s$$

avec

F_b la fonction de tension due à la charge,

F_s la fonction de tension due à la discontinuité de rive.

F_b a été calculée pour différents types de méridiens sous poids propre et sous charge de neige en supposant un appui continu le long de la base.

Les poutres de rive, qui se trouvent dans un plan vertical, déterminé par les points i et $i + 1$ du polygone de base, sont supposées de n'avoir qu'une rigidité suivant le plan vertical. Cette condition détermine les constantes dans l'expression de F_s .

Se basant sur les mêmes idées un petit paragraphe est consacré aux coupoles reposant sur « n » points isolés et dont la base est un cercle.

Après la théorie du premier chapitre nous avons donné dans le 2^{ème} chapitre tout les détails de calcul et d'exécution de la coupole centrale de l'O.N.U.

CONTRIBUTION AU CALCUL DES PORTES D'ECLUSES

par

V. DUBOIS

Ingénieur en chef-directeur des Ponts et Chaussées

§ 1. — Avant-propos

La présente étude concerne le calcul des portes à vantail unique appuyé sur trois côtés.

Le vantail est constitué par une plaque anisotrope se composant d'un quadrillage de poutres horizontales et verticales recouvert à l'amont et à l'aval par un bordage continu ou non, suivant les conditions dictées par les sous-pressions.

Les méthodes simples de calcul varient suivant les cas.

On considère généralement les poutres horizontales comme éléments résistants reportant directement la charge aux battées verticales, dans ce cas, leur entre-distance est variable pour tenir compte de la répartition hydrostatique des pressions; parfois, on juge préférable de transmettre la charge aux poutres verticales, celles-ci étant appuyées à leur partie inférieure sur le busc et à leur partie supérieure sur une poutre horizontale dimensionnée en conséquence.

En principe, ces méthodes ne peuvent conduire à des résultats très économiques puisqu'elles ne considèrent le travail de la matière que dans un seul sens, alors que les possibilités de la soudure, assurant la continuité des poutres horizontales et verticales au droit des nœuds du quadrillage, devraient permettre une répartition de la sollicitation dans les deux sens.

Le but de notre étude consiste à rechercher une méthode de calcul aussi simple que possible, tenant compte de cette considération.

Pour la facilité, nous appelons « poutre » chacun des éléments portants horizontaux et « aiguille » chacun des éléments verticaux.

§ II. — Hypothèses

1°) La continuité des pièces (poutres et aiguilles) est assurée au droit des nœuds;

2°) La sollicitation est constituée par une hauteur d'eau, égale à la hauteur de la porte, appliquée sur son parement amont. Ce cas de sollicitation est généralement adopté pour le calcul des portes d'écluses; toutefois, on pourrait librement envisager d'autres cas de sollicitation;

3°) La porte est appuyée sur trois côtés par l'intermédiaire des deux aiguilles d'extrémité et de la poutre inférieure;

4°) En première approximation, les aiguilles sont supposées infiniment rigides; elles sont identiques entre elles et également espacées. Par la suite, l'influence de la flexion sera étudiée et les corrections à apporter seront calculées;

5°) Les poutres sont identiques entre elles;

6°) Lors des déformations, les effets de torsion sont négligés;

7°) Le quadrillage est formé de rectangles dont le rapport des dimensions est supérieur à 2 et dont la plus grande dimension est horizontale; ce cas est le plus fréquent, il n'empêche que la présente étude conserverait sa valeur s'il devait être fait une autre hypothèse quant à la forme du quadrillage; d'autres cas sont d'ailleurs étudiés in fine du présent mémoire;

8°) Le trièdre de référence est orienté comme suit :

- axe des x : perpendiculaire au plan de la porte;
- axe des y : horizontal;
- axe des z : vertical.

§ III. — Calcul des poutres et aiguilles en 1^{ère} approximation

La 7^e hypothèse nous permet d'admettre que la charge hydrostatique est exclusivement transmise par les poutres.

Cas particulier : Porte à aiguille unique.

1^{ère} Sollicitation : La poutre i sollicitée par la charge uniformément répartie p_i transmet à l'aiguille une action a_i appliquée au nœud N_i et équilibrée par une réaction $-a_i$.

Si nous supposons l'aiguille immobile, la poutre i peut être considérée comme appuyée sur 3 appuis alignés et indéformables, de telle sorte que l'action a_i peut être calculée, elle vaut $1,25 p_i b$ (figure 1).

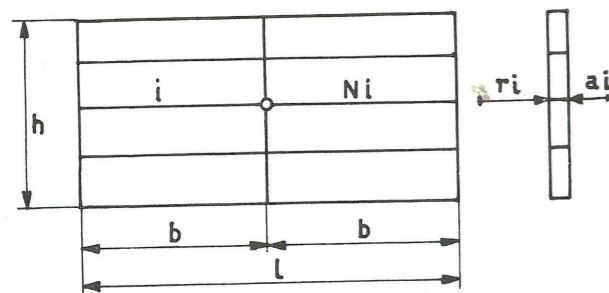


Fig. 1.

2^{ème} sollicitation : Chacune des actions a_i est déterminée au droit de chaque nœud; la résultante de l'ensemble de ces actions est égale à la charge hydrostatique

correspondant à une bande verticale de $1,25 b$ de largeur, appliquée au $1/3$ de la hauteur.

$$\text{Elle vaut : } R = \frac{1,25 \times b \times h^2}{2}$$

Cette résultante engendre un couple C égal à $\frac{Rh}{3}$

qui provoque un pivotement de l'aiguille autour du busc. Il s'en suit un déplacement horizontal de chacun des nœuds engendrant une réaction r_i de chacune des poutres sur l'aiguille.

Si l'étude de l'équilibre de l'aiguille permet la détermination de chacune des réactions r_i le problème est complètement résolu. En effet, la sollicitation d'une poutre est le résultat d'une flexion principale due à la réaction r_i et d'une flexion secondaire correspondant à celle d'une poutre sur 3 appuis chargée uniformément.

Le moment fléchissant M_{iy} dans une section y de la poutre i est donc égal à la somme algébrique de deux moments : le premier correspondant à celui d'une poutre sur 2 appuis sollicitée en son milieu par la charge concentrée r_i , le second correspondant à celui d'une poutre continue sur 3 appuis sollicitée par la charge uniformément répartie p_i relative au niveau i .

L'effort tranchant T_{iy} serait obtenu de la même façon, tandis que la connaissance de la répartition des charges le long de l'aiguille permet d'en déduire facilement la sollicitation.

Le problème est donc ramené à la détermination de chacune des réactions r_i .

En première approximation, nous supposons l'aiguille infiniment rigide.

Sous l'action du couple $C = \frac{Rh}{3}$, l'aiguille pivote d'un angle α autour du busc, entraînant, comme nous l'avons dit, un déplacement horizontal de chacun des nœuds, variable suivant leur niveau.

Chacun des déplacements x_1, \dots, x_n fait naître en chacun des nœuds des réactions correspondantes r_1, \dots, r_n proportionnelles à ces déplacements, ce qui peut s'écrire :

$$r_i = k_i x_i.$$

Mais $k_1 = \dots = k_i = \dots = k_n = k$, car toutes les poutres sont identiques entre elles et présentent donc le même moment d'inertie.

