

Het normeren van slibgegevens in de Westerschelde en het
uitvoeren van een trendanalyse over de periode 1970-1990 op
basis van deze genormeerde slibgegevens.¹

H. Hilberink
B. de Jong
Universiteit Twente, Faculteit Toegepaste Wiskunde
postbus 217, 7500AE Enschede

A. Langerak
Rijkswaterstaat, Rijksinstituut voor Kust en Zee / RIKZ
postbus 8039, 4330EA Middelburg

20 december 1996

¹Rapportage van fase 1 van overeenkomst RKZ-215 en RKZ-215A.

Voorwoord

Deze rapportage betreft fase 1 en het eerste deel van fase 2 van de overeenkomst RKZ-215 en RKZ-215A tussen Rijkswaterstaat en de Universiteit Twente.¹ Het rapport beschrijft daarmee het eerste deel van het onderzoek naar “Het normeren van slibgegevens in de Westerschelde en het uitvoeren van een trendanalyse over de periode 1970-1990 op basis van deze genormeerde slibgegevens”. Het onderzoek is een voortzetting van een verkennend onderzoek in de vorm van een stage/doctoraalopdracht door Sandra Konings bij het Rijksinstituut voor Kust en Zee te Middelburg in de periode 19/01/95 t/m 15/09/95.

Tijdens de voorbesprekingen is duidelijk geworden dat de slibgehalten sterk variëren, waardoor het normeren en de trendanalyse een proces is waarvan het verloop en de uitkomsten moeilijk van te voren zijn te overzien. Dit is ook in de toelichting van de offerte benadrukt. Hoofdoorzaak van dit voorbehoud is dat de theoretische onderbouwing van sedimenttransport nog gebrekkig is en dat daardoor de voorspellende waarde van de theoretische uitkomsten beperkt is.

Sedimenttransport wordt verder in hoge mate bepaald door de lokale geometrie en door de vele parameters betreffende de stroming en de eigenschappen van het sediment. Dit impliceert dat de beschikbare metingen slechts een beperkte informatie zullen geven over de fysica van de water-sediment beweging in de Wester-Schelde als geheel. De resultaten van deze studie zullen derhalve slechts een stap voorwaarts zijn in de kennisontwikkeling. Het inzetten van ‘zware’ middelen, zoals bijvoorbeeld WAQUA, voor het normeren en de trendanalyse zal in dit stadium van het onderzoek nog weinig zin hebben. Volstaan moet worden met eenvoudige modellen.

De hier toegepaste methode voor de statistische analyse van de meetgegevens met behulp van Kalman filters vereist een dynamisch model voor de water-sediment beweging. De aard en complexiteit van dit model zal enerzijds bepaald worden door de beschikbare meetgegevens en hun kwaliteit. Anderzijds speelt het fysisch inzicht, dat men op dat moment heeft, een rol. Het is duidelijk dat dit fysisch inzicht zich kan wijzigen naarmate het onderzoek vordert.

Zoals in de volgende paragraaf zal worden uiteengezet zijn we genooddaakt geweest de doelstellingen van fase 1 van het onderzoek bij te stellen op grond van de nieuwe inzichten, die specifieke manipulaties van de meetgegevens ons gaven.

¹Voor deze gedeeltelijke rapportage van fase 2 is gekozen, aangezien Herman Hilberink, de enige full-time medewerker van dit project, na twee maanden (van de in totaal 6 maanden, die voor fase 1 staan) aan fase 2 gewerkt te hebben, een andere baan heeft geaccepteerd. Voor de voltooiing van fase 2 wordt inmiddels een nieuwe medewerker gezocht.

Inhoudsopgave

1	Motivatie, doelstelling en aanpak van het onderzoek	9
1.1	Doel en motivatie van het onderzoek	9
1.2	Beschikbare metingen	10
1.3	Vooronderzoek	11
1.4	Keuze van het model	13
1.5	Voorstel voor verder onderzoek in fase 2	15
2	Interpretatie van de metingen van de Zeekat	16
2.1	Pieken in de waarnemingen	16
2.2	Conclusies op basis van de grafieken	21
3	Oorzaak van slibpieken	22
3.1	Opstellen van hypothesen	22
3.2	Keuze voor hypothese slibwolken	23
3.3	Identificatie van slibpieken	24
3.4	Onderzoek naar de herkomst van de individuele pieken	25
3.5	Verwerping van de hypothese	26
4	Een eenvoudig model om de slibconcentraties te berekenen	29
4.1	Inleiding	29
4.2	De afleiding van het eenvoudige model	29
4.3	Stochastisch model en Kalman filter	31
4.3.1	Waarneembaarheid	33
4.3.2	Simulatie 1: Residu-monitoring	33
4.3.3	Conclusies uit de figuren	44
4.4	Het schatten van de parameters van het systeemmodel	48
4.4.1	Simulatie 2: Het schatten van de waarde van M_j bij erosie en sedimentatie	48
4.4.2	Simulatie 3: Het schatten van de parameters M_j	58
5	Aanzet voor een nieuw model.	
	Onderzoek naar het verband tussen de getijparameters en het optreden van de pieken	67
6	Conclusies en Aanbevelingen	94

A Berekening en onderzoek van herkomstplaatsen pieken	97
A.1 Resultaten onderzoek A-piek	97
A.2 Resultaten onderzoek B-piek	98
A.3 Resultaten onderzoek C-piek	100
A.4 Resultaten onderzoek D-piek	101
B Het benaderen van de waterhoogten voor de verschillende herkomstplaatsen	109

Lijst van figuren

1.1	Bemonsteringslocaties SET A.	10
1.2	Locaties 1, 2, en 3 van meetponton Zeekat op de Westerschelde.	11
1.3	De gemeten gemiddelde troebelheid en de modelwaarden.	13
2.1	<i>De troebelheid bij de bodem, de waterhoogte bij Hansweert, de absolute stroom-snelheid en $1/(1+v)$ uitgezet tegen de tijd (dag 0-5).</i>	17
2.2	<i>De troebelheid bij de bodem, de waterhoogte bij Hansweert, de absolute stroom-snelheid en $1/(1+v)$ uitgezet tegen de tijd (dag 5-10).</i>	18
2.3	<i>Troebelheden gemeten op drie niveaus en de gemiddelde troebelheid.</i>	20
3.1	<i>De periodiek optredende A-, B-, C- en D-pieken.</i>	24
3.2	<i>Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, A-piek.</i>	27
3.3	<i>Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, B-piek.</i>	27
3.4	<i>Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, C-piek.</i>	28
3.5	<i>Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, D-piek.</i>	28
4.1	<i>De vloedstroomperiode met een A- en B-piek, gebruikt voor de simulaties 1, 2 en 3.</i>	35
4.2	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 50$	35
4.3	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 50$	36
4.4	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 50$	36
4.5	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 50$	37
4.6	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 50$	37
4.7	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 50$	38
4.8	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 250$	38
4.9	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 250$	39
4.10	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 250$	39
4.11	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 250$	40

4.12	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 250$.	40
4.13	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 250$.	41
4.14	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 500$.	41
4.15	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 500$.	42
4.16	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 500$.	42
4.17	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 500$.	43
4.18	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 500$.	43
4.19	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 500$.	44
4.20	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 1000$.	45
4.21	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 1000$.	45
4.22	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 1000$.	46
4.23	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 1000$.	46
4.24	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 1000$.	47
4.25	Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 1000$.	47
4.26	<i>Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 1, 5, 10, en 15 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	51
4.27	<i>Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 20, 25, 30 en 35 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	51
4.28	<i>Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 40, 45, 50 en 55 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	52
4.29	<i>Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 60, 65, 70 en 75 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	52
4.30	<i>Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_1 - M_4$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	53
4.31	<i>Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_5 - M_8$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	53
4.32	<i>Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_9 - M_{12}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	54
4.33	<i>Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_{13} - M_{16}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	54
4.34	<i>Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_{17} - M_{20}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	55

4.35	<i>Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_1 - t_4$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	55
4.36	<i>Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_5 - t_8$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	56
4.37	<i>Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_9 - t_{12}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	56
4.38	<i>Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_{13} - t_{16}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	57
4.39	<i>Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_{17} - t_{20}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	57
4.40	<i>Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 1, 5, 10, en 15 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	59
4.41	<i>Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 20, 25, 30 en 35 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	59
4.42	<i>Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 40, 45, 50 en 55 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	60
4.43	<i>Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 60, 65, 70 en 75 gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	61
4.44	<i>Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_1 - M_4$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	61
4.45	<i>Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_5 - M_8$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	62
4.46	<i>Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_9 - M_{12}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	62
4.47	<i>Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_{13} - M_{16}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	63
4.48	<i>Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_{17} - M_{20}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.</i>	63
4.49	<i>Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_1 - t_4$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	64
4.50	<i>Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_5 - t_8$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	64
4.51	<i>Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_9 - t_{12}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	65
4.52	<i>Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_{13} - t_{16}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	65
4.53	<i>Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_{17} - t_{20}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.</i>	66
5.1	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	71
5.2	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	72
5.3	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	73
5.4	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	74
5.5	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	75
5.6	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	76
5.7	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	77

5.8	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	78
5.9	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	79
5.10	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	80
5.11	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	81
5.12	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	82
5.13	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	83
5.14	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	84
5.15	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	85
5.16	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	86
5.17	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	87
5.18	<i>Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.</i>	88
5.19	Concentratie na 'fixed-point smoothing'.	89
5.20	Concentratie na 'fixed-point smoothing'.	90
5.21	Concentratie na 'fixed-point smoothing'.	91
5.22	Concentratie na 'fixed-point smoothing'.	92
5.23	Concentratie na 'fixed-point smoothing'.	93
A.1	<i>De komstructuur.</i>	99
A.2	<i>De Euleriaanse en Lagrangiaanse snelheid.</i>	99
A.3	<i>De gevonden locaties in de Westerschelde voor de herkomst van het slib in de pieken A, B, C en D, waargenomen op de Zeekat.</i>	104
A.4	<i>Lodingskaart voor de omgeving van de haven van Hoedekenskerke.</i>	105
A.5	<i>Lodingskaart voor het gebied 3 km stroomafwaarts van de Zeekat.</i>	106
A.6	<i>Lodingskaart van de Molenplaat.</i>	107
A.7	<i>Lodingskaart van de platen van Valkenisse.</i>	108

Lijst van tabellen

5.1	Piektijden van A- en B-piek voor en na vereffenen	70
A.1	Gegevens over de A-,B-,C-, en D-piek	103

Hoofdstuk 1

Motivatie, doelstelling en aanpak van het onderzoek

1.1 Doel en motivatie van het onderzoek

Het onderzoek moet aangeven of de verdiepingswerken, die in de periode 1970-1980 in de Westerschelde zijn uitgevoerd de slibgehalten merkbaar hebben beïnvloed. Invloed zal er zeker zijn. De vraag is of significante veranderingen met de huidige metingen detecteerbaar zijn. Al eerder zijn er manipulaties met de gemeten slibgehalten in de Oosterschelde en de Waddenzee uitgevoerd om een trend te bepalen. De resultaten waren weinig bemoedigend. De spreiding in de metingen was te groot om een significante trend te bepalen.

De spreiding kan verkleind worden door 'verstorende' elementen zoals het getij en de seizoensinvloeden uit de metingen te elimineren. Naar verwachting zal dit een aanzienlijke verbetering opleveren aangezien het slibgehalte met een factor 4 varieert over het getij en met een factor 2 over het seizoen. Het signaal fluctueert dus het heftigst gedurende één getij. Wel is er een regelmaat in deze fluctuaties over het getij te ontdekken. Deze regelmaat in de fluctuaties suggereert, dat hier een fysisch proces aan ten grondslag ligt. Een model zal gezien de complexiteit van het proces slechts ten dele deze fluctuaties kunnen verklaren. Dit blijkt ook uit het vooronderzoek (zie § 1.3). Een deel van de verschillen tussen de modelresultaten en de metingen zal dus het gevolg zijn van een onvolledige beschrijving van het fysische proces en een deel zal te wijten zijn aan meetruis. De gekozen aanpak voorziet in een modellering van de onnauwkeurigheden in de metingen en de niet gemodelleerde fysica door de aanvankelijk deterministische grootheden in het model te definiëren als stochastische variabelen door toevoeging van meetruis respectievelijk systeemruis. Op deze wijze wordt het model 'flexibel'. Door het toepassen van filtertechnieken kan op basis van de metingen de voor het gegeven model optimale waarden voor de grootheden worden bepaald zodat de fluctuaties zo goed mogelijk kunnen worden beschreven.¹ Na eliminatie van deze fluctuaties kan de trendanalyse uitgevoerd worden.

Het onderzoek wordt in twee fasen uitgevoerd. In de eerste fase wordt het modelconcept uitgewerkt. In de tweede fase wordt dit verder uitgewerkt, waarna een trendanalyse uitgevoerd zal worden. In dit rapport wordt alleen fase 1 en een gedeelte van fase 2 uitgewerkt.

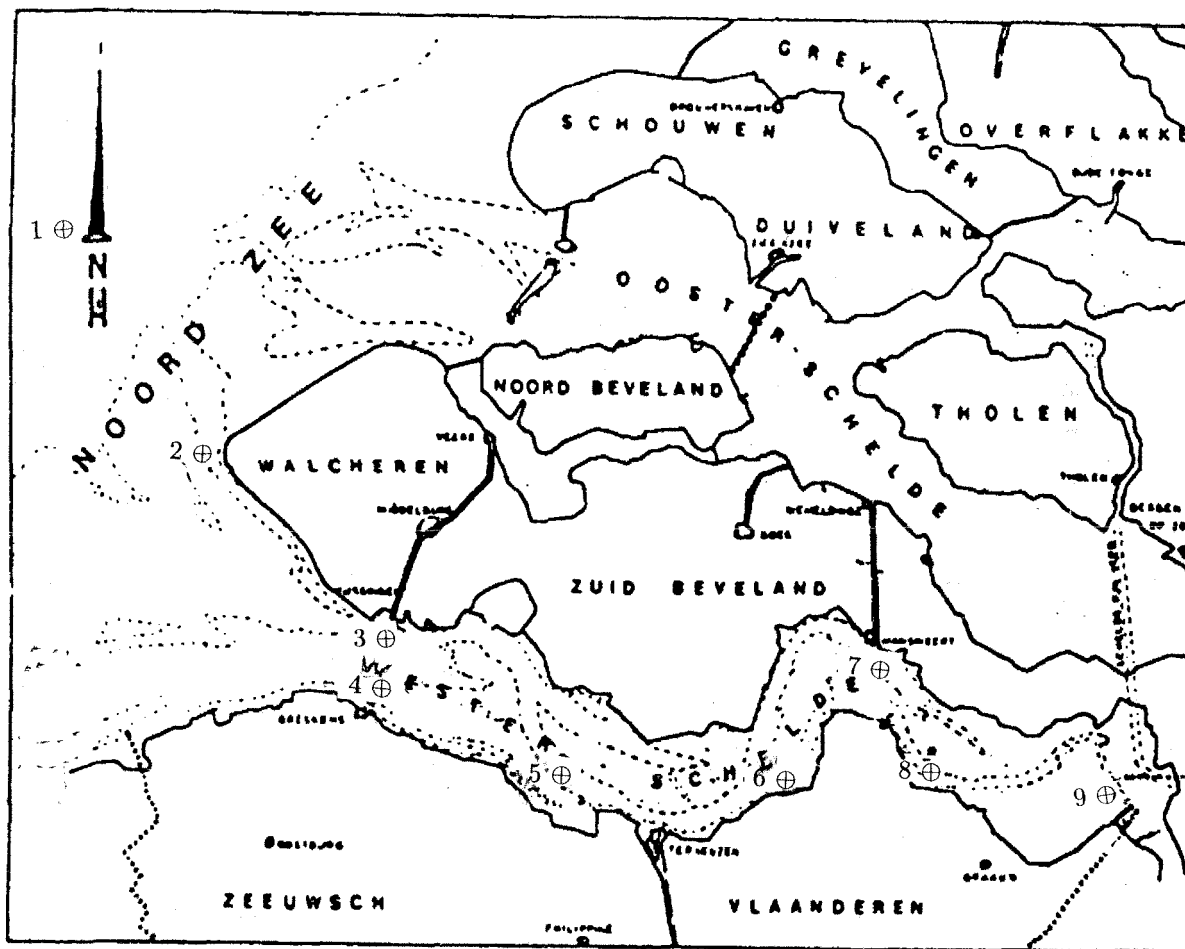
¹In principe geldt: hoe nauwkeuriger de deterministische beschrijving van het model des te minder 'flexibiliteit' we hoeven in te bouwen door middel van een stochastische beschrijving. De prijs is echter, zeker voor het probleem dat hier beschouwd wordt, dat het model snel zeer complex wordt.

1.2 Beschikbare metingen

Gedurende meer dan 20 jaar worden door de RWS op verschillende plaatsen in de Westerschelde watermonsters genomen om het slibgehalte te bepalen. Volgens Notitie GWAO-90.13116 was het doel van de metingen:

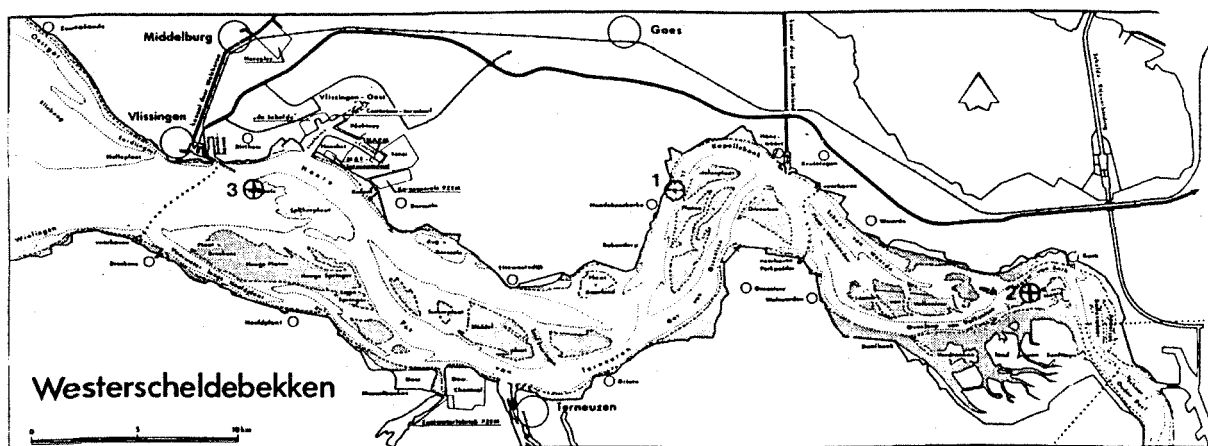
- trendanalyse tegen de zoetwaterafvoer van de Schelde.
- trendanalyse tegen de verdieping van de vaargeul.
- trendanalyse tegen het seizoen.

De bemonsteringsfrequentie varieert van enkele malen per week tot éénmaal per twee weken. Andere parameters, die zijn bepaald, zijn het zandgehalte, het chloridegehalte en de temperatuur (voor meetlocaties zie figuur 1.1). Daarnaast zijn er gedurende een halfjaar op drie lokaties continue metingen uitgevoerd (zie figuur 1.2). Opmerkelijk is dat de continue metingen over één



Figuur 1.1: Bemonsteringslocaties ⊕ van SET A, (zie Notitie OW-90.064 / NWL-90.53).

getijperiode enorme variaties in het slibgehalte tonen (scherpe pieken) en dat deze variaties sterk toenemen naar springtij. Waarschijnlijk is dit één van de oorzaken waarom de bovengenoemde minder frequente metingen, volgens bovengenoemde Notitie 'weinig bemoedigende' resultaten geven.



Figuur 1.2: Locaties 1, 2, en 3 van meetpunt Zeekat op de Westerschelde, (zie Notitie GWAO-90.13116).

1.3 Vooronderzoek

Fase 1 van het onderzoek is gericht op het opstellen van een model om de variaties van het slibgehalte over één getijperiode te verklaren en te beschrijven als functie van 'gemakkelijk' waarneembare parameters zoals de amplitude en de fase van het getij, eventueel aangevuld met enkele morfologische- en snelheidsparementers en, mogelijk, de afvoer van de Schelde en de set-up. Gezien het minder complexe uiterlijk zullen we eerst de metingen van de Zeekat in het Middelgat analyseren (locatie 1, figuur 1.2).

Hoewel de slibmetingen over één getijperiode een zeer grillig karakter vertonen, leert een vergelijking van de slibmetingen over verschillende periodes dat er een aantal significante pieken zijn te onderscheiden die min of meer periodiek terugkeren tijdens een getijperiode. Gezien het stochastische karakter van het proces van water- en sedimentbeweging is het natuurlijk niet verwonderlijk dat de tijdstippen t_p , waarop de pieken optreden (t.o.v. bijvoorbeeld de kenteringspunten), en de hoogten van de pieken variëren. Een voor de hand liggend idee is om het optreden van deze pieken te koppelen aan de lokale variaties in de snelheid, die weer variaties in de bodemschuifspanning τ_b veroorzaken. Erosie zal optreden wanneer τ_b waarden heeft groter dan een nader te bepalen kritieke waarde τ_{ce} . Sedimentatie treedt op wanneer τ_b daalt onder een kritieke waarde τ_{cd} . Deze kritieke waarden hangen onder andere af van de 'korrelgrootte' en de aard van het sediment (zand of slib, en voor slib de flocculatie- en consolidatiegraad). De beschikbare concentratiemetingen, die afgeleid zijn van de troebelheidsmetingen geven geen directe informatie over het belang van de snelheid voor de concentratie. Te verwachten is dat bij hogere snelheden het sediment in de waterkolom, wat betreft de 'korrelgrootte' en aard, een andere samenstelling zal hebben dan bij lagere snelheden.

Voor de weergave van deze processen is een eerste versie van het zogenaamde kolommodel opgesteld. Dit model is nader uitgewerkt in het doctoraalverslag van Sandra Konings [4]. Hierbij worden de erosie E en sedimentatie d lokaal gekoppeld aan de waargenomen snelheid volgens het volgende eenvoudige model: Voor erosie geldt:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{M}{H} \left(\frac{\tau_b}{\tau_{ce}} - 1 \right) \quad \text{voor } \tau_b \geq \tau_{ce} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad \text{voor } \tau_b < \tau_{ce} \quad (1.2)$$

Voor sedimentatie geldt:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = CW_s \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_{cd}} \right) \quad \text{voor } \tau_b \leq \tau_{cd} \quad (1.3)$$

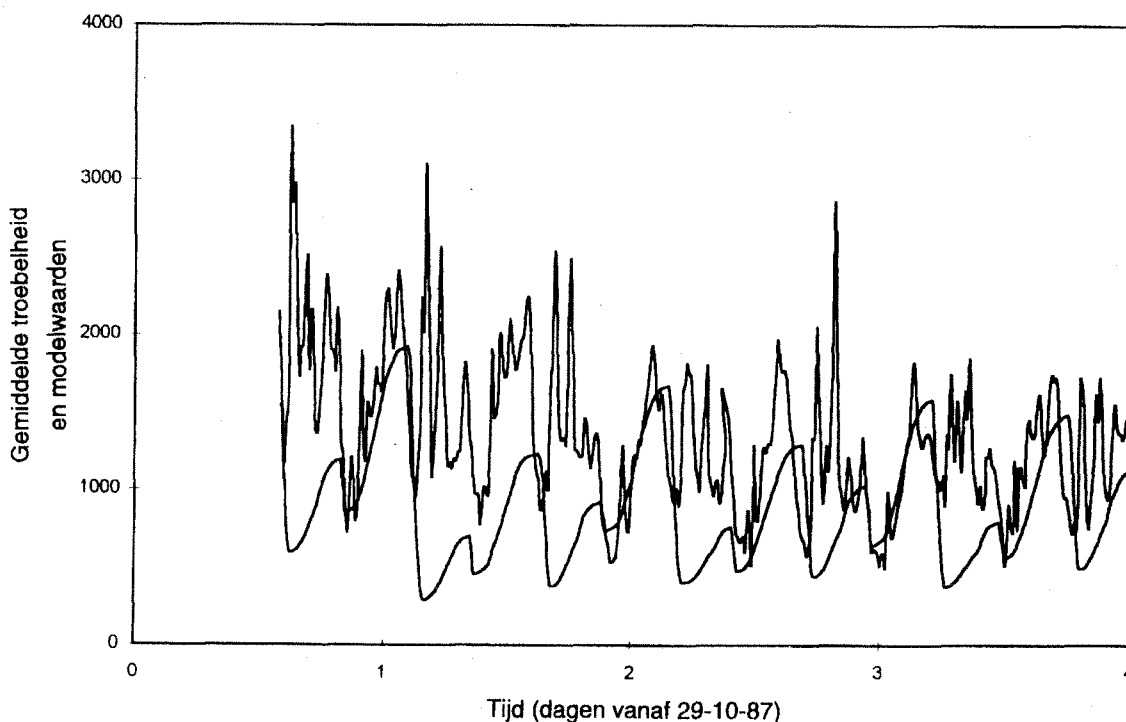
$$\frac{\partial d}{\partial t} = 0 \quad \text{voor } \tau_b > \tau_{cd}, \quad (1.4)$$

waarbij C de concentratie, H de lokale waterdiepte, W_s de valsnelheid, en τ_{ce} en τ_{cd} drempelwaarden voor erosie respectievelijk sedimentatie zijn. M is een nader te bepalen constante en τ_b de schuifspanning, die berekend wordt volgens de relatie [6, deel III]:

$$\tau_b = \frac{\rho_w g V_b^2}{Ch^2} \quad (1.5)$$

waarbij ρ_w de dichtheid van het water, g de versnelling van de zwaartekracht, V_b de snelheid bij de bodem en Ch de Chézywaarde zijn. Aangezien, voor de snelheid, slechts de metingen op de Zeekat beschikbaar zijn, zijn deze waarden voor V_b ingevuld. De verticale diffusie van het sediment bleef buiten beschouwing.

Sandra Konings heeft dit model toegepast op de metingen bij Bath (locatie 2, figuur 1.2). Hoewel deze berekeningen met het niet afgeregelde model, globaal gezien, dezelfde trend vertoonden als de metingen, ontbraken de gedurende een getijperiode periodiek optredende pieken (zie figuur 1.3). Het resultaat was onbevredigend. Een toendertijd gegeven verklaring hiervoor was dat er, enerzijds, op grond van de metingen, sterke aanwijzingen zijn dat (althans voor de locatie Bath) de gemeten concentraties deels veroorzaakt worden door erosie en sedimentatie op plaatsen verder af van de Zeekat terwijl, anderzijds, de gemeten snelheden op de Zeekat weinig representatief zijn voor de snelheid op de plaatsen waar erosie en sedimentatie plaatsvinden. Dit laatste is te onderbouwen op grond van de sterk variërende geometrie van de Schelde met enerzijds diepe geulen, en anderzijds komstructuren, platen en oevers, die periodiek onderlopen en droogvallen. Dit maakt tevens duidelijk dat o.a. de representatieve waarden van H , W_s en Ch moeilijk zijn te bepalen. Uit de metingen blijkt overigens dat de ‘piekduur’ ongeveer 30 à 20 minuten is. Aangezien dit in dezelfde orde van grootte ligt als de meetfrequentie moet niet uitgesloten worden dat er pieken ‘gemist’ zijn. Wat betreft de nauwkeurigheid van de metingen zou verder kunnen worden gerefereerd naar de metingen i.v.m. de aanleg van de Liefkenshoek tunnel (zie [9]). Analyse van deze metingen geeft aan dat de verhouding ‘standaarddeviatie/gemiddelde waarde’ voor de zand en slibconcentratie grote waarden kan aannemen. Gezien de vele onbekende parameters in de vergelijkingen (1.1)-(1.5) en het gebrekkige fysische inzicht t.a.v. de samenhang van de metingen met deze formules is besloten een verdere ontwikkeling van een (extended) Kalman filter op basis van deze niet-lineaire vergelijkingen voorlopig uit te stellen



Figuur 1.3: De gemeten gemiddelde troebelheid ('grilliger' lijn) en de modelwaarden ('gladdere' lijn).

tot er zicht is op een betere versie van dit model en prioriteit te geven aan een verdieping van het fysische inzicht betreffende het optreden van de pieken. Reden hiervoor is, enerzijds, dat voor het toepassen van een Kalman filter een wiskundig model nodig is dat de essenties van de waargenomen fysische verschijnselen in voldoende mate representeert. Het huidige model voldoet hier niet aan. Het model zou tenminste de dispersie van sediment in de waterkolom en de vlokvorming dienen te beschrijven. Aan een dergelijk model wordt momenteel aandacht besteed.² Anderzijds, is voor het goed functioneren van een Kalman filter noodzakelijk dat dit model niet te complex is. Door de statistische eigenschappen van meet- en systeemruis juist te kiezen, d.w.z. door het inbouwen van een juist gekozen flexibiliteit in het model, zal een goed functionerend Kalman filter in staat zijn minder essentiële of incidentele invloeden (b.v. golfinvloed, set-up t.g.v storm, etc.) te compenseren.

1.4 Keuze van het model

Het optreden van enkele zich periodiek herhalende significante pieken in de metingen op locatie 1 (Hoedekenskerke) (zie § 2.1) gaf in eerste instantie het vermoeden dat het op de Zeekat gemeten

²Als aanzet voor een meer fysisch verantwoord model op basis van de vergelijkingen (1.1)-(1.5) wordt in het kader van een afstudeer/stage opdracht (UT) onderzoek gedaan naar de invloed van een niet eerder meegenomen fenomeen n.l. vlokvorming. Verder wordt de verticale dispersie van het sediment in de waterkolom bestudeerd.

slib geheel of gedeeltelijk afkomstig zou kunnen zijn van vaste slibrijke lokaties stroomafwaarts (vloedstroom) en stroomopwaarts (ebstroom) t.o.v. de Zeekaat. Dit zou corresponderen met de conclusies van Sandra Konings uit de metingen op locatie 2 (Bath). Dit uitgangspunt is echter voor locatie 1 onhoudbaar gebleken. Dit ondanks het feit dat een globale berekening in § 3.4, waarbij de (Lagrangiaanse) snelheden in de Schelde werden benaderd door de gemeten snelheden op de Zeekaat, in eerste instantie een zekere onderbouwing van dit vermoeden gaf. Bij de pieken die optraden tijdens de vloedstroom was een mogelijke verklaring dat de pieken veroorzaakt werden door het onderlopen van slibrijke banken en oevers. Het lag dan tevens voor de hand een directe functionele relatie te veronderstellen tussen het optreden van de piek en de waterhoogte op de herkomstplaatsen van het slib. Verder zou de hoogte van de piek dan bepaald worden door de kracht van de stroming (springtij en doodtij). Deze gedachten zijn verder uitgewerkt in appendix A waar tevens aangegeven wordt waarom uiteindelijk van dit idee is afgestapt.

Sandra Konings [4] heeft in haar afstudeerverslag een aanzet gegeven voor een extended Kalman filter om op basis van de vergelijkingen (1.1)-(1.5) de parameters W_s , τ_{ce} , τ_{cd} en M stapsgewijs te schatten. Echter, gezien het complexe niet-lineaire karakter van de vergelijkingen stuitte dit op grote problemen, die waarschijnlijk te wijten zijn aan het niet waarneembaar zijn van de variabelen. Bovendien lijkt het opsplitsen van het model in een erosie- en sedimentatiegedeelte een minder goed idee. Een fysische interpretatie van de resultaten van deze berekeningen om discrepanties met de metingen te verklaren en zodoende correcties aan te brengen bleek eveneens moeilijk. Vandaar dat (voorlopig) gekozen werd voor een simpeler model, dat nader wordt uitgewerkt in hoofdstuk 4. De vergelijkingen (1.1)-(1.5) worden daarbij vervangen door de volgende simpele betrekking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = M_i \quad t_{i-1} < t < t_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.6)$$

die slechts aangeeft dat de concentraties tussen twee opeenvolgende tijdstippen t_{i-1} en t_i lineair verloopt. De constante M_i is dan een maat voor de erosie of sedimentatie tussen de twee opeenvolgende tijdstippen. De tijdstippen $t_1, t_2, \dots, t_n$ zijn een aantal nader te bepalen tijdstippen (knooppunten) evenals de constanten M_i $i = 1, 2, \dots, n-1$. Verder is onderscheid gemaakt tussen de vloedstroomperiode en de ebstroomperiode. De begin- en eindpunten t_1 en t_n zijn de kenteringspunten bij de overgang van eb naar vloed en omgekeerd. Bij een voldoende dicht net van knooppunten mag verwacht worden dat de pieken door het filter kunnen worden gereproduceerd. In § 4.3 is een dergelijke exercitie uitgevoerd waarbij een meting van een vloedstroomperiode overeenkomstig vgl. (1.6) is benaderd met rechte lijnstukken tussen vastgekozen knooppunten. Uitgaande van deze vaste knooppunten en willekeurig gekozen beginwaarden voor de M_i 's is een Kalman filter ontworpen om de juiste waarden voor de M_i 's te schatten. Dit blijkt zonder problemen te verlopen. De pieken konden voldoende nauwkeurig worden gereproduceerd. In hoofdstuk 5 is deze aanpak nader uitgewerkt door toepassing van een vereffenings (engels: smoothing) procedure. Bij vereffenen kunnen in principe alle beschikbare metingen worden gebruikt om het verloop van de concentratiekromme zo goed mogelijk, d.w.z. statistisch gezien met zo klein mogelijke spreiding, te reconstrueren. Aangezien, fysisch gezien, een samenhang tussen het optreden van de pieken in de concentratiekromme en de snelheden voor de hand ligt, zijn de aldus verkregen 'vereffende' data vergeleken met de metingen van de snelheid op de Zeekaat. De resultaten zien er hoopvol uit. Er lijkt, op het eerste gezicht, een duidelijke samenhang tussen de pieken in de concentratiekromme en de variaties in de snelheid. Bovengenoemde conclusies

zijn gebaseerd op de metingen in Middelgat. Het plan is om na te gaan of deze samenhang ook voor andere meetlokaties bestaat (bv. in het kader van een stageopdracht).

