

F. Vellert

142285

Contrib. calcul... portes planes... Dehoussé

CONTRIBUTION AU CALCUL DES PORTES  
PLANES D'ECLUSES

N. DEHOUSSE  
Professeur

# CONTRIBUTION AU CALCUL DES PORTES PLANES D'ECLUSES

par

N. DEHOUSSE

Professeur ordinaire à l'Université de Liège

## NOTE LIMINAIRE

L'article qui suit reproduit un exposé fait à la tribune de l'Association Belge d'Essai des Matériaux le 15 juin 1967, dans le cadre des préoccupations de la Commission Construction Métallique de l'association et sous la présidence de M. R. FOUGNIES, Inspecteur Général des Ponts et Chaussées.

\* \* \*

L'amélioration du rendement des voies navigables est à la base de la double évolution ci-après :

- allongement des biefs et accroissement consécutif de la hauteur de chute des écluses,
- accroissement du tonnage des bateaux donc de leurs dimensions avec comme conclusion un élargissement des sas.

On a construit plusieurs écluses de plus de 30 m de hauteur de chute et sur les grandes voies de navigation, les convois poussés de 9 à 10.000 tonnes ne sont plus exceptionnels.

Ces deux tendances, en augmentant considérablement les sollicitations internes des organes de fermeture ont conduit à réaliser des portes d'écluses de plus en plus importantes, dont le calcul par des méthodes rapides ou approximatives risque d'entraîner un surdimensionnement notable et une appréciation inexacte de la sécurité réelle.

Ces organes de fermeture comportent le plus souvent un bordage (tôle mince plane ou courbe) raidi par deux types de nervures selon deux directions orthogonales.

De tels ouvrages sont dits constructivement orthotropes ce qui signifie qu'ils possèdent une anisotropie structurale à deux directions privilégiées orthogonales.

De telles structures ont fait l'objet d'une abondante littérature mais les solutions habituellement présentées reposent sur les hypothèses d'une égale distance entre tous les éléments de raidissage. Cette distance doit par ailleurs être suffisamment faible pour admettre des raidisseurs, un étalement uniforme de l'action. C'est notamment le cas des tabliers de ponts métalliques récents. La disposition adoptée est d'ailleurs logique si l'on songe au calcul, généralement conditionné par une charge uniformément distribuée et par la même probabilité d'occurrence en quasi tous les points de la même charge concentrée maximum.

Une porte d'écluse se comporte différemment puisqu'elle assure la retenue d'une pression variant selon la loi hydrostatique : il est donc illogique de la traiter au point de vue résistance de la même manière que le platelage d'un pont.

Les pièces de résistance principales devront être judicieusement placées là où elles sont requises et l'étalement uniforme n'est plus licite.

Dans un mémoire, déposé en 1961 à l'Université de Liège pour l'obtention du grade d'agrégé de l'enseignement supérieur, nous avons examiné le calcul de tels bordages sur la base de l'action localisée exercée sur la plaque et à l'époque, nous avons présenté diverses applications relatives notamment à un bordage circulaire (porte secteur).

Dès 1962, nous avons caressé le projet de présenter un calcul complet d'un bordage plan sans pouvoir y parvenir faute de temps. La précieuse collaboration que M. J. DEPRez, assistant, puis aspirant au F.N.R.S., a bien voulu nous apporter au cours de ces deux dernières années a permis la réalisation de ce projet.

**ière PARTIE — Principe de l'établissement de l'équation différentielle des plaques lisses**

Les développements mathématiques auxquels on est conduit par la théorie que nous avons envisagée étant relativement compliqués, il nous a paru sage de n'en définir que les principes sur un système très élémentaire. Cette tribune n'est en effet pas celle des mathématiciens et il nous paraîtrait inopportun de changer son caractère pour la circonstance.

Rappelons d'abord rapidement le principe de résolution d'une plaque plane dans laquelle on ne tiendrait compte que des effets de flexion et de cisaillement vertical (inexact mais voulu pour la simplification de l'exposé).

La plaque est réduite à son feuillet moyen. On y suppose appliquée la charge extérieure  $Z$  ( $\text{Kg}/\text{m}^2$ ) ainsi que les moments et forces par unité de longueur  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$  qui résultent de l'intégration des contraintes normales et tangentielles sur l'épaisseur de la plaque.

Soit un élément  $dx \, dy$  d'une telle plaque. (Figure 1)

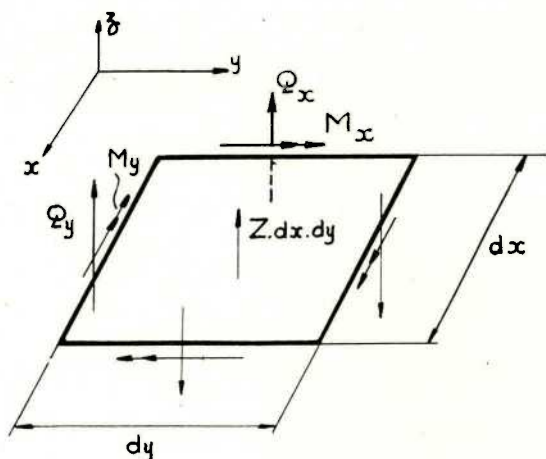


Fig. 1.

L'équilibre de rotation autour de l'axe des  $x$  donne

$$\left[ M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} \cdot dy \right] dx - M_y \cdot dx - Q_y \cdot dx \, dy = 0$$

$$\text{soit } \frac{\partial M_y}{\partial y} = Q_y \text{ que nous écrivons } M_y^{\circ} = Q_y \quad (1)$$

L'équilibre de rotation autour de l'axe des  $y$  donne

$$M_x \, dy - \left( M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) dy + Q_x \, dx \, dy = 0$$

$$\text{soit } \frac{\partial M_x}{\partial x} = Q_x \text{ que nous écrivons } M_x^{\circ} = Q_x \quad (2)$$

L'équilibre de translation selon l'axe des  $z$  donne

$$Z \cdot dx \cdot dy - \frac{\partial Q_y}{\partial y} dx \cdot dy - \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \, dy = 0$$

$$\text{soit } \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = Z \text{ ou encore } Q_x' + Q_y^{\circ} = Z \quad (3)$$

et par substitution de (1) et (2) dans (3), l'équation résolvante s'écrira

$$M_x'' + M_y^{\circ\circ} = Z \quad (4)$$

Pour aller plus avant dans la résolution, il importe de faire intervenir les déformations car à ce stade nous n'avons considéré que les équations d'équilibre. Nous allons exprimer les  $M_x$  et  $M_y$  en fonction des  $w$  (déplacements normaux au feuillet moyen).

La figure 2 indique les sens positifs des 3 déplacements. Puisque l'on a tenu compte que des effets de flexion il est possible d'exprimer très simplement les déplacements  $u$  et  $v$  en fonction des déplacements  $w$ . Il suffit en effet de se référer au croquis suivant (fig. 3) à titre d'exemple.

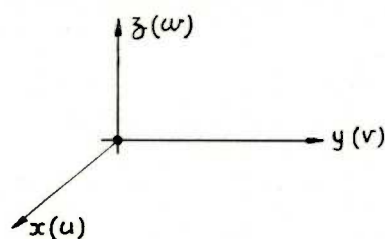


Fig. 2.