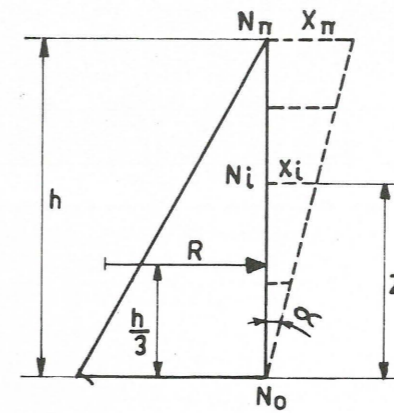


Fig. 2.

Par ailleurs $x_i = z_i \operatorname{tg} \alpha$, car l'aiguille est indéformable.

D'où,

$$r_i = k z_i \operatorname{tg} \alpha,$$

et, en posant

$$K = k \operatorname{tg} \alpha,$$

il vient

$$r_i = K z_i.$$

L'équilibre de rotation autour de N_0 nous permet de déterminer K .

En effet :

$$\sum_{i=1}^n r_i z_i = \frac{Rh}{3}$$

En remplaçant r_i par sa valeur $K z_i$, on obtient

$$K \sum_{i=1}^n z_i^2 = \frac{Rh}{3}$$

$$\text{et } K = \frac{Rh}{3 \sum_{i=1}^n z_i^2}$$

Les réactions étant déterminées, le calcul des poutres ne présente plus aucune difficulté; quant au calcul de l'aiguille, il se présente comme suit :

Moment fléchissant M_n au nœud $N_n = 0$

$$M_{n-1} = (a_n - r_n) (z_n - z_{n-1})$$

$$M_{n-2} = (a_n - r_n) (z_n - z_{n-2}) + (r_{n-1} - r_{n-1}) (z_{n-1} - z_{n-2})$$

et ainsi de suite.

En guise de vérification, on s'assure que $M_0 = 0$.

Il est donc possible de déterminer le moment fléchissant en chaque point de l'aiguille; il en serait de même pour les efforts tranchants.

Cas général : Porte à aiguilles multiples.

Le premier état de sollicitation, constitué par un ensemble de poutres continues, uniformément chargées, appuyées sur plusieurs appuis indéformables, permet le calcul des actions au droit de chaque nœud et donne la largeur de la bande verticale à considérer pour l'équilibre de chaque aiguille.

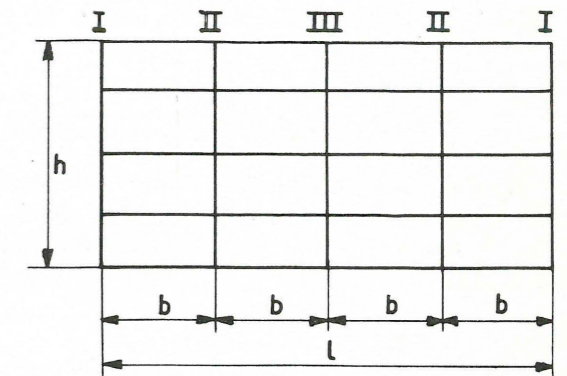


Fig. 3.

Le tableau ci-dessous donne ces largeurs dans le cas de 2, 3, 4 et 5 aiguilles intermédiaires (1).

Aiguilles	Largeur		
	II	III	IV
2	1,100 b		
3	1,143 b	0,929 b	
4	1,132 b	0,974 b	
5	1,135 b	0,962 b	1,019 b

(1) L. BAES — Notes-Annexes — p. 298.

La résultante R intervenant dans le calcul d'équilibre de chaque aiguille varie donc, en principe, d'une aiguille à l'autre; le coefficient K varie également puisqu'il vaut

$$\frac{Rh}{3 \sum_{i=1}^n z_i^2}$$

Il s'en suit que les réactions r_i appliquées en chacun des nœuds d'une même poutre i ne sont pas égales entre elles (sauf dans le cas de deux aiguilles intermédiaires).

Quoi qu'il en soit, la sollicitation est complètement déterminée.

En effet, le moment fléchissant M_{iy} dans une section y de la poutre i est égal à la somme algébrique de 2 moments: le premier (principal) correspondant à celui d'une poutre sur 2 appuis sollicitée par plusieurs charges concentrées connues appliquées aux nœuds, le second (secondaire) correspondant à celui d'une poutre continue sur plusieurs appuis sollicitée par la charge uniformément répartie p_i relative au niveau i .

L'effort tranchant T_{iy} est obtenu de la même façon.

Les aiguilles sont calculées séparément comme s'il s'agissait chaque fois d'une aiguille unique; il y a lieu toutefois de constater que le coefficient K varie d'une aiguille à l'autre.

§ IV. — Influence de la flexion des aiguilles

Les moments fléchissants sollicitant une aiguille donnée provoquent une déformée élastique qui a pour effet d'augmenter les déformations x_i des poutres inférieures et de diminuer les déformations des poutres supérieures.

D'une façon générale, (figure 4) $x_i = z_i \operatorname{tg} \alpha - u_i$
et $r_i = kx_i = k(z_i \operatorname{tg} \alpha - u_i)$

Mais la flexion de l'aiguille ne peut avoir pour effet de compromettre son équilibre de rotation d'où,

$$\sum_{i=1}^n k u_i z_i = k \sum_{i=1}^n u_i z_i = 0$$

Or, dans le domaine des petites déformations,

$$u_i = z_i \operatorname{tg} \varepsilon - w_i,$$

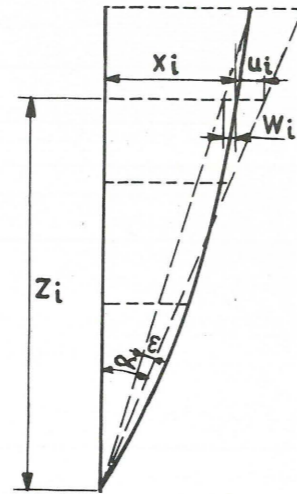


Fig. 4.

w_i étant l'ordonnée de la ligne élastique au niveau i , rapportée à une droite de repère passant par les extrémités de l'aiguille.

Si l'on se fixe a priori la raideur de l'aiguille (flèche maximum), w_i peut être déterminé en intégrant deux fois le diagramme des moments fléchissants, établi en première approximation.

Donc,

$$\sum_{i=1}^n u_i z_i = \sum_{i=1}^n (z_i^2 \operatorname{tg} \varepsilon - w_i z_i) = 0$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon \sum_{i=1}^n z_i^2 = \sum_{i=1}^n w_i z_i$$

$$\text{et } \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2}$$

Par conséquent,

$$r_i = k(z_i \operatorname{tg} \alpha - z_i \operatorname{tg} \varepsilon + w_i) = Kz_i - k(z_i \operatorname{tg} \varepsilon - w_i)$$

$\operatorname{tg} \varepsilon$ étant connu.

La réaction $r_i = Kz_i$ trouvée en première approximation est donc à diminuer d'un terme correctif égal

à $k(z_i \operatorname{tg} \varepsilon - w_i)$, ayant pour effet d'alléger la sollicitation principale des poutres supérieures et d'augmenter celle des poutres inférieures.