1.5 Voorstel voor verder onderzoek in fase 2

In fase 2 van het project stellen we voor bovenstaand idee gebaseerd op model (1.6) nader uit te werken. Indien succesvol kan gedacht worden aan het ontwikkelen van een schattingsprocedure voor de pieken, waarbij de getijparameters, met name de snelheid, de ingangsgrootheden zijn. Aandacht moet ook worden besteed aan de piekhoogte als functie van de stroomparameters. De variaties ten gevolge van de doottij-springtij cyclus zouden daarmee kunnen worden beschreven.

De seizoenale invloeden bij de Belgisch-Nederlandse grens worden voor een groot deel verklaard door een wisselende afvoer van de Schelde en de biologische activiteiten van ééncelligen en schelpdieren, en kunnen derhalve vertaald worden als variaties in de afvoer, de waterhoogte, de watersnelheid en de biologische kentallen, en zouden dus voor het model gebaseerd op vgl. (1.6) hanteerbaar moeten zijn. Elders in de Westerschelde kan een groot deel worden verklaard door de biologische activiteit.

Het is duidelijk dat de hier voorgestelde plannen gebaseerd zijn op een voortschrijdende vergroting van fysisch inzicht door een voortdurend vergelijken van de berekeningen met de metingen. Aanpassing van de hier voorgestelde werkwijze moet derhalve niet worden uitgesloten en is zelfs waarschijnlijk. Mogelijk zullen de uitkomsten van de lopende stage/doctoraal opdracht betreffende vlokvorming en verticale dispersie in de waterkolom worden verwerkt. Eventuele alternatieve aanpakken gebaseerd op de vgl. (1.1)-(1.5) houden daarbij steeds onze aandacht. Tevens kan opgemerkt worden dat, gezien het repeterende karakter van ebstroom en vloedstroom uiteindelijk gekozen zal worden voor een verdeeld parameter systeem, zodat de onderliggende periodiciteit van de te schatten variabelen en hun samenhang meer wordt uitgebuit. Concreet betekent dit dat het Kalman filter de geschatte grootheden als functie van de getijfase beschouwt. Dus het filter werkt niet tijdstip voor tijdstip af maar beschouwt de metingen en schattingen van de toestandsgr grootheden en hun onderlinge correlaties als componenten van één vector die in zijn geheel telkens wordt bewerkt. Na de aldus verworven inzichten betreffende getij invloeden en seizoenale invloeden kan gedacht worden aan het bewerken van de 20 jaar metingen.

Hoofdstuk 2

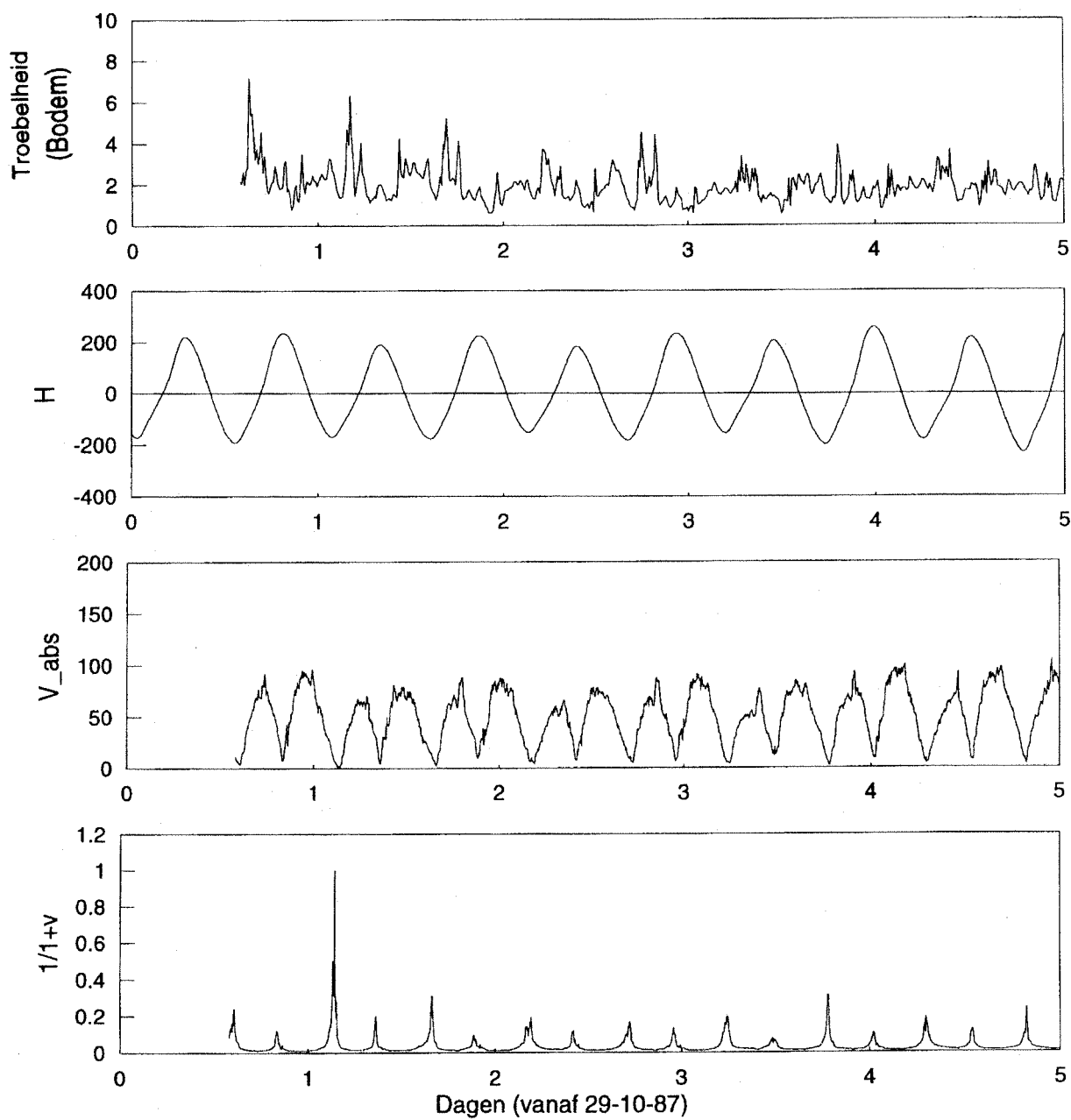
Interpretatie van de metingen van de Zeekat

2.1 Pieken in de waarnemingen

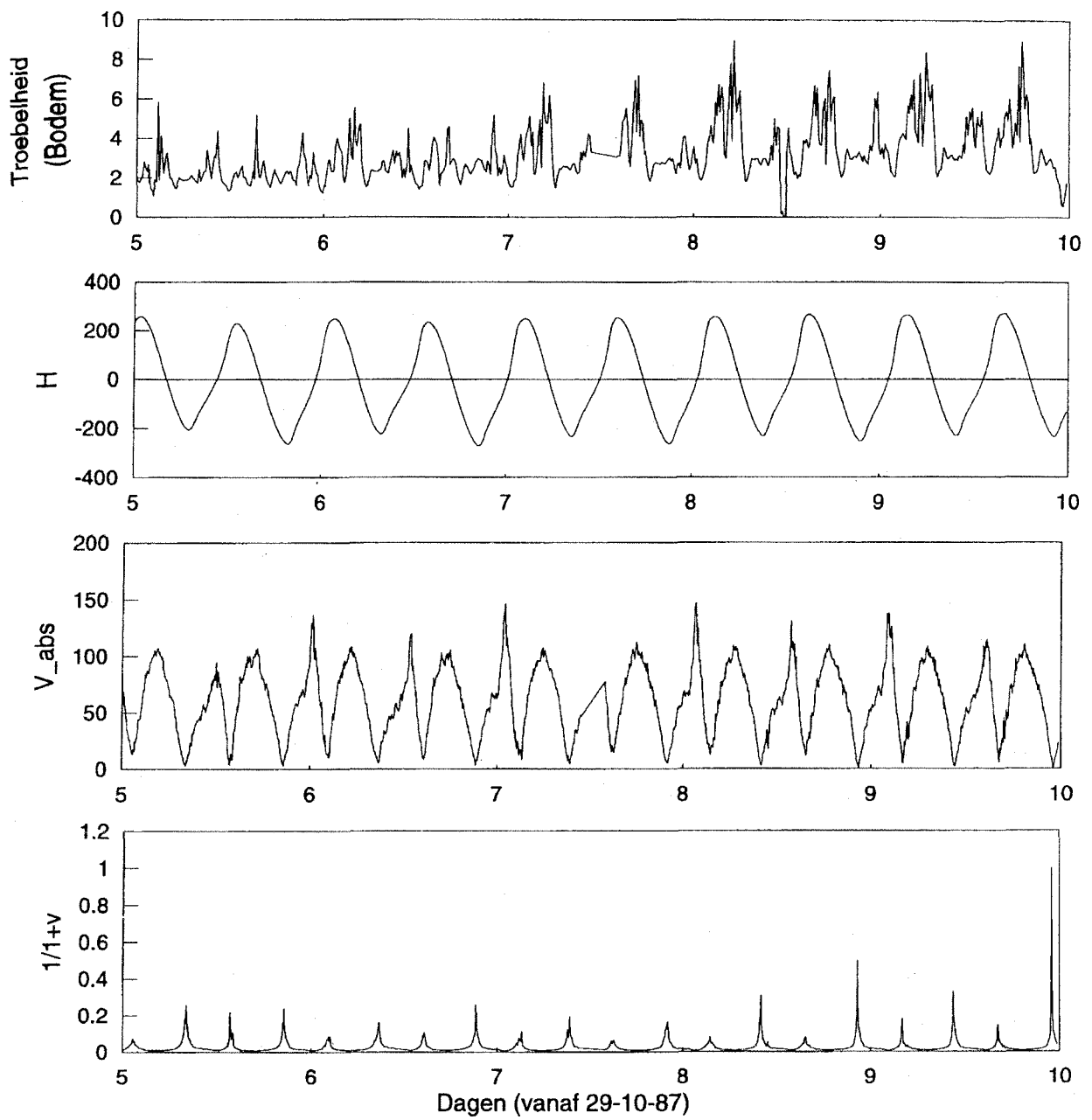
Om inzicht te krijgen in de samenhang tussen de stroomsnelheid, de waterhoogte en de troebelheden, zijn de metingen in grafieken uitgezet. Bestuderen van deze grafieken heeft tot een aantal interessante resultaten geleid. In de figuren 2.1 en 2.2 zijn de troebelheid bij de bodem, de waterhoogte gemeten bij Hansweert H , de absolute snelheid v en de snelheidsafhankelijke functie $1/(1+v)$ tegen de tijd uitgezet. De functie $1/(1+v)$ is uitgezet om eenvoudig te kunnen zien hoe de concentratie zich gedraagt bij lage stroomsnelheden, cq. kentering. Een piek in $1/(1+v)$ geeft aan dat de stroomsnelheid een minimale waarde heeft. De beschouwde periode valt even voor doottij (doottij treedt op op ongeveer dag 2).

Uit de grafiek kunnen we een aantal conclusies trekken:

1. Het meest opmerkelijke verschijnsel, dat we waarnemen, is dat de concentratie een periodiek gedrag vertoont. Een aantal pieken komt steeds in ongeveer dezelfde fase van het getij terug.
2. Pieken in de concentratie treden zowel na de hoogwaterstand als na de laagwaterstand op. En zowel bij lage als bij hoge stroomsnelheden. Tussen deze pieken vertoont de concentratie een grillig gedrag.
3. De pieken, die bij lage dalende absolute stroomsnelheden optreden, zouden verklaard kunnen worden door de zwakke turbulentie. De valsnelheid van de slibdeeltjes in suspensie neemt dan snel toe en doordat, hoewel er flokkulatie optreedt, de vlokken niet meer worden afgebroken door de turbulentie en schuring aan de bodem. Dit wordt versterkt door de afnemende opwerking, die door de turbulentie veroorzaakt wordt. Als gevolg hiervan wordt de concentratie aan het oppervlak lager en de concentratie bij de bodem hoger. Anders gezegd: de concentratieverdeling over de waterkolom verandert.
4. Ook de pieken, die na de kentering bij lage toenemende snelheid in de concentratie optreden, zijn te verklaren. Een goede fysische verklaring is dat de stroomsnelheid op het moment van de piek zo groot is dat de kritieke bodemschuifspanning overschreden wordt.



Figuur 2.1: De troebelheid bij de bodem, de waterhoogte bij Hansweert, de absolute stroomsnelheid en $1/(1+v)$ uitgezet tegen de tijd (dag 0-5).



Figuur 2.2: De troebelheid bij de bodem, de waterhoogte bij Hansweert, de absolute stroomsnelheid en $1/(1+v)$ uitgezet tegen de tijd (dag 5-10).

Hierdoor komt er slib in suspensie. Dit kan resulteren in een piek in de concentratie. Verder valt op dat er altijd een piek optreedt (de A-piek in figuur 3.1, hoofdstuk 3.3)¹ na een laagwaterstroomkentering, en dat er altijd een piek optreedt na een hoogwaterstroomkentering (zie de C-piek in figuur 3.1, hoofdstuk 3). De tijd tussen het optreden van de piek en het tijdstip van stroomkentering is voor de A-piek kleiner dan voor de C-piek. We zouden dit verschijnsel op drie manieren kunnen verklaren:

- (a) Het slib bereikt bij laagwater veel eerder de bodem dan bij hoogwater, omdat er vanwege de lage waterstand een kortere weg afgelegd wordt (hierbij wordt dus aangenomen dat de piek veroorzaakt wordt door uitzakking van slib in de waterkolom).
- (b) De tweede verklaring heeft als uitgangspunt dat het slib van een vaste lokatie afkomstig is. Dit zou betekenen dat het slib van de C-piek van een lokatie afkomstig is die verder van de Zeekat afligt dan bij A-piek.
- (c) De snelheden nemen na kentering bij de A-piek sneller toe dan bij de C-piek en het slib bij de A-piek erodeert eerder dan bij de C-piek.

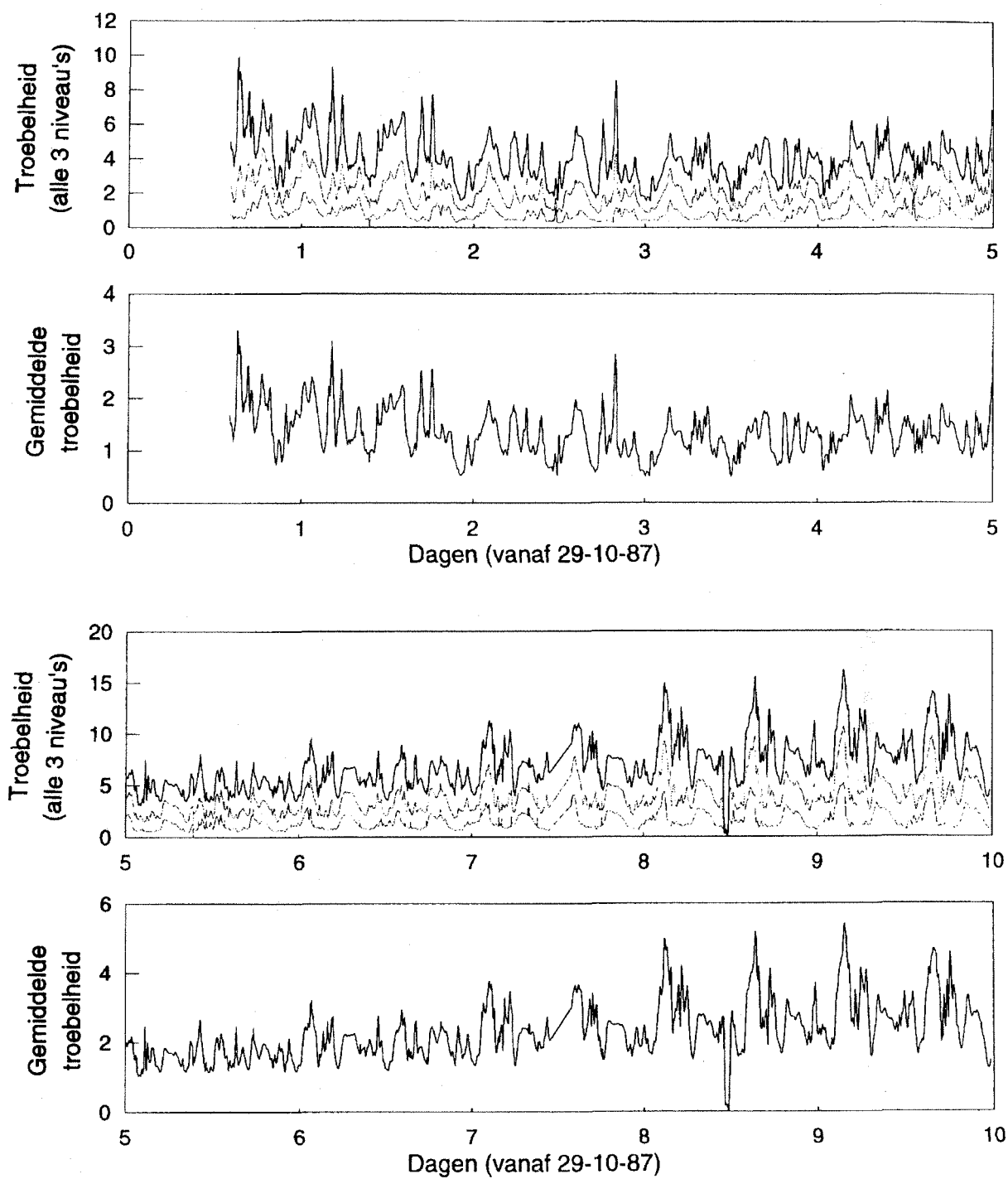
Ook uit het verloop van de gemeten concentraties op de drie verschillende dieptes zijn een aantal conclusies te trekken. In figuur 2.3 zijn de troebelheden gemeten aan het oppervlak, bij de bodem en op de halve diepte uitgezet tegen de tijd. Ook is de gemiddelde troebelheid uitgezet. De gemiddelde troebelheid is daarbij gedefinieerd als de gemiddelde waarde van de metingen op de drie niveaus, zoals gemeten door de Zeekat. Hoewel de gemiddelde troebelheid nogal globaal bepaald is, suggereert ze toch een aantal conclusies:

1. Bij het vergelijken van de grafieken valt op dat de pieken in de concentratie bij de bodem samenvallen met de pieken in de gemiddelde concentratie. Dit suggereert, zoals te verwachten is, dat de concentratie bij de bodem en de slibmassa in het onderste deel van de waterkolom het grootste aandeel heeft in de gemiddelde concentratie.
2. Gemiddeld geldt, dat van boven naar beneden de slibconcentratie toeneemt. Dit is fysisch duidelijk, want bij de bodem vindt bij erosie alle toevoer van slib, dat tegen de valsnelheid wordt opgewerveld, naar de waterkolom plaats. Bij sedimentatie zakt eerst boven in de kolom het slib naar beneden.
3. Als er een piek in de concentratie bij de bodem optreedt, is er vaak een dal in de concentratie aan het oppervlak. Hetzelfde geldt voor de concentratie op ongeveer de halve diepte, alleen zijn daar de pieken lager.
4. Er is altijd een achtergrondconcentratie aanwezig in de waterkolom. Deze minimum concentratie neemt toe met de sterkte van het getij. Deze concentratie is tijdens springtij gemiddeld hoger dan tijdens doottij. Naast deze minimum concentratie zijn er turbulente fluctuaties en fluctuaties met een periode gerelateerd aan het getij te zien.

Opmerkingen:

1. Tijdens een getijperiode legt het water slechts een beperkte afstand af. Dit betekent dat in een later stadium bij advektie alleen maar rekening gehouden hoeft te worden met een deel van het estuarium.

¹In hoofdstuk 3 zullen de verschillende soorten pieken nader worden besproken.



Figuur 2.3: Troebelheden gemeten op drie niveaus en de gemiddelde troebelheid.

2. Het slib beweegt gemiddeld iets langzamer dan het water (invloed zwaartekracht, erosie-sedimentatie cyclus etc.). Eénmaal in suspensie beweegt het slib echter waarschijnlijk even snel als het water.
3. Er bestaat een kans dat sommige pieken niet waargenomen zijn, omdat die pieken relatief kort duren t.o.v. de meetfrequentie (om de 20 á 10 minuten een meting).

2.2 Conclusies op basis van de grafieken

Het bestuderen van de grafieken heeft het fysisch inzicht verbeterd. Op basis van de grafieken zijn er een aantal, fysisch, voor de hand liggende verklaringen voor pieken in de concentratie gevonden:

1. Bij lage stroomsnelheden zakt het slib in de waterkolom naar beneden uit. Dit geeft een extra hoeveelheid slib bij de bodem.
2. Bij hoge snelheden wordt de bodemschuifspanning zo groot dat er extra bodemmateriaal losgemaakt wordt, dat zich via turbulentie in de verticale richting verplaatst.
3. De concentratiecurven hebben van getij naar getij ongeveer dezelfde karakteristieken wat betreft de vorm.

De vraag waar we nu voor gesteld worden is echter in hoeverre de hoogte van een piek en het tijdstip van optreden m.b.t. de getijfase afhangen van de getijparameters en eventuele andere parameters.

Hoofdstuk 3

Oorzaak van slibpieken

3.1 Opstellen van hypotheses

De gebruikte wiskundige methode combineert een fysisch met een stochastisch model. We beperken ons in dit hoofdstuk tot het fysisch model en de voorwaarden waaraan het moet voldoen voor de toepassing van een Kalman filter. Op het stochastische model wordt later in hoofdstuk 5 teruggekomen.

Met het oog op het toepassen van het Kalman filter moet het op te zetten wiskundige model aan twee voorwaarden voldoen:

1. Het model moet de essenties van de waargenomen verschijnselen representeren.
2. Het model moet niet te complex zijn.

In hoofdstuk 2 werd een overzicht van de waargenomen fysische verschijnselen gegeven. Essentiële punten met het oog op het opstellen van een model zijn:

1. Het optreden van pieken
2. Het periodieke karakter van het verschijnsel

Het vinden van een verklaring voor het optreden van de pieken en dalen is het essentiële probleem bij de opzet van het model. Dit hoofdstuk geeft aan dat de pieken en dalen een verschillende oorzaak kunnen hebben. We zullen vier mogelijke verklaringen beschouwen:

1. De pieken zijn het gevolg van langsstromende slibwolken. Het ‘bestaan’ van slibwolken houdt wel in dat er binnen niet te grote afstand van het waarnemingspunt slibrijke in overigens slibarme gebieden moeten zijn en dat het slib in de slibrijke gebieden explosief in suspensie gaat.
2. De pieken zijn het gevolg van momentane locale erosie en sedimentatie aan de bodem in combinatie met een momentane buffering in water.
3. De pieken zijn het gevolg van momentane locale erosie en sedimentatie aan de bodem in combinatie met een geleidelijke buffering in de waterkolom door de verticale dispersie van slib.

4. De pieken zijn het gevolg van de onder punt drie gegeven oorzaak in combinatie met een onbekend proces binnen de waterkolom, maar wel periodiek.

Veronderstelling 1 en 2 blijken niet houdbaar. Voor veronderstelling 2 wordt verwezen naar het werk van Sandra Konings [4] en voor veronderstelling 1 naar § 3.3-§ 3.5. Aan de veronderstellingen 3 en 4 zal in de verdere uitwerking van fase 2 aandacht worden besteed.

3.2 Keuze voor hypothese slibwolken

Tijdens de periode van 29 oktober 1987 tot en met 30 juni 1988 zijn met het meetpontoon Zeekat continu-metingen verricht in het Middelgat tussen Hoedekenskerke en Hansweert (zie locatie 1 in figuur 1.2 en de figuren 2.1 en 2.2). Van de grootheden die gemeten zijn, zijn de troebelheid en de stroomsnelheid voor dit onderzoek de belangrijkste. Uit de troebelheid kan de slibconcentratie bepaald worden. Ook is op verschillende lokaties aan de Westerschelde de waterhoogte gemeten.

In eerder verricht onderzoek [4] is met een eenvoudig kolommodel met één laag geprobeerd de slibconcentraties te schatten. Het resultaat hiervan was dat het deels afgeregelde model al het gedrag van de achtergrondconcentraties redelijk weergaf, maar dat bepaalde scherpe pieken en deels het globale verloop hier niet mee verklaard konden worden.

Bij dit onderzoek is men uitgegaan van het eenvoudige model gegeven door de vgl. (1.1)-(1.5). Na discretisatie gaat dit model over in:

$$\begin{aligned}
 C_{k+1} &= C_k + \frac{\Delta t_k M}{H_k} \left(\frac{\tau_{bk}}{\tau_{ce}} - 1 \right) & \tau_{bk} &\geq \tau_{ce} \\
 C_{k+1} &= C_k & \tau_{cd} &< \tau_{bk} < \tau_{ce} \\
 C_{k+1} &= C_k + \frac{\Delta t C_k W_s}{H_k} \left(1 - \frac{\tau_{bk}}{\tau_{cd}} \right) & \tau_{bk} &\leq \tau_{cd}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Hierin is C_k de concentratie op tijdstip t_k , H_k de waterdiepte op tijdstip t_k , Δt de tijd tussen de tijdstippen t_k en t_{k+1} . τ_{bk} is de bodemschuifspanning op tijdstip t_k , en τ_{cd} en τ_{ce} zijn kritieke waarden voor de bodemschuifspanning met betrekking tot respectievelijk sedimentatie en erosie. M is een erosieconstante en W_s representeert de valsnelheid van de slibdeeltjes.

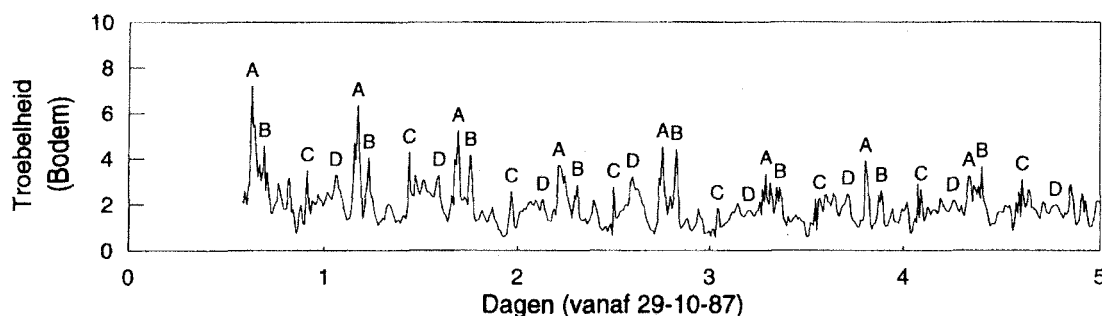
De bodemschuifspanning $\tau_b(k)$ wordt berekend volgens [6, deel III]:

$$\tau_{bk} = \frac{\rho_w g V_k^2 (surface)}{C h^2} \left(\frac{2}{H_k - 1} \right)^{0.30} \tag{3.2}$$

Dit model is gebruikt om de globale slibconcentratie te berekenen. Het resultaat is uitgezet in figuur 1.3, (zie hoofdstuk 1). Uit figuur 1.3 kunnen we concluderen, dat het model gladdere resultaten produceert dan de natuurmetingen. Door het model complexer te maken, door de kolom in meerdere lagen te verdelen en een betere afregeling zal het model mogelijk het grillige gedrag van de werkelijkheid beter gaan reproduceren. Maar ook met dit model zullen naar verwachting niet alle pieken en dalen verklaard kunnen worden. De vraag is of deze pieken het gevolg zijn van simpele erosie en sedimentatie in de waterkolom of een oorzaak hebben buiten de waterkolom. Bij de laatstgenoemde oorzaak zouden de pieken afhangen van de omstandigheden op een andere lokatie dan die van de Zeekat n.l. van slibwolken, die elders gevormd werden en daarna langs de Zeekat trekken.

3.3 Identificatie van slibpieken

Eén van de conclusies in hoofdstuk 2 m.b.t. het verloop van de troebelheid over het getij is dat het slib in suspensie een periodiek gedrag vertoont dat mogelijk veroorzaakt wordt doordat het slib gemeten op de meetlocatie van andere vaste lokaties (bronnen) afkomstig is.¹ We zullen in deze en de volgende paragrafen de argumenten hiervoor nader bezien. In figuur 3.1 staat



Figuur 3.1: *De periodiek optredende A-, B-, C- en D-pieken.*

nogmaals de concentratie bij de bodem afgedrukt. Er kunnen over één getijperiode een aantal pieken worden onderscheiden die periodiek elk getij weer terugkomen. Deze pieken zijn in de figuur aangegeven met A, B, C en D. De pieken zijn, fysisch gezien, niet direct te verbinden met de variaties in het horizontaal getij, cq. de lokale snelheid. De pieken A en B treden op tijdens vloed. De pieken C en D tijdens eb. Deze pieken zijn volgens de hier beschouwde hypothese niet alleen het gevolg van erosie en sedimentatie in de waterkolom, maar hebben mogelijk een oorzaak buiten de waterkolom.

De C-piek is scherp en kan dus niet van ver komen, in tegenstelling tot de D-piek, die mogelijk door de lange tijd tussen erosie en waarnemen afgevlakt is. De A- en B-pieken zijn beide scherp.

Als de pieken geheel of ten dele het resultaat zijn van horizontale slibtransporten dan moeten de slibwolken, die elders door bodemerosie gevormd zijn, langs de meetlocatie van de Zeekat trekken. Horizontale transporten zouden daarmee een grote invloed op de (maximale) slibconcentraties in de waterkolom hebben. Deze transporten zouden dan ook een lokaal verschijnsel zijn, namelijk hoeveelheden slib die van lokatie naar lokatie gaan. We zijn daarom sterk geïnteresseerd in de herkomstplaats van het slib. Deze is echter moeilijk op basis van de beschikbare meetgegevens vast te stellen. Als mogelijke lokaties voor slibbronnen wordt gedacht aan platen, slikken en diepe delen van de geulen omdat dat de gebieden zijn waar het slib mogelijk bij afnemende stroomsnelheden door uitzakking achterblijft. Dit achtergebleven slib zal bij het volgende hoogwater dan weer in suspensie gebracht worden.

Voor het ontstaan van slibwolken moeten de erosiegebieden aan drie voorwaarden voldoen:

1. Het moeten gebieden zijn met grote hoeveelheden makkelijk erodeerbaar slib (dit geldt

¹Hoewel deze hypothese uiteindelijk is verworpen, wordt zij hier toch behandeld aangezien niet uitgesloten moet worden dat dit mechanisme elders bijvoorbeeld bij Bath (locatie 2, figuur 1.2) wel, geheel of gedeeltelijk, een rol speelt.

zeker voor de piek direct na de kentering, waar de snelheid nog gering is).

2. De gebieden moeten onder water staan.
3. De snelheden in de gebieden moeten voldoende hoog zijn om het slib in suspensie te brengen.