D'après la figure 3, et aux infiniment petits du second ordre près, nous écrivons comme suit le déplacement horizontal de  $p$  :

$$u = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x}$$

soit

$$u = -z \cdot w' \text{ et par analogie } v = -z \cdot w^{\circ} \quad (5)$$

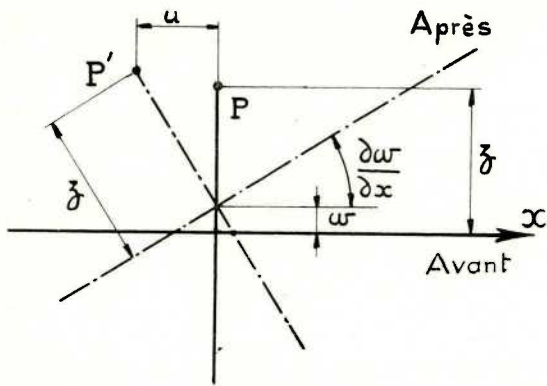


Fig. 3.

La relation géométrique entre déplacements ( $u, v$ ) et déformations ( $\epsilon_x, \epsilon_y$ ) est, comme il est bien connu :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{soit} \quad \epsilon_x = u'$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{soit} \quad \epsilon_y = v''$$

si bien que l'on peut écrire par la formule (5)

$$\epsilon_x = -z \cdot w'' \quad \epsilon_y = -z \cdot w''''$$

et par la loi de Hooke simplifiée (toujours dans le but de ne faire apparaître que le schéma de résolution)

$$\sigma_x = E\epsilon_x \quad \sigma_y = E\epsilon_y$$

$$= -Ez w'' \quad \text{et} \quad = -Ez w'''' \quad (6)$$

Des contraintes  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  il est très aisé de déterminer les moments fléchissants unitaires (Figure 4)

car

$$M_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \times [1 \times dz] \times z$$

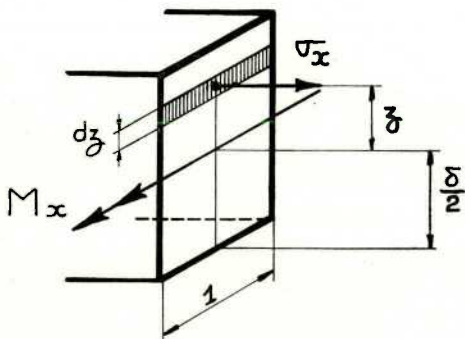


Fig. 4.

On est conduit à l'adoption du signe — car on considère les contraintes de traction comme positives, soit donc

$$M_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz$$

et en remplaçant  $\sigma_x$  par sa valeur (6) on obtient :

$$M_x = \frac{E \delta^3}{12} w'' = K w''$$

De la même manière on obtient  $M_y = K w''''$

En substituant ces valeurs de  $M_x$  et  $M_y$  dans l'équation

$$\text{résolvante (4) on trouve } \boxed{K w'''' + K w'''' = Z} \quad (7)$$

qui est l'équation différentielle fondamentale qu'il convient d'intégrer, compte tenu des conditions aux limites, pour obtenir  $w$ .

La résolution mathématique est bien connue : sa formulation dépend des conditions aux limites.

Ces conditions s'écrivent

$$w = 0$$

$$M_x = 0$$

si les 2 bords appuyés sont parallèles à l'axe des  $y$  (Figure 5) et alors la série

$$w = \sum W e^{m y} \cdot \sin \frac{n \pi x}{L_x}$$

fournit la solution.

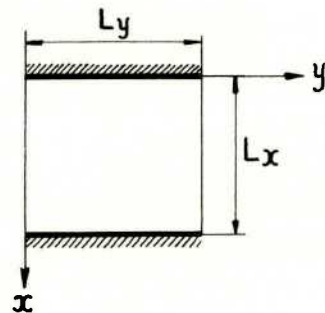


Fig. 5.

Les conditions d'appui sur les deux autres bords peuvent être quelconques.

Si la plaque est appuyée sur les 2 bords  $y = 0$  et  $y = L_y$ , (Figure 6) les conditions s'écrivent  $w = 0$   
 $M_y = 0$

et la solution devient

$$w = \sum W e^{m x} \cdot \sin \frac{n \pi y}{L_y}$$

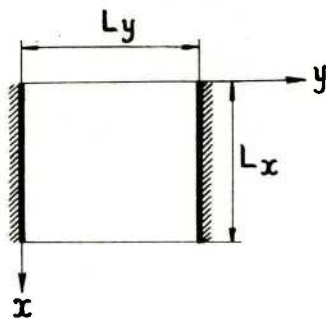


Fig. 6.

Une fois que  $w$  est connu, on peut aisément en déduire la valeur des  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  (ou des  $M_x$  et  $M_y$ ).

## IIème PARTIE — Principe de l'établissement de l'équation différentielle des plaques raidies

Voyons à présent les implications de la présence des nervures disposées dans deux directions orthogonales.

Envisageons par exemple le calcul du moment  $M_x$ . (Figure 7)

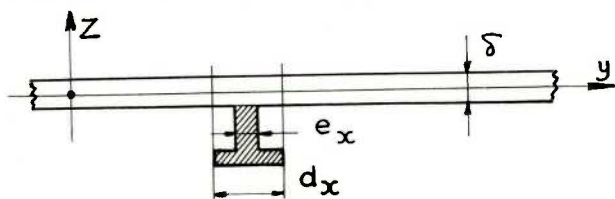


Fig. 7.

Dans la zone où les nervures ne sont pas présentes, on peut écrire, que le moment fléchissant unitaire garde la forme

$$M_x \times 1 = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot [1 \times dz] \cdot z$$

Dans la zone  $d_x$  correspondant à la largeur de la nervure, on aura un moment résultant sur la largeur  $d_x$  égal à

$$M_x d_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot [d_x \cdot dz] z - \int_{\omega_y} \sigma_x \cdot [e_x \cdot dz] z$$

soit

$$M_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz - \int_{\omega_y} \sigma_x \cdot \frac{e_x}{d_x} \cdot z \cdot dz$$

où  $\int_{\omega_y}$  signifie que l'intégrale est étendue à toute la surface  $\omega_y$  sous la plaque.

Donc, l'expression de  $M_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz - \int_{\omega_y} \sigma_x \cdot \frac{e_x}{d_x} \cdot z \cdot dz$  est valable

partout, mais, au droit des nervures il convient d'ajouter le terme  $-\int_{\omega_y} \sigma_x \cdot \frac{e_x}{d_x} \cdot z \cdot dz$

Nous traduirons ce phénomène mathématiquement par la relation

$$M_x = - \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz - f[y] \cdot \int_{\omega_y} \sigma_x \cdot \frac{e_x}{d_x} \cdot z \cdot dz$$

où  $f[y]$  est une fonction nulle partout sauf au droit de la (ou des) nervure(s) où elle prend la valeur unité. (Figure 8)

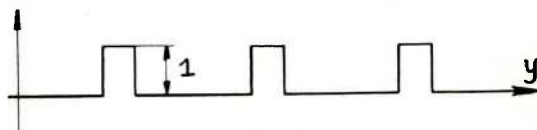


Fig. 8.

Le remplacement de  $\sigma_x = -z \cdot w''$ . E donne finalement

$$M_x = \frac{E \delta^3}{12} \cdot w'' + f[y] \cdot \int_{\omega_y} E (e_x \cdot dz) \cdot z^2 \cdot \frac{w''}{d_x}$$

$$= Kw'' + f[y] \cdot \frac{E I_x}{d_x} \cdot w''$$

et de la même manière, nous obtiendrions

$$M_y = Kw^{''''} + f[x] \cdot \frac{E I_y}{d_y} \cdot w^{''''}$$

Si nous remplaçons à présent ces valeurs de  $M_x$  et  $M_y$  dans l'équation résolvante (4) :

$$M_x'' + M_y^{''''} = Z,$$

on obtient

$$Kw'''' + Kw^{''''} + f[x] \cdot \frac{E I_y}{d_y} \cdot w^{''''} + f[y] \cdot \frac{E I_x}{d_x} w'''' = Z$$

(8)

Les deux premiers termes sont ceux obtenus pour la plaque lisse et les deux derniers sont des compléments. Cette équation prouve que la charge extérieure Z sera supportée par la plaque lisse d'une part et d'autre part par les nervures disposées selon  $f[x]$  et  $f[y]$ .