La seule inconnue est le coefficient k .

Rappelons que k est le coefficient de proportionnalité liant la réaction r_i à la déformation x_i de la poutre i au droit de l'aiguille considérée.

Pour le déterminer, il faut d'abord s'imposer le moment d'inertie des poutres; celui-ci peut être choisi d'après la sollicitation calculée en première approximation.

Dès lors, on peut écrire: (1)

$$\frac{1}{k} = \frac{1^3}{3EI_p} \left(\frac{m}{1}\right)^2 \left(\frac{n}{1}\right)^2 \text{ expression correspondant}$$

à l'ordonnée de la ligne élastique d'une poutre, au droit de l'aiguille considérée, pour une charge unitaire appliquée au droit de cette aiguille (m et n fixent la position de l'aiguille par rapport aux aiguilles d'extrémité), et

$$k = \frac{3EI_p}{1^3 \left(\frac{m}{1}\right)^2 \left(\frac{n}{1}\right)^2}$$

Il faut toutefois remarquer que la ligne élastique de l'aiguille a été obtenue à partir du diagramme des moments fléchissants calculés en première approximation. Or, le calcul ci-dessus conduit à une correction du diagramme et, par le fait même, à une modification de la ligne élastique.

On pourrait constater en intégrant deux fois le nouveau diagramme des M que la ligne élastique résultante diffère très peu de la première et que l'erreur commise de ce fait peut être considérée comme négligeable, ainsi que le montrent les exemples ci-après.

Cependant, il est loisible au lecteur soucieux d'une plus grande précision de recommencer son calcul en partant de la nouvelle ligne élastique.

§ V. — Exemple I (2).

Soit à calculer le grillage représenté à la figure 5.

(1) L. BAES — Notes-Annexes — p. 227.
(2) Les calculs sont faits à la règle.

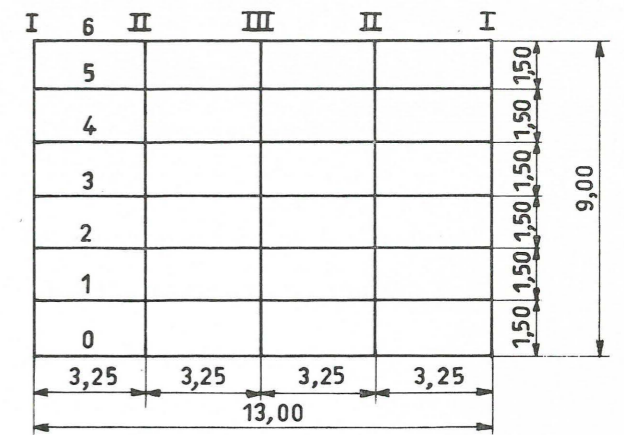


Fig. 5.

Largeur à considérer pour la charge de l'aiguille II:

$$1,143 \times 3,25 = 3,72 \text{ m.}$$

Pour l'aiguille III:

$$0,929 \times 3,25 = 3,02 \text{ m.}$$

Résultantes correspondantes:

$$R_{II} = \frac{3,72 \times 9^2}{2} = 150,5 \text{ T.}$$

$$R_{III} = \frac{3,02 \times 9^2}{2} = 122,2 \text{ T.}$$

$$\sum_{i=1}^n z_i^2 = 1,5^2 + 3^2 + 4,5^2 + 6^2 + 7,5^2 + 9^2 = 204,75$$

Calcul des coefficients K:

$$K_{II} = \frac{150,5 \times 9}{3 \times 204,75} = 2,2$$

$$K_{III} = \frac{122,2 \times 9}{3 \times 204,75} = 1,79$$

En 1ère approximation: Sollicitation principale de la poutre 6 (la plus sollicitée).

$$r_{II} = 2,2 \times 9 = 19,8 \text{ T.}$$

$$r_{III} = 1,79 \times 9 = 16,1 \text{ T.}$$

Réaction d'appui :

$$X_1 = 19,8 \text{ T} + 8,05 \text{ T} = 27,85 \text{ T.}$$

$$(M_6)_{\max} = -27,85 \times 6,50 + 19,8 \times 3,25 \\ = -181 + 64,4 = -116,6 \text{ Tm.}$$

Réactions de l'aiguille II sur les différentes poutres :

$$r_6 = 2,2 \times 9 = 19,8 \text{ T} \quad r_3 = 2,2 \times 4,5 = 9,9 \text{ T} \\ r_5 = 2,2 \times 7,5 = 16,5 \text{ T} \quad r_2 = 2,2 \times 3 = 6,6 \text{ T} \\ r_4 = 2,2 \times 6 = 13,2 \text{ T} \quad r_1 = 2,2 \times 1,5 = 3,3 \text{ T}$$

Actions des différentes poutres sur l'aiguille II.

Charge uniforme sur la poutre 6.

$$\frac{1,50^2}{2 \times 3} = 0,375 \text{ T/mct.}$$

La charge uniforme sur les autres poutres correspond à la pression hydrostatique au niveau considéré multipliée par l'écartement des poutres, celui-ci étant constant pour le cas envisagé.

$$a_6 = 0,375 \times 1,143 \times 3,25 = 1,395 \text{ T} \\ a_5 = 1,50^2 \times 1,143 \times 3,25 = 8,375 \text{ T} \\ a_4 = 3 \times 1,50 \times 1,143 \times 3,25 = 16,75 \text{ T} \\ a_3 = 4,50 \times 1,50 \times 1,143 \times 3,25 = 25,125 \text{ T} \\ a_2 = 6,00 \times 1,50 \times 1,143 \times 3,25 = 33,50 \text{ T} \\ a_1 = 7,50 \times 1,50 \times 1,143 \times 3,25 = 41,875 \text{ T}$$

Efforts résultants en chaque nœud de l'aiguille II.

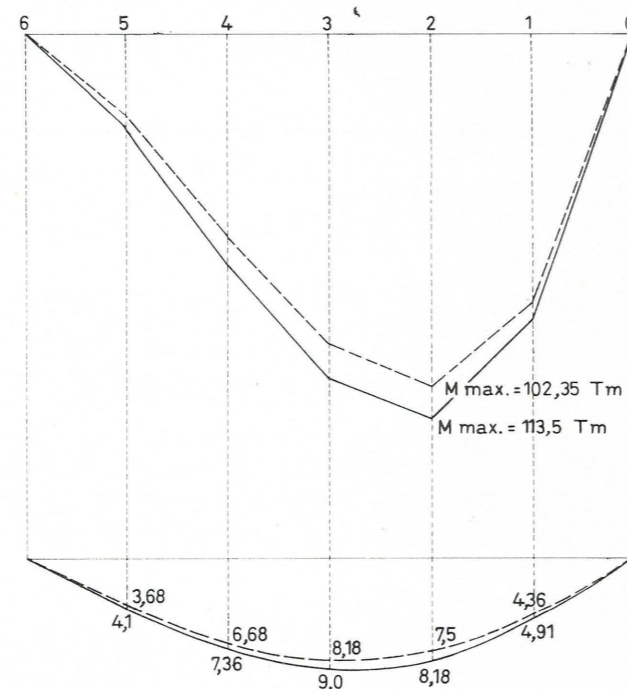
$$a_6 - r_6 = 1,395 - 19,8 = -18,405 \text{ T} \\ a_5 - r_5 = 8,375 - 16,5 = -8,125 \text{ T} \\ a_4 - r_4 = 16,75 - 13,2 = 3,55 \text{ T} \\ a_3 - r_3 = 25,125 - 9,9 = 15,225 \text{ T} \\ a_2 - r_2 = 33,5 - 6,6 = 26,9 \text{ T} \\ a_1 - r_1 = 41,875 - 3,3 = 38,575 \text{ T}$$