Er zijn voor de meetlokatie Hoedekenskerke drie gebieden die, in verband met het voorkomen van grote hoeveelheden slib, in aanmerking komen als potentiëel brongebied van slibwolken:

1. De diepe putten in de geulen, cq. ontgrondingskuilen in Middelgat, en slibrijke geuldelen.
2. De slikken langs de oever.
3. De geuloevers.
4. De platen.

Op de platen en slikken worden twee mechanismen voorzien waardoor slibwolken kunnen ontstaan:

1. Het onderlopen van platen en slikken:
Als de waterhoogte afneemt zullen er platen en slikken droogvallen. Bij het droogvallen van een plaat of slik, zal er slib uit de waterkolom achterblijven op de plaat of op het slik en ontstaat er een relatief losse sliblaag op de bodem. Als het water weer stijgt zal de plaat of het slik weer onderlopen. Doordat de sliblaag nog steeds relatief los is, is er maar een lage stroomsnelheid nodig om deze laag weer in suspensie te brengen.
2. Het droogvallen van platen en slikken:
Als een plaat of slik droogvalt is het mogelijk dat het water, dat van de plaat of van het slik afloopt, slib meeneemt. Dit verschijnsel wordt ook op de platen waargenomen: een dunne laag water, die van de plaat afloopt, neemt het slib mee.

3.4 Onderzoek naar de herkomst van de individuele pieken

In het nu volgende onderzoek is op basis van bovengenoemde uitgangspunten geprobeerd aan te geven waardoor de eerder genoemde A-, B-, C- en D-pieken optreden. Er wordt dus van uitgegaan dat een deel van het slib van buiten de waterkolom afkomstig is. De vraag was echter:

Waar komt het slib vandaan?

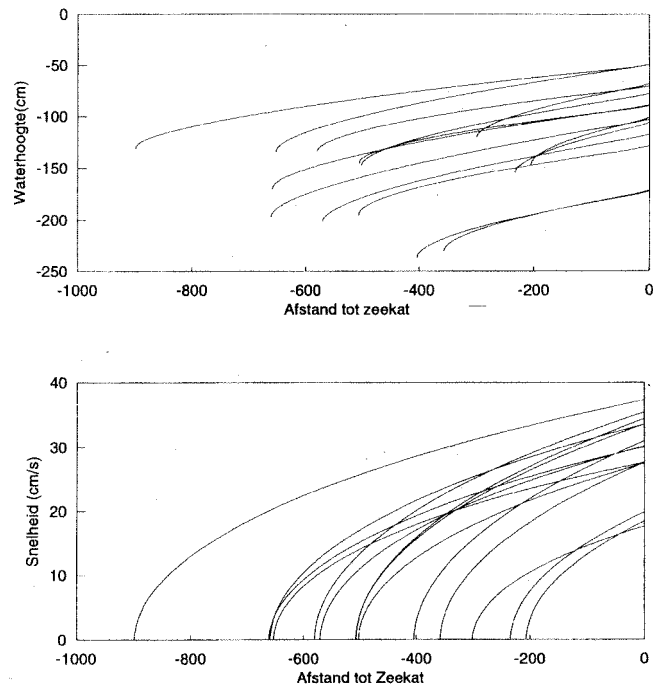
Om deze vraag te kunnen beantwoorden moeten we de afstand kennen, die het slib heeft afgelegd. De benodigde gegevens hiervoor halen we uit de registraties van de Zeekat. Op basis van deze gegevens berekenen we een bovengrens voor de herkomstplaats van het slib. Het slib is in deze optiek afkomstig van een locatie, die tussen de Zeekat en deze bovengrens ligt.

Bij de bovengrensbenadering nemen we aan dat het slib direct na de kentering losgewoeld wordt. Het verschil in tijd tussen het doorkomen van de piek en het tijdstip van het doorkomen van de stroomkentering op de Zeekat vermeerderd (vloedstroom) of verminderd (ebstroom) met het verschil in tijd tussen de kentering op de vermeende erosielokatie en op de lokatie van de

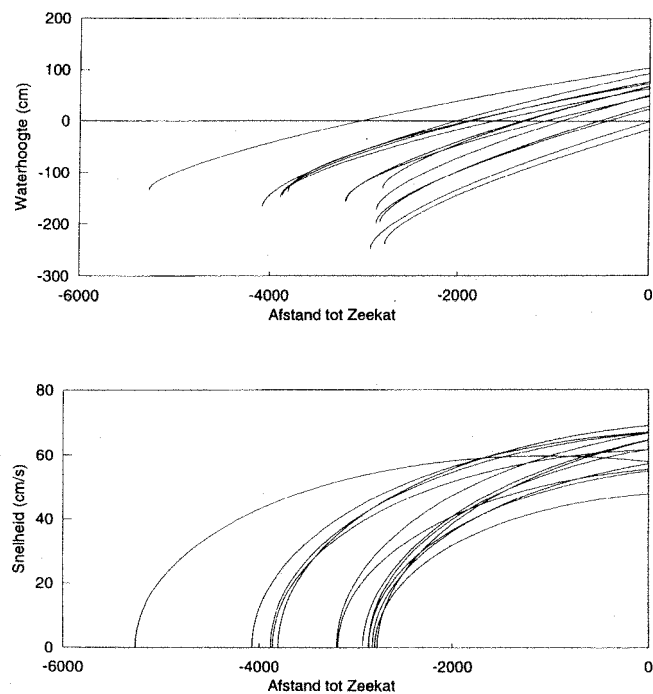
Zeekat leverde een grove schatting van de tijd, die het slib onderweg is. Met behulp van de snelheidsregistratie op de Zeekat kan dan een schatting van de maximaal afgelegde weg gemaakt worden. We vonden op deze manier een benadering voor de verste lokatie. In § 3.5 en appendix A is nagegaan of er gebieden zijn die voldoen aan de eerder genoemde voorwaarden (zie de drie voorwaarden in § 3.3: voldoende slib, gebieden onder water en voldoende hoge snelheden).

3.5 Verwerping van de hypothese

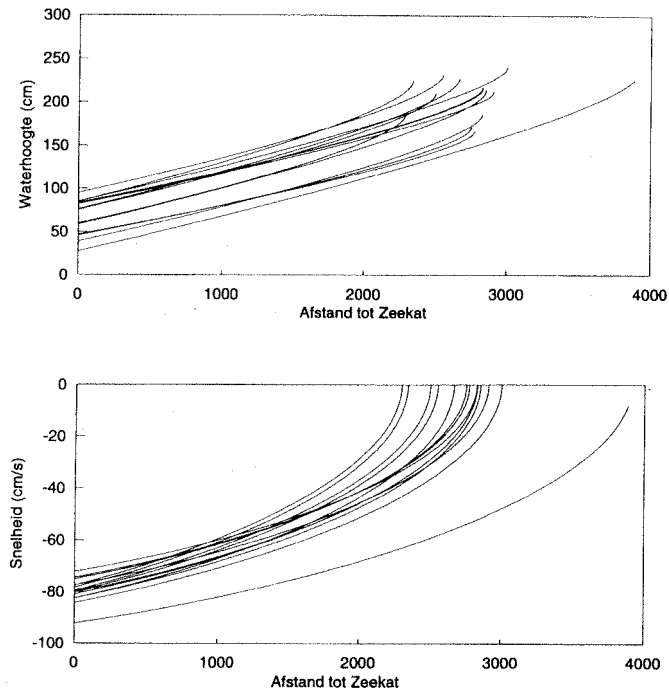
Op basis van het tot nu toe verrichte onderzoek verwachtten we dat het slib van vaste lokaties afkomstig zou zijn. Om dit aan te tonen is geprobeerd om de herkomstplaats van het slib te bepalen. Het terugrekenen naar de plaats van herkomst door over de gemeten (Euleriaanse) snelheden te integreren leverde een onvoldoende bevredigend resultaat op (zie appendix A voor een nadere uitwerking). De spreiding in de gevonden waarden was te groot om op basis van de snelheden de tijdstippen waarop er pieken optreden te voorspellen. Dit probleem dachten we op te lossen door in plaats van de gemeten snelheden gebruik te maken van Lagrangiaanse snelheden, waarbij de waterhoogten uit het lopende golf karakter van het getij berekend worden (zie appendix B). De verwachting was dat we in de grafieken van de waterhoogte en de snelheid tegen de plaats een kritieke waterhoogte en een kritieke snelheid zouden kunnen aflezen. Dit betekent dat er één punt of afstand vanaf de Zeekat is waar de lijnen elkaar (ongeveer) zullen snijden. Uit de figuren 3.2-3.5 blijkt dat dit niet het geval is. De gevonden figuren geven geen extra informatie over een significante waterhoogte, watersnelheid of herkomstplaats van het slib. Bovendien is de argumentatie over het opnemen van de grote hoeveelheden slib op de diverse herkomstplaatsen niet altijd even overtuigend. Tevens duidt een scherpe piek op een nabije herkomstplaats aangezien turbulentie een afvlakkende werking heeft. De conclusie op basis van deze gegevens is voorshands dat het slib niet van vaste lokaties afkomstig is, maar dat het een lokaal gebeuren is.



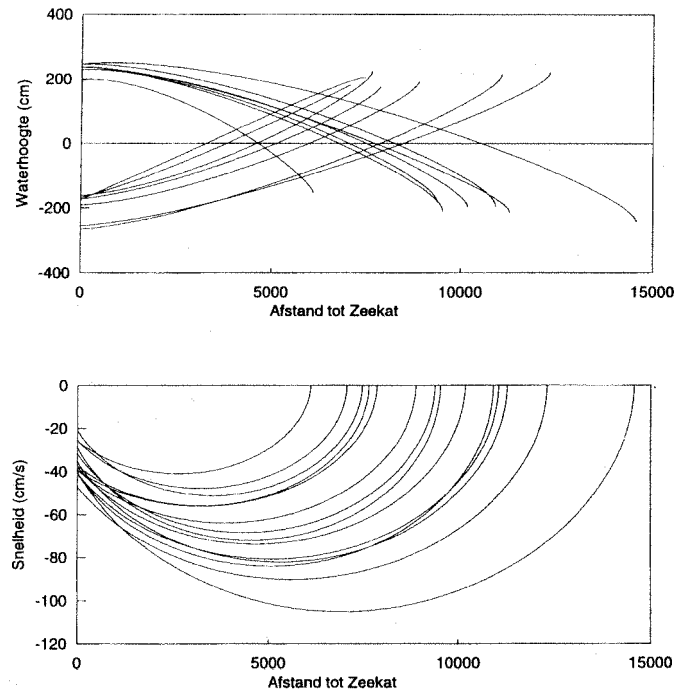
Figuur 3.2: *Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, A-piek.*



Figuur 3.3: *Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, B-piek.*



Figuur 3.4: *Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, C-piek.*



Figuur 3.5: *Terugrekenen van waterhoogte en snelheid naar mogelijke herkomstplaatsen, D-piek.*

Hoofdstuk 4

Een eenvoudig model om de slibconcentraties te berekenen

4.1 Inleiding

Het model gegeven door vergelijkingen (1.1)-(1.5) gaf wel pieken, maar het resultaat was toch niet bevredigend. In dit hoofdstuk wordt een zeer eenvoudig model beschouwd. Dit model kan zo nodig verder uitgebreid worden. Het Kalman filter voor dit model zal intuïtief worden geïntroduceerd. Vervolgens wordt met behulp van enkele simulaties op een truthmodel het Kalman filter gedemonstreerd, om te laten zien dat het model in staat is de toestandsgrootheden, inclusief de onbekende parameters, te schatten en de pieken te reproduceren.¹

4.2 De afleiding van het eenvoudige model

De bedoeling is om een getijperiode te discretiseren door middel van een vast aantal punten. De concentratie zal van tijdstip naar tijdstip geschat worden. Het tijdstip t_j representeert voor elk getij dezelfde fase. Dit tijdstip hoeft dus niet vast te zijn ten opzichte van bijvoorbeeld hoogwater kentering. Omdat er sprake is van een periodiek gedrag, zal getracht worden de informatie van de diverse getijperiodes te combineren. Als t_j een, met betrekking tot fase, vast tijdstip weergeeft en k een bepaald getij dan heeft de eerste uitdrukking van vgl. (3.1) in discrete vorm de gedaante:

$$C_{j+1}(k) = C_j(k) + \Delta t_j \frac{M_j}{H_j} \left(\frac{\tau_{b_j}}{\tau_{ce}} - 1 \right), \quad (4.1)$$

waarbij $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$. We nemen voorlopig aan dat van getij naar getij de concentraties, in een zelfde fase van het getij, weinig of niet veranderen, ofwel dat bij benadering geldt:

$$C_j(k+1) = C_j(k), \quad \forall j \quad (4.2)$$

Fluctuaties ten gevolge van de doottij-springtij cyclus, meteorologische invloeden, e.d. worden bij het toepassen van het KF in rekening gebracht door in het van dit deterministische model

¹Een truthmodel is een model waarbij metingen gegenereerd worden volgens de vorm van het veronderstelde model door toevoeging van meetruis. Daarna worden deze metingen gebruikt als testdata, om te kunnen zien of de aangenomen modelstructuur in staat is om de toestandsgrootheden te schatten.

afgeleide stochastische model systeemruis toe te voegen. Door de aldus in het model ingebouwde ‘flexibiliteit’ krijgt het KF de mogelijkheid de uitkomsten aan te passen aan ‘structurele afwijkingen’ in de metingen (bijvoorbeeld t.g.v. de doottij-springtij cyclus). In de volgende paragraaf wordt deze aanpak verder uitgewerkt.

De vergelijkingen (4.1) en (4.2) gecombineerd geven:

$$C_{j+1} = C_j + \Delta t_j \frac{M_j}{H_j} \left(\frac{\tau_{bj}}{\tau_{ce}} - 1 \right) \quad (4.3)$$

De term tussen haken wordt in eerste instantie vervangen door 1 of -1 (flipflop-effect om op deze manier erosie respectievelijk sedimentatie aan te geven). De factor $\frac{M_j}{H_j}$ wordt vervangen door één onbekende parameter, die we ook M_j noemen en die zal worden geschat. De vergelijking wordt dan:

$$C_{j+1} = C_j \pm \Delta t_j M_j \quad (4.4)$$

Dus de concentratie neemt tussen de tijdstippen t_j en t_{j+1} lineair toe of af met de gradient $\pm M_j$.

De onbekende parameters $M_j(k)$, $j = 1, 2, \dots$ zullen worden geschat door deze aan de toestand toe te voegen en te veronderstellen dat deze constant blijven onder dezelfde condities als de $C_j(k)$ in vgl. (4.2).

De informatie die we nu uit de vorig getijperioden halen, de geschatte waarden voor de M_j ’s en C_j ’s in de tijdstippen, die vast zijn m.b.t. de fase van het getij, worden opgeslagen in een vector die bij dezelfde fase in het volgende getij gebruikt zal worden. We hebben op deze manier te maken met het volgende eenvoudige twee-dimensionale systeem:

$$C_{j+1} = C_j \pm \Delta t_j M_j \quad (4.5)$$

$$M_{j+1} = M_j \quad (4.6)$$

met als waarnemingsvergelijking:

$$Z_j = C_j \quad (4.7)$$

In toestandsvorm geschreven wordt dit:

$$\begin{aligned} X_{j+1} &= AX_j \\ Z_j &= DX_j \end{aligned} \quad (4.8)$$

met de systeemmatrix A en waarnemingsmatrix D gedefinieerd door:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \pm \Delta t_j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

en toestandsvector:

$$X_j = \begin{pmatrix} C_j \\ M_j \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

De notatie $\cdot_j$ heeft, zoals boven reeds werd opgemerkt, betrekking op een bepaalde fase van het getij.

Opmerking: De vraag komt op of de pieken aan de (variaties in de) waterhoogten en de watersnelheden gekoppeld kunnen worden, omdat de pieken voor de verschillende getijperioden verschuiven in de tijd. Overeenkomstige pieken treden bij springtij eerder op dan bij doortij, vanwege de gemiddeld hogere stroomsnelheden. In de oorspronkelijke vgl. (3.1) is verondersteld dat slib bij bepaalde kritieke bodemschuifspanningen (snelheden) opgenomen wordt. Als dit zo is zal bij grotere amplitudes van de stroomsnelheid eerder slib losgemaakt worden dan bij kleinere. Dit aspect zal in hoofdstuk 5 nader onderzocht worden.

4.3 Stochastisch model en Kalman filter

Het is duidelijk dat de vergelijkingen (4.5) en (4.6) slechts globaal gelden, d.w.z. onder stationaire omstandigheden met betrekking tot b.v. de weersomstandigheden, afvoer, etc. Veranderingen zullen optreden t.g.v. de doortij-springtij cyclus en de wisselingen van de seizoenen. Deze veranderingen zijn echter op getijschaal gemeten klein en kunnen derhalve in het stochastische model worden gecompenseerd door het toevoegen van ruis. Dit geldt ook voor vgl. (4.7) waar we meetruis aan toevoegen om rekening te houden met de meetonnauwkeurigheden.

Het stochastisch model heeft dan de volgende vorm:

$$X_{j+1} = AX_j + \begin{pmatrix} W_{C_j} \\ W_{M_j} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$Z_j = DX_j + W_{R_j} \quad (4.12)$$

waarbij W_{C_j} en W_{M_j} de componenten van de systeemruis zijn, die bedoeld zijn om de modelfouten te compenseren,² terwijl W_{R_j} de meetruis is. Deze ruiscomponenten worden onderling onafhankelijk verondersteld, ongecorrelleerd m.b.t. de tijd en normaal verdeeld. W_{C_j} , W_{M_j} en W_{R_j} worden dus geheel gespecificeerd door hun gemiddelde waarde, die we nul veronderstellen, en hun varianties Q_{C_j} , Q_{M_j} en Q_{R_j} , respectievelijk.

De vergelijkingen (4.11) en (4.12) vormen het uitgangspunt van het Kalman filter (KF). Het KF bestaat uit een *predictiestap* en een *correctiestap*. Wanneer, zoals in ons geval, de metingen $C_0, C_1, \dots, C_j, \dots$ beschikbaar zijn of on-line beschikbaar komen, begint het KF met een predictiestap waarbij op grond van de beginschatting voor $X_0 = \begin{pmatrix} C_0 \\ M_0 \end{pmatrix}$ met vgl. (4.11) zonder de ruisterm, dus met het dynamische model van het proces, een voorspelling wordt gedaan voor de waarde $X_1 = \begin{pmatrix} C_1 \\ M_1 \end{pmatrix}$ op $t = t_1$. Door deze waarden in te vullen in vgl. (4.12), ook zonder ruisterm, krijgen we Z_1 . Deze waarde voor Z_1 is de waarde die we volgens het dynamische model (4.11) op het tijdstip $t = t_0$ verwachten waar te nemen op het tijdstip $t = t_1$. Wanneer op $t = t_1$ de werkelijke waarneming is gedaan (d.w.z. de concentratie is gemeten) dan wordt deze van de bovenverkrege voorspelde waarde Z_1 afgetrokken. Dit geeft *het residu* of *de innovatie* en is dus het verschil tussen wat we *werkelijk* meten en wat we op een eerder tijdstip op basis van het model *verwachten* te meten. Vervolgens wordt het aldus verkregen residu vermenigvuldigd met de z.g. *Kalman gain* en daarna opgeteld bij de eerder verkregen voorspelling X_1 . Deze bewerking heet de filterstap en geeft als uitkomst de gefilterde waarde voor de toestandsgrootte X_1 . Vervolgens wordt op $t = t_1$ m.b.v. deze waarde weer een predictiestap uitgevoerd voor $t = t_2$, etc. De waarde van de Kalmangain, d.w.z. het gewicht dat

²Discretisatiefouten worden op deze wijze ook gecompenseerd.

toegekend wordt aan het residu ter correctie van de voorspelde waarde van X_1 wordt bepaald door

1. de matrices A en D van de vergelijkingen (4.11) en (4.12),
2. de mate van onzekerheden in de beginschatting X_0 van de toestand uitgedrukt door een covariantiematrix P_0 ,³
3. de onzekerheid in de systeemvergelijkingen uitgedrukt door de varianties Q_{C_j} en Q_{M_j} van de systeemruiscomponenten W_{C_j} en W_{M_j} ,
4. de onzekerheid in de waarnemingen uitgedrukt door de variantie Q_{R_j} van de meetruis W_{R_j} .

Intuïtief is duidelijk dat bij nauwkeuriger metingen, d.w.z. kleine waarden voor de meetruisvariantie Q_{R_j} , een groter gewicht worden toegekend aan de metingen ofwel residuen (Kalman gain relatief groot), terwijl bij een nauwkeuriger beschrijving van het proces door het systeemmodel $X = AX$, d.w.z. kleine waarden voor de varianties Q_{C_j} en Q_{M_j} , minder gewicht zal worden toegekend aan de residuen (Kalman gain relatief klein). Evenzo geldt dat voor een onnauwkeurige beginschattig, uitgedrukt door de covariantiematrix P_0 , de metingen (in ieder geval in het begin van het proces) een zwaarder gewicht krijgen. Aangezien in het algemeen de nauwkeurigheid van de procesbeschrijving, de nauwkeurigheid van de beginschatting, en de nauwkeurigheid van de metingen moeilijk vooraf zijn te kwantificeren in termen van Q_{C_j} , Q_{M_j} , P_0 , en Q_{R_j} worden deze waarden i.h.a. experimenteel door 'trial and error' bepaald. Dit proces heet het *afregelen* of *tunen* van het filter.

Boven beschreven procedure is geschikt voor processen waarbij metingen on-line beschikbaar komen en het proces in de tijd op de voet kan worden gevolgd. In ons geval hebben we reeds een complete data-set en ligt het voor de hand om op grond van deze complete data-set de gefilterde waarden te bepalen. Dus om bij het schatten van de toestand X_j op tijdstip $t = t_j$ niet alleen de metingen voor $t_i \leq t_j$ te betrekken maar ook de metingen voor $t_i > t_j$. Deze bewerking heet *vereffenen* (engels: *smoothing*). Het blijkt mogelijk door uitbreiding van de stochastische modelvergelijkingen (4.11) en (4.12) vereffenen om te zetten in de boven beschreven recursie procedure van afwisselend predictie en filteren. Voor een uitgebreide beschrijving van het Kalman filter met al zijn varianten wordt verwezen naar de handboeken, bijvoorbeeld Anderson en Moore [1].

Uit bovenstaande is duidelijk dat het voor een goed werkend Kalman filter noodzakelijk is dat 'de waarde die we verwachten te meten' in statistisch zin, moet overeenkomen met de 'werkelijke meting', ofwel de beschrijving van de dynamica van het proces, moet in essentie correct zijn. Dit betekent dat hun verschil, d.w.z. het residu, een gemiddelde waarde nul moet hebben en een begrensde variantie, die in het algemeen kleiner wordt naarmate er meer informatie (d.m.v. metingen) beschikbaar komt. De Kalman filter theorie stelt ons in staat deze variantie na elke filterstap te berekenen. Voor een goed werkend Kalman filter zullen de residuen een variantie moeten hebben, overeenkomend met deze theoretische waarde. Deze goede werking wordt o.a. bepaald door de z.g. *waarneembaarheid* van het systeem, waar in de volgende paragrafen aandacht aan wordt besteed.

³Naarmate het filterproces vordert en er meer waarnemingen beschikbaar komen zal deze onzekerheid steeds minder een rol spelen.

4.3.1 Waarneembaarheid

Voordat we dit model op de meetreeksen toepassen, zullen we eerst nagaan in hoeverre het systeem werkelijk in staat is om het concentratieverloop en met name de gepiektheid te reproduceren. Dit wordt, zoals eerder werd opgemerkt, o.a. bepaald door de waarneembaarheid van het systeem. De waarneembaarheid kunnen we eenvoudig vaststellen, omdat we met een lineair systeem te maken hebben. De waarneembaarheidsmatrix W , die gedefiniëerd wordt door

$$W = \begin{pmatrix} D \\ DA \end{pmatrix}$$

met A en D gedefiniëerd in vgl. (4.9) heeft altijd rang twee,⁴ want Δt_j is altijd ongelijk aan nul. Volgens de Kalman filter theorie is het systeem daarmee waarneembaar.

Voor niet-lineaire systemen, waarop we slechts een KF kunnen toepassen na lokale linearisatie (*extended Kalman filter*) is bepaling van de waarneembaarheid gecompliceerder. Waarneembaarheid kan hier slechts vastgesteld worden door z.g. *residu-monitoring*. Hierbij wordt na het toepassen van de predictie- en filterstap nagegaan of het residu voldoet aan de theoretisch bepaalde statistische eigenschappen (zie § 4.3). Als het residu deze eigenschappen heeft dan geeft dit aan dat we te maken hebben met een goed werkend filter. Aangezien we in de toekomst te maken hebben met niet-lineaire systemen, zullen we in de volgende paragrafen door het uitvoeren van simulaties met het lineaire model (4.8) de werking van het KF en met name de waarneembaarheid demonstreren.

4.3.2 Simulatie 1: Residu-monitoring

We zullen in deze paragraaf de waarneembaarheid demonstreren door middel van residu-monitoring, hoewel, zoals boven opgemerkt, voor lineaire systemen deze waarneembaarheid onmiddellijk is vast te stellen. We voeren daarvoor een eenvoudige simulatie uit. Deze simulatie demonstreert tevens dat bij een voldoende dichte discretisatie de pieken kunnen worden gereproduceerd. We zullen bij deze simulatie de waarden voor de parameters M_i bekend veronderstellen en uitsluitend de waarden voor de concentraties schatten. Verder veronderstellen we dat er geen systeemruis aanwezig is. De toestandsvergelijkingen (4.8) reduceren derhalve tot:

$$X_{j+1} = X_j + \Delta t_j M_j \tag{4.13}$$

$$Z_j = X_j + W_{R_j} \tag{4.14}$$

waarbij nu dus $X_j = C_j$.

De simulatie bestaat uit de volgende achtereenvolgende stappen:

Stap 1: We beschouwen één vloedstroomperiode. In deze periode kiezen we 21 tijdstippen, zodat de lineaire benadering van de concentraties op de gekozen tijdstippen een redelijk goed beeld geven van het concentratieverloop gedurende de hele periode (zie figuur 4.1). t_1 en t_{21} geven respectievelijk het begintijdstip en het eindtijdstip van de vloedstroomperiode. Dus t_{21} is het begintijdstip t_1 van de volgende getijperiode.

Stap 2: We kiezen de waarden voor de parameters M_i ($i = 1, \dots, 20$) op de tijdstippen t_i in overeenstemming met de gradiënten van de lineaire benadering.

⁴De matrix W heeft twee onderling onafhankelijke rijen (kolommen)

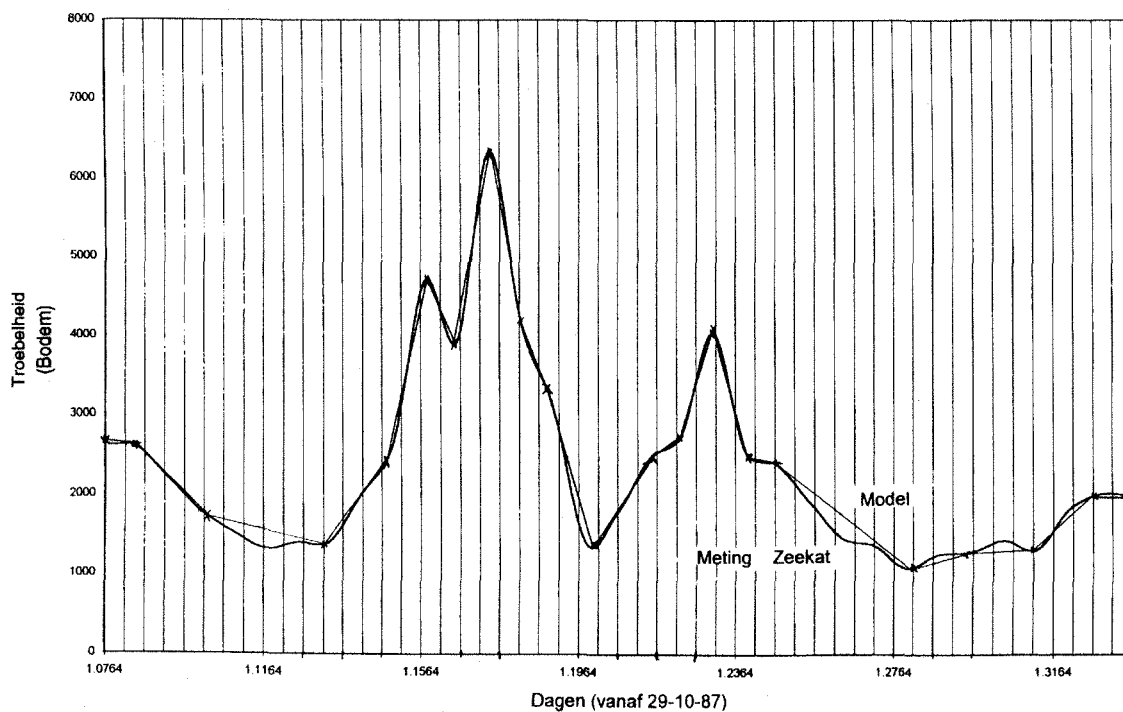
- Stap 3: Met het aldus verkregen deterministische model vgl. (4.13) berekenen we nu de waarden voor de concentratie. We voegen aan de berekende waarden ruis (W_{R_j}) toe en definiëren de aldus verkregen waarden als de waarnemingen.
- Stap 4: We definiëren een beginschatting $X_0 = C_1$ van de concentratie op tijdstip $t = t_1$ en een mate van onzekerheid van deze beginschatting P_0 (de variantie van X_0).
- Stap 5: Op de gegenereerde waarnemingen passen we een KF toe om de waarden van de concentraties C_i te schatten. Vervolgens bestuderen we de residuen.
- Stap 6: Bovenstaande procedure wordt herhaald met waarnemingen, die gebaseerd zijn op dezelfde vloedstroom, maar met de in de vorige cyclus verkregen schatting voor C_{21} als startwaarde C_1 voor de volgende getij periode. Voor de variantie nemen we de bij C_{21} berekende variantie.

De simulaties zijn uitgevoerd voor de volgende waarden van de filterparameters:

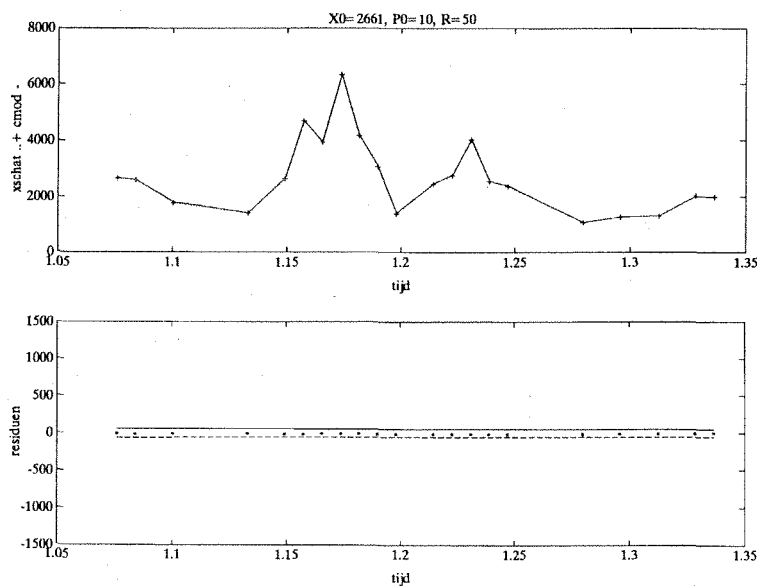
- De meetruisvarianties: $Q_R = 50, 250, 500$, en 1000 .
- De varianties P_0 van de schatting van de begintoestand X_0 (hier alleen de concentratie): $P_0 = 10, 100$ en 1000 .
- De begintoestanden: $X_0 = 2661$ (de juiste begintoestand) en $X_0 = 5000$.

De resultaten zijn gegeven in de figuren 4.2-4.25.