S'il n'y a pas de nervures disposées dans le sens des x :

$$f[y] = 0$$

et s'il n'y a pas de nervures disposées dans le sens des y :

$$f[x] = 0$$

On peut aussi écrire l'équation (8) sous la forme

$$Kw'''' + Kw^{''''} = Z - f[x] \cdot \frac{E I_y}{d_y} w^{''''} - f[y] \cdot \frac{E I_x}{d_x} w''''$$
(9)

montrant que l'étude de la plaque raidie peut se ramener à celle d'une plaque lisse à condition d'y faire agir d'une part la pression Z et d'autre part les charges  $-f[x]$  (...) et  $-f[y]$  (...)

Ces charges particulières sont des pressions agissant selon des bandes de largeur  $dx$  et  $dy$ . (Figure 9)

Si, comme c'est généralement le cas, les dimensions  $d_x$  et  $d_y$  sont petites on pourra supposer les pressions agissant sur les largeurs  $d_x$  et  $d_y$  remplacées par des forces concentrées linéaires, statiquement équivalentes et égales à

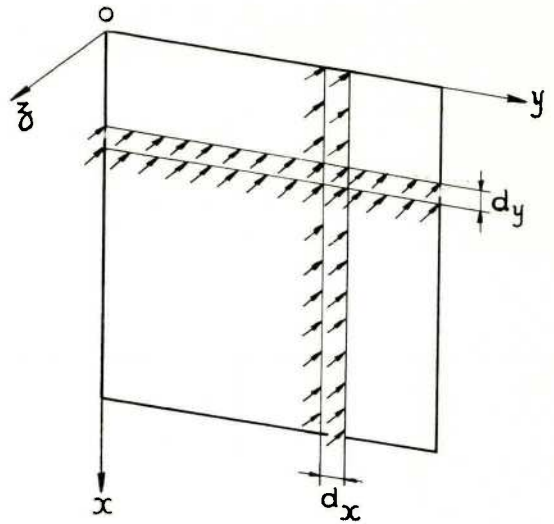


Fig. 9.

$$d_y \left( \frac{E I_y}{d_y} \cdot w^{''''} \right) = E I_y w^{''''} \quad \text{et}$$

$$d_x \left( \frac{E I_x}{d_x} \cdot w'' \right) = E I_x w'' \quad \text{(Figure 10)}$$

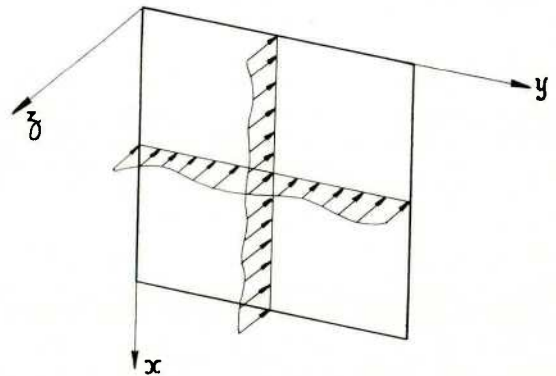


Fig. 10.

C'est plus commode pour le calcul et fort peu différent, généralement, de la réalité.

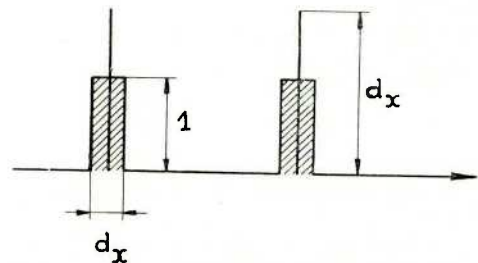


Fig. 11.

A l'opposé de cette concentration d'autre part, si les nervures sont uniformément distribuées et très rapprochées, on pourra logiquement songer à remplacer les bandes de pressions de largeur  $d_x$  par une intensité répartie sur une largeur  $\varepsilon_x$  et d'intensité  $\frac{dx}{\varepsilon_x}$  (Figure 12) de

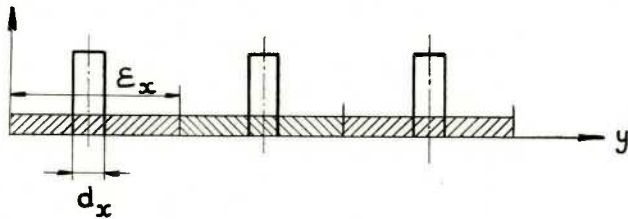


Fig. 12.

telle sorte que l'équation différentielle devienne alors

$$Kw'''' + Kw^{0000} + \frac{d_y}{\varepsilon_y} \cdot \frac{EI_y}{d_y} w^{0000} + \frac{d_x}{\varepsilon_x} \cdot \frac{EI_x}{d_x} w'''' = Z$$

soit encore

$$\left[ K + \frac{EI_y}{\varepsilon_y} \right] w^{0000} + \left[ K + \frac{EI_x}{\varepsilon_x} \right] w'''' = Z$$

beaucoup plus simple, analogue à l'équation des plaques lisses. Remarquons que c'est une approximation de ce genre qui conduit à l'équation de Huber des plaques orthotropes.

Remarquons aussi dans l'esprit de ces premières conclusions que l'on peut rencontrer un gril comportant plusieurs cours dont certains sont susceptibles de voir leurs effets répartis et certains autres pas. Ce serait le cas du gril ci-contre (figure 13) qui répondrait à l'équation différentielle

$$Kw'''' + Kw^{0000} + \frac{EI_x}{\varepsilon_x} w'''' + f[x] \cdot \left[ \frac{EI_y}{d_y} w^{0000} \right] = Z$$

où de toute évidence, la charge est répartie entre le

$$Kw^{0000} + Kw'''' + 2Kw^{00//} + \begin{matrix} f[x] [R_y \cdot w^{0000} - H_y \cdot v^{000} + T_y \cdot w^{00//} + L_y \mu^{00/}] \\ + f[y] [R_x w'''' - H_x \mu''' + T_x w^{00//} + L_x v^{0//}] \\ + f^0[y] [T_x \cdot w^{0//} + L_x \cdot v''] \\ + f'[x] [T_y w^{00/} + L_y \mu^{00}] \end{matrix} = Z$$

X, Y et Z : charge extérieure

↓  
U<sub>0</sub>

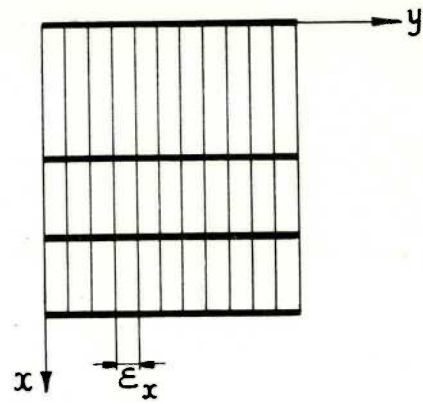


Fig. 13.

bordage, les nervures verticales étalées et les nervures horizontales localisées.

Nous avons vu ce qui se passait, en principe dans un cas de référence.