Sollicitation de l'aiguille II.

$$M_5 = -18,405 \times 1,50 = -27,6 \text{ Tm} \\ M_4 = -27,6 \\ - (18,405 + 8,125) 1,50 = -67,4 \text{ Tm} \\ M_3 = -67,4 \\ - (26,53 - 3,55) 1,50 = -101,9 \text{ Tm}$$

$$M_2 = -101,9 \\ - (22,98 - 15,225) 1,50 = -113,5 \text{ Tm} \\ M_1 = -113,5 \\ - (7,755 - 26,9) 1,50 = -84,8 \text{ Tm} \\ M_0 = -84,8 \\ - (-19,145 - 38,575) 1,50 \approx 0 \text{ Tm}$$

Diagramme des moments fléchissants et déformée élastique de l'aiguille II (voir figure 6).



— 1° approximation.

- - - - - après correction.

Fig. 6. — Exemple n° 1.

Influence de la déformation de l'aiguille II.

Si la flèche est limitée au $\frac{1}{1.000}$ de la portée :

$$f = \frac{9.000}{1.000} = 9 \text{ mm ce qui fixe l'échelle de la} \\ \text{ligne élastique obtenue par intégration graphique du} \\ \text{diagramme des moments fléchissants.}$$

D'où, $\text{tg } \varepsilon =$

$$\frac{0,0041 \times 7,50 + 0,00736 \times 6,00 + 0,009 \times 4,50}{204,75} \\ + \frac{0,00818 \times 3,00 + 0,0049 \times 1,50}{204,75} = 0,00072$$

$$\text{et } k = \frac{3 EI_p}{1^3 \left(\frac{m}{1}\right)^2 \left(\frac{n}{1}\right)^2}$$

Le moment d'inertie des poutres I_p est calculé d'après la sollicitation principale de la poutre 6, établie en première approximation; on avait trouvé :

$$(M_6)_{\max} = 116,6 \text{ Tm.}$$

Ce moment sera diminué par l'influence de la flexion de l'aiguille.

Si nous adoptons provisoirement $R_a = 1200 \text{ kg/cm}^2$,

$$\frac{I}{V} = \frac{M}{\sigma} = \frac{116 \times 60000}{1200} = 9.720 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Pour } v = \frac{1,10}{2} = 0,55 \text{ m}$$

$$I_p = 9720 \times 55 = 534.000 \text{ cm}^4.$$

En conséquence,

$$k = \frac{3 \times 2.10^6 \times 534.000}{1300^3 \times 0,25^2 \times 0,75^2} = 4.150 \text{ kg/cm.}$$

Si nous posons $r'_1 = k (z_1 \text{tg } \varepsilon - w_1)$, il vient :

$$r'_6 = 4.150 \times 900 \times 0,00072 = 2.690 \text{ kg} \\ r'_5 = 4.150 (750 \times 0,00072 - 0,41) = 540 \text{ kg} \\ r'_4 = 4.150 (600 \times 0,00072 - 0,736) = -1.260 \text{ kg} \\ r'_3 = 4.150 (450 \times 0,00072 - 0,9) = -2.390 \text{ kg} \\ r'_2 = 4.150 (300 \times 0,00072 - 0,818) = -2.500 \text{ kg} \\ r'_1 = 4.150 (150 \times 0,00072 - 0,49) = -1.590 \text{ kg}$$

Nouvelle distribution des charges le long de l'aiguille II.

$$a_6 - r_6 + r'_6 = -18,405 + 2,69 = -15,715 \text{ T} \\ a_5 - r_5 + r'_5 = -8,125 + 0,54 = -7,585 \text{ T}$$

$$a_4 - r_4 + r'_4 = 3,55 - 1,26 = 2,29 \text{ T} \\ a_3 - r_3 + r'_3 = 15,225 - 2,39 = 12,835 \text{ T} \\ a_2 - r_2 + r'_2 = 26,90 - 2,50 = 24,40 \text{ T} \\ a_1 - r_1 + r'_1 = 38,575 - 1,59 = 36,985 \text{ T}$$

Nouvelle distribution des moments fléchissants.

$$M_5 = -15,715 \times 1,50 = -23,6 \text{ Tm} \\ M_4 = -23,6 \\ - (15,715 + 7,585) 1,50 = -58,6 \text{ Tm} \\ M_3 = -58,6 \\ - (23,30 - 2,29) 1,50 = -90,1 \text{ Tm} \\ M_2 = -90,1 \\ - (21,01 - 12,835) 1,50 = -102,35 \text{ Tm} \\ M_1 = -102,35 \\ - (8,175 - 24,40) 1,50 = -78,0 \text{ Tm} \\ M_0 = -78,0 \\ - (-16,225 - 36,985) 1,50 \approx 0 \text{ Tm}$$

Nouveau diagramme des M et nouvelle déformée élastique de l'aiguille (voir figure 6).

La différence des ordonnées des deux lignes élastiques est de l'ordre de 9 %.

Cependant, si l'on recommençait l'étude de la sollicitation à partir de la nouvelle ligne élastique, on obtiendrait des différences de charge bien inférieures à 9 %. En effet, seul le terme $k (z_1 \text{tg } \varepsilon - w_1)$ est à modifier et comme ce terme est faible vis-à-vis de Kz_1 , le résultat final est peu influencé.

Calculons-en l'importance pour la poutre 6 :

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{0,00368 \times 7,5 + 0,00668 \times 6 + 0,00818 \times 4,5}{204,75} \\ + \frac{0,0075 \times 3 + 0,00436 \times 1,5}{204,75} = 0,00065$$

D'où $r_6'' = 4.150 \times 900 \times 0,00065 = 2.430 \text{ kg}$
 $a_6 - r_6 + r_6'' = -18,405 + 2,43 = -15,975 \text{ T}$

au lieu de 15,715 T trouvé précédemment, soit une différence de 1,25 % que l'on peut considérer comme négligeable.

Réactions de l'aiguille III sur les différentes poutres :

$r_6 = 1,79 \times 9 = 16,1 \text{ T}$ $r_3 = 1,79 \times 4,5 = 8,05 \text{ T}$
 $r_5 = 1,79 \times 7,5 = 13,4 \text{ T}$ $r_2 = 1,79 \times 3 = 5,35 \text{ T}$
 $r_4 = 1,79 \times 6 = 10,7 \text{ T}$ $r_1 = 1,79 \times 1,5 = 2,68 \text{ T}$

Actions des différentes poutres sur l'aiguille III.