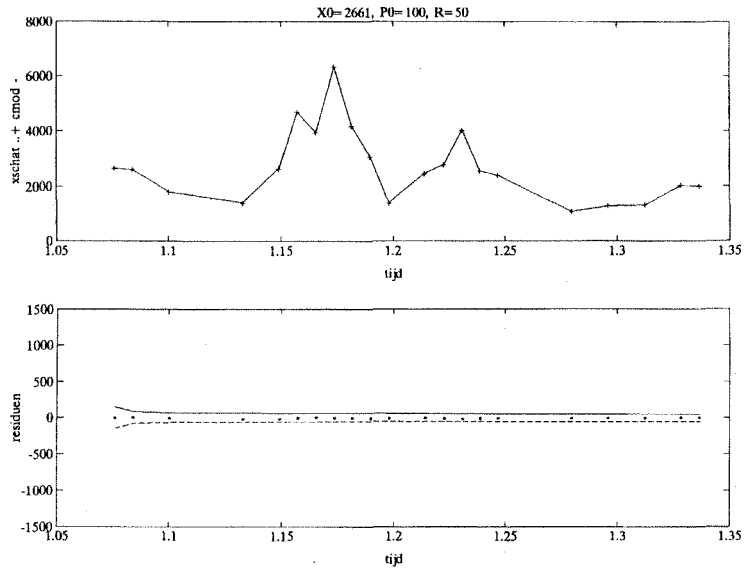
Opgemerkt wordt dat geen systeemruis is verondersteld. We nemen dus aan dat het systeem het fysische proces exact beschrijft. Verder, zoals eerder reeds werd opgemerkt, drukt de meetruisvariantie Q_R het vertrouwen uit dat we in de metingen hebben. Hoe groter de Q_R des te minder vertrouwen we hebben in de kwaliteit van de metingen en des te minder de metingen worden meegewogen door het KF voor het verkrijgen van een schatting van de toestand (relatief kleine Kalman gain). P_0 is een maat voor de nauwkeurigheid van de schatting van de begintoestand. Voor de invloed van de grootte van deze waarde op het KF geldt hetzelfde als voor Q_R .



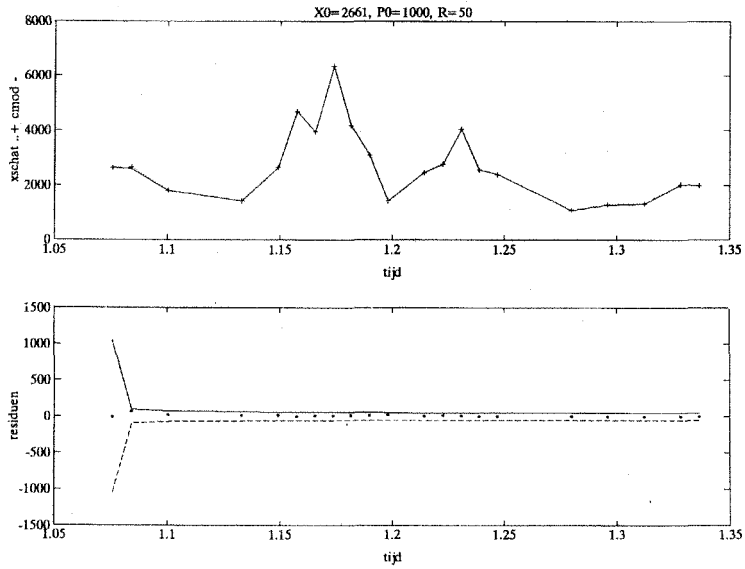
Figuur 4.1: De vloedstroomperiode met een A- en B-piek, gebruikt voor de simulaties 1, 2 en 3.



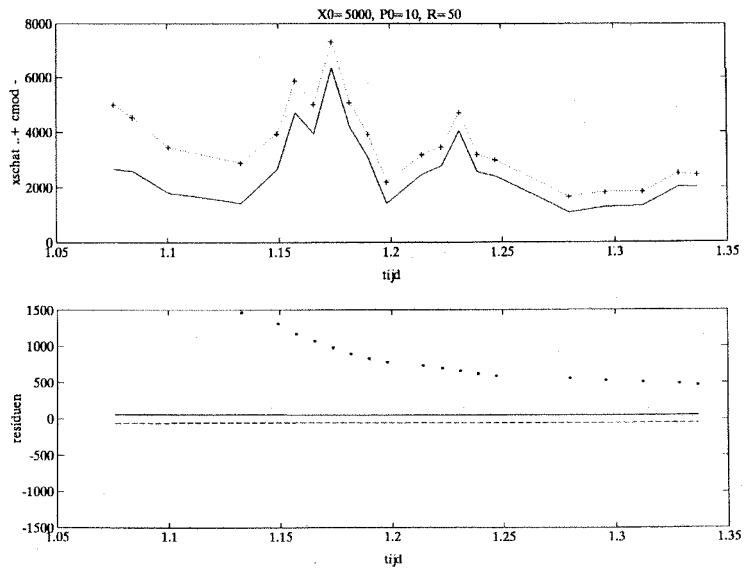
Figuur 4.2: Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen. $X_0 = 2661$, $P_0 = 10$, $Q_R = 50$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



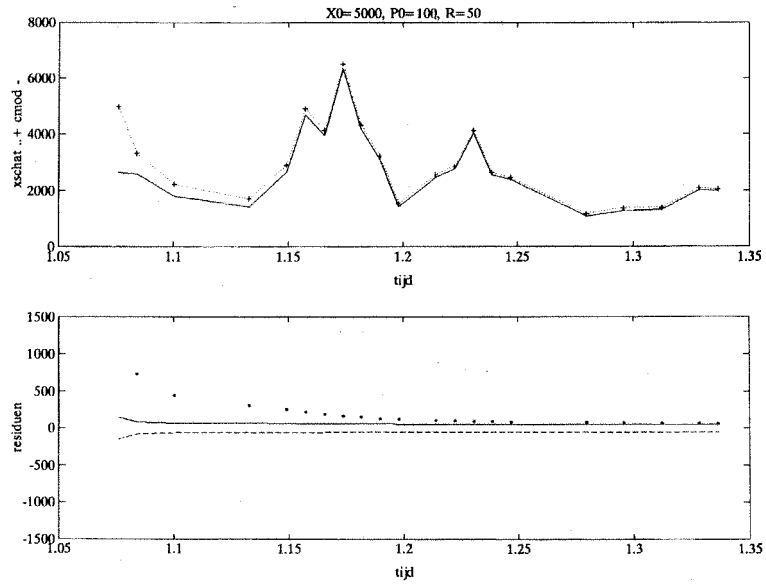
Figuur 4.3: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 50$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



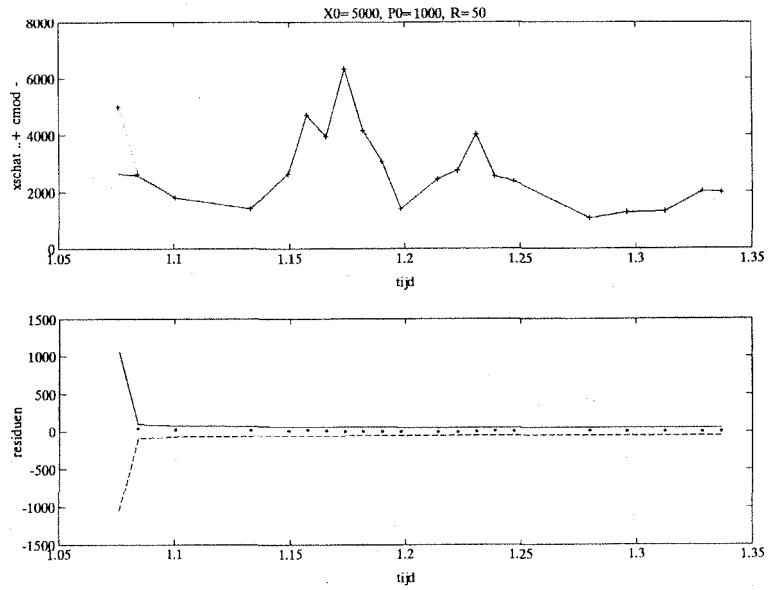
Figuur 4.4: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 50$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



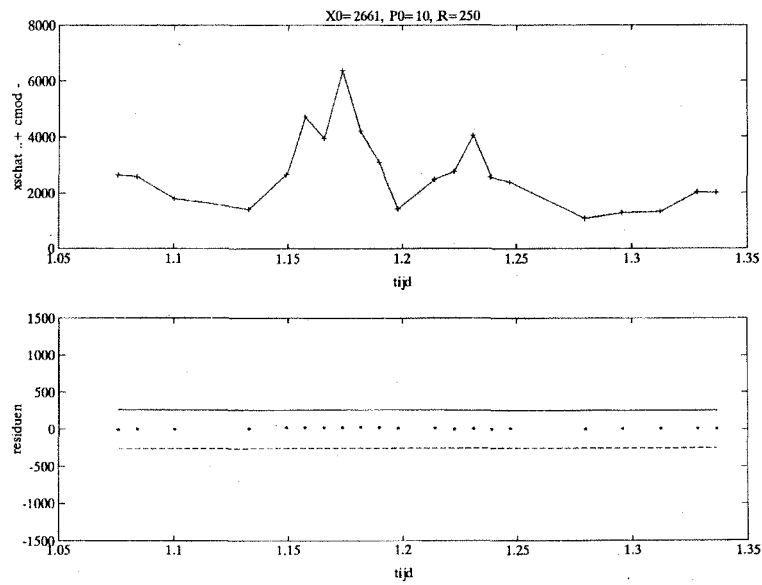
Figuur 4.5: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 50$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



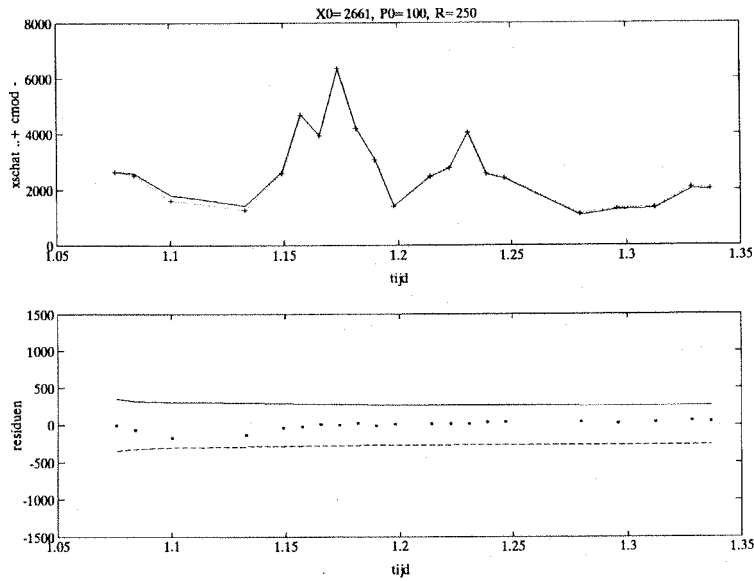
Figuur 4.6: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 50$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



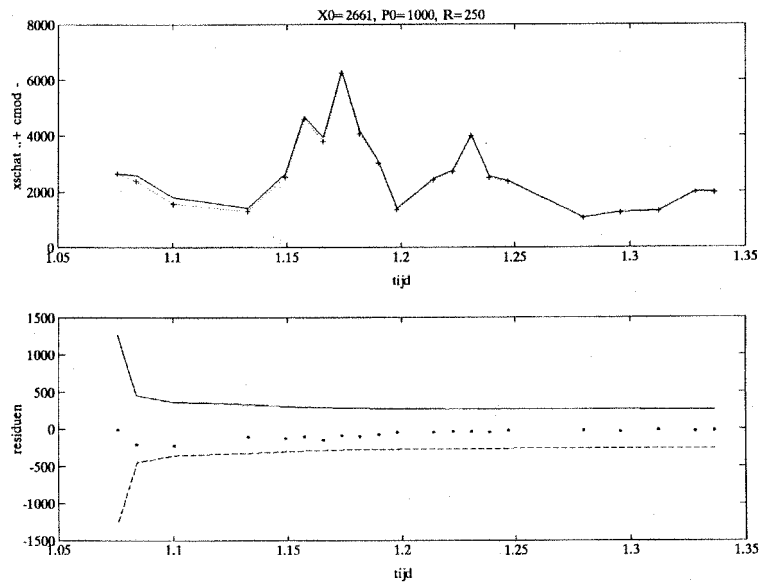
Figuur 4.7: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 50$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



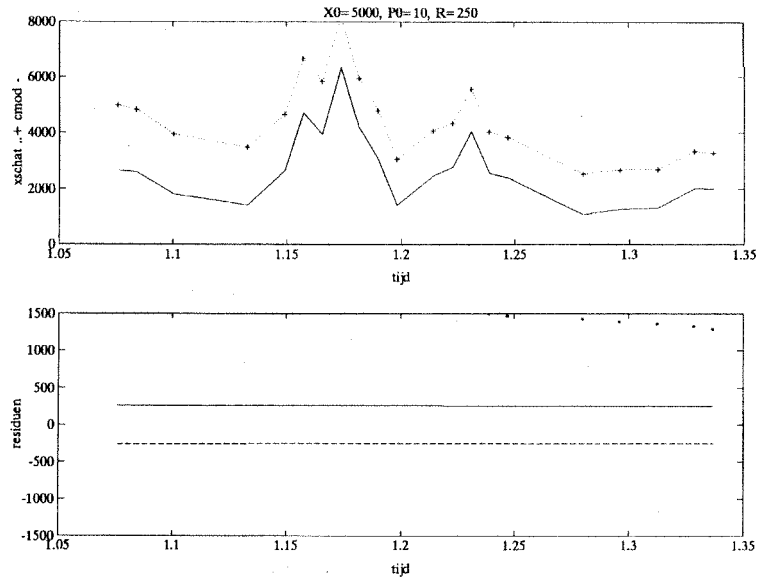
Figuur 4.8: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 250$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



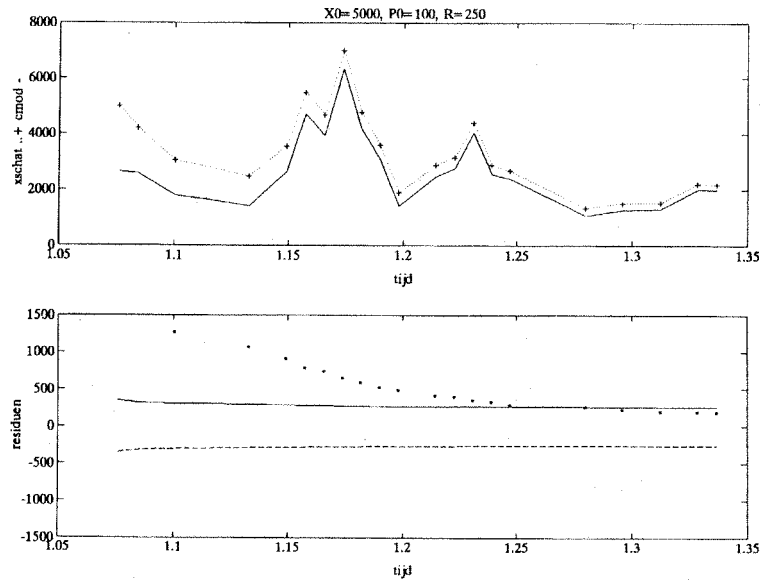
Figuur 4.9: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 250$. $X_{schat} : \cdots, C_{model} : -$.



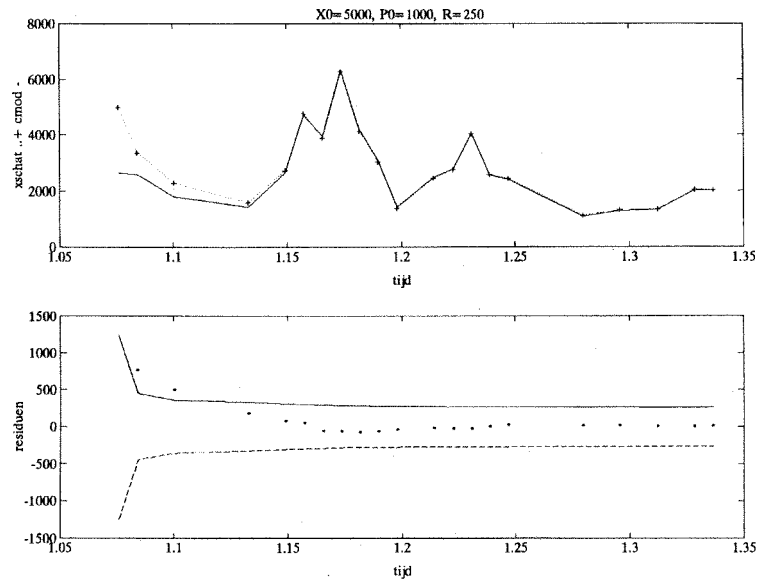
Figuur 4.10: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 250$. $X_{schat} : \cdots, C_{model} : -$.



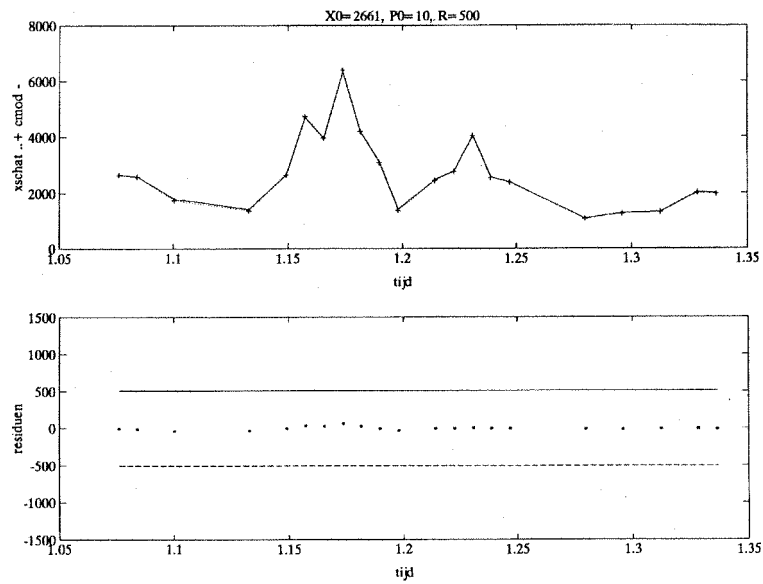
Figuur 4.11: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 250$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



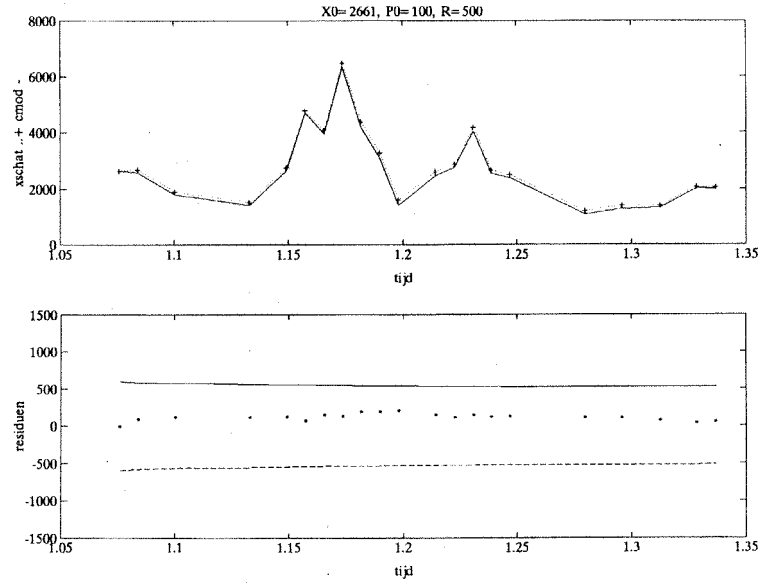
Figuur 4.12: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 250$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



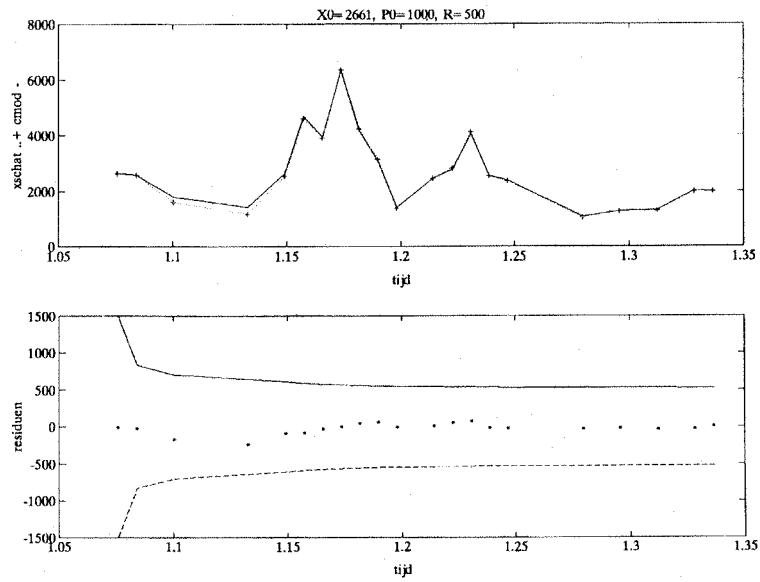
Figuur 4.13: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 250$. $X_{schat} : \dots$, $C_{model} : -$.



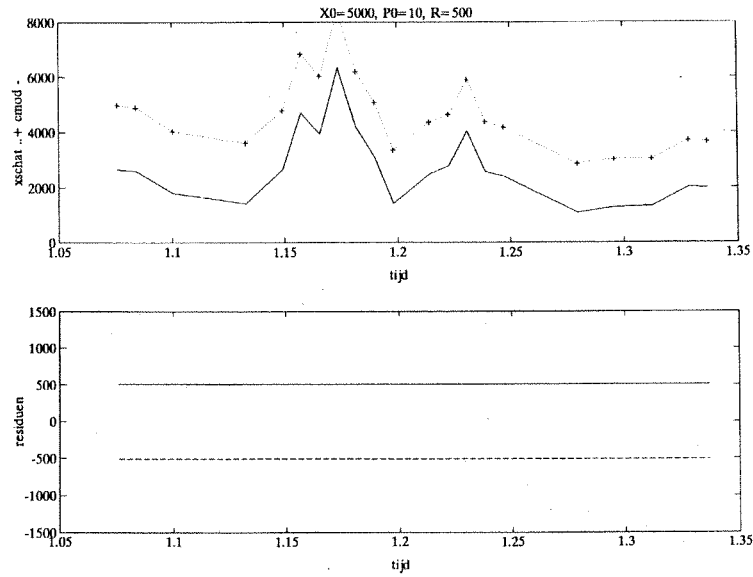
Figuur 4.14: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 500$. $X_{schat} : \dots$, $C_{model} : -$.



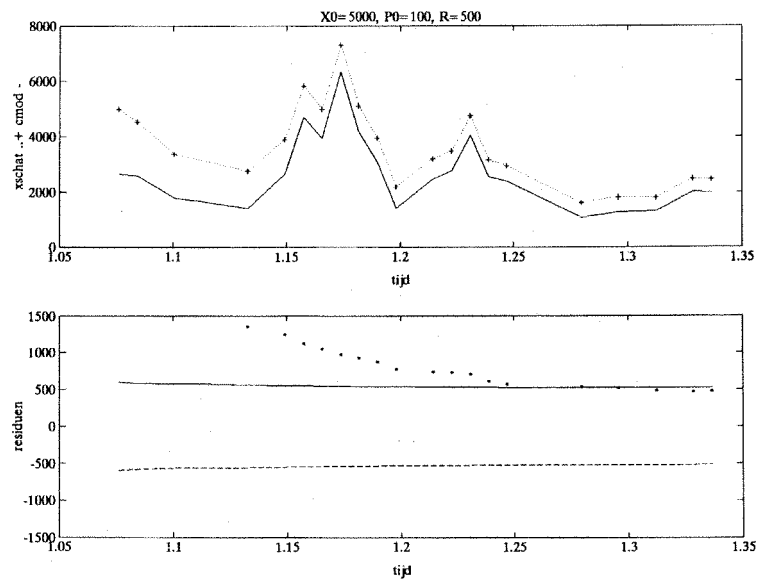
Figuur 4.15: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 500$. $X_{schat} : \cdots, C_{model} : -$.



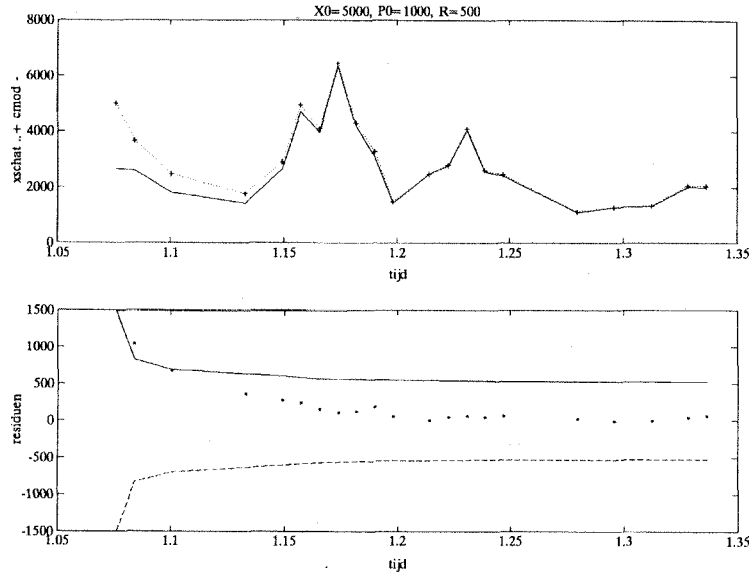
Figuur 4.16: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 500$. $X_{schat} : \cdots, C_{model} : -$.



Figuur 4.17: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 500$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



Figuur 4.18: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 500$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



Figuur 4.19: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 500$. $X_{\text{schat}} : \dots$, $C_{\text{model}} : -$.

4.3.3 Conclusies uit de figuren

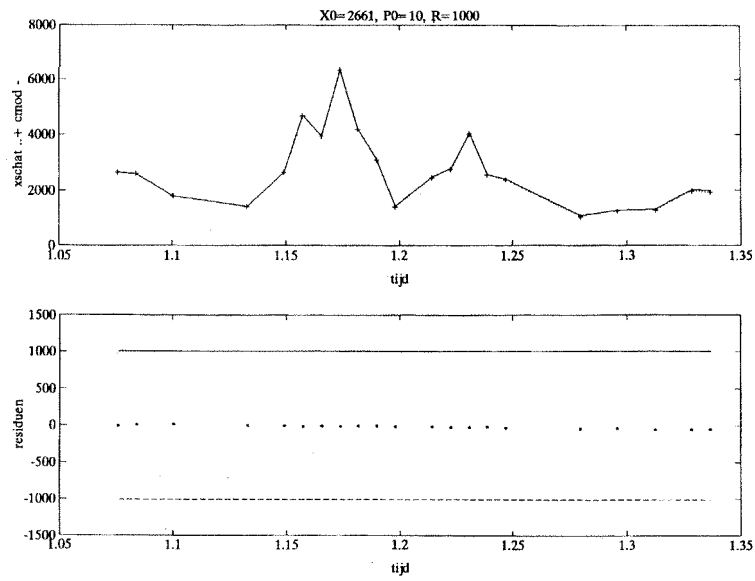
De figuren bevestigen in grote lijnen de eerder gedane uitspraken over de werking van het KF. Om een goed inzicht te krijgen in de werking van een KF zullen we deze hier nog even nalopen aan de hand van de uitkomsten van de simulaties.

Uit de figuren 4.2, 4.8, 4.14, 4.20 kunnen we de volgende conclusies trekken:

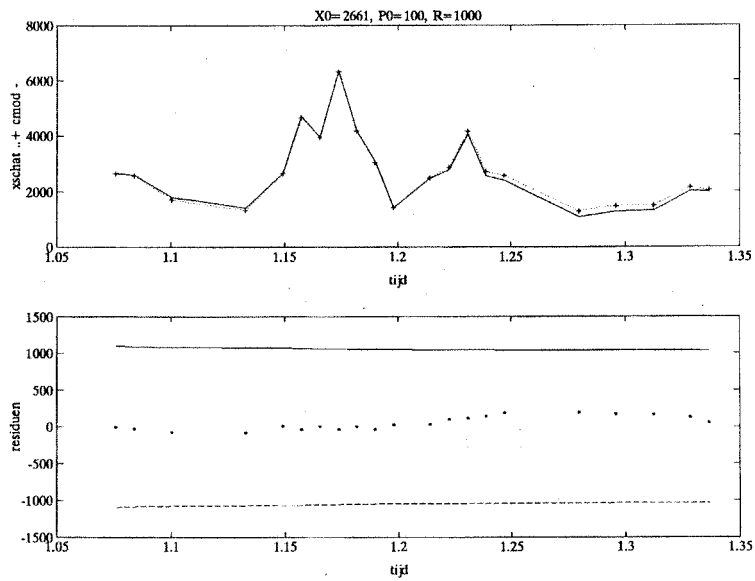
Als voor de begintoestand de juiste waarde is genomen en de bijbehorende variantie P_0 klein is, is de invloed van de grootte van de meetruis nauwelijks merkbaar. De residuen liggen allemaal binnen de grenzen.⁵ We kunnen hieruit afleiden dat als de begintoestand goed geschat wordt en de bijbehorende foutcovariantie klein is, het systeem goed waarneembaar is (hetgeen overeenkomt met het in § 4.3.1 genoemde theoretische resultaat). Dat de invloed van de grootte van de meetruis in deze gevallen klein is, is eenvoudig te verklaren. Er is geen systeemruis verondersteld (de systeemvergelijkingen geven een exacte procesbeschrijving) en de variantie P_0 van de beginschatting van de toestand is klein genomen (de schatting van de begintoestand is nauwkeurig). Dit betekent dat de Kalman gain⁶ zeer klein is en dat fouten in de waarnemingen

⁵Zoals opgemerkt in § 4.3, worden de statistische eigenschappen van de residuen gekarakteriseerd door hun gemiddelde waarde μ en variantie σ^2 . De theorie van KF leert ons dat $\mu = 0$ en geeft voor σ^2 een uitdrukking, die bepaald wordt door de systeemmatrices, de variantie P_0 van de beginschatting, en de varianties van de verschillende ruiscomponenten. Met 'binnen de grenzen' wordt hier bedoeld: 'in statistische zin, d.w.z. met $\pm 70\%$ kans, in het interval $(-\sigma, \sigma)$ '. Een goed functionerend filter geeft (in ieder geval na verloop van tijd) residuen binnen dit interval, d.w.z. de meting komt in statistische zin overeen met de waarde, die we op grond van het systeem verwachten te meten.