La réalité est quelque peu plus complexe car il serait incorrect de ne tenir compte que de la seule flexion de la plaque : il faut y adjoindre l'extension, le cisaillement (dans le plan, normal au plan de référence) et la torsion.

Cela conduit alors à un système de 3 équations différentielles et non à une seule équation différentielle.

Ces équations se présentent comme suit :

$$D\mu'' + Dv^{0/} + \frac{D}{2} (1 - \nu) (\mu^{00} + v^{0/}) +$$

$$\boxed{f[x] S_y \mu^{00} + f[y] (\Omega_x \mu'' - H_x w''')} + X = 0$$

↓  
X<sub>0</sub>

$$D(v^{00} + v\mu^{0/}) + \frac{D}{2} (1 - \nu) (\mu^{0/} + v'') +$$

$$\boxed{f[x] (\Omega_y v^{00} - H_y w^{000}) + f[y] S_x v''} + Y = 0$$

↓  
Y<sub>0</sub>

On peut montrer que la signification principale de ces équations est la même que celle dont on a discuté jusqu'ici et que  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$  sont des bandes d'efforts selon les 3 axes et  $U_0$  des bandes de moments concentrées, agissant selon les traces des nervures.

Il s'agit d'une généralisation des relations précédemment développées.

### IIIème PARTIE — Principe de la méthode de résolution de l'équation différentielle des plaques nervurées

Abordons à présent, le principe de la méthode de résolution. Soit à résoudre le problème du calcul d'une plaque renforcée par une seule nervure (Figure 14). L'équation différentielle correspondante s'écrit :

$$Kw'''''' + Kw'''' + f[x] \frac{E I_y}{d_y} \cdot w'''' = Z$$

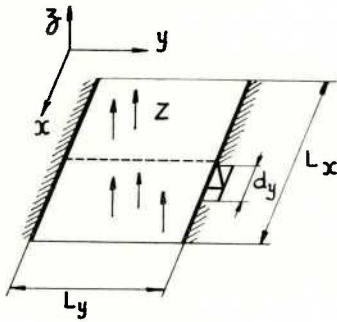


Fig. 14.

où la charge supportée par la nervure est donc  $E I_y \cdot w''''$ . Il s'agit d'une charge normale à la plaque dont l'intensité n'est pas connue explicitement si ce n'est au travers de l'expression  $E I_y w''''$ .

Pour la déterminer, on applique sur la plaque lisse (Figure 14bis) :

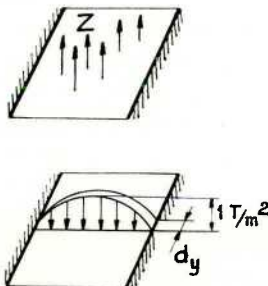


Fig. 14bis.

1. la charge extérieure  $Z$  : elle y provoque un déplacement du type

$$w_0 = A_0 \sin \frac{\pi y}{L_y}$$

le long de la trace de la nervure

2. une charge unitaire à variation sinusoïdale et on calcule le déplacement qui en résulte le long de la trace de la nervure

soit :

$$w_1 = A_1 \sin \frac{\pi y}{L_y}$$

Si nous désignons par  $(X) \sin \frac{\pi y}{L_y}$  l'intensité de la

charge reprise par la nervure, on pourra écrire

$$\sin \frac{\pi y}{L_y} \cdot (X) = \frac{E I_y}{d_y} \left[ A_0 \sin \frac{\pi y}{L_y} + (X) A_1 \sin \frac{\pi y}{L_y} \right]''''''$$

équation permettant de déterminer  $(X)$  et dès lors de déduire le déplacement réel de la plaque raidie :

$$w = w_0 + (X) w_1$$

Une fois  $w$  connu, on peut calculer les contraintes puisque par exemple :

$$\sigma_x = -Ez \cdot w''$$

C'est l'application répétée de ce principe simple qui permet la résolution de tous les cas de raidissage.

La prise en compte des effets réels à chaque nervure conduit à étudier des lignes de force selon les 3 axes et des lignes de moments. (Figure 15)

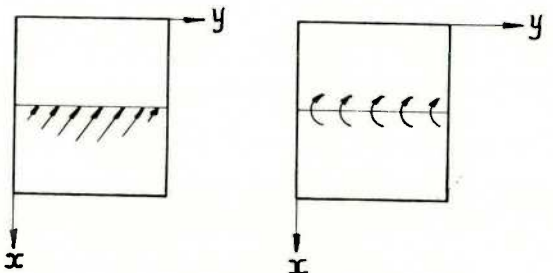
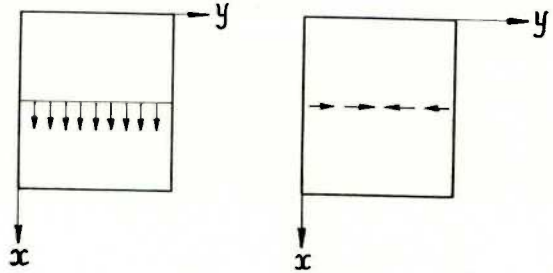


Fig. 15.



Voici donc schématisée à l'extrême la méthode suggérée : on en trouvera les détails dans le mémoire que M. DEPREZ et moi-même venons de publier sous le n° 2 de la Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège.

#### IVème PARTIE — Exemple d'application au calcul d'une porte d'écluse

La théorie précédente a été appliquée à la détermination des contraintes et déplacements dans une porte du type levant susceptible de convenir pour une écluse de 2000 tonnes rachetant une chute de l'ordre de 16 m. (Figure 16)

Le mouillage supposé est de 4 m et il y a un mur de masque de 5 m de hauteur. La porte présentera alors les

dimensions suivantes : largeur : 17,00 m  
hauteur : 15,00 m

On y suppose appliquée la pression hydrostatique selon un diagramme rectangulaire présentant une intensité de 5000 Kg/m<sup>2</sup> en haut et de 20.000 Kg/m<sup>2</sup> en bas (Figure 17).

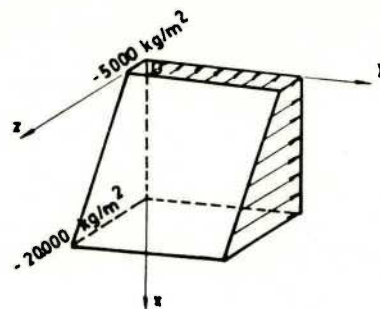


Fig. 17.

Les aiguilles et les raidisseurs étant très peu écartés les uns des autres et disposés à égale distance ont été considérés comme agissant à la manière des raideurs uniformément distribuées. On a d'autre part, calculé l'action concentrée des traverses : pièces essentielles de la résistance de la porte. La bouchure est supposée appuyée sur ses 4 bords extrêmes. Le bordage est disposé à l'aval des nervures de raidissage.

Les caractéristiques générales définies correspondent sensiblement à celles de la porte aval de la nouvelle écluse de Lanaye. Les résultats suivants ont été enregistrés :

1. Les déplacements normaux à la plaque ( $w$ ) obéissent à la loi (Figure 18); l'amplitude maximum est de 2 cm; la variation est sous forme de sinus dans le sens horizontal.