$a_6 = 0,375 \times 0,929 \times 3,25 = 1,13 \text{ T}$
 $a_5 = 1,50^2 \times 0,929 \times 3,25 = 6,79 \text{ T}$
 $a_4 = 3 \times 1,50 \times 0,929 \times 3,25 = 13,60 \text{ T}$
 $a_3 = 4,5 \times 1,5 \times 0,929 \times 3,25 = 20,35 \text{ T}$
 $a_2 = 6 \times 1,5 \times 0,929 \times 3,25 = 27,10 \text{ T}$
 $a_1 = 7,5 \times 1,5 \times 0,929 \times 3,25 = 33,90 \text{ T}$

Efforts résultants en chaque nœud de l'aiguille III.

$a_6 - r_6 = 1,13 - 16,10 = -14,97 \text{ T}$
 $a_5 - r_5 = 6,79 - 13,40 = -6,61 \text{ T}$
 $a_4 - r_4 = 13,60 - 10,70 = 2,90 \text{ T}$
 $a_3 - r_3 = 20,35 - 8,05 = 12,30 \text{ T}$
 $a_2 - r_2 = 27,10 - 5,35 = 21,75 \text{ T}$
 $a_1 - r_1 = 33,90 - 2,68 = 31,22 \text{ T}$

Tous ces chiffres comparés aux chiffres correspondants relatifs à l'aiguille II sont dans le rapport de 0,929 à 1,143, de telle sorte que les moments fléchissants et la déformée élastique sont également dans le même rapport.

La valeur de $\text{tg } \varepsilon$ peut être tirée par déduction :

$\text{tg } \varepsilon = \frac{0,00072 \times 0,929}{1,143} = 0,000585$

$k = \frac{48 \times 2.10^6 \times 534.000}{1300^3} = 2.330 \text{ kg/cm.}$

D'où,

$r_6' = 2.330 \times 900 \times 0,000585 = 1.225 \text{ kg}$
 $r_5' = 2.330 (750 \times 0,000585 - 0,333) = 245 \text{ kg}$
 $r_4' = 2.330 (600 \times 0,000585 - 0,596) = -571 \text{ kg}$
 $r_3' = 2.330 (450 \times 0,000585 - 0,730) = -1.090 \text{ kg}$
 $r_2' = 2.330 (300 \times 0,000585 - 0,664) = -1.140 \text{ kg}$
 $r_1' = 2.330 (150 \times 0,000585 - 0,398) = -720 \text{ kg}$

Les charges résultantes restant de toute façon inférieures à celles de l'aiguille II, nous ne reprenons pas ici le calcul des moments fléchissants.

Calcul définitif et complet de la poutre 6.

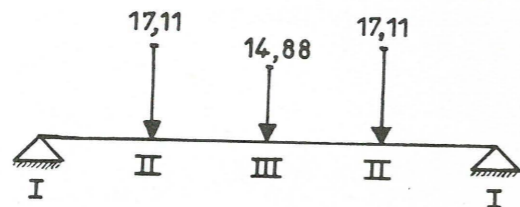


Fig. 7.

Sollicitation principale :

Force en II :

$(r_6)_{II} - (r_6')_{II} = 19,8 - 2,69 = 17,11 \text{ T.}$

Force en III : $(r_6)_{III} - (r_6')_{III} = 16,1 - 1,22 = 14,88 \text{ T.}$

Réaction d'appui :

$X_I = 17,11 + 7,44 = 24,55 \text{ T}$

$M'_{II} = -24,55 \times 3,25 = -79,8 \text{ Tm}$

$M'_{III} = -79,8 - 7,44 \times 3,25 = -104 \text{ Tm.}$

Sollicitation secondaire :

$M''_{II} = +0,857 \times 0,375 \times \frac{3,25^2}{8} = +0,424 \text{ Tm}$

$M''_{III} = +0,571 \times 0,375 \times \frac{3,25^2}{8} = +0,283 \text{ Tm}$

$M_{II} = M'_{II} + M''_{II} = -79,8 + 0,4 = -79,4 \text{ Tm}$

$M_{III} = M'_{III} + M''_{III} = -104 + 0,3 = -103,7 \text{ Tm}$

L'influence de la flexion secondaire est donc tout-à-fait négligeable dans le cas de la poutre 6.

Calcul définitif et complet de la poutre intermédiaire 2.

Sollicitation principale :

Force en II : $(r_2)_{II} - (r_2')_{II} = 6,6 + 2,5 = 9,1 \text{ T}$

Force en III : $(r_2)_{III} - (r_2')_{III} = 5,35 + 1,14 = 6,5 \text{ T.}$

Réaction d'appui :

$X_I = 9,1 + 3,25 = 12,35 \text{ T}$

$M'_{II} = -12,35 \times 3,25 = -40,1 \text{ Tm}$

$M'_{III} = -40,1 - 3,25 \times 3,25 = -50,65 \text{ Tm.}$

Sollicitation secondaire :

$M''_{II} = +0,857 \times 6 \times 1,50 \times \frac{3,25^2}{8} = +10,2 \text{ Tm}$

$M''_{III} = +0,571 \times 6 \times 1,50 \times \frac{3,25^2}{8} = +6,8 \text{ Tm}$

$M_{II} = M'_{II} + M''_{II} = -40,1 + 10,2 = -29,9 \text{ Tm}$

$M_{III} = M'_{III} + M''_{III} = -50,65 + 6,8 = -43,85 \text{ Tm}$

Les diagrammes des moments fléchissants représentés à la figure 8 montrent que les poutres inférieures sont mal sollicitées.

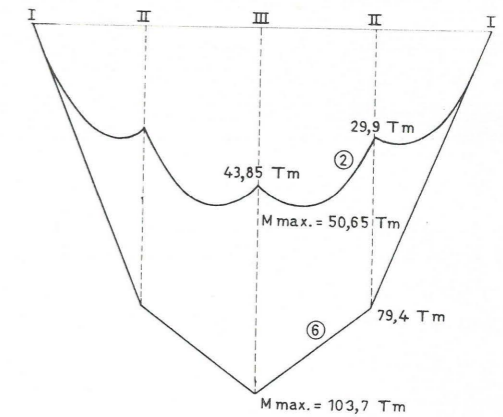


Fig. 8. — Exemple I.

En effet,

$(M_6)_{\max} = 103,7 \text{ Tm}$

D'où :

$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I} = \frac{10370000}{9720} = 1.065 \text{ kg/cm}^2$

et $(M_2)_{\max} = 50,65 \text{ Tm}$

D'où : $\sigma_{\max} = \frac{5065000}{9720} = 521 \text{ kg/cm}^2.$

§ VI. — Exemple II

Soit à calculer le grillage représenté à la figure 9.

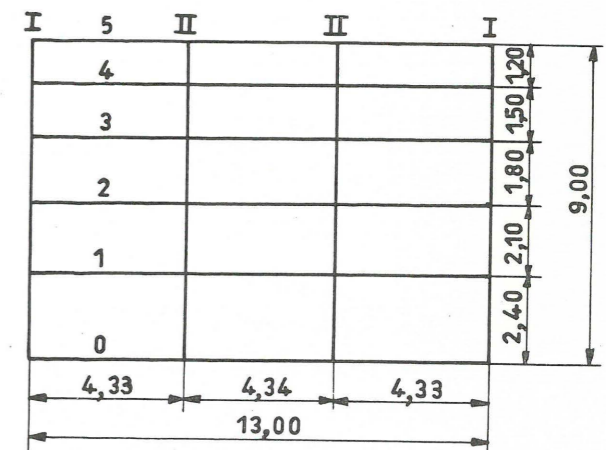


Fig. 9.