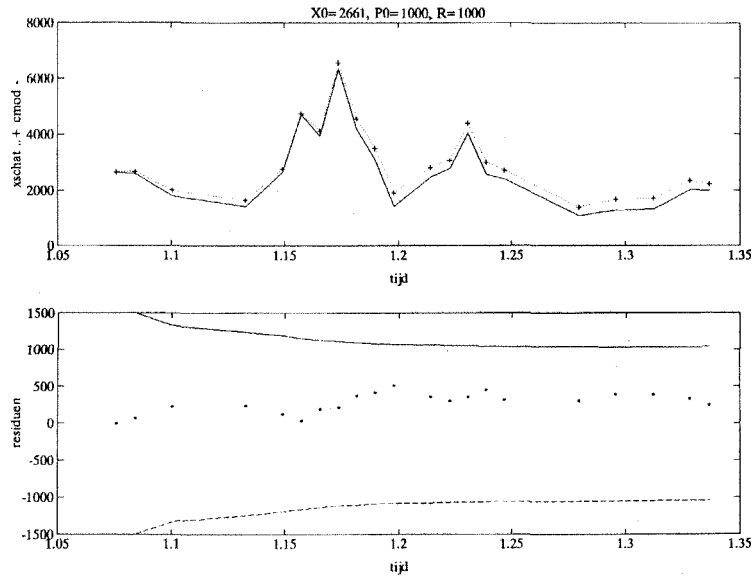
⁶Zoals opgemerkt in § 4.3, bepaalt de Kalman gain de mate van correctie die het KF gebruikmakend van nieuwe metingen op het deterministische systeem toepast. De grootte van de Kalman gain wordt bepaald door



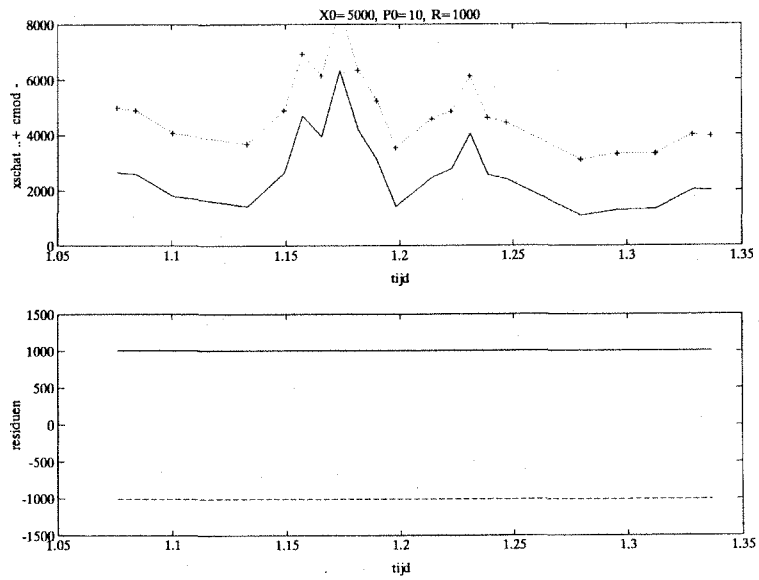
Figuur 4.20: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 10, Q_R = 1000$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



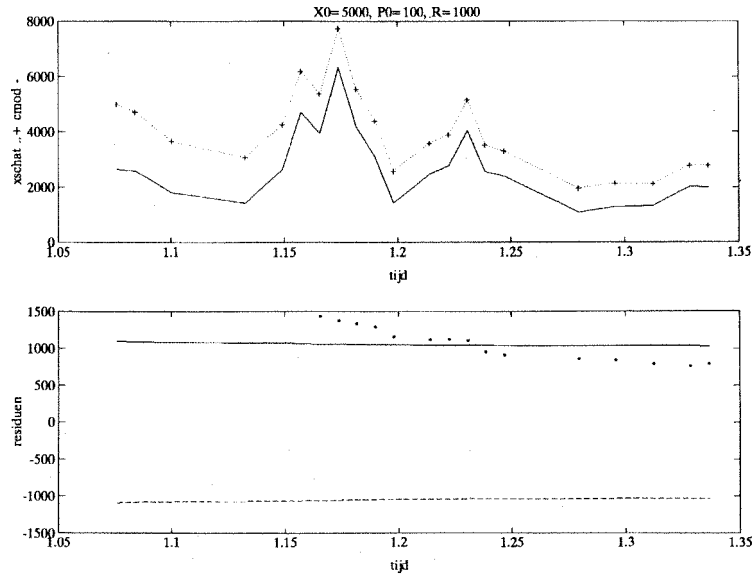
Figuur 4.21: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 100, Q_R = 1000$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



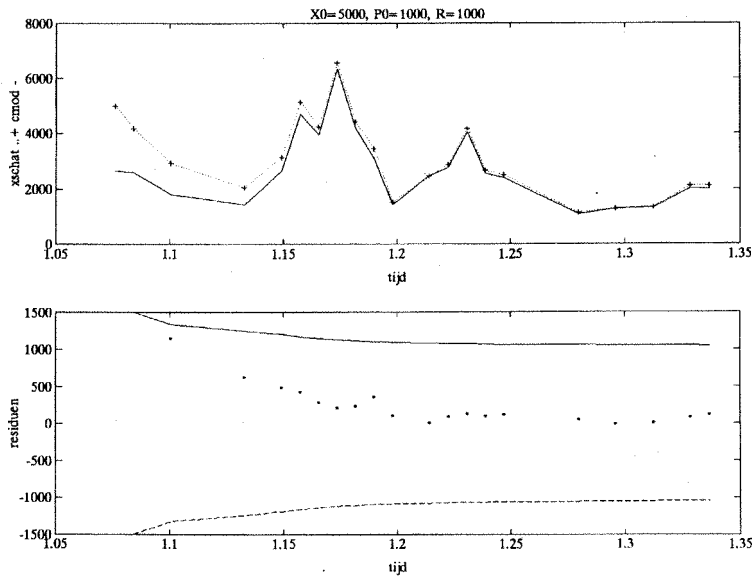
Figuur 4.22: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 2661, P_0 = 1000, Q_R = 1000$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



Figuur 4.23: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 10, Q_R = 1000$. X_{schat} : $\cdots$, C_{model} : $-$.



Figuur 4.24: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 100, Q_R = 1000$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.



Figuur 4.25: *Simulatie 1: De geschatte concentraties en de residuen.* $X_0 = 5000, P_0 = 1000, Q_R = 1000$. $X_{schat} : \cdots$, $C_{model} : -$.

geen grote rol zullen spelen.

De variantie van de residuen (d.w.z. bovengenoemde grenzen) neemt wel toe bij toenemende meetruis. Volgens de theorie blijkt deze variantie lineair toe te nemen met de meetruis variantie, zodat de grenzen toenemen met toenemende Q_R .

Uit de figuren 4.2-4.4, 4.8-4.10, 4.14-4.16, 4.20-4.22 kunnen we het volgende concluderen:

Bij een juiste beginschatting en vaste grootte van de meetruisvariantie zien we dat de waarde van de variantie van de beginschatting P_0 niet veel invloed heeft op de schattingen. Bij grote waarden voor P_0 zijn de eerste paar schattingen soms iets slechter, maar deze worden snel beter doordat de foutcovariantie zeer snel afneemt.

De figuren 4.5-4.7, 4.11-4.13, 4.17-4.19, 4.23-4.25 leiden we het volgende af:

Als de beginschatting van de toestand veel afwijkt van de werkelijke waarde, heeft de grootte van de onzekerheid P_0 van de beginschatting vooral veel invloed op de tijd die nodig is om een goede schatting van de toestand te verkrijgen. Hoe groter P_0 , hoe sneller een goede schatting bereikt wordt (bij gelijke ruiscovarianties). Zoals eerder werd opgemerkt, betekent een grote waarde voor P_0 dat we weinig vertrouwen hebben in de beginschatting van de toestandsgrootheden. Door het KF wordt dit vertaald in het geven van een groter gewicht aan nieuwe metingen, d.w.z. een grote P_0 impliceert een relatief grote waarde voor de Kalman gain.

We zien duidelijk dat als de beginschatting onjuist is het noodzakelijk is een grote beginfoutcovariantie te geven.

Algemeen kunnen we concluderen dat dit één-dimensionale systeem waarbij alleen de concentratie geschat wordt bij de juiste keuzes voor de waarde van P_0 goede resultaten geeft.

4.4 Het schatten van de parameters van het systeemmodel

Bij de simulaties in de vorige paragraaf hebben we de parameters M_j in (4.11) bekend verondersteld. Aangezien dit bij de verwerking van de meetgegevens niet het geval is, veronderstellen we deze parameters in deze paragraaf onbekend en zullen we hun waarde schatten. De methode demonstreren we aan de hand van een tweetal simulaties. Bij de eerste simulatie (§ 4.4.1) veronderstellen we de waarde van M_j onbekend maar geven we wel het juiste teken mee, d.w.z. erosie of sedimentatie. Bij de tweede simulatie (§ 4.4.2) veronderstellen we de waarde van M_j geheel onbekend en wordt de waarde ervan geschat.

4.4.1 Simulatie 2: Het schatten van de waarde van M_j bij erosie en sedimentatie

Uitgangspunt zijn de vgl. (4.11) en (4.12), echter zonder systeemruis maar wel met meetruis. In uitgeschreven vorm geeft dit:

$$C_{j+1}(k) = C_j(k) \pm \Delta t_j M_j(k) \quad (4.15)$$

$$M_j(k+1) = M_j(k) \quad (4.16)$$

de statistische eigenschappen van de metingen en van de systeemgrootheden van het onderliggende stochastische model.

en

$$Z_j(k) = C_j(k) + W_{R_j}(k) \quad (4.17)$$

Hierbij heeft de index j betrekking op het vaste tijdstip t_j met betrekking tot de fase van het getij en het argument (k) heeft betrekking op het getij. De waarnemingen van de concentraties worden gegenereerd door ruis aan de uit vgl. (4.15) berekende modelwaarden toe te voegen. Ook bij deze simulatie wordt aangenomen dat er geen systeemruis is. Zoals reeds eerder werd opgemerkt betekent dit dat er, wat betreft de modelbeschrijving, geen onzekerheden zijn. Het Kalman filter gaat er vanuit dat het fysische proces precies door de systeemvergelijkingen wordt weergegeven.

Hoewel we een eenvoudig lineair model gebruiken, moeten we bij de implementatie van het Kalman filter heel precies te werk gaan. De moeilijkheid zit in het feit dat voor de concentratie een relatie gegeven is van het ene tijdstip naar het andere, terwijl voor de onbekende parameters $M_j(k)$ $j = 1, \dots$ een relatie van het ene getij naar het volgende getij gegeven is. Het gevolg hiervan is dat we voor elk tijdstip t_j een andere waarde voor de parameter $M_j(k)$ in moeten voeren en dat elk tijdstip zijn eigen foutcovariantiematrix voor de toestandsgrootheden heeft. Hierdoor is de foutcovariantiematrix voor het tijdstip t_j een andere dan voor het tijdstip t_{j+1} . De foutcovariantiematrix moet dus voor alle tijdstippen over een getij bewaard worden tot het volgende getij en wordt dan weer ingevoerd en bewerkt. Elk tijdstip heeft dus zijn eigen foutcovariantiematrix.⁷

We voeren achtereenvolgens de volgende stappen uit:

- Stap 1: We beschikken over een meting van de concentratie op het tijdstip $t = t_0$, deze meting definiëren we als de beginschatting. Voor de parameters $M_j(0)$, $j = 1, \dots$ nemen we een zo goed mogelijke, of anders, willekeurige beginschatting. We geven M_j wel het juiste teken mee m.a.w. we geven aan of er in een bepaald interval erosie of sedimentatie plaatsvindt. Uiteraard moeten we de varianties voor de beginschattingen voor de M_j 's afstemmen op de (veronderstelde) nauwkeurigheid van deze waarden.
- Stap 2: De predictiestap voor $t = t_1$, $k = 0$ wordt uitgevoerd op basis van vgl. (4.15).
- Stap 3: Na uitvoeren van de meting voor de concentratie op $t = t_1$ wordt de filterstep uitgevoerd, d.w.z. op basis van het residu wordt de in Stap 1 gedane schatting gecorrigeerd (de waarden voor C en M) en de bijbehorende foutcovariantie berekend. Deze covariantie wordt gelabeld als behorende bij $t = t_j$.
- Stap 4: Bovenstaande procedure wordt herhaald voor alle tijdstippen t_j van het getij $k = 0$. Als het getij $k = 0$ aldus is afgewerkt, d.w.z. de meting van het laatste tijdstip van dat getij (is het eerste tijdstip van het volgende getij) is verwerkt, dan volgen we dezelfde procedure voor het volgende getij ($k = 1$). Hierbij moet dus steeds de juiste foutcovariantiematrices behorende bij de tijdstippen $t = t_j$ genomen worden. De nieuwe schattingen

⁷Het ligt voor de hand dit probleem, vanwege zijn periodieke karakter, als een verdeeld parameter systeem te formuleren en hierop een KF toe te passen. De onderlinge correlaties tussen de toestandsgrootheden over één getijperiode worden in dit geval meegenomen en de metingen over één gehele getijperiode worden tegelijk verwerkt. Echter, aangezien de werking van een dergelijk KF, zeker in de beginfase van de modellering, minder doorzichtig is, zullen we ons voorlopig beperken tot een KF dat stap voor stap de metingen afwerkt. Eventuele onvolkomenheden van het model laten zich dan gemakkelijker traceren.

voor de M_j 's worden bewaard. Ook de nieuwe foutcovariantiematrices worden bewaard. Aldus worden getij na getij afgewerkt waarbij steeds weer nieuwe waarnemingen op basis van vgl. (4.15) worden gegenereerd.

De volgende filterparameters zijn gebruikt:

$R = 500$: De variantie van de meetruis.

$P_{C(0)} = 250000$: De verwachting van de gekwadraterde fout in de beginschatting van de concentratie.

$P_{M_j(0)} = 300000^2$: De verwachting van de gekwadraterde fout in de beginschatting van de onbekende parameters M_j .

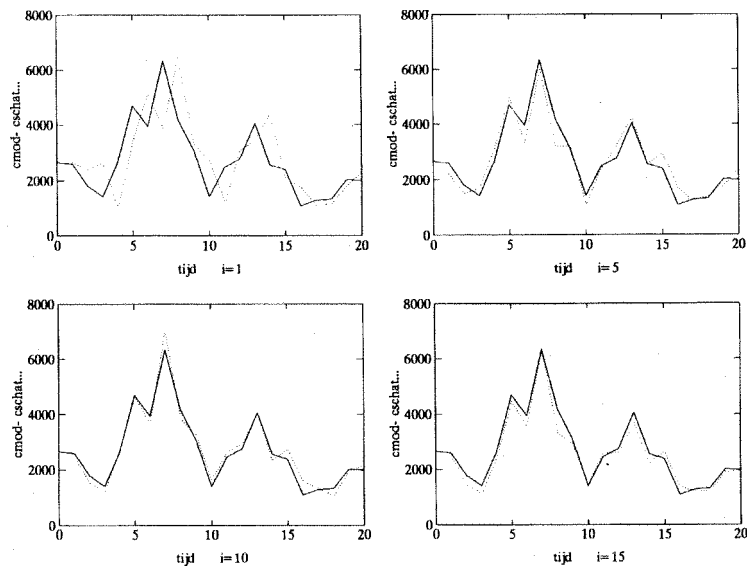
$M_j(0) = 1000$: De beginschatting voor de onbekende parameters M_j

De beginschattingen worden ongecorrleerd verondersteld.

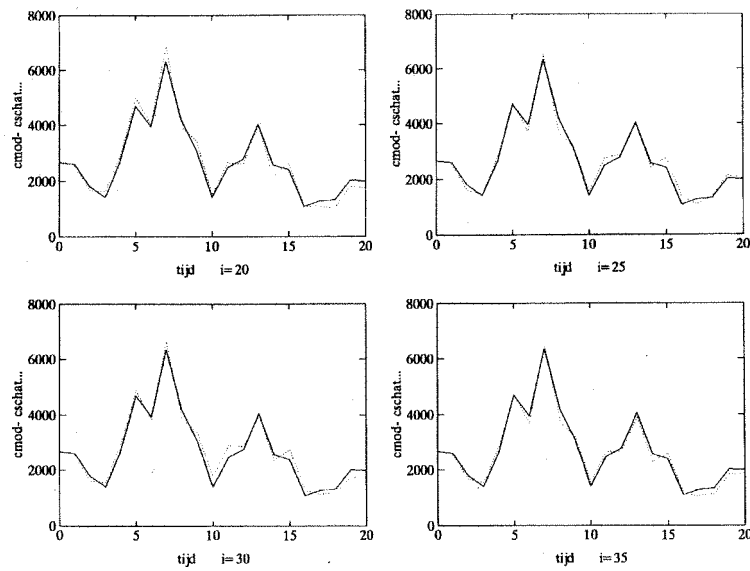
Er zijn 80 vloedstroomperiodes gesimuleerd. De resultaten zijn opgenomen in de figuren 4.26-4.39. Deze figuren bevatten respectievelijk de geschatte concentraties, de schattingen voor de parameters M_j , $j = 1, \dots, 20$, en de residuen.

Uit de in de figuren weergegeven resultaten kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

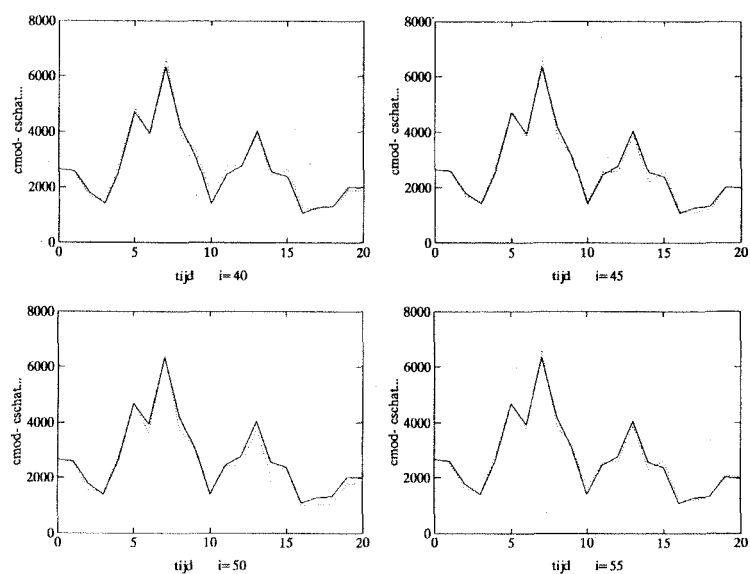
1. Uit de schattingen van de concentraties blijkt dat het filter al zeer snel de juiste vorm van het gedrag van de concentratie weergeeft, alleen rond tijdstip $t = t_{15}$ geeft het filter enige afwijkingen te zien.
2. De moeilijkheden rond tijdstip $t = t_{15}$ zien we het duidelijkst terug in de schatting voor de parameter M_{15} in deze periode (zie figuur 4.33). Het filter kent een negatieve waarde toe terwijl we het een positieve waarde hebben meegegeven. Dit kan veroorzaakt worden doordat de M_{14} op tijdstip t_{14} te groot is. Als de schatting op dit tijdstip te groot is, zal de voorspelling van de concentratie op tijdstip t_{15} te laag uitvallen. Hierdoor treedt er voor in het tijdsinterval (t_{14}, t_{15}) erosie op, wat in werkelijkheid niet zo is.
3. Uit de residuen kunnen we concluderen dat het model voldoet. Dit is niet verwonderlijk aangezien we dit model ook hebben gebruikt om de waarnemingen te genereren.
4. De schattingen voor de parameters M_j convergeren allemaal. Opmerkelijk is dat ze bijna allemaal naar een waarde convergeren die verschilt van de waarde die gebruikt is om de metingen te genereren. De waarde ligt meestal wel in de buurt van de werkelijke waarde. De oorzaak ligt waarschijnlijk in het feit dat voor het schatten van de toestand op $t = t_j$ slechts de voorafgaande metingen voor $t \leq t_j$ worden gebruikt. Als een waarde voor M_i op een vorig tijdstip te laag of te hoog ligt, moet dit door de waarde voor M_{i+1} op het volgende tijdstip gecompenseerd worden. Bij vereffenen waarbij ook de metingen voor $t > t_j$ worden meegenomen wordt dit probleem mogelijk opgeheven. Er is niet nagegaan in hoeverre de filterparameters dit verschijnsel beïnvloeden.
5. Algemeen kunnen we concluderen dat, als de concentratie op gelijke tijdstippen in het getij weinig verandert ten opzichte van het vorige getij, de hier gepresenteerde methode mogelijk goed bruikbaar is om de concentratie te modelleren.



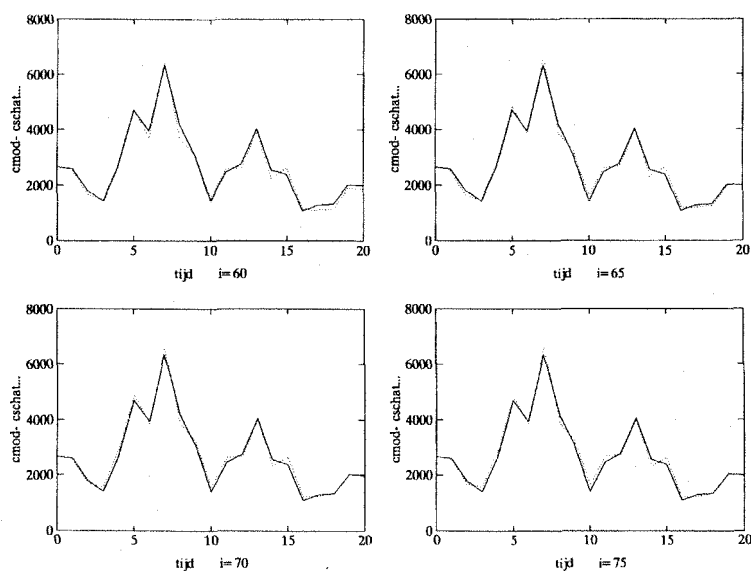
Figuur 4.26: *Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 1, 5, 10, en 15 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



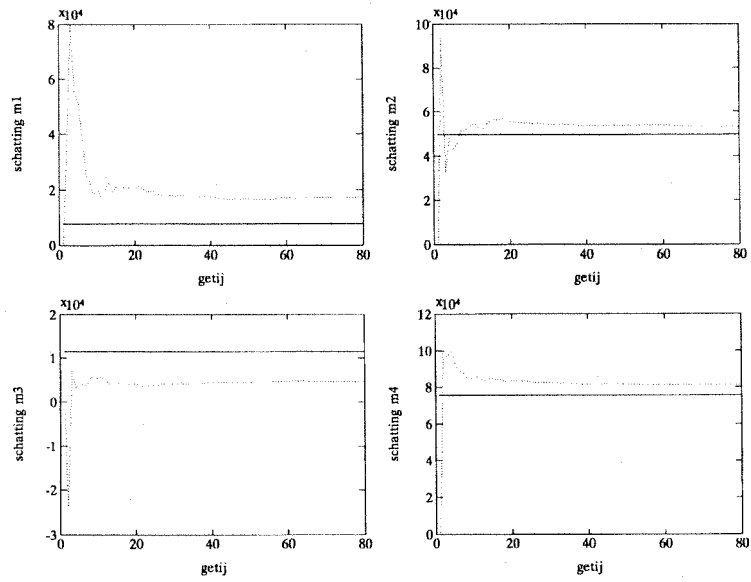
Figuur 4.27: *Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 20, 25, 30 en 35 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



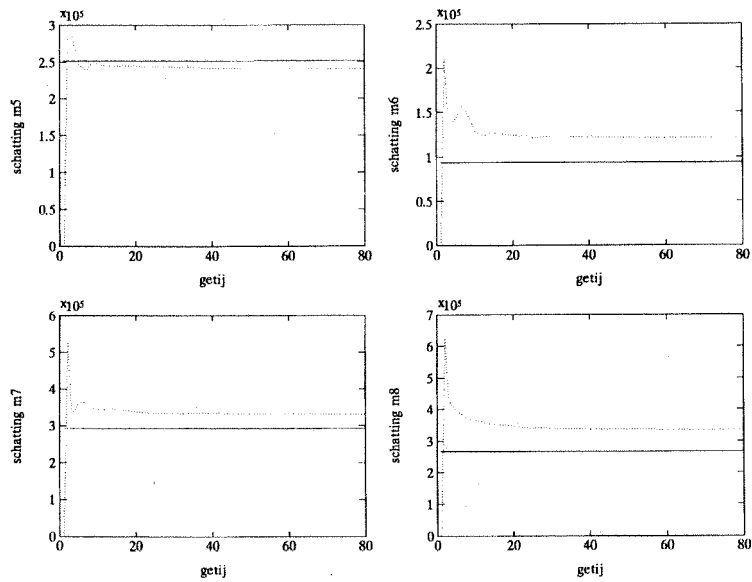
Figuur 4.28: *Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 40, 45, 50 en 55 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



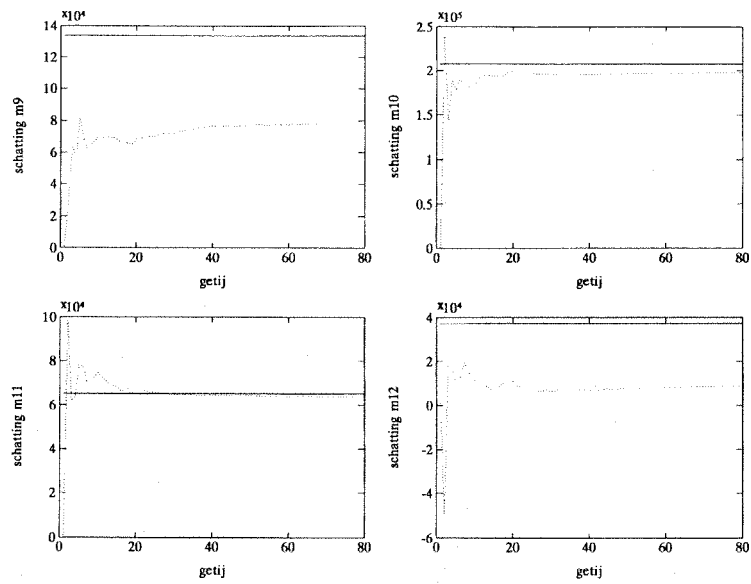
Figuur 4.29: *Simulatie 2: De werkelijke en geschatte concentraties na 60, 65, 70 en 75 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



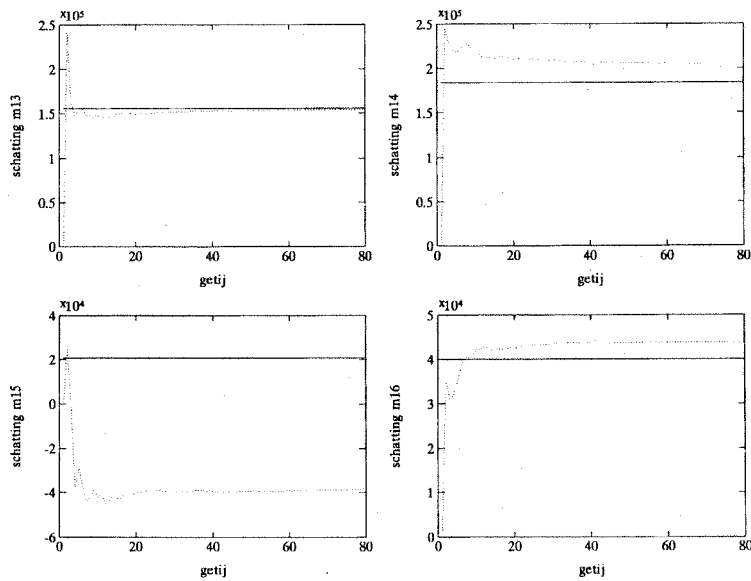
Figuur 4.30: *Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_1 - M_4$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



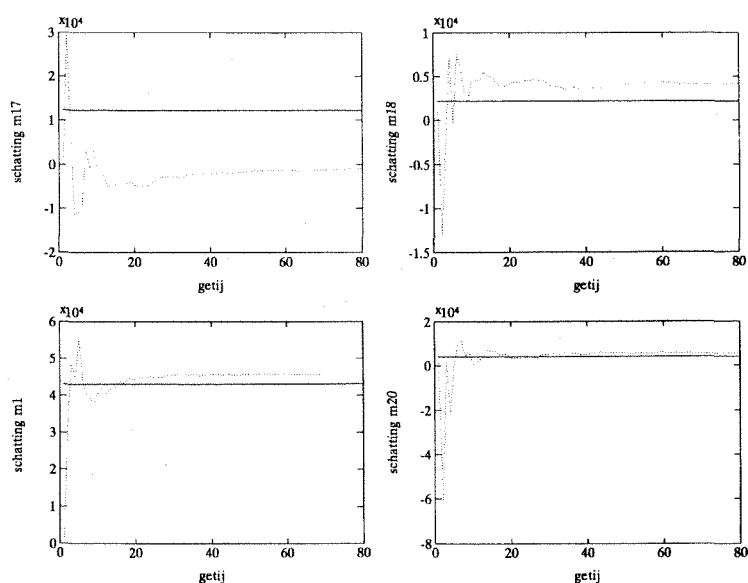
Figuur 4.31: *Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_5 - M_8$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



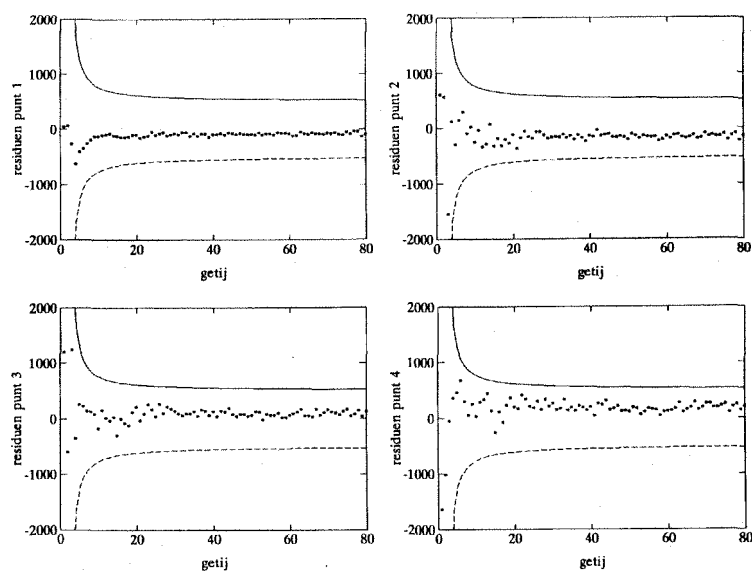
Figuur 4.32: *Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_9 - M_{12}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



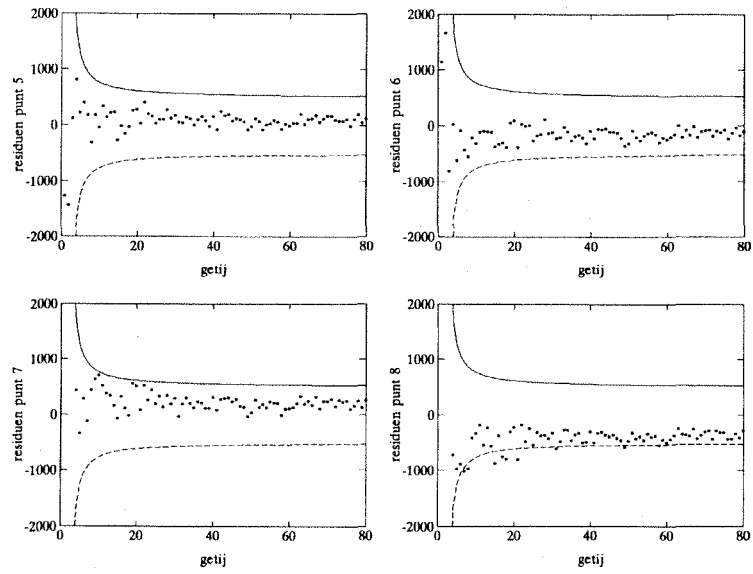
Figuur 4.33: *Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_{13} - M_{16}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



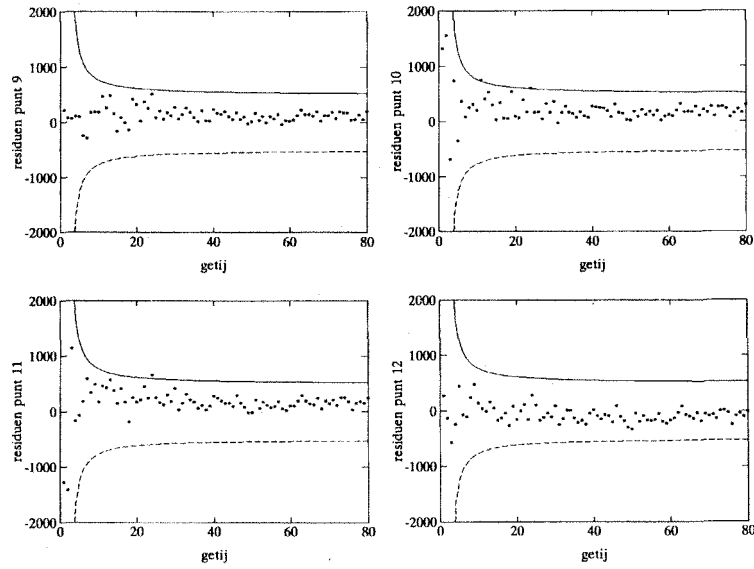
Figuur 4.34: *Simulatie 2: De gefilterde waarden van $M_{17} - M_{20}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



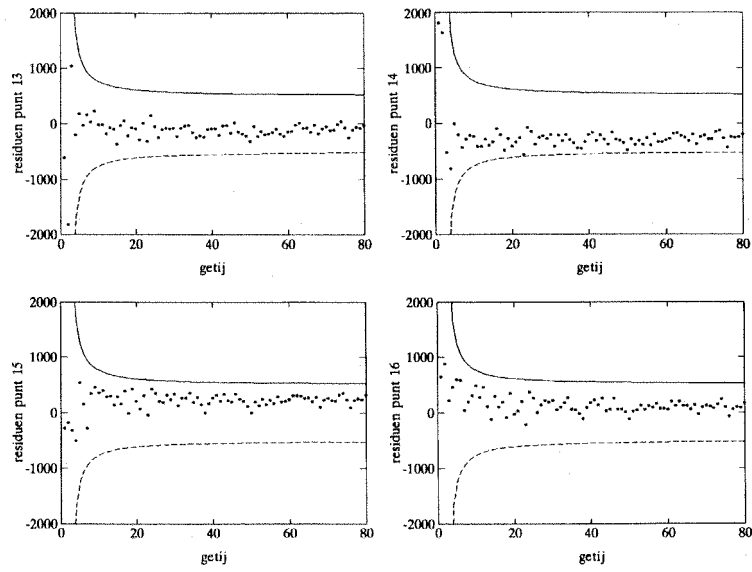
Figuur 4.35: *Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_1 - t_4$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