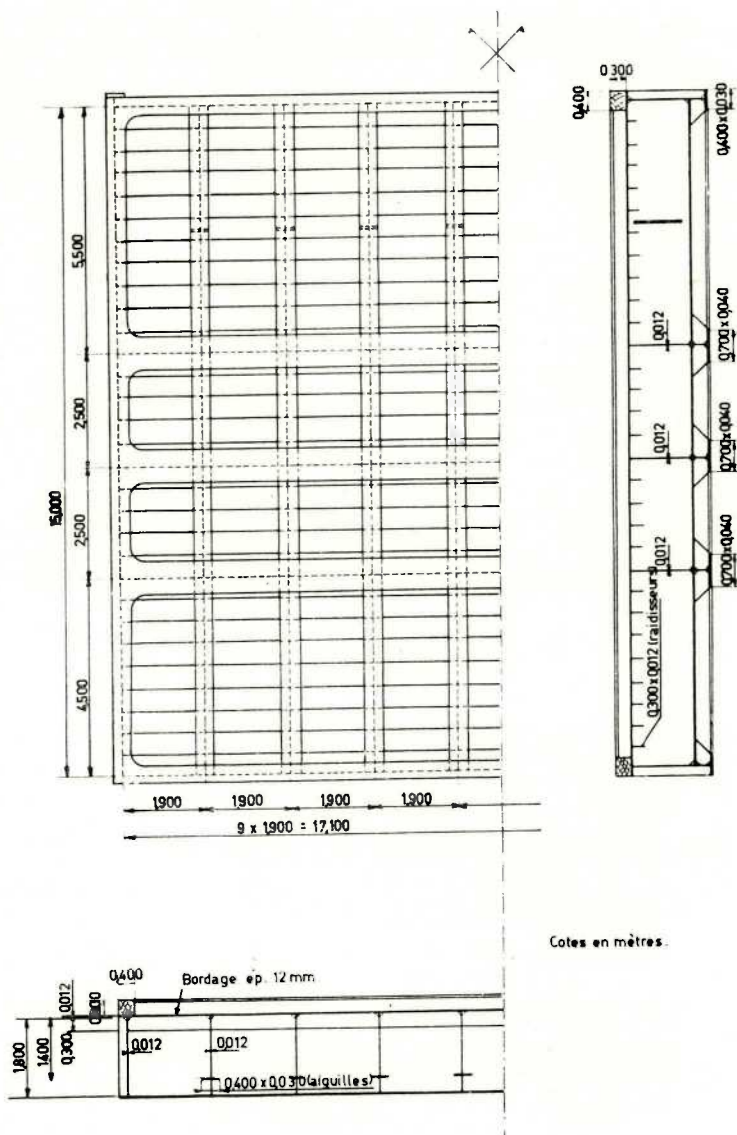


Fig. 16.

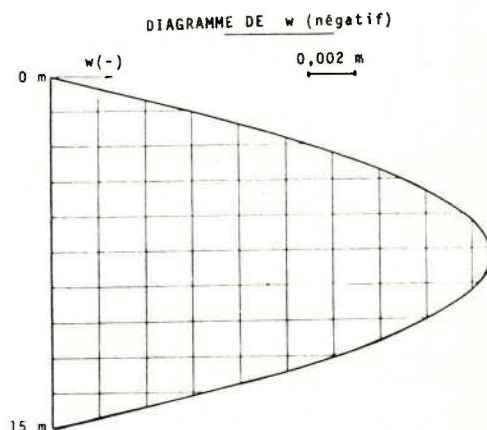


Fig. 18.

2. Les déplacements tangentiels selon y (horizontaux) : (v) suivent la loi de la figure 19; l'amplitude maximum est de 2 mm; dans le sens horizontal la variation est cosinusoidale. La présence des traverses se marque par les points anguleux du diagramme.

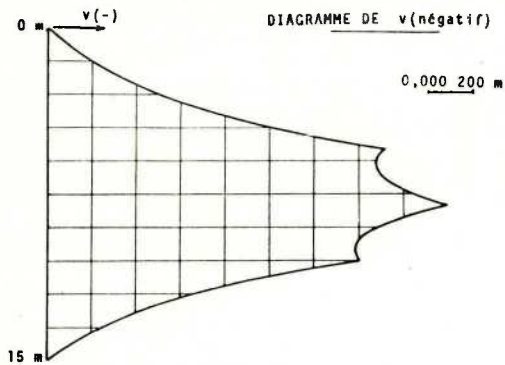


Fig. 19.

3. Les déplacements tangentiels selon x (verticaux) : (u) suivent la loi de la figure 20. L'amplitude maximum est de l'ordre de 2 mm. La variation dans le sens horizontal est sinusoidale.

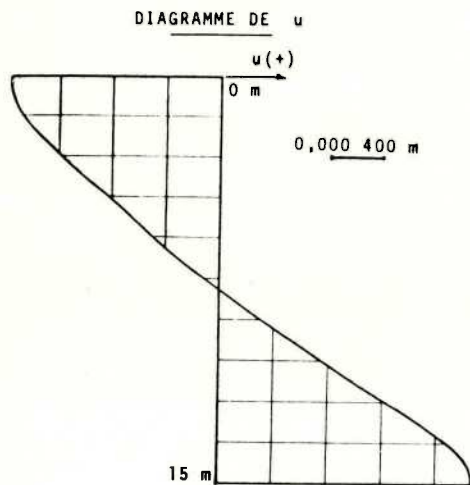


Fig. 20.

4. Les diagrammes suivants montrent l'évolution des éléments de réduction.

Figure 21 — Effort d'extension dans le sens des y — ( $N_y$ )

Variation horizontale en sinus.

Figure 22 — Effort d'extension dans le sens des x — ( $N_x$ )

Variation horizontale en sinus.

Figure 23 — Effort de cisaillement horizontal ( $N_{xy}$ )

Variation horizontale en cosinus.

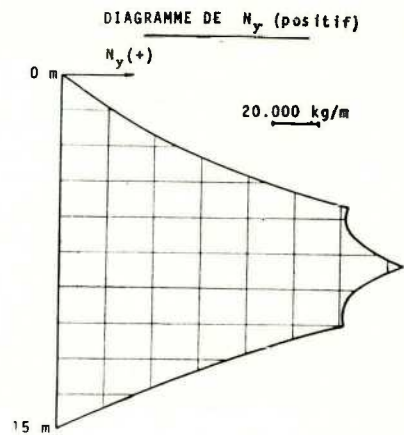


Fig. 21.

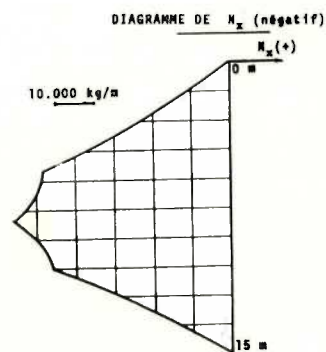


Fig. 22.

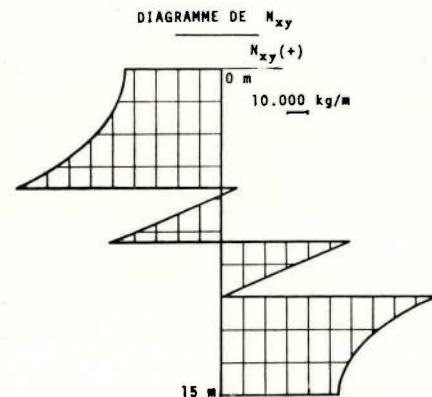


Fig. 23.

Figure 24 — Effort de cisaillement vertical ( $N_{yx}$ )

Variation horizontale en cosinus.

Figure 25 — Moment parallèle à l'axe des y — ( $M_x$ )

Variation horizontale en sinus.

Figure 26 — Moment parallèle à l'axe des x — ( $M_y$ )

Variation horizontale en sinus.

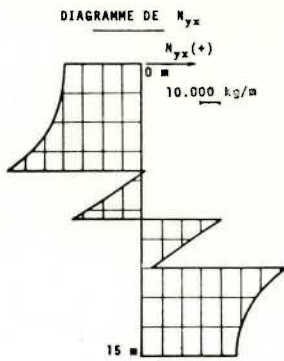


Fig. 24.