Largeur à considérer pour la charge d'une aiguille :

$$1,1 \times 4,33 = 4,76 \text{ m}$$

Résultante :

$$R = \frac{4,76 \times 9^2}{2} = 193 \text{ T}$$

$$\sum_{i=1}^n z_i^2 = 2,4^2 + 4,5^2 + 6,3^2 + 7,8^2 + 9,0^2$$

$$= 5,76 + 20,25 + 39,69 + 60,84 + 81 = 207,54$$

Calcul du coefficient K :

$$K = \frac{193 \times 9}{3 \times 207,54} = 2,79$$

En lère approximation :

Sollicitation principale de la poutre 5.

$$r_5 = 2,79 \times 9,0 = 25,1 \text{ T}$$

$$(M_5)_{\max} = -25,1 \times 4,33 = 109 \text{ Tm}$$

Réactions d'une aiguille sur les différentes poutres :

$$r_5 = 2,79 \times 9,0 = 25,1 \text{ T} \quad r_2 = 2,79 \times 4,5 = 12,55 \text{ T}$$

$$r_4 = 2,79 \times 7,8 = 21,7 \text{ T} \quad r_1 = 2,79 \times 2,4 = 6,7 \text{ T}$$

$$r_3 = 2,79 \times 6,3 = 17,6 \text{ T}$$

Action des différentes poutres sur les aiguilles :

Charge uniforme de la poutre 5 :

$$\frac{1,20^2}{2 \times 3} = 0,24 \text{ T/mct}$$

Charge uniforme de la poutre 4 : 1,75 T/mct

Charge uniforme de la poutre 3 : 4,62 T/mct

Charge uniforme de la poutre 2 : 8,97 T/mct

Charge uniforme de la poutre 1 : 15,08 T/mct

busc : 9,84 T/mct

Vérification : Total : 40,50 T/mct

$$= \frac{9^2}{2} \text{ T/mct}$$

$$a_5 = 0,24 \times 1,1 \times 4,33 = 1,14 \text{ T}$$

$$a_4 = 1,75 \times 1,1 \times 4,33 = 8,33 \text{ T}$$

$$a_3 = 4,62 \times 1,1 \times 4,33 = 22,0 \text{ T}$$

$$a_2 = 8,97 \times 1,1 \times 4,33 = 42,7 \text{ T}$$

$$a_1 = 15,08 \times 1,1 \times 4,33 = 71,7 \text{ T}$$

Efforts résultants en chaque nœud d'une aiguille.

$$a_5 - r_5 = 1,14 - 25,1 = -23,96 \text{ T}$$

$$a_4 - r_4 = 8,33 - 21,7 = -13,37 \text{ T}$$

$$a_3 - r_3 = 22,0 - 17,6 = 4,4 \text{ T}$$

$$a_2 - r_2 = 42,7 - 12,55 = 30,15 \text{ T}$$

$$a_1 - r_1 = 71,7 - 6,7 = 65,0 \text{ T}$$

Sollicitation d'une aiguille :

$$M_4 = -23,96 \times 1,20 = -28,8 \text{ Tm}$$

$$M_3 = -28,8 - (23,96 + 13,37) \times 1,50 = -84,8 \text{ Tm}$$

$$M_2 = -84,8 - (37,33 - 4,4) \times 1,80 = -144,1 \text{ Tm}$$

$$M_1 = -144,1 - (32,93 - 30,15) \times 2,10 = -149,94 \text{ Tm}$$

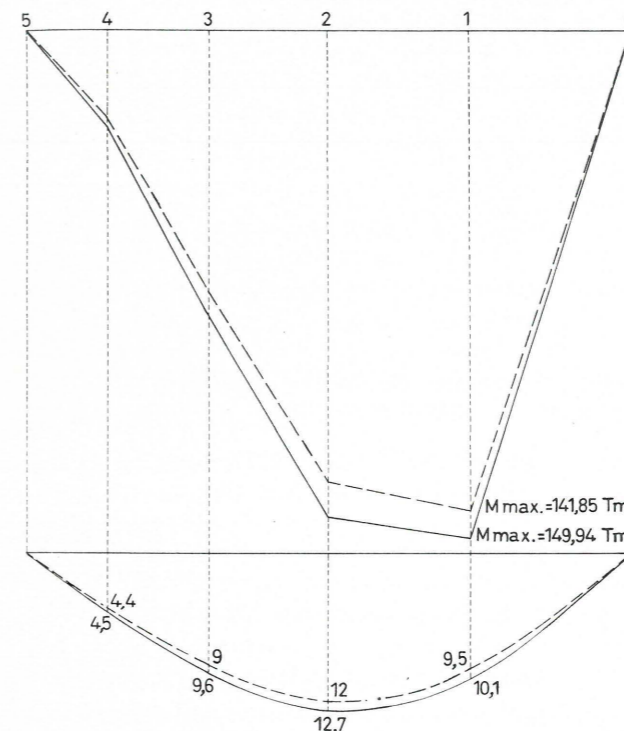
$$M_0 = -149,94 - (2,78 - 65,0) \times 2,40 \approx 0$$

Si, pour permettre la comparaison, nous adoptons les mêmes aiguilles que celles de l'exemple I, la ligne élastique nous est donnée à la figure 10.

Influence de la déformation de l'aiguille :

$$\text{tg } \varepsilon =$$

$$\frac{0,0045 \times 7,8 + 0,0096 \times 6,3 + 0,0127 \times 4,5}{207,54} + \frac{0,0101 \times 2,4}{207,54} = 0,000852$$



— 1^o approximation.
- - - - - après correction.

Fig. 10. — Exemple n° 2.

$$\text{et } k = \frac{3 \times 2,10^6 \times 534,000}{1300^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2} = 2,960 \text{ kg/cm}$$

en supposant que les poutres sont identiques à celles de l'exemple I.