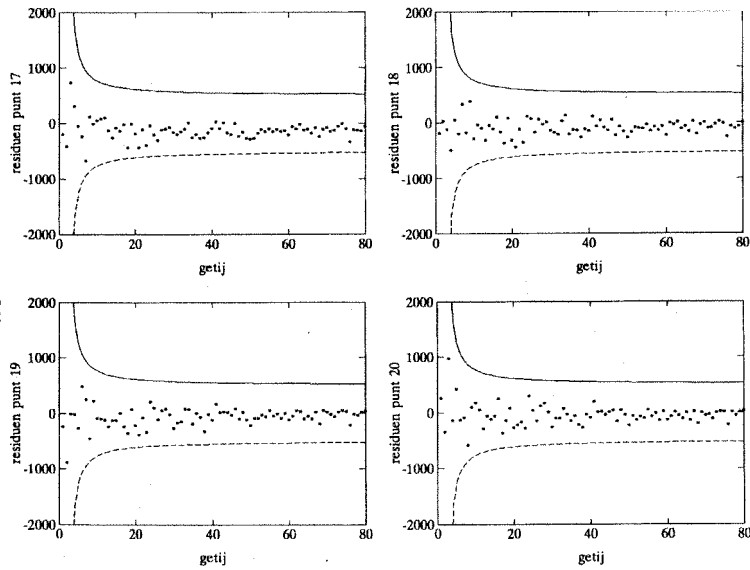
Figuur 4.36: *Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_5 - t_8$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



Figuur 4.37: *Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_9 - t_{12}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



Figuur 4.38: *Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_{13} - t_{16}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



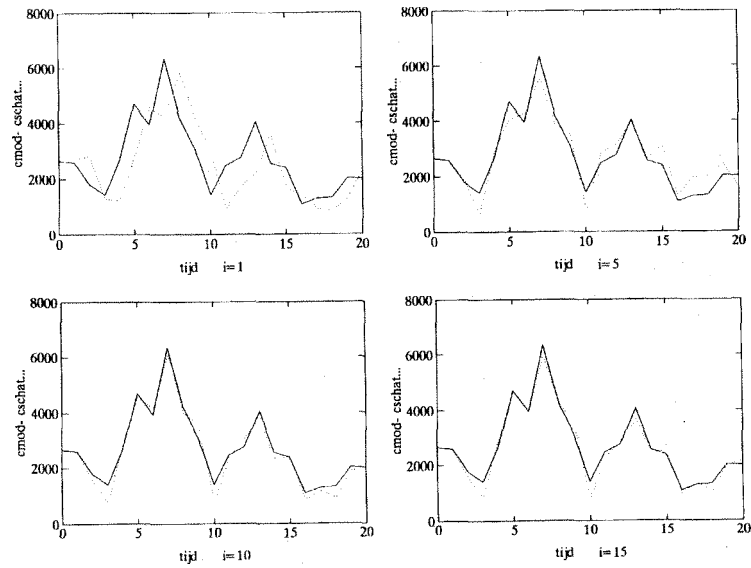
Figuur 4.39: *Simulatie 2: De residuen voor de getijfasepunten $t_{17} - t_{20}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*

4.4.2 Simulatie 3: Het schatten van de parameters M_j

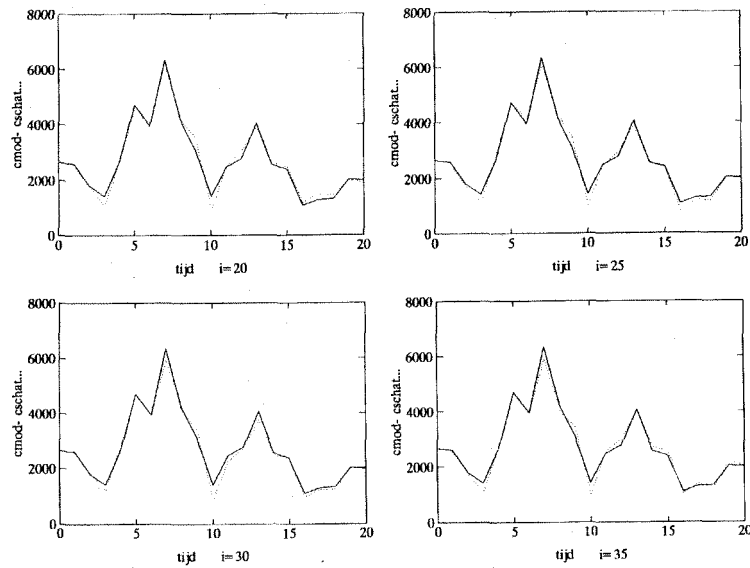
Bij de vorige simulatie was aan het model informatie meegegeven of een bepaald punt een sedimentatie- of een erosiepunt was (door het meegeven van een plus- of minteken in vgl. (4.4)). Conclusie 2 van de vorige paragraaf suggereerde al dat het filter dit onderscheid zelf kan maken. In de simulatie die nu wordt uitgevoerd blijkt dit vermoeden bevestigd te worden. Het teken van de parameters $M_j(k)$ zal niet meegegeven worden, maar moet door het filter zelf worden bepaald.

De resultaten zijn opgenomen in de figuren 4.40-4.53. Uit de figuren kunnen we de volgende conclusies trekken:

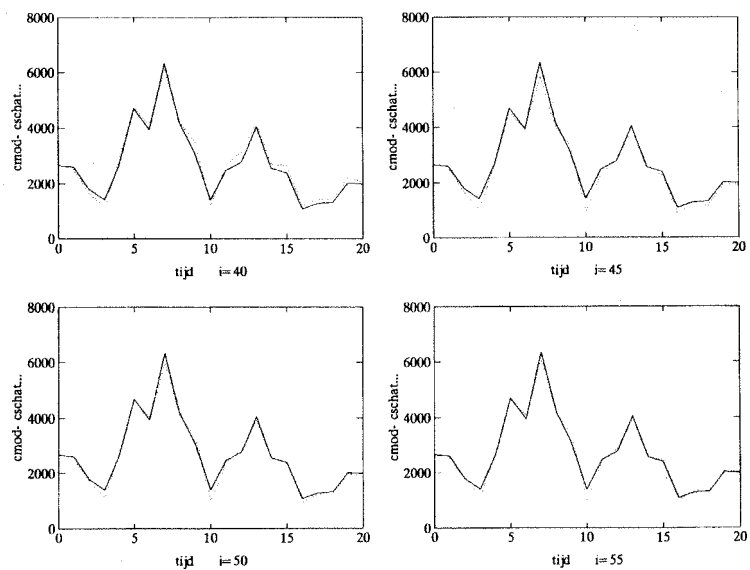
1. Evenals bij de vorige simulatie zien we dat het filter ook hier al zeer snel de juiste vorm van het gedrag van de concentratie weergeeft. De moeilijkheid, die rond tijdstip t_{15} optrad bij de vorige simulatie, treedt hier nu maar even op, maar vanaf getijperiode $k = 10$ wordt dit verschijnsel niet meer waargenomen.
2. Ook hier geldt dat we uit de residuen kunnen concluderen dat het gebruikte model voldoet. Dit was te verwachten, want het enige verschil met de vorige simulatie was het niet voorschrijven van het teken voor de verschillende M_j 's. Op grond van de theorie heeft dit teken voor een lineair systeem geen invloed op de waarneembaarheid van het systeem.
3. Voor alle M_j 's wordt het teken juist geschat, behalve voor M_{18} . De waarde voor M_{18} is echter nogal klein, zodat we het effect bijna niet waarnemen in de grafieken van de concentraties.
4. Algemeen kunnen we wederom concluderen dat als de concentratie van getij naar getij weinig verandert, de hier gepresenteerde methode mogelijk goed bruikbaar is.



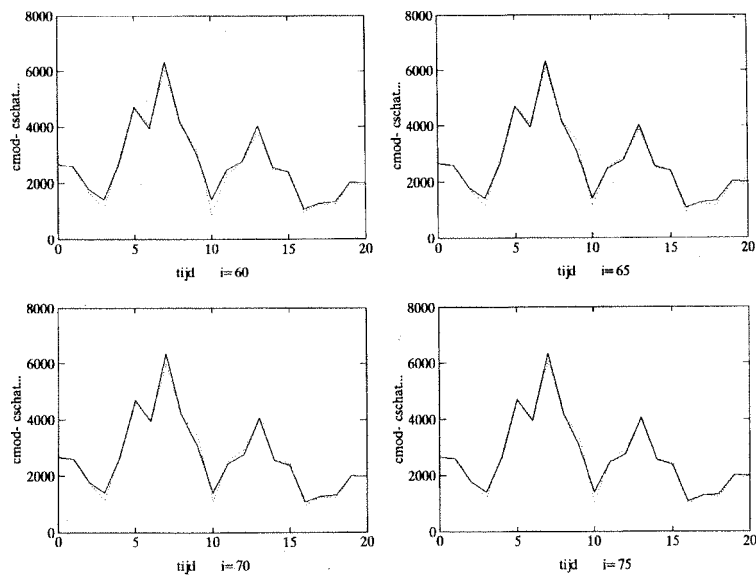
Figuur 4.40: *Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 1, 5, 10, en 15 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



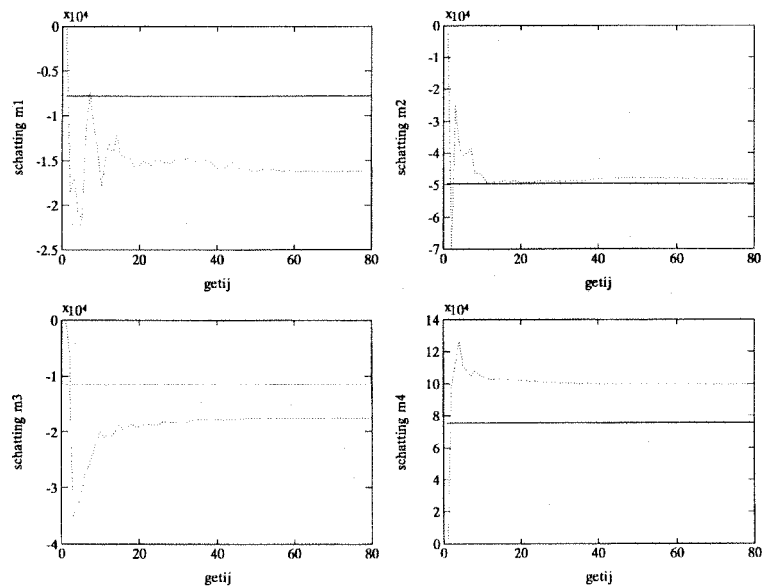
Figuur 4.41: *Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 20, 25, 30 en 35 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



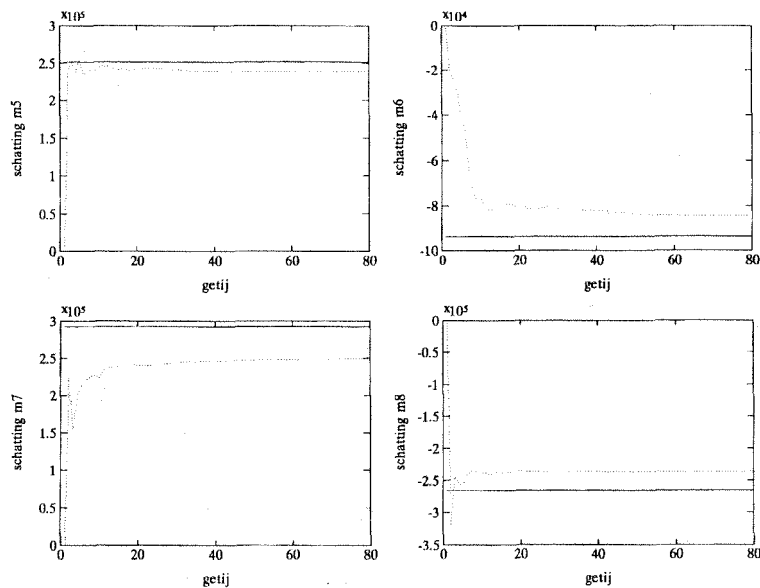
Figuur 4.42: *Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 40, 45, 50 en 55 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



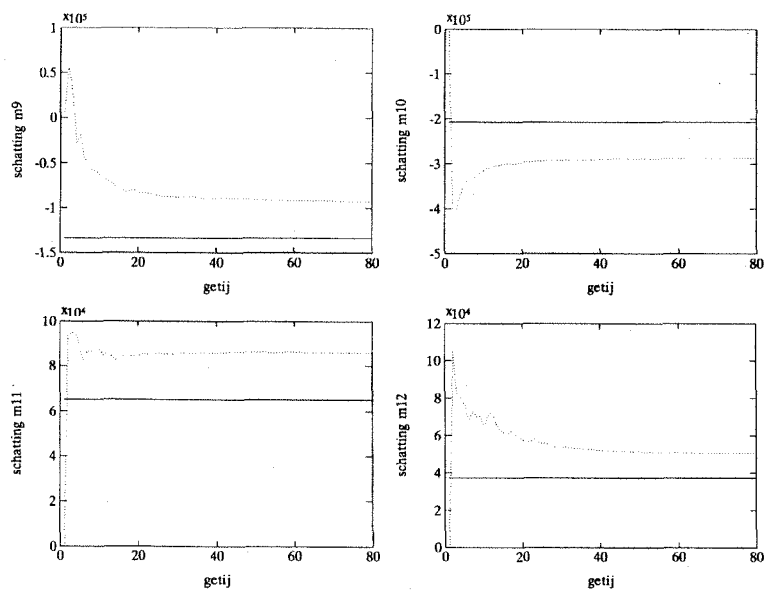
Figuur 4.43: *Simulatie 3: De werkelijke en geschatte concentraties na 60, 65, 70 en 75 gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



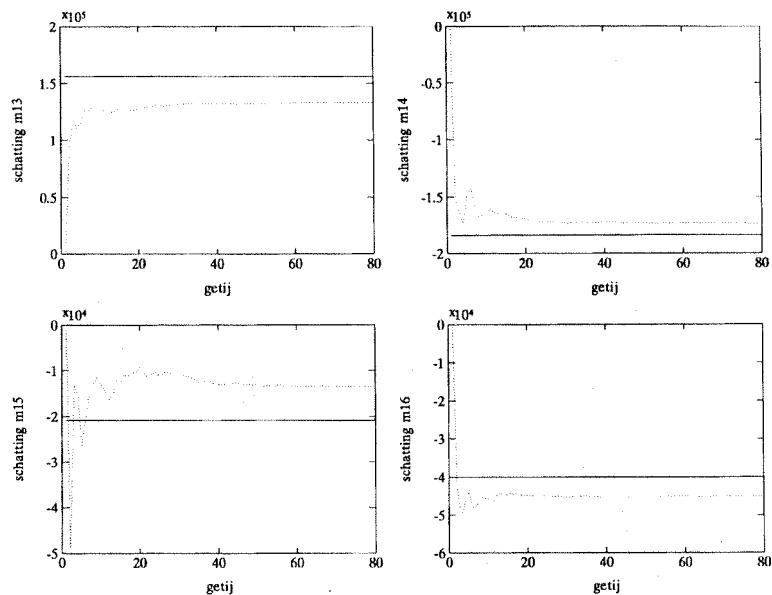
Figuur 4.44: *Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_1 - M_4$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



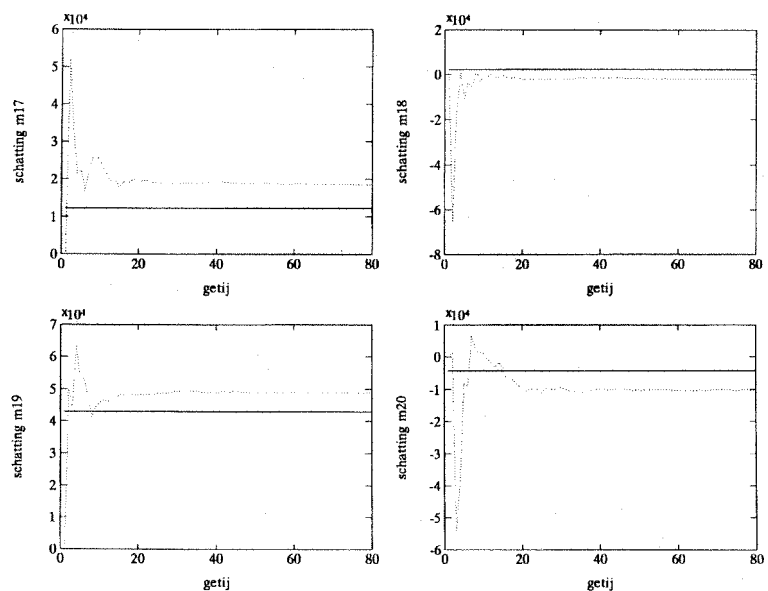
Figuur 4.45: *Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_5 - M_8$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



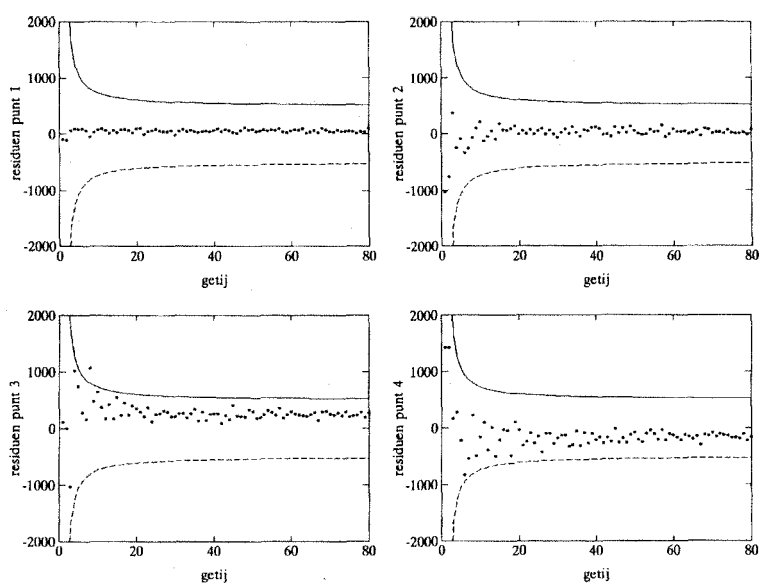
Figuur 4.46: *Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_9 - M_{12}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



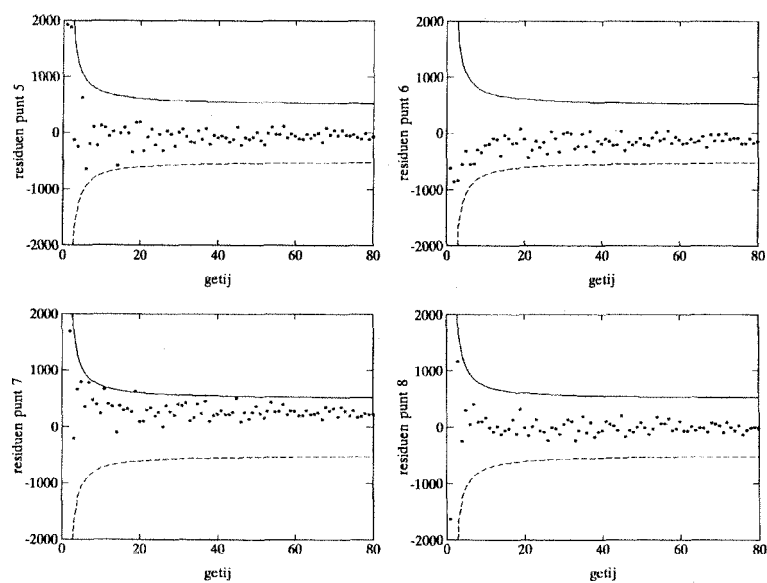
Figuur 4.47: *Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_{13} - M_{16}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



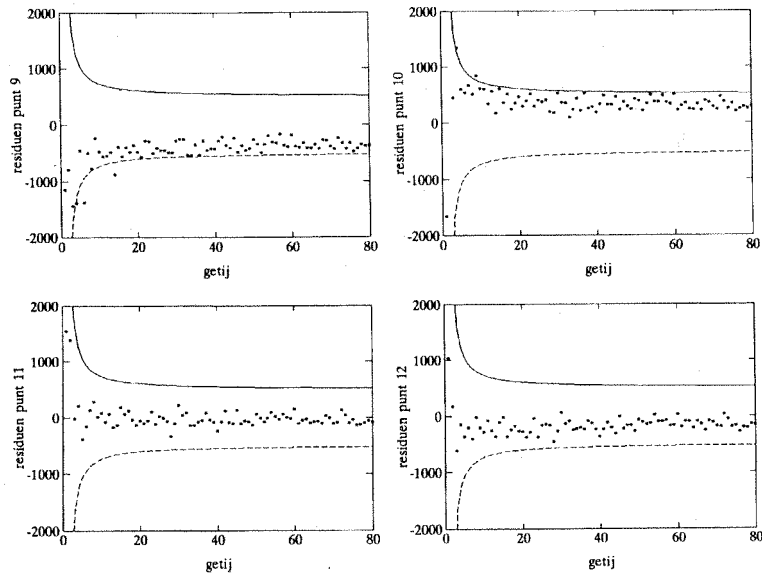
Figuur 4.48: *Simulatie 3: De gefilterde waarden van $M_{17} - M_{20}$ als functie van het aantal gesimuleerde vloedstroomperiodes.*



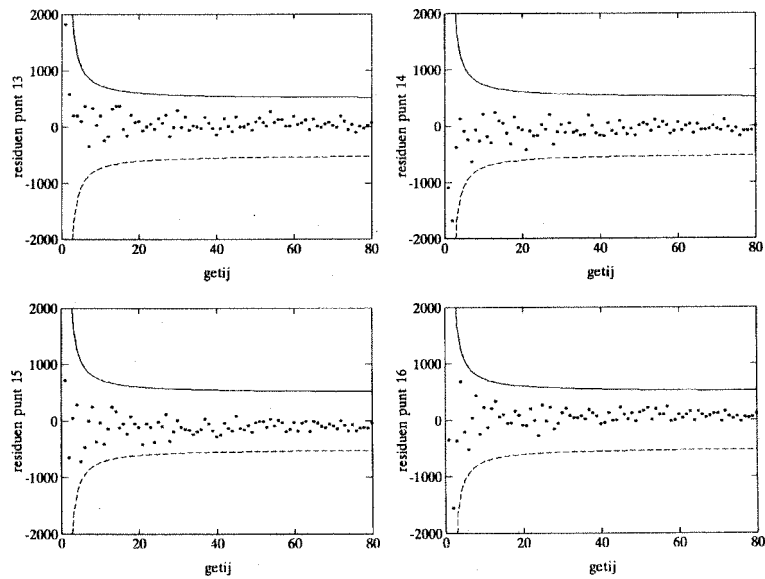
Figuur 4.49: *Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_1 - t_4$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



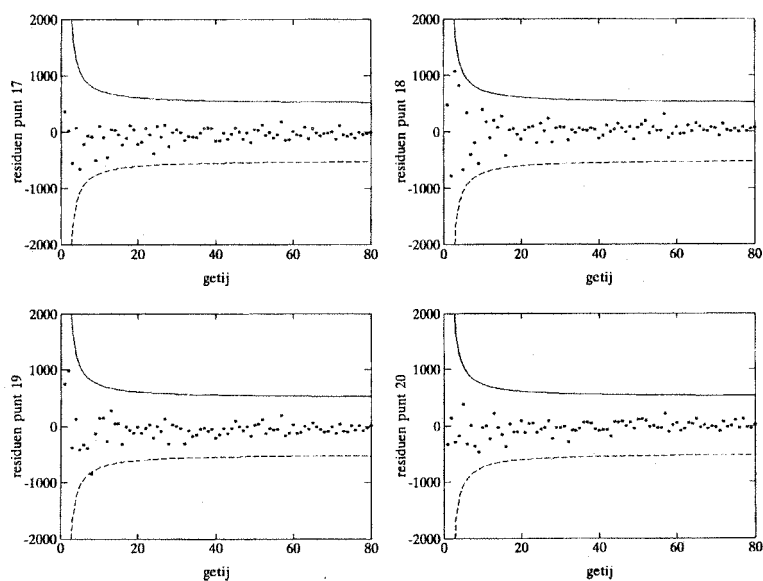
Figuur 4.50: *Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_5 - t_8$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



Figuur 4.51: *Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_9 - t_{12}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



Figuur 4.52: *Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_{13} - t_{16}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*



Figuur 4.53: *Simulatie 3: De residuen voor de getijfasepunten $t_{17} - t_{20}$ als functie van het aantal doorlopen vloedstroomperiodes.*

Hoofdstuk 5

Aanzet voor een nieuw model. Onderzoek naar het verband tussen de getijparameters en het optreden van de pieken

In hoofdstuk 3 zijn we tot de conclusie gekomen dat de bij Hoedekenskerke waargenomen pieken A en B zijn ontstaan door locale erosie en sedimentatie ter plaatse van de Zeekat. Bestudering van de metingen bij Bath [4] wees op een sedimentatie-erosie proces verder af van de Zeekat. Echter uit de metingen blijkt dat ook bij Bath de bij Hoedekenskerke waargenomen pieken A en B optreden. Tevens geven de metingen aan, hoewel minder significant, dat tijdens de ebstroom pieken overeenkomend met de bij Hoedekenskerke waargenomen pieken C en D optreden. Nadere analyse en vergelijken van de meetgegevens zal hier uitsluitsel over moeten geven. Bovenstaande doet vermoeden dat het onderliggende mechanisme voor het opwerpen van het slib, dat de pieken A en B doet ontstaan in beide gevallen hetzelfde is. Het feit of deze opwerveling al of niet ter plaatse van de Zeekat plaatsvindt speelt daarbij blijkbaar geen rol. Dit betekent ook dat de globale geometrie van de Westerschelde blijkbaar geen of weinig invloed heeft op het slibgedrag. Blijkbaar wordt de erosie en sedimentatie bepaald door de waarden van de stromings- en sedimentparameters ter plaatse (bijvoorbeeld watersnelheid en waterhoogte).

Aangezien het duidelijk is dat de watersnelheid een grote rol zal spelen en van deze grootte metingen voorhanden zijn, zullen we in dit hoofdstuk proberen na te gaan in hoeverre de snelheid en het slibtransport samenhangen. Om dit te kunnen onderzoeken zijn, van de metingen op de Zeekat op de locatie Hoedekenskerke, in de figuren 5.1-5.18 de volgende grootheden onder elkaar uitgezet:

- De longitudinale snelheid
- De longitudinale versnelling
- De slibconcentratie
- De transversale snelheid
- De transversale versnelling

- De absolute snelheid
- De absolute versnelling

Bestuderen we het verloop van de versnellingen als functie van de tijd dan kunnen daaruit interessante conclusies worden getrokken. Het optreden van een piek van type A gaat (in het merendeel van de gevallen) gepaard met hoge waarden voor de versnelling ofwel een steil verloop van de snelheid. Bij een piek van type B zien we echter dat de versnelling ongeveer nul is ofwel dat de snelheid ongeveer een constante waarde heeft. Bij de pieken C en D kunnen we, hoewel minder significant, dezelfde verschijnselen waarnemen in het snelheidsverloop als bij de pieken A respectievelijk B. Om die reden zullen we onze verdere beschouwingen beperken tot de pieken A en B.

Het is duidelijk dat de mechanismen voor het ontstaan van deze pieken A en B verschillend zijn. Een mogelijke verklaring voor het ontstaan van piek A is dat de losse sliblaag die tijdens de kentering op de bodem is uitgezakt bij de snel toenemende snelheid weer in suspensie wordt gebracht. Aangezien het hier een losse sliblaag betreft van fijn materiaal met een dichtheid weinig hoger dan water zal dit weinig energie absorberen. Dit in tegenstelling tot piek B waar, vanwege het afgevlakte snelheidsprofiel, tijdens zijn ontstaan veel energie moet zijn geabsorbeerd. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat bij deze snelheid zand tezamen met slib wordt opgewerveld, hetgeen gepaard gaat met een aanzienlijke energieabsorptie. Eventueel kan aan dit verschijnsel ook het optreden van interne golven ten gronslag liggen, die voor hun ontstaan energie aan de hoofdstroom onttrekken. Dit soort golven kunnen ontstaan, eventueel in een beperkt gebied nabij de bodem (trapped waves), bij bepaalde snelheids- en dichtheidsprofielen (zie Long [7], Pietrzak e.a. [8], Kranenburg e.a. [5], De Jong [3]). Deze golven geven een verhoogde opname van sediment van de bodem en een verhoogde verticale diffusie. Het is duidelijk dat het hier nog gaat om voorlopige en in zekere zin speculatieve conclusies.

Zoals boven opgemerkt, geven de continue-metingen in de figuren 5.1-5.18 globaal aan dat de B-piek optreedt bij zeer geringe waarden van de versnelling. Dit roept de vraag op of er misschien kritieke waarden voor de snelheden zijn aan te geven waarbij sediment in suspensie gaat. Uit de figuren 5.1-5.18 is een dergelijke kritieke waarde niet of moeilijk te bepalen. Mogelijke oorzaak is de onnauwkeurigheid of onvolledigheid van de metingen van zowel concentratie als snelheid waarbij meetruis het oorspronkelijke signaal vervormt. Verder is de troebelheid in plaats van de concentratie gemeten en wordt er geen onderscheid in korrelgrootte cq. vlok grootte gemaakt.

In hoofdstuk 4 is aangegeven hoe door het toepassen van een KF het werkelijke signaal in statistische zin zo goed mogelijk kan worden gereconstrueerd. Noodzakelijk hiervoor is het beschikbaar zijn van een niet te complex stochastisch model dat echter wel de essentie van het verschijnsel representeert. Het signaal op een bepaald tijdstip wordt dan gefilterd op basis van dit model en de meetgegevens tot en met dit tijdstip. In hoofdstuk 4 werd reeds vermeld dat, als er ook metingen na dit tijdstip beschikbaar zijn, deze kunnen worden verwerkt via vereffenen. We gebruiken hier het in dat hoofdstuk geïntroduceerde model (4.11)-(4.12) voor het vereffenen van de metingen op het laagste niveau in de waterkolom. Door uitbreiding van deze systeemvergelijkingen zijn we in staat vereffenen te definiëren als een standaard KF. Voor de technische details omtrent de verschillende varianten van vereffenen wordt verwezen naar de handboeken, bijvoorbeeld Anderson en Moore [1]. Hier wordt de variant ‘fixed-point smoothing’ toegepast, waarbij voor het vereffenen op het tijdstip $t = t_j$, (na het uitvoeren van de in hoofdstuk 4 beschreven filterprocedure, waarbij gebruik is gemaakt van de metingen op de tijdstippen $t_k \leq t_j$) steeds een extra meting $t_k > t_j$ wordt verwerkt op grond waarvan we de

vereffende waarden voor de concentratie C_j en de parameter M_j berekenen. Na elk punt kan beoordeeld worden in hoeverre er een verbetering van de resultaten optreedt. Dus de resultaten van het KF op basis van de vgl. (4.11)-(4.12), zoals beschreven in hoofdstuk 4, leveren de begincondities voor de vereffenings procedure. Het is duidelijk dat behalve het aantal punten n dat meegenomen wordt ook de beginfoutvarianties Q_{C_0} en Q_{M_0} van C_0 en de M_j 's, de varianties Q_C en Q_M van de systeemruis W_C en W_M , en de variantie Q_R van de meetruis W_R bepalend zijn voor het resultaat.

Van tevoren is niet te zeggen welke combinatie van waarden voor de bovengenoemde parameters een optimaal resultaat geeft. Over de nauwkeurigheid van de metingen is bijvoorbeeld weinig te zeggen. Daarom zijn voor een groot aantal combinaties van waarden voor deze parameters de resultaten bekeken.