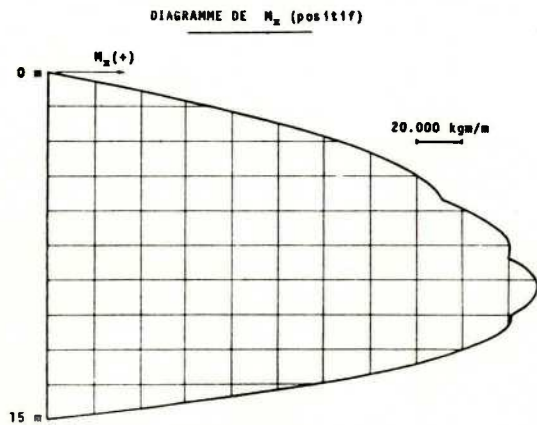


Fig. 25.

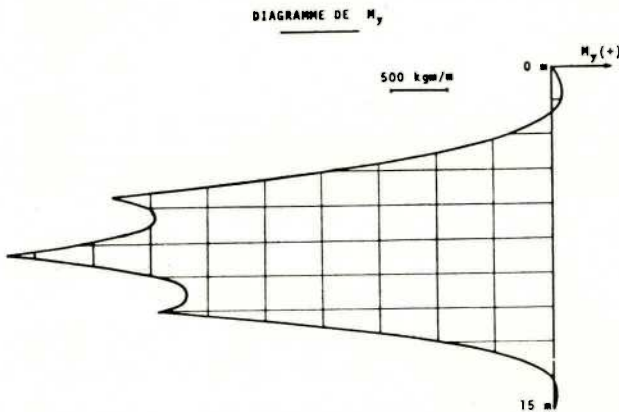


Fig. 26.

5. Finalement on a aussi calculé les contraintes normales, tangentielles et de comparaison en divers points :

Figure 27 — Calcul des contraintes  $\sigma_x$  dans les semelles des aiguilles (contraintes de compression). La contrainte maximum atteint 17 Kg/mm<sup>2</sup>  
Variation horizontale en sinus

Figure 28 — Calcul des contraintes  $\sigma_x$  dans le bordage (contraintes de traction); Max =

9 Kg/mm<sup>2</sup>  
Variation horizontale en sinus

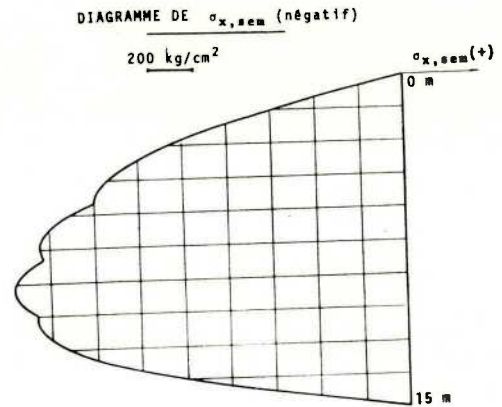


Fig. 27.

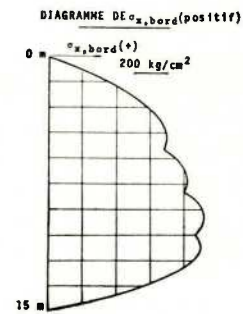


Fig. 28.

Figure 29 — Calcul des contraintes  $\sigma_y$  dans le bordage (contraintes de traction); Max = 9 Kg/mm<sup>2</sup>  
Variation horizontale en sinus

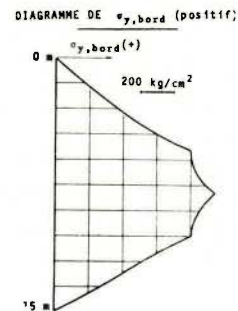


Fig. 29.

Figure 30 — Calcul de  $\tau_{xy}$  dans le bordage; Max = 6 Kg/mm<sup>2</sup>  
Variation horizontale en cosinus  
enfin

DIAGRAMME DE  $\tau_{yx,bord} = \tau_{xy,bord}$

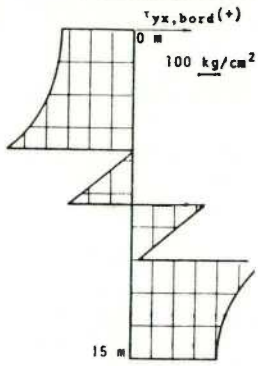


Fig. 30.

Point	Tension (kg/cm <sup>2</sup> )
1	$\sigma_{x,sem} = -1761$
2	$\tau_{xz} = 1162$
3	$\sigma_{c,slg} = -1642$
4	$\sigma_{y,sem} = -1772$
5	$\tau_{xy,sem} = 632$
6	$\tau_{yx,sem} = 252$
7	$\tau_{yz} = 952$
8	$\sigma_{x,bord} = +918$
9	$\sigma_{y,bord} = +941$
10	$\tau_{xy,bord} = 614$

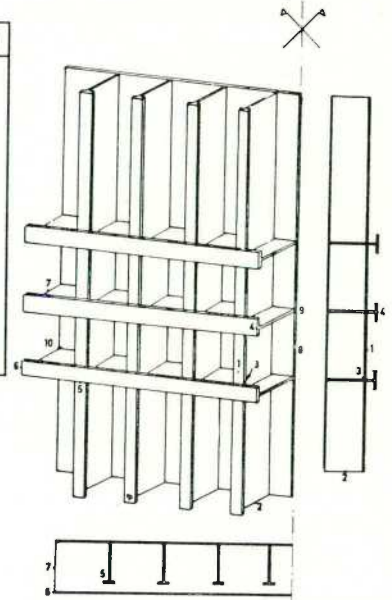


Fig. 31.

Figure 31 — on a rassemblé les contraintes maxima y compris les contraintes de comparaison.