D'où,

$$r'_5 = 2,960 \times 900 \times 0,000852 = 2,270 \text{ kg}$$

$$r'_4 = 2,960 (780 \times 0,000852 - 0,45) = 637 \text{ kg}$$

$$r'_3 = 2,960 (630 \times 0,000852 - 0,96) = -1,250 \text{ kg}$$

$$r'_2 = 2,960 (450 \times 0,000852 - 1,27) = -2,620 \text{ kg}$$

$$r'_1 = 2,960 (240 \times 0,000852 - 1,01) = -2,380 \text{ kg}$$

Nouvelle distribution des charges le long d'une aiguille :

$$a_5 - r_5 + r'_5 = -23,96 + 2,27 = -21,69 \text{ T}$$

$$a_4 - r_4 + r'_4 = -13,37 + 0,64 = -12,73 \text{ T}$$

$$a_3 - r_3 + r'_3 = 4,4 - 1,25 = 3,15 \text{ T}$$

$$a_2 - r_2 + r'_2 = 30,15 - 2,62 = 27,53 \text{ T}$$

$$a_1 - r_1 + r'_1 = 65,0 - 2,38 = 62,62 \text{ T}$$

Nouvelle distribution des moments fléchissants :

$$M_4 = -21,69 \times 1,20 = -26,0 \text{ Tm}$$

$$M_3 = -26,0 - (21,69 + 12,73) \times 1,50 = -77,6 \text{ Tm}$$

$$M_2 = -77,6 - (34,42 - 3,15) \times 1,80 = -134,0 \text{ Tm}$$

$$M_1 = -134,0 - (31,27 - 27,53) \times 2,10 = -141,85 \text{ Tm}$$

$$M_0 = -141,85 - (3,74 - 62,62) \times 2,40 \approx 0$$

Nouveau diagramme des M et nouvelle déformée élastique de l'aiguille (voir figure 10).

La différence des ordonnées des 2 lignes élastiques est de l'ordre de 5,85 %.

Calcul définitif et complet de la poutre 5.

Sollicitation principale :

Force en II :

$$r_5 - r'_5 = 25,1 - 2,27 = 22,83 \text{ T}$$

$$M'_{II} = -22,83 \times 4,33 = -99 \text{ Tm}$$

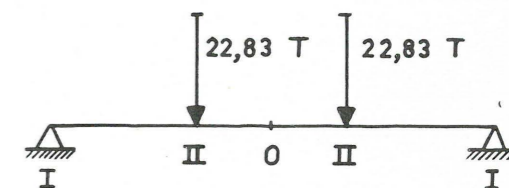


Fig. 11.

Sollicitation secondaire :

$$M''_0 = -0,2 \times 0,24 \times \frac{4,34^2}{8} = -0,11 \text{ Tm}$$

$(M_5)_{\max} = M'_{II} + M''_0 = -99 - 0,11 = -99,11 \text{ Tm}$
 contre 103,7 Tm dans l'exemple I.

La suppression d'une poutre est donc compensée largement par une disposition plus favorable. A ce sujet, l'absence d'aiguille centrale constitue également une circonstance favorable.

$$\sigma_{\max} = \frac{9.911.000}{9.720} = 1.020 \text{ kg/cm}^2$$

Calcul définitif et complet de la poutre intermédiaire 2.

Force en II :

$$r_2 - r'_2 = 12,55 + 2,62 = 15,17 \text{ T}$$

$$M'_{II} = -15,17 \times 4,33 = -65,7 \text{ Tm}$$

$$M''_0 = -0,2 \times 8,97 \times \frac{4,34^2}{8} = -4,2 \text{ Tm}$$

$$(M_2)_{\max} = -65,7 - 4,2 = -69,9 \text{ Tm}$$

Les diagrammes des moments fléchissants pour les poutres 5 et 2 sont représentés à la figure 12.

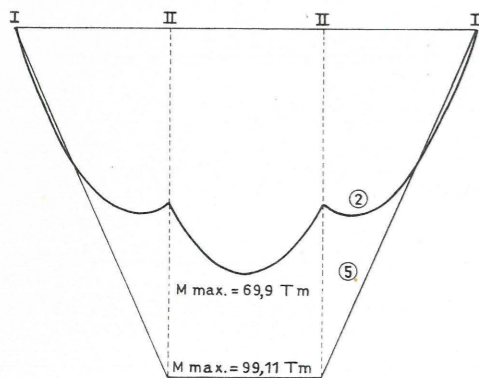


Fig. 12. — Exemple II.

§ VII. — Remarques générales

1. — La théorie et les exemples qui précèdent montrent qu'il n'y a pas d'intérêt à grouper les poutres vers la partie inférieure du vantail, comme on pourrait y être tenté. Au contraire, pour diminuer la sollicitation de la poutre la plus chargée (poutre supérieure), il faudrait plutôt abaisser la valeur du coeffi-

cient $K = \frac{Rh}{3 \sum z_i^2}$ en augmentant la valeur de z_i , c'est-à-dire en plaçant les poutres le plus haut possible.

L'exemple II montre, qu'en procédant de la sorte, on peut facilement gagner une poutre; la poutre supérieure étant même moins chargée, et les autres, mieux sollicitées.

Quant aux aiguilles, il vaut mieux ne pas les multiplier, de façon à favoriser la sollicitation secondaire des poutres inférieures.

2. — Plus les aiguilles sont écartées, plus le quadrillage répond à l'hypothèse 6 relative aux dimensions et à l'orientation des rectangles formés par les poutres et les aiguilles.

Si, exceptionnellement, il en était autrement et si les rectangles présentaient leur plus grande dimension dans le sens vertical, il faudrait en déduire que la charge hydrostatique est exclusivement transmise par les aiguilles, mais le principe de la méthode ne s'en trouverait pas modifié.

En effet, (figure 13), chaque aiguille serait, dans ce cas, sollicitée, d'une part, par une charge hydrostatique correspondant à une bande verticale de largeur b , d'autre part, par l'ensemble des réactions des poutres sur l'aiguille.

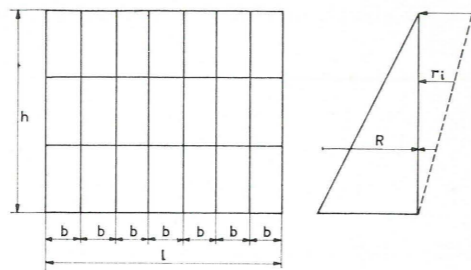


Fig. 13.

L'équilibre de rotation permet à nouveau de déterminer le coefficient K , qui, cette fois, est identique pour toutes les aiguilles.

La sollicitation des poutres se limite à la flexion principale, tandis que les aiguilles subis-

sent, en plus de la flexion principale, une flexion secondaire due à la charge répartie.

Si le rapport des dimensions des rectangles du quadrillage devient inférieur à 2, de telle sorte que la forme des mailles se rapproche du carré, il y a lieu de rechercher préalablement une loi de répartition de la charge hydrostatique suivant les poutres et les aiguilles.

Le quadrillage est ensuite calculé comme étant la superposition de deux cas :

- poutres uniformément chargées transmettant la charge aux aiguilles,
- aiguilles chargées hydrostatiquement transmettant la charge aux poutres.

Une certaine imprécision dans la loi de répartition des charges ne pourrait affecter que légèrement le résultat final.

3. — La sollicitation du busc peut être déterminée par l'équation d'équilibre de translation de chaque aiguille.

Si r_b est la réaction du busc sur l'aiguille considérée,

$$r_b = R - \sum r_i$$

§ VIII. — Conclusion

La recherche des différentes actions et réactions permettant de déterminer la sollicitation est un ensemble d'opérations simples qui découlent logiquement et directement de la distribution des forces.

Pour un avant-projet, une étude en première approximation (aiguilles infiniment rigides) peut suffire. Elle conduit à une sollicitation légèrement exagérée de la poutre supérieure, mais elle présente l'avantage d'être rapide et simple.

Pour un calcul précis, il doit être procédé par approximations successives, cependant les exemples montrent qu'un seul calcul rectificatif suffira en général.