Het oorspronkelijke signaal mag niet teveel gladgestreken worden, omdat dan de informatie omtrent de oorzaak van het optreden van een piek verloren gaat. Bij te weinig gladstrijken blijft er teveel ruis op het 'echte' signaal achter zodat het trekken van conclusies moeilijk is. Het kiezen van de 'beste' combinatie van waarden moet 'op het oog' gedaan worden. Uit alle beschouwde combinaties is voorlopig één van de beste combinaties gekozen. De resultaten van deze combinatie zijn afgedrukt in de figuren 5.19-5.23. De snelheden zijn gladgestreken door toepassing van een 'moving-average' procedure. Vandaar dat de absolute snelheid niet de minimale waarde 0 heeft. Het gaat hier nog om een voorlopig resultaat. Nadere verificatie en combinatie met gegevens over, bijvoorbeeld, verticale diffusie lijkt noodzakelijk. Het vereffenen van de data geeft een aanmerkelijke verbetering. In sommige gevallen zorgt het vereffenen ervoor dat de tijdstippen waarop pieken optreden iets verschuiven ten opzichte van de oorspronkelijke piektijd. Dit levert naar verwachting een verbetering op, aangezien dit resultaat is gebaseerd op meer gegevens. Dit kan het duidelijkst aangetoond worden door de spreiding in de tijdstippen vanaf stroomkentering te beschouwen. In tabel 5.1 zijn de piektijdstippen van de A- en de B-piek voor de gemeten en voor de vereffende data opgenomen.

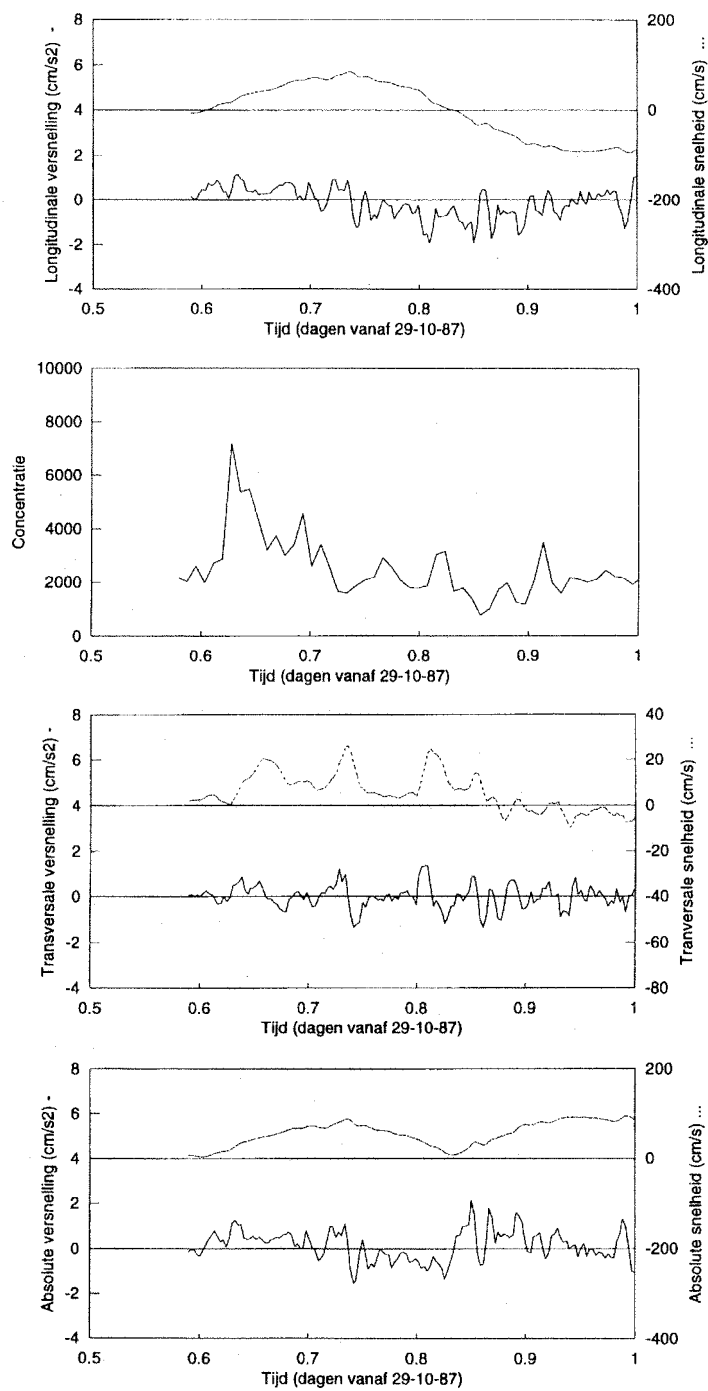
De gemiddelde tijd waarop piek A na stroomkentering optreedt voor vereffenen is 0.0343 dagen met een spreiding van 0.0066 en na vereffenen 0.0349 dagen met een spreiding van 0.0058.

De gemiddelde tijd waarop piek B na stroomkentering optreedt voor vereffenen is 0.0982 dagen met een spreiding van 0.0091 en na vereffenen 0.0970 dagen met een spreiding van 0.0072. In beide gevallen is dus een verbetering van de spreiding opgetreden.

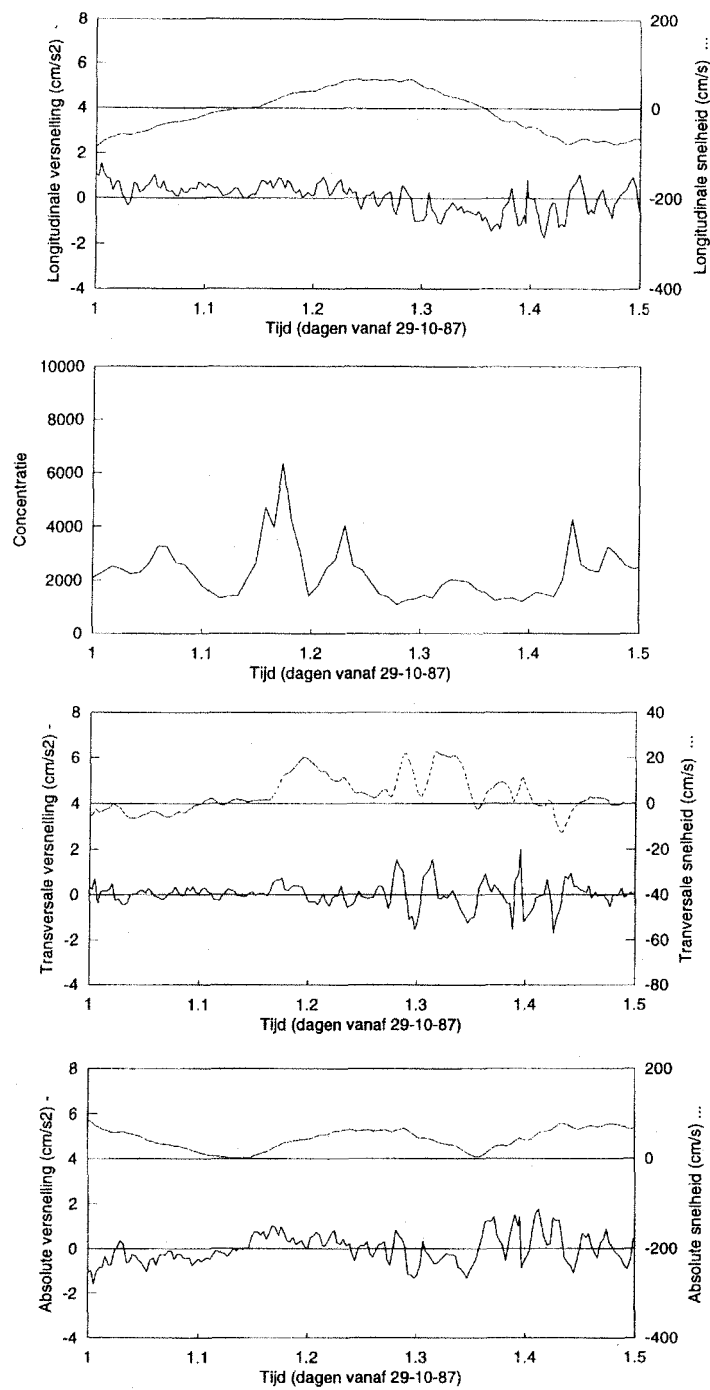
Ook hier geldt in beide gevallen dat de spreiding ten opzichte van de gemiddelde waarde relatief klein is. Dit betekent dat er een relatief klein betrouwbaarheidsinterval gedefiniëerd kan worden waarbinnen de piek op moet treden. Een andere waarneming die we kunnen doen uit de grafieken, is dat er veel beter een kritieke snelheid aan te wijzen is waarop erosie plaatsvindt. Dit hangt waarschijnlijk samen met het feit dat de spreiding in de tijdstippen $t = t_{piek}$ vanaf kentering kleiner geworden is. De pieken A en B treden dus zo goed als zeker bij een kritieke snelheid op. De pieken A en B vallen altijd in de eerste fase van de vloedstroom. De eerste fase van de vloedstroom is gedefiniëerd als het deel van de vloedstroom dat begint tussen de minimale en de maximale snelheid (in de figuren aangegeven met stippellijnen). Deze periode is het lastigst om te modelleren, aangezien uit figuur 1.3 voor de troebelheden en figuur 2.1 voor de snelheden blijkt dat de uitkomsten van de vgl. 1.1-1.5 voor bovengenoemde eerste fase van de vloedstroom de minste overeenkomst hebben met de metingen.

tijd kentering	nummer A-piek	gemeten piektijd	piektijd na vereffenen	nummer B-piek	gemeten piektijd	piektijd na vereffenen
0.605	A1	0.628	0.636	B1	0.693	0.693
1.658	A3	1.692	1.692	B3	1.757	1.757
2.190	A4	2.214	2.222	B4	2.312	2.304
2.724	A5	2.752	2.752	B5	2.826	2.826
3.246	A6	3.290	3.290	B6	3.347	3.347
3.781	A7	3.804	3.812	B7	3.887	3.878
4.298	A8	4.334	4.342	B8	4.399	4.399
4.821	A9	4.854	4.854	B9	4.910	4.910
5.329	A10	5.374	5.374	B10	5.429	5.429
5.855	A11	5.887	5.887	B11	5.943	5.943
6.364	A12	6.407	6.391	B12	6.456	6.456
6.887	A13	6.920	6.920	B13	6.977	6.977
7.395	A14	7.432	7.432			

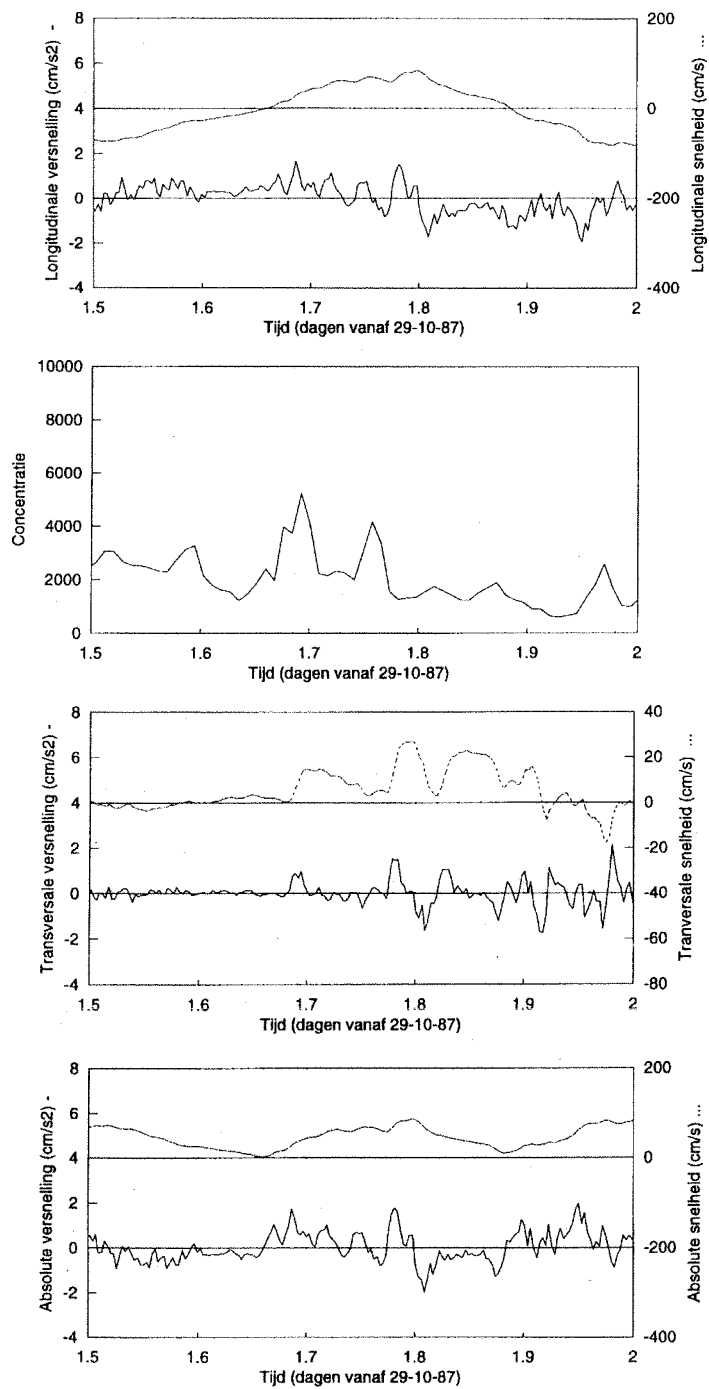
Tabel 5.1: *Gemeten en vereffende piektijden van A- en B-piek, die optreden na de aangegeven kenteringstijd van het getij.*



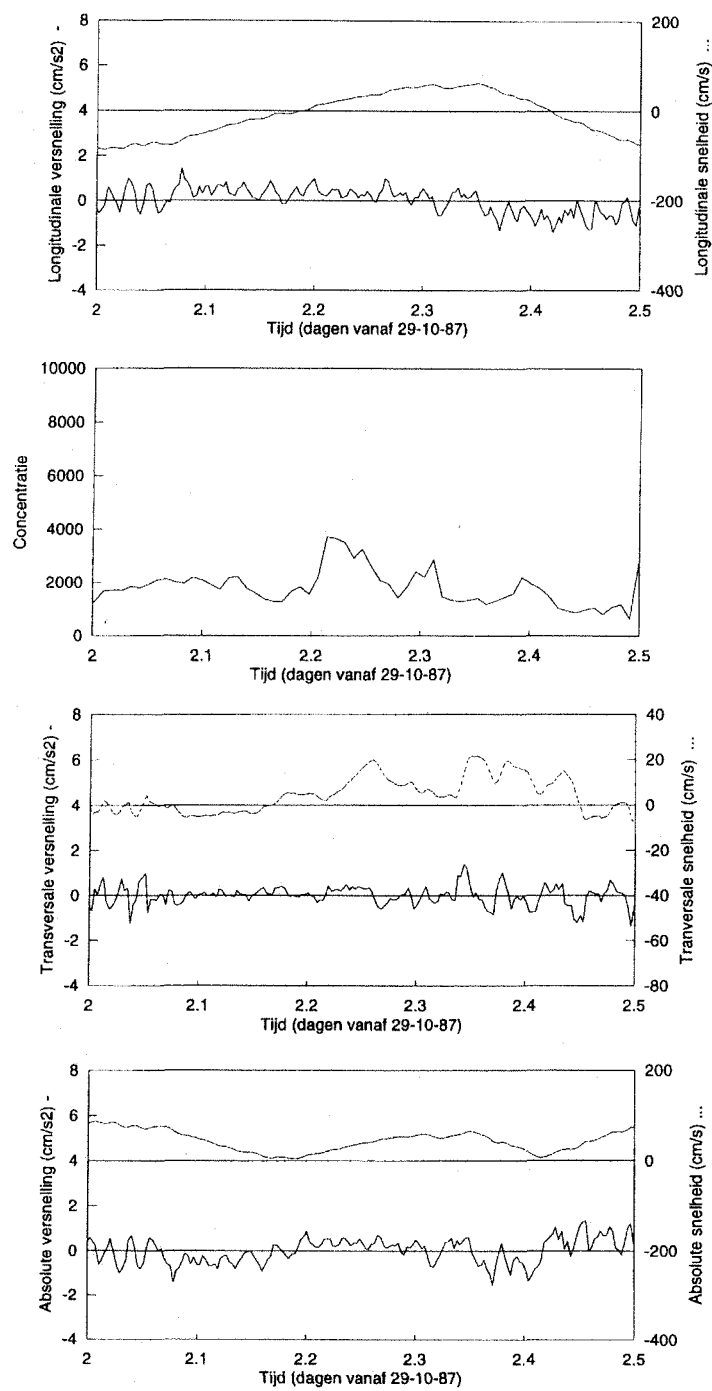
Figuur 5.1: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



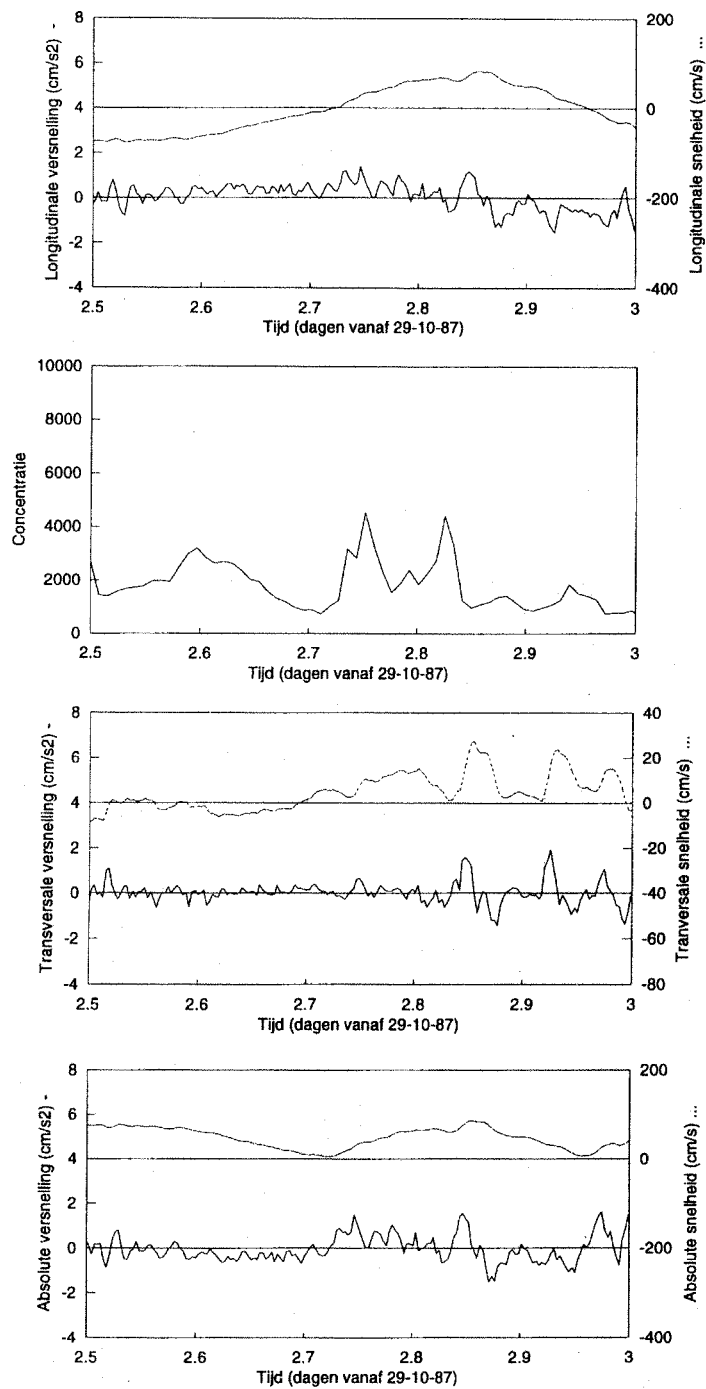
Figuur 5.2: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



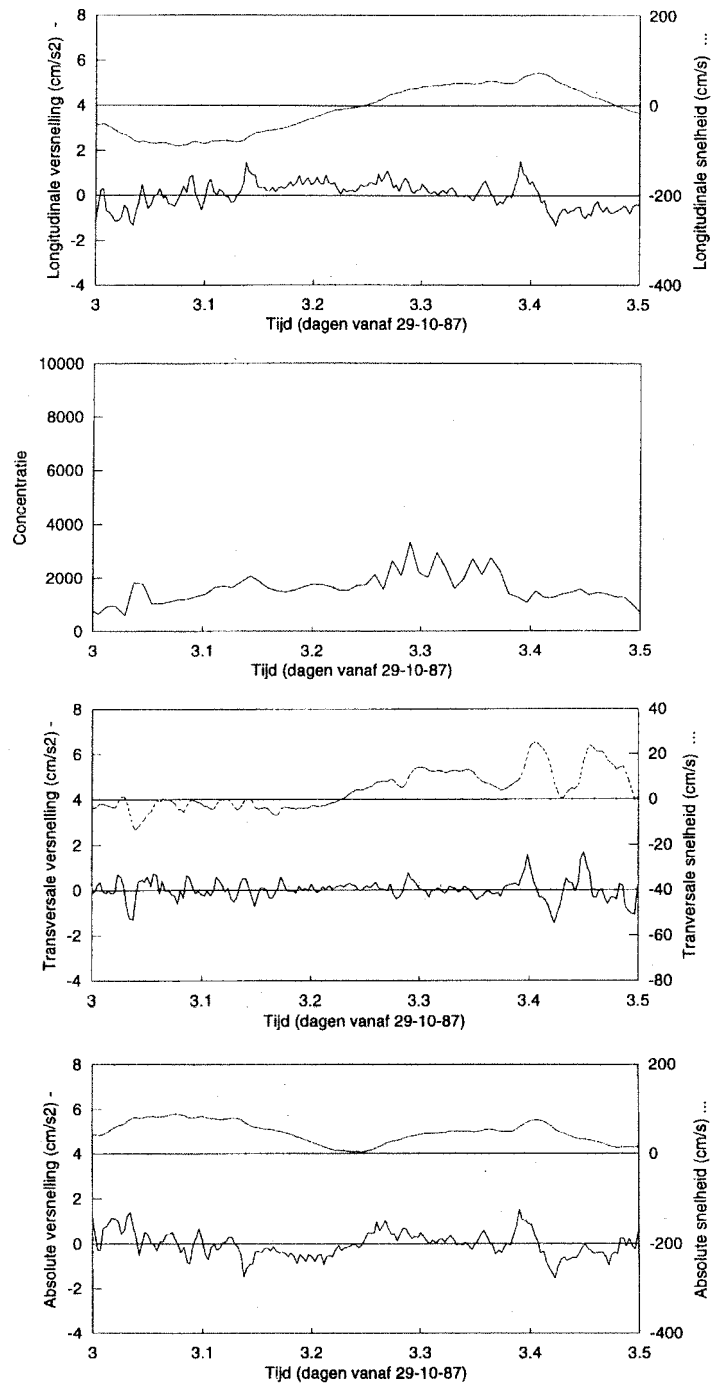
Figuur 5.3: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



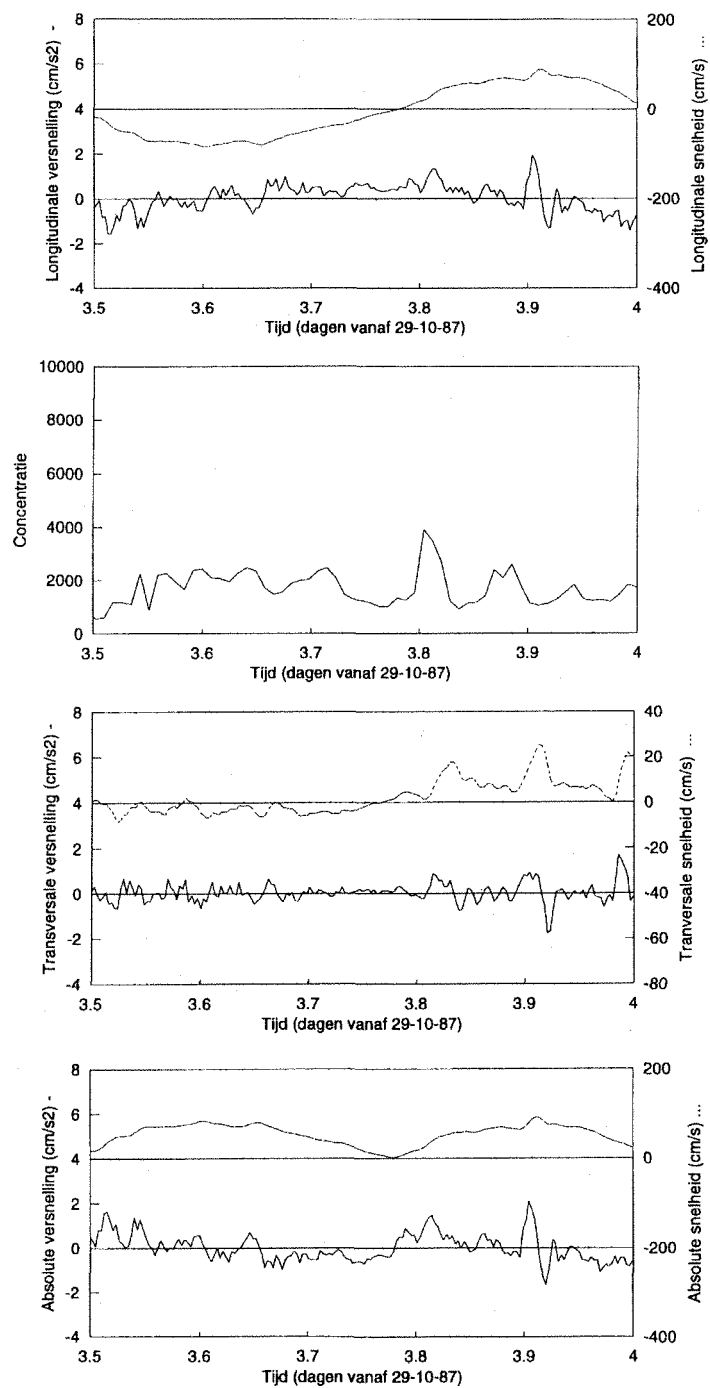
Figuur 5.4: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



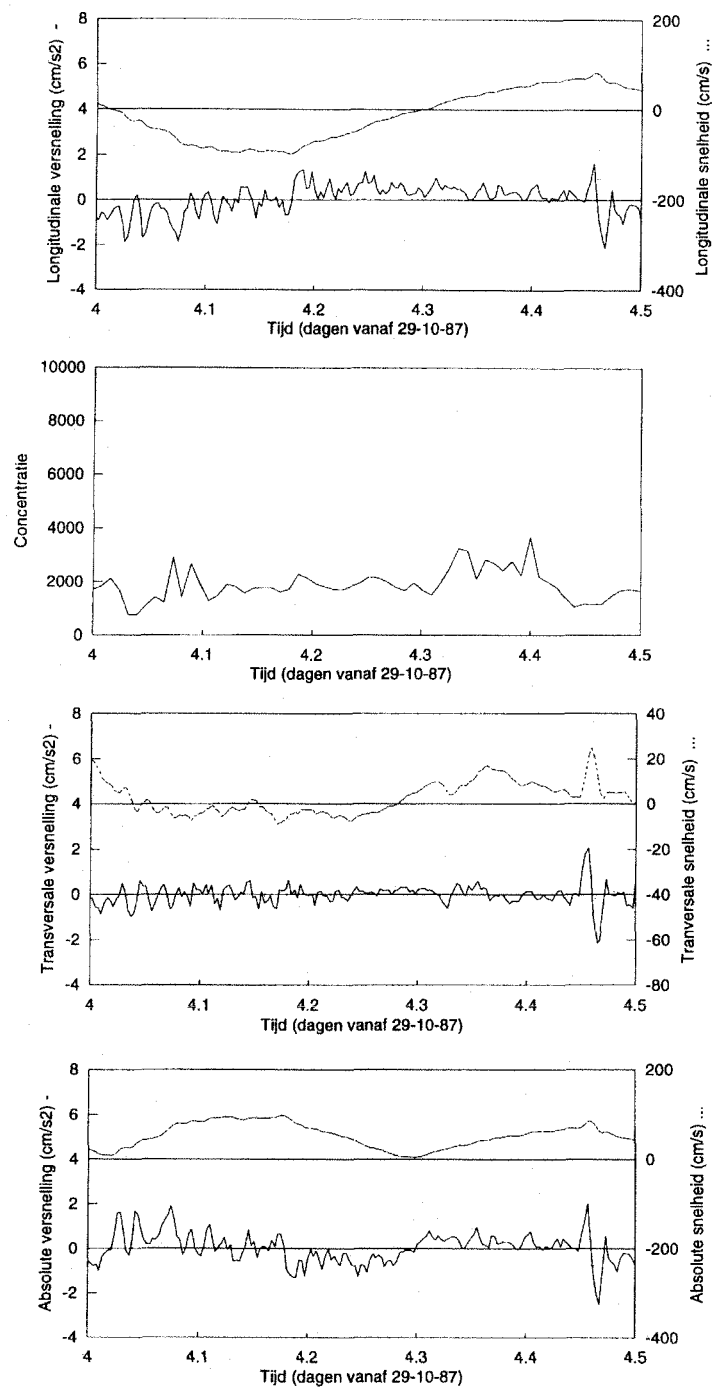
Figuur 5.5: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



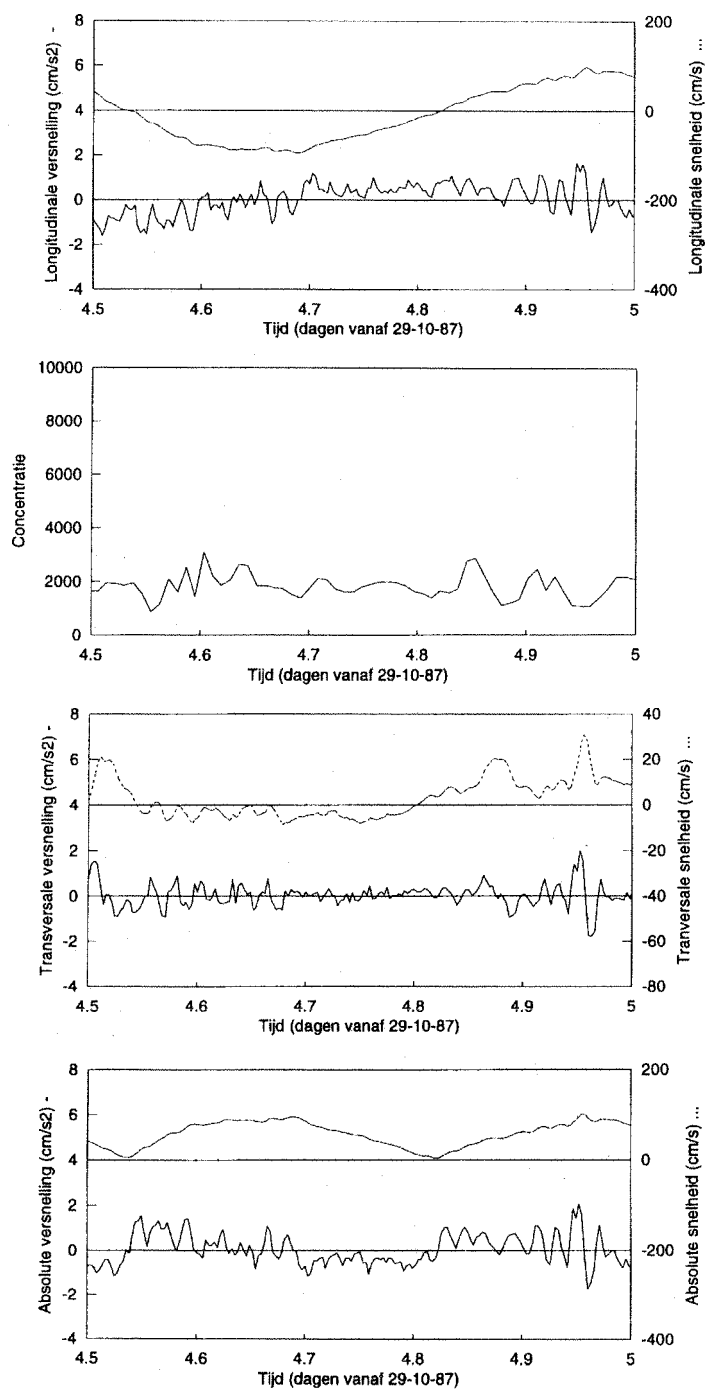
Figuur 5.6: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