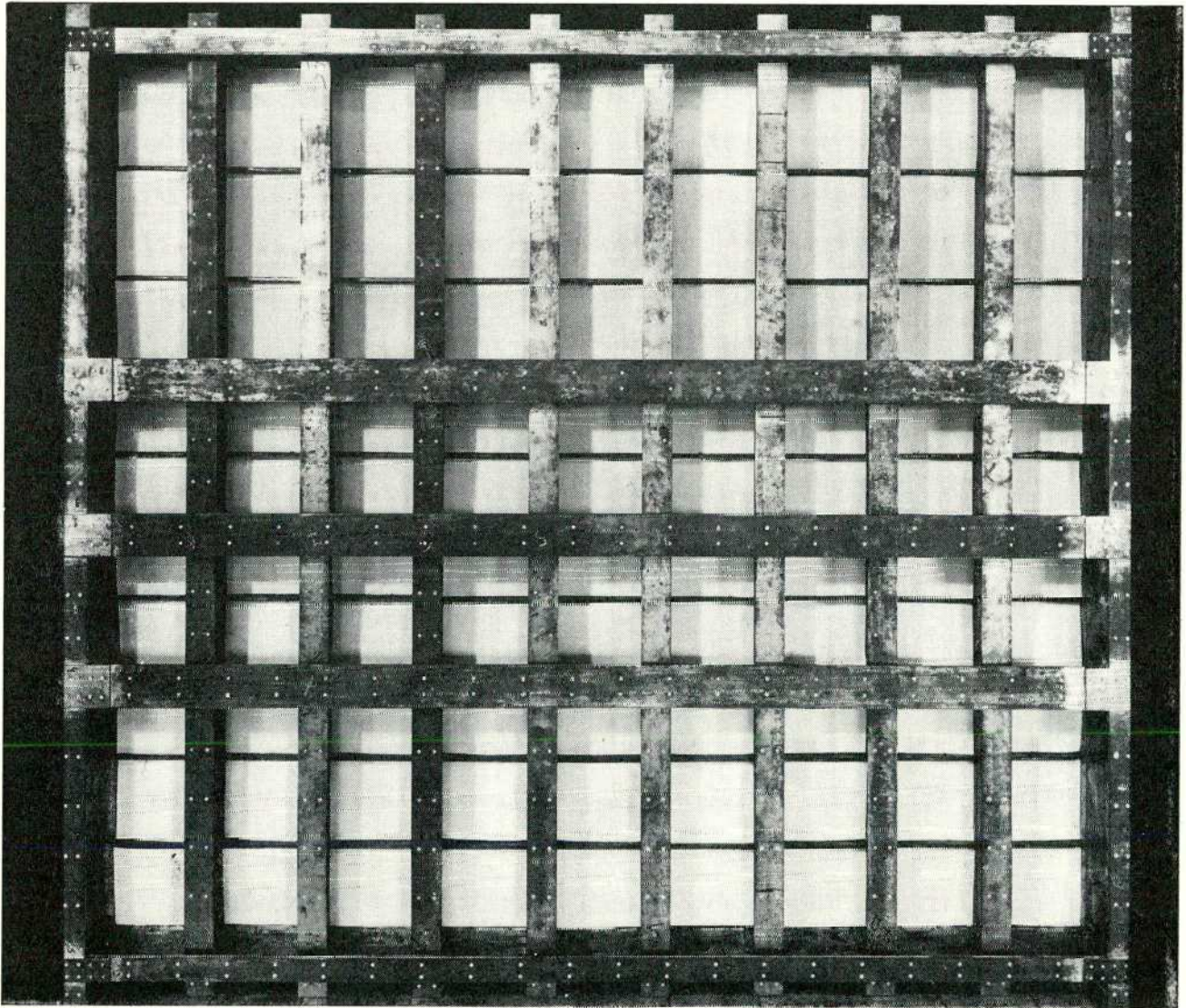


Fig. 32.

Vème PARTIE — Autres études en cours

A)

A titre de confirmation, nous avons construit un modèle réduit à l'échelle 1/10 de cette structure.

La figure 32 représente ce modèle avec ses aiguilles, ses raidisseurs et ses traverses.

Il s'agit d'un modèle en tôle d'acier collée à la résine synthétique avec, à titre de renfort, quelques rivets posés à froid après perforation de la tôle.

Le dispositif de mise en charge sera celui de la figure 33 simulant l'effet de pression hydrostatique.

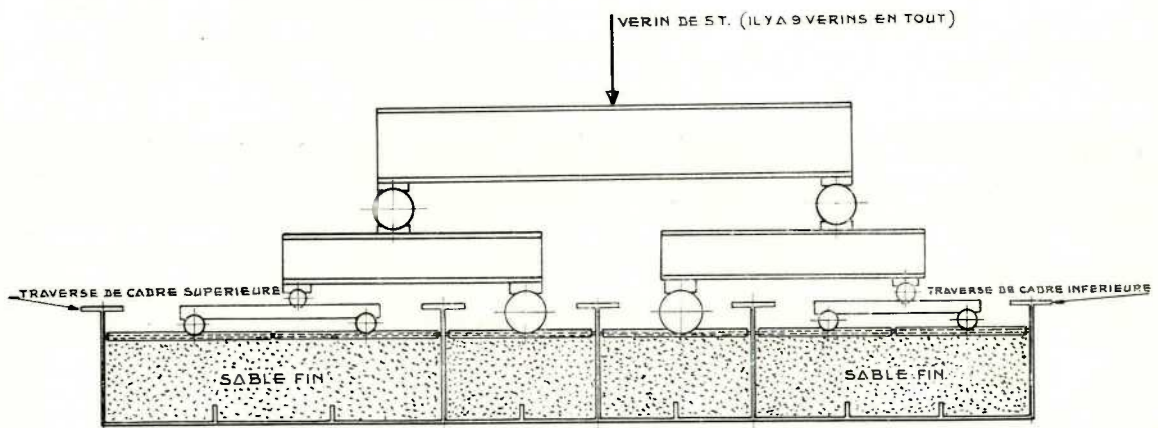


Fig. 33.

Cette recherche est actuellement en cours sous le patronage du Centre de Recherches de l'Industrie des Fabrications Métalliques (C.R.I.F.).

B)

Nous voudrions également signaler le fait que sur la base de cette étude « exacte » nous pouvons à présent étudier en meilleure connaissance de cause des systèmes approximatifs de résolution. Voici notamment un procédé que nous avons déjà employé à diverses reprises, pour le calcul selon des procédés de statique appliquée, à l'exclusion de la théorie de l'élasticité.

Supposons que l'on ait à calculer une porte levante ou à déplacement latéral pour une écluse d'intérieur comportant 3 traverses — 2 montants et 3 aiguilles. Les deux bords latéraux reçoivent l'appui de la porte qui par ailleurs est supposée libre à la partie inférieure (pas de

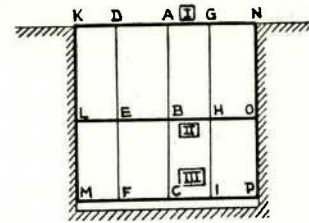


Fig. 34.

seuil). (Figure 34) Toute autre hypothèse peut être envisagée.

Le calcul peut s'effectuer approximativement à partir d'une méthode inspirée de la méthode des rotations.

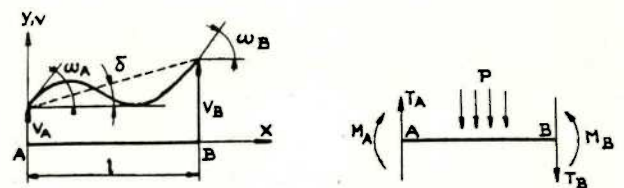


Fig. 35.

Nous nous référons aux conventions ci-après (Figure 35) :

Il est bien connu que entre les éléments de réduction et les déformations, on peut écrire :

$$M_A = -\frac{2EI}{1} (2\omega_A + \omega_B - 3\delta) + \bar{X}$$

$$M_B = \frac{2EI}{1} (\omega_A + 2\omega_B - 3\delta) + \bar{Y}$$

où EI est la rigidité flexionnelle de la poutre AB, compte tenu du bordage collaborant et où  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  sont les moments

d'encastrement parfait de la poutre sous la charge  $p$  ( $\bar{X}$  en A et  $\bar{Y}$  en B). On a aussi :

$$T_A = \frac{6EI}{l^2} (\omega_A + \omega_B - 2\delta) + \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{l} + t_A$$

$$T_B = \frac{6EI}{l^2} (\omega_A + \omega_B - 2\delta) + \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{l} + t_B$$

où  $t_A$  et  $t_B$  sont les efforts tranchants de la poutre AB supposée sur deux appuis simples.

Ceci étant rappelé, isolons par la pensée l'aiguille ABC moyennant les coupures adéquates et représentons aussi l'aiguille en position déformée (Figure 36) :

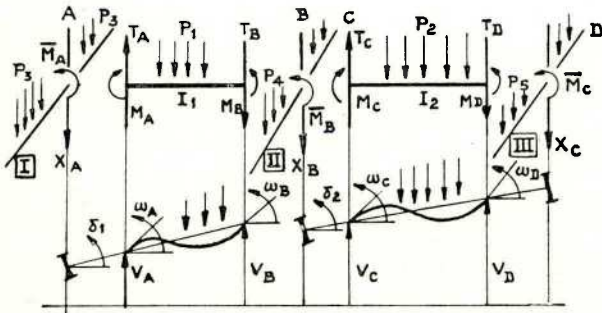


Fig. 36.