BIJDRAGE TOT HET BEREKENEN VAN SLUISDEUREN

De voorgestelde methode betreft het berekenen van deuren bestaande uit een roosterwerk van verticale en horizontale balken die langs drie zijden zijn opgelegd.

Daar de continuïteit van de samengestelde elementen ter plaatse van de knooppunten door lassen wordt verkregen, is het wenselijk beroep te doen op een eenvoudige berekeningsmethode welke toelaat de sollicitatie van ieder van de horizontale en verticale balken afzonderlijk te bepalen.

Wanneer de druk van het water op het stroomopwaarts gelegen vlak van de deur aangrijpt, neemt men aan dat de verticale balken zich ter plaatse van de drempel scharnierend verplaatsen, hierbij steun nemend op de horizontale balken. De verschillende acties en reacties die dientengevolge ter plaatse van de knooppunten ontstaan, kunnen gemakkelijk worden bepaald wanneer men aanneemt dat de verticale elementen oneindig stijf zijn. Men komt aldus tot een eerste bepaling van de sollicitaties.

De sollicitatie van de verticale balken laat het berekenen van de vervormingen toe, zodat men, door een rectificatieberekening, in de mogelijkheid wordt gesteld om de, bij eerste benadering vastgestelde sollicitatie te verbeteren; maar deze nieuwe sollicitatie geeft op haar beurt aanleiding tot een nieuwe vervorming. Door opeenvolgende benaderingen, kan men zodoende tot een resultaat komen met de gewenste nauwkeurigheid, doch

de behandelde voorbeelden wijzen uit dat één enkele rectificatieberekening over het algemeen volstaat.

Deze voorbeelden tonen ook dat men er geen belang bij heeft de horizontale balken naar de onderkant toe van de deurleugel dichterbij te brengen, waartoe men allicht geneigd zou kunnen zijn. Om een betere sollicitatie van de weerstand biedende elementen te verkrijgen, is het daarentegen aan te bevelen de balken in het bovengedeelte van de deurleugel dichterbij te brengen.

Tot besluit, vergt de toepassing van de voorgestelde methode slechts een beperkt wiskundig apparaat.

Het opzoeken van de verschillende acties en reacties, die moeten toelaten de sollicitatie te bepalen, bestaat in een geheel van eenvoudige bewerkingen die op logische en rechtstreekse wijze voortspruiten uit de verdeling van de krachten.

Voor een voorontwerp, kan een eerste benaderende studie (oneindig stijve vertikalen) reeds volstaan; zij voert tot een lichtjes overdreven sollicitatie van de bovenste balk, doch biedt het voordeel snel en eenvoudig te zijn.

Voor een nauwkeurige berekening, moet door opeenvolgende benaderingen te werk worden gegaan; over het algemeen zal echter één enkele rectificatieberekening reeds volstaan.

CHRONIQUES - KRONIEKEN

Allemagne - Duitsland

Grote stuwdammen in beton, door Prof. Dr. Ing. Friedrich Tölke VDI Stuttgart; — VDI Zeitschrift 1 Mei 1959. — Schrijver geeft een overzicht van de nieuwigheden, in het afgelopen jaar, inzake grote stuwdammen in beton.

In de groep der gewelf- en gewichtstuwen moet de Glen Canyondam in de Verenigde Staten van Amerika vermeld worden. De werken zijn sedert verleden jaar aan de gang en die dam maakt deel uit van het Upper-Colorado-Rivier ontwerp dat 9 stuwen zal omvatten. De 214 m hoge dam zal aan de kruin 10,7 m dik zijn en aan de voet 95,5 m. Niettegenstaande hij 12 m hoger zijn zal dan de Boulderstuwdam is zijn grootste dikte slechts 47% van diegene van deze laatste dam. De 3,65 miljoen m³ beton bevatten slechts 165 kg pozolaan-Portlandcement per m³ beton.

Het boek *Register of dams in the United States*, van T.W. Mermel (New York 1958) geeft een goede kijk op de afmetingen der verschillende gewelf- en gewelf-

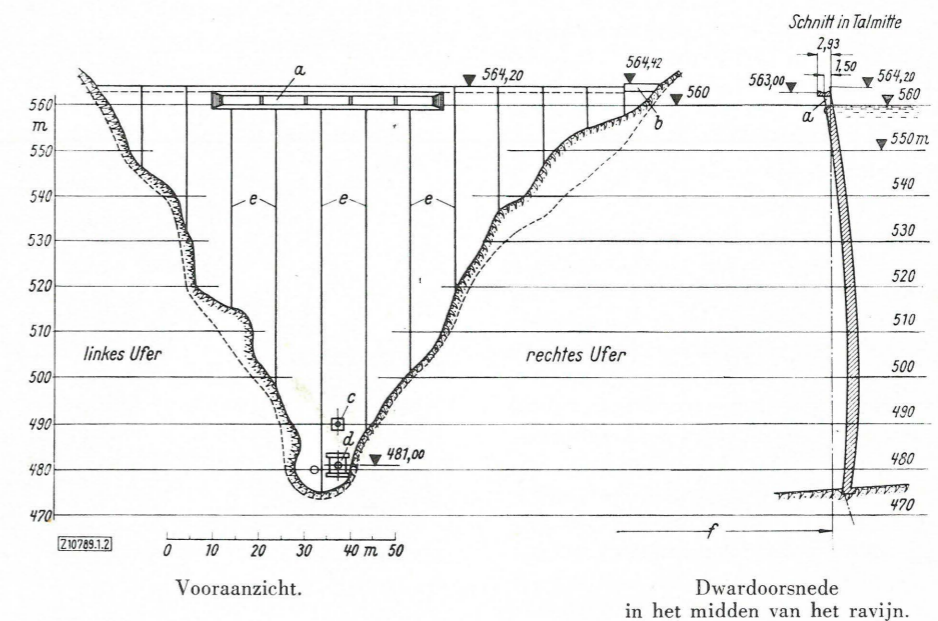
stuwdammen der Verenigde Staten. Uit een groot aantal foto's dat het boek bevat blijkt hoe uitstekend de Amerikaanse stuwdammen zich met het landschap harmoniseren.

In de groep der gewelddammen zijn talrijke nieuwe voorbeelden te melden, vooral in Frankrijk en in Italië; welke de klassieke landen voor de gewelddammen zijn.

Buiten de in aanbouw zijnde 265 m hoge Vajont-stuwdam, in de Dolomieten moet de 250 m hoge dam van Spechieri genoemd worden, die aan de kruin een dikte van 2,85 m en aan de voet een dikte van 16 m hebben zal.

In Corcisa is in uitvoering de Tollastuwdam, met een grootste dikte van slechts 2,50 m bij een hoogte van ongeveer 85 m (zie figuur).

In de groep der stuwdammen met meerdere gewelven zijn in aanbouw: de stuwdam van Migoelou in Frankrijk, Pyreneeën, die een knik in plattegrond vertoont, de 85 m hoge dam van Grandval, Frankrijk, Auvergne, de stuwdam van Mont-Larron, insgelijks in Frankrijk,



De gestippelde lijn geeft de funderingsoppervlakte aan, na uitvoering der uitgravingen.