Les charges  $P_1$  à  $P_5$  correspondent à une distribution supposée en triangles ou trapèzes de la pression hydrostatique (Figure 37).

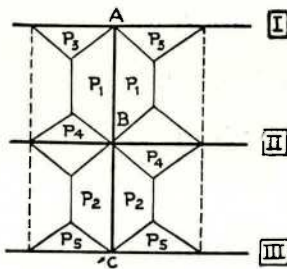


Fig. 37.

Les  $X_A, X_B, X_C, \bar{M}_A, \bar{M}_B$  et  $\bar{M}_C$  sont les efforts agissant sur les traverses par la présence des aiguilles.

On peut écrire les relations suivantes pour les moments :

$$M_A = -\frac{2EI_1}{l_1} (2\omega_A + \omega_B - 3\delta_1) + \bar{X}_1$$

$$M_B = \frac{2EI_1}{l_1} (\omega_A + 2\omega_B - 3\delta_1) + \bar{Y}_1$$

$$M_C = -\frac{2EI_2}{l_2} (2\omega_C + \omega_D - 3\delta_2) + \bar{X}_2$$

$$M_D = \frac{2EI_2}{l_2} (\omega_C + 2\omega_D - 3\delta_2) + \bar{Y}_2$$

et pour les efforts tranchants :

$$T_A = \frac{6EI_1}{l_1^2} (\omega_A + \omega_B - 2\delta_1) + \frac{\bar{Y}_1 - \bar{X}_1}{l_1} + t_A$$

$$T_B = \frac{6EI_1}{l_1^2} (\omega_A + \omega_B - 2\delta_1) + \frac{\bar{Y}_1 - \bar{X}_1}{l_1} + t_B$$

$$T_C = \frac{6EI_2}{l_2^2} (\omega_C + \omega_D - 2\delta_2) + \frac{\bar{Y}_2 - \bar{X}_2}{l_2} + t_C$$

$$T_D = \frac{6EI_2}{l_2^2} (\omega_D + \omega_C - 2\delta_2) + \frac{\bar{Y}_2 - \bar{X}_2}{l_2} + t_D$$

L'équilibre des 3 nœuds exige que :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_A = T_A \quad X_B = T_C - T_B \quad X_C = -T_D \\ \bar{M}_A = M_A \quad \bar{M}_B = M_C - M_D \quad \bar{M}_C = -M_D \end{array} \right.$$

Chaque aiguille met ainsi en œuvre 6 inconnues du type :  $\omega_A, \omega_B, \delta_1, \omega_C, \omega_D$  et  $\delta_2$ .

On peut écrire les 6 équations suivantes à chaque aiguille :

1. Egalité des rotations dans la traverse I et dans l'aiguille ( $\omega_A$ )

$$\text{Soit } F(\omega_A, \omega_B, \delta_1, \dots) = \omega_A$$

La rotation dans la traverse doit être exprimée en tenant compte du phénomène de torsion non uniforme, les deux montants vont généralement en effet, contrecarrer le gauchissement et surtout la rotation.

2.  $\omega_B = \omega_C$

3. Egalité des rotations dans la traverse II et dans les aiguilles AB et CD

$$\text{soit } F(\omega_C, \omega_D, \delta_2, \omega_A, \omega_B, \delta_1, \dots) = \omega_B = \omega_C$$

Même remarque qu'au I ci-dessus.

4. Egalité des rotations dans la traverse III et dans l'aiguille CD

$$\text{soit } F(\omega_C, \omega_D, \delta_2, \dots) = \omega_D$$

5.  $\frac{V_B - V_A}{l_1} = \delta_1$

Cette équation résulte du calcul des déplacements  $V_B$  et  $V_A$  des traverses II et I

$$\text{soit } F(\omega_A, \omega_B, \delta_1, \omega_C, \omega_D, \delta_2, \dots) = \delta_1$$

en supposant les traverses appuyées aux deux extrémités.

6.  $\frac{V_D - V_C}{l_2} = \frac{V_D - V_B}{l_2} = \delta_2$

cette équation résulte du calcul des déplacements  $V_D$  et  $V_B = V_C$  des traverses III et II soit  $F(\omega_A, \omega_B, \delta_1, \omega_C, \omega_D, \delta_2, \dots) = \delta_2$ . L'équation 2 étant très simple, le système comporte donc 5 inconnues par aiguille soit 10 au total dans le cas envisagé (compte tenu de la symétrie).

Si l'on désigne ainsi par  $T$  le nombre de traverses et par  $A$  le nombre d'aiguilles, le système comprendra en général.

$\frac{A}{2} (2T - 1)$  équations si  $A$  est pair (Figure 38).

$\frac{A + 1}{2} (2T - 1)$  équations si  $A$  est impair (Figure 39).

$A$  pair

$$\frac{A}{2} [3 \times (T - 1) - (T - 2)] = \frac{A}{2} [2T - 1]$$

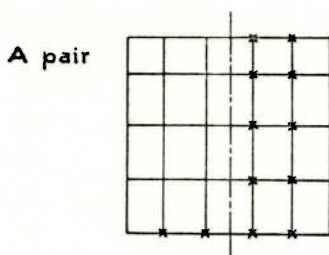


Fig. 38.

SAMENVATTING :

## BIJDRAGE TOT DE BEREKENING VAN VLAKKE SLUISDEUREN

*Dit artikel is gewijd aan een studie van de spanningen welke zich voordoen in de vlakke sluisdeuren.*

*Uitgaande van de theorie van de orthotrope platen, worden in ieder punt de diagrammen gegeven van de normale en de tangentiële spanningen.*

*Tevens wordt rekening gehouden met het feit dat de horizontale liggers zich op ongelijke afstanden van elkaar bevinden, terwijl de afstanden tussen de verticale liggers overal dezelfde zijn.*

*De studie omvat de volgende hoofdstukken :*

*a — Principe van het vastleggen van de differentiële vergelijking van de effen platen.*

$A$  impair

$$(2T - 1) + (2T - 1) \frac{A - 1}{2} = \frac{A + 1}{2} (2T - 1)$$

$A$  impair

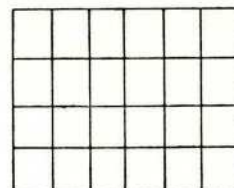


Fig. 39.

### REMARQUE

Selon le degré de précision souhaité, on peut négliger les raideurs torsionnelles et admettre que les pièces principales constituent un gril sans interaction flexion-torsion ou bien supposer que toutes les aiguilles se comportent d'une manière identique...

### BIBLIOGRAPHIE

- 1 — Les bordages raidis en construction hydraulique.  
— Mémoires du C.E.R.E.S. — LIEGE  
Septembre 1961 — N. M. DEHOUSSE.
- 2 — Les bordages orthotropes plans.  
Calcul d'une porte plane d'écluse.  
— Mémoires du C.E.R.E.S. — LIEGE  
Juin 1967 — N. M. MEHOUSSE et J. DEPREZ.

- b — Principe van het vastleggen van de differentiële vergelijking van de geribde platen.*
- c — Principe van de methode voor het oplossen van de differentiële vergelijking van de geribde platen.*

*Vervolgens wordt het concreet voorbeeld behandeld van een sluisdeur met 15 m hoogte en 17 m breedte.*

*De voornaamste numerieke resultaten worden gegeven.*

*Het artikel sluit met de uiteenzetting van een benaderende methode.*