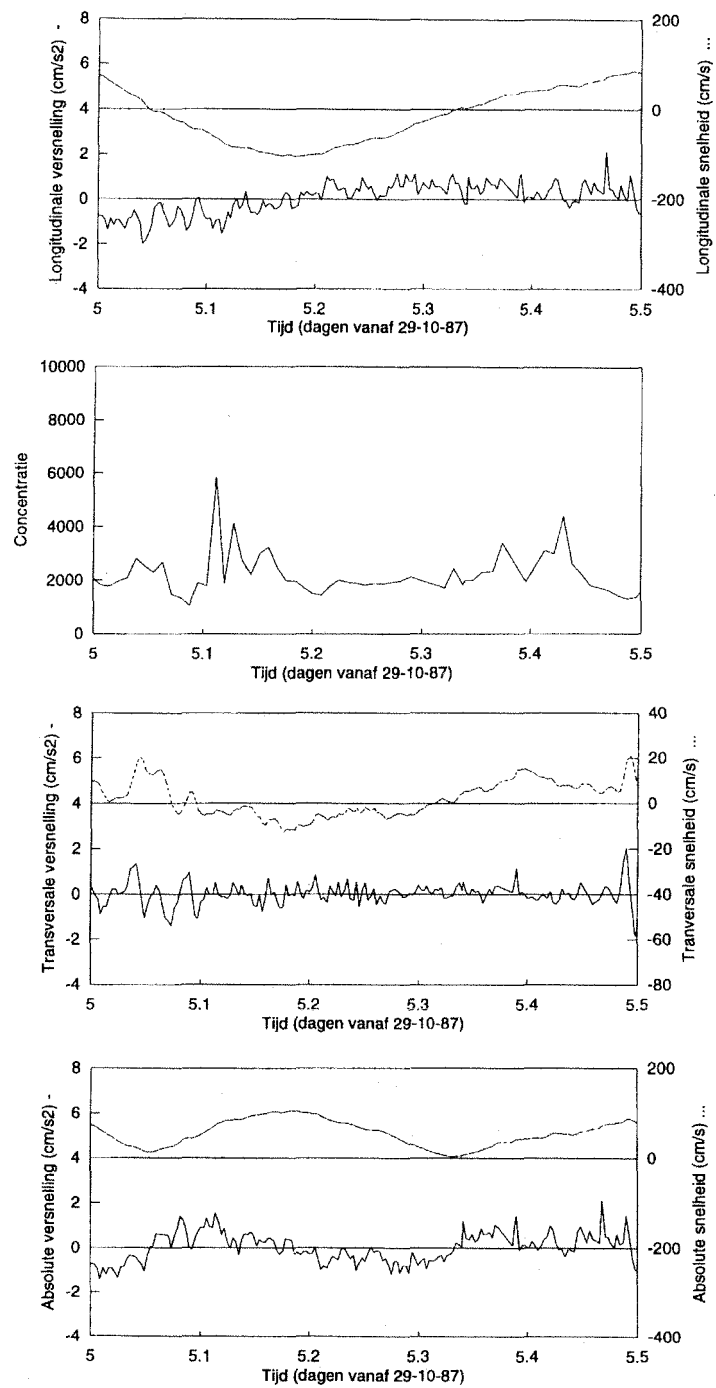
Figuur 5.7: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



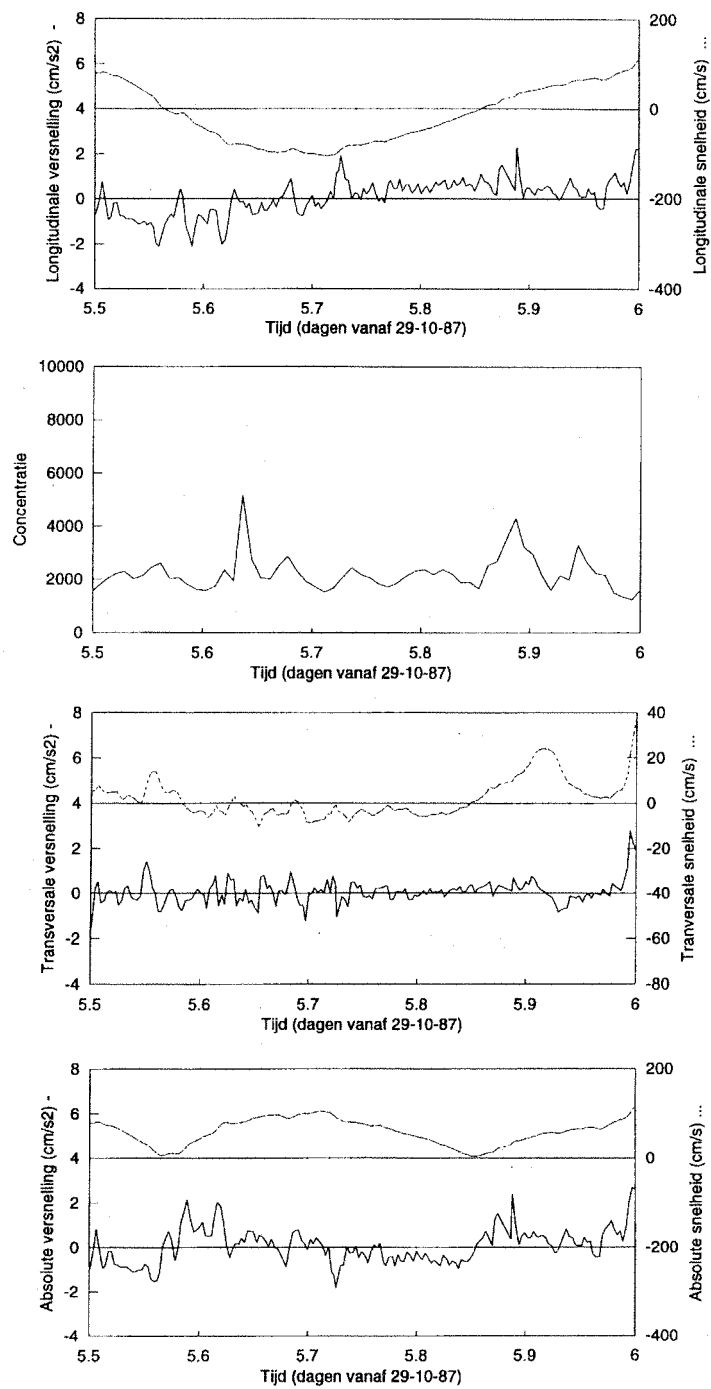
Figuur 5.8: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



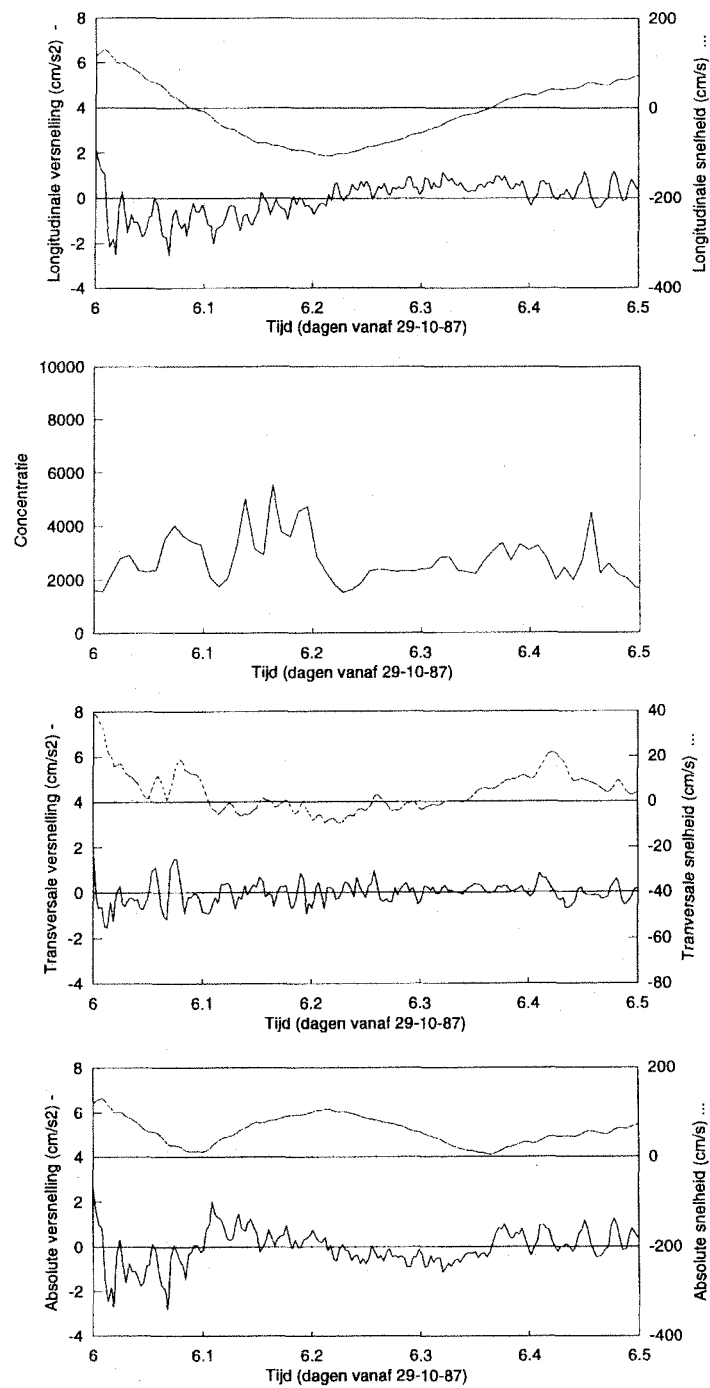
Figuur 5.9: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



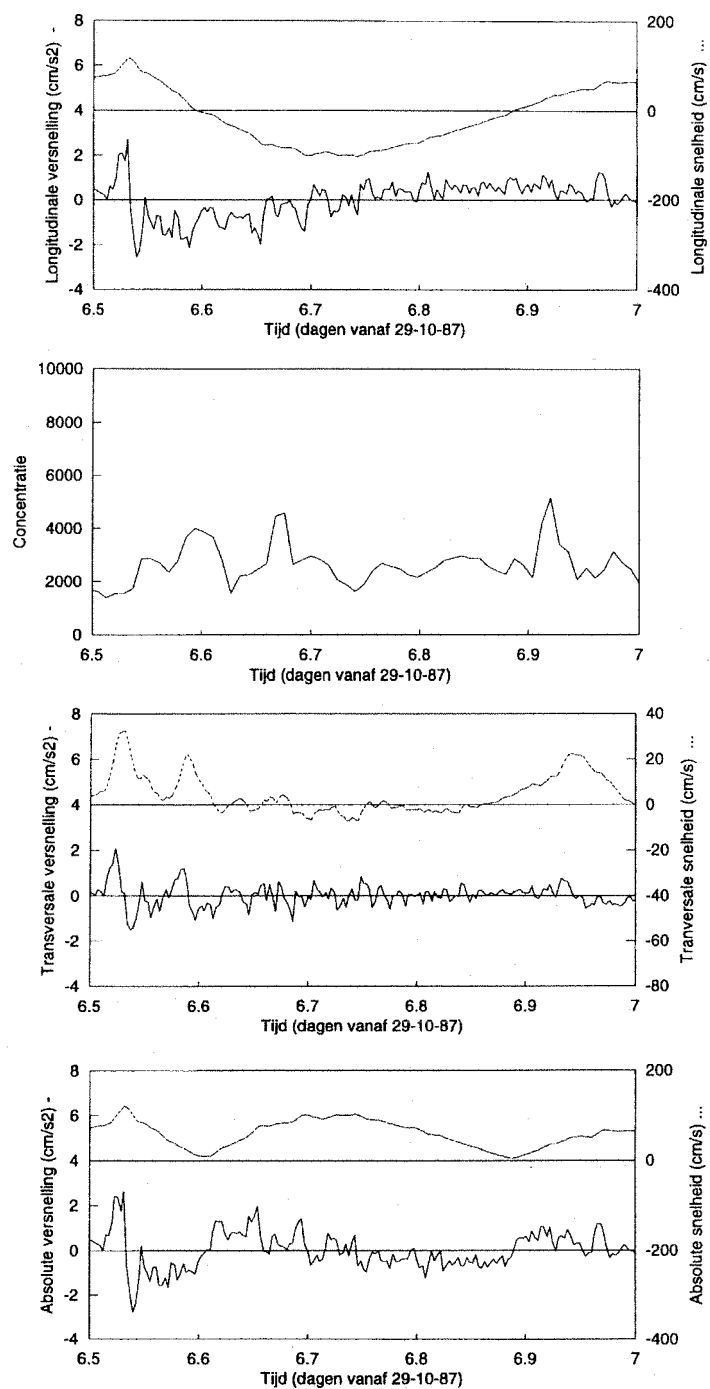
Figuur 5.10: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



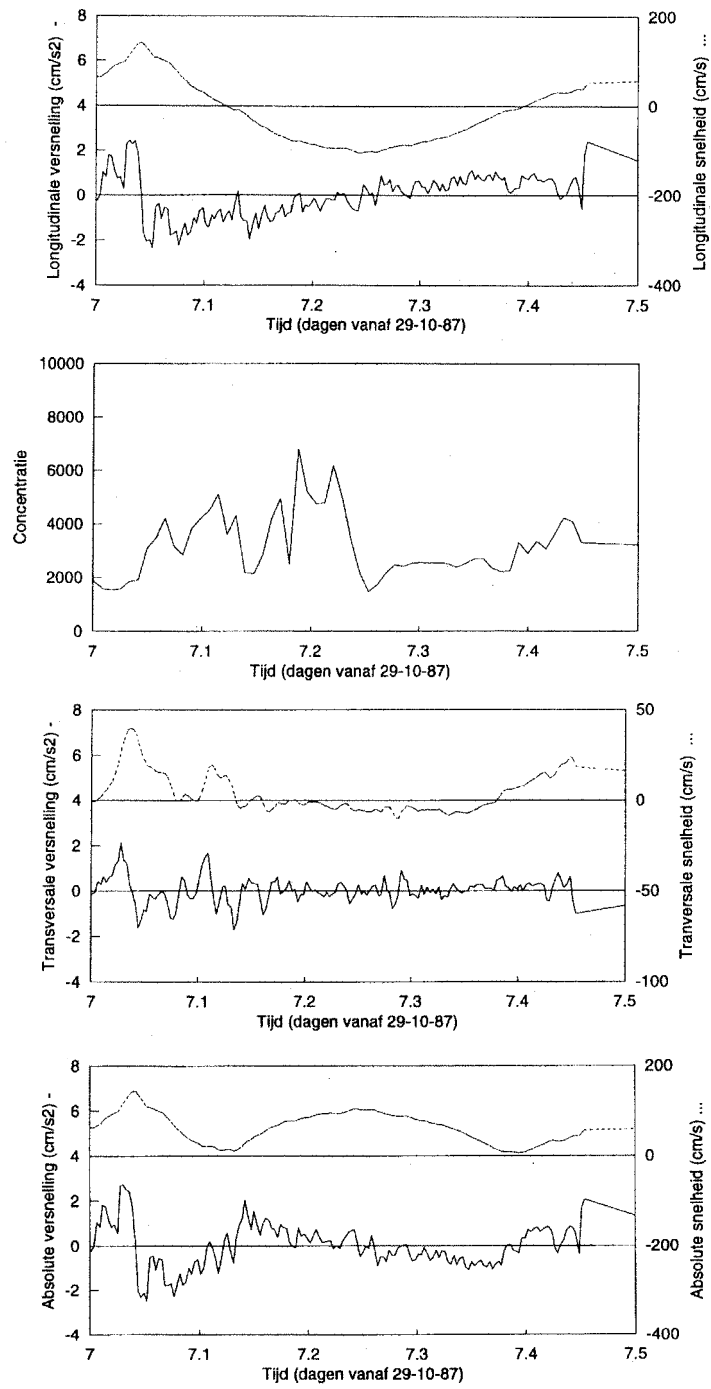
Figuur 5.11: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



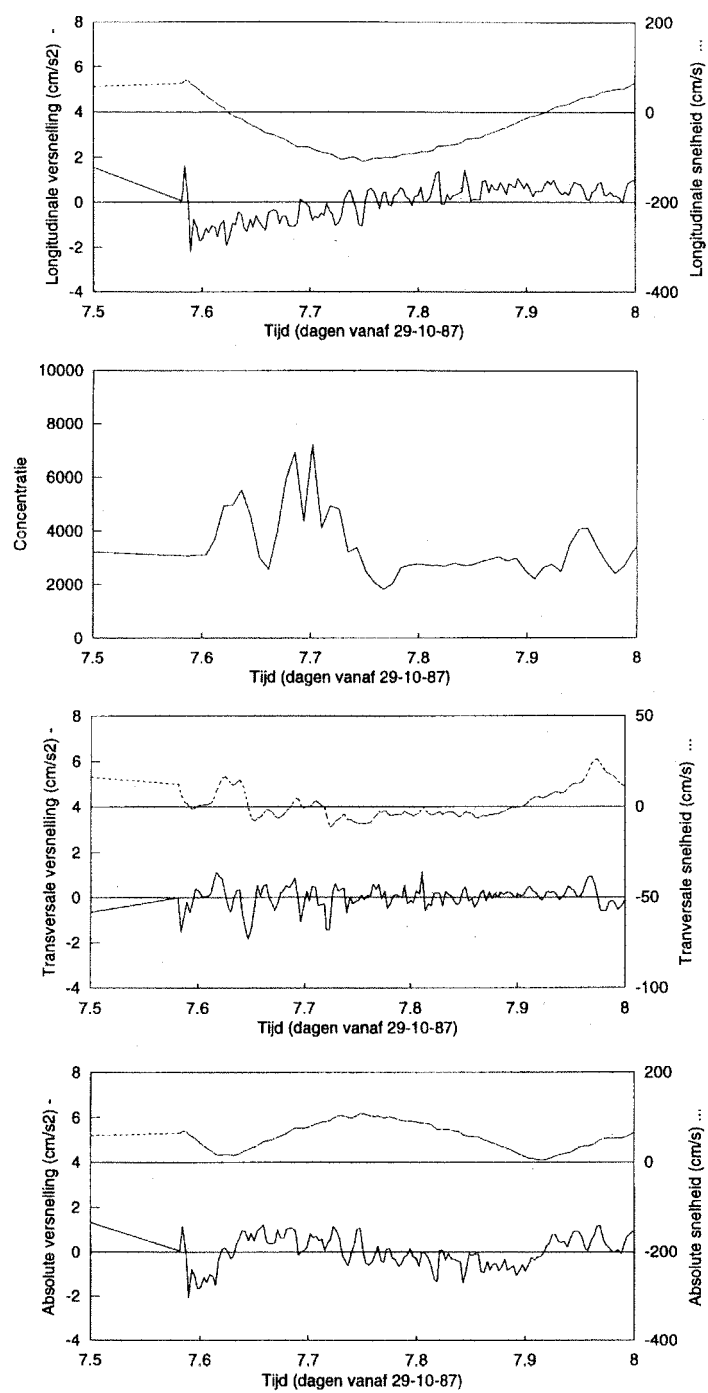
Figuur 5.12: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



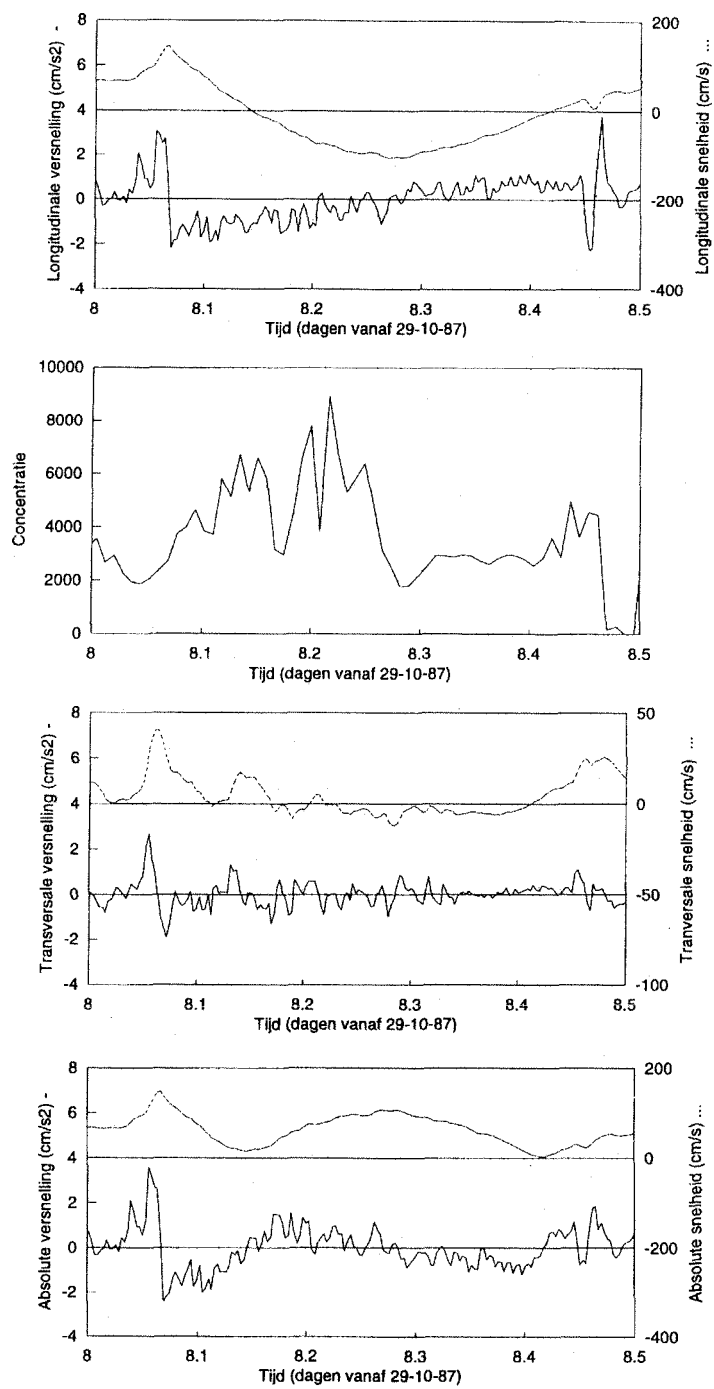
Figuur 5.13: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



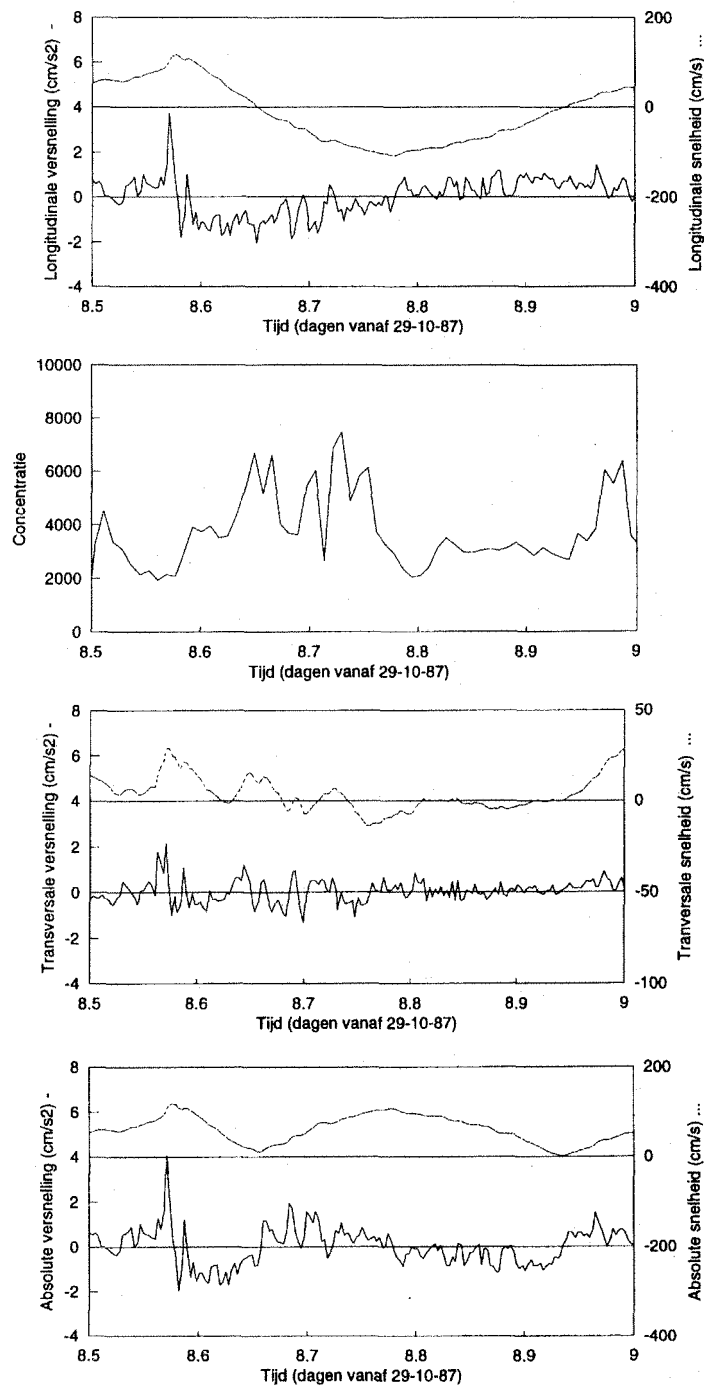
Figuur 5.14: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



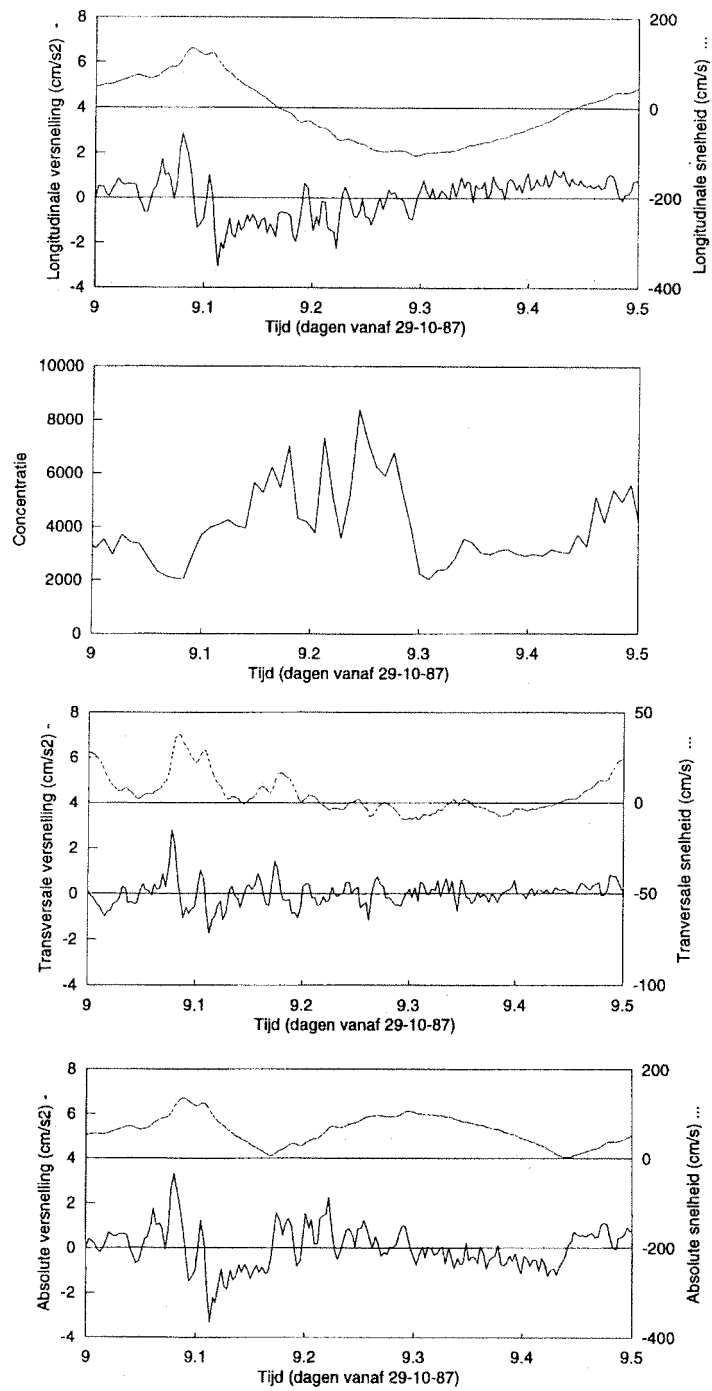
Figuur 5.15: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



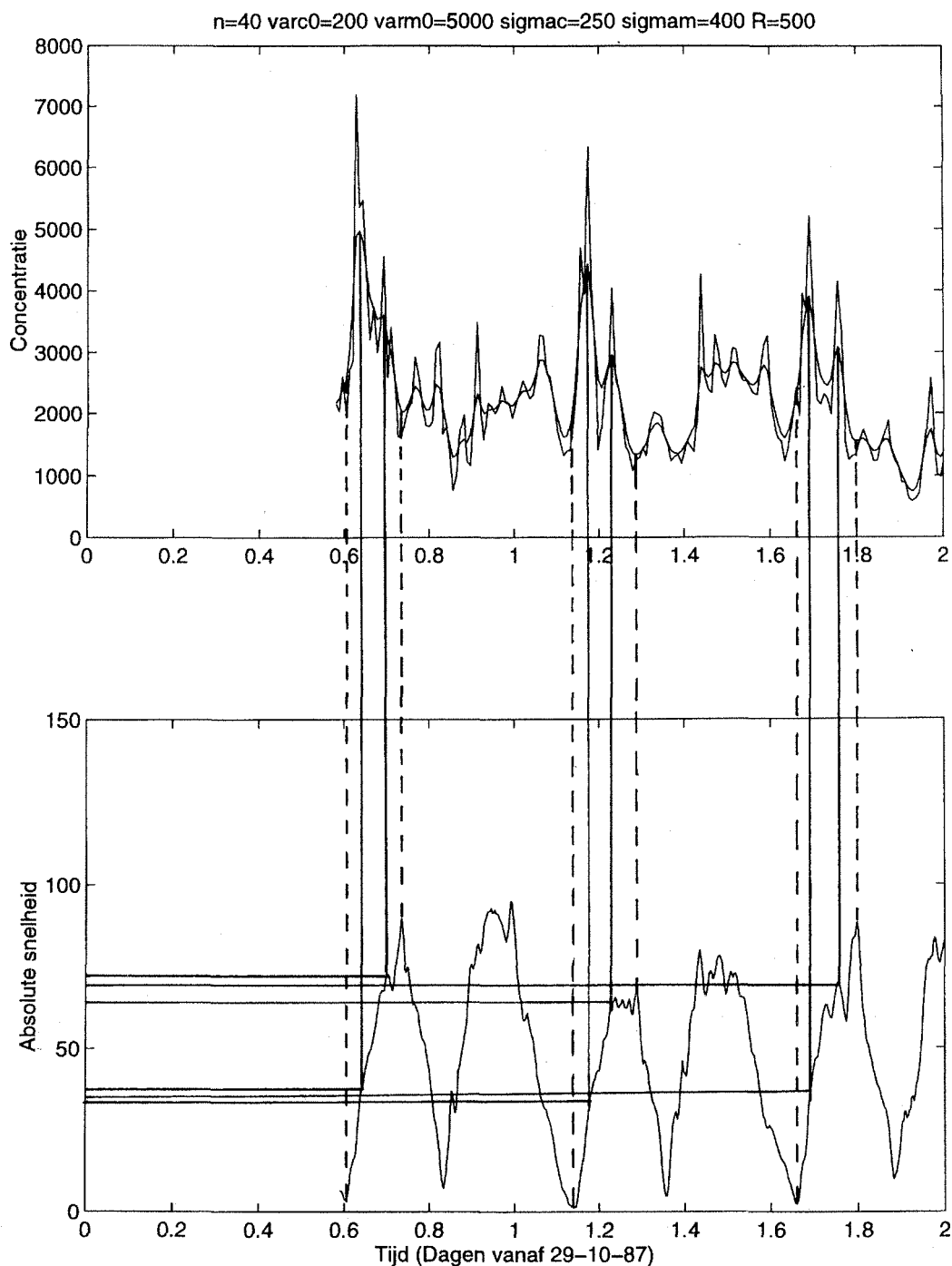
Figuur 5.16: *Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.*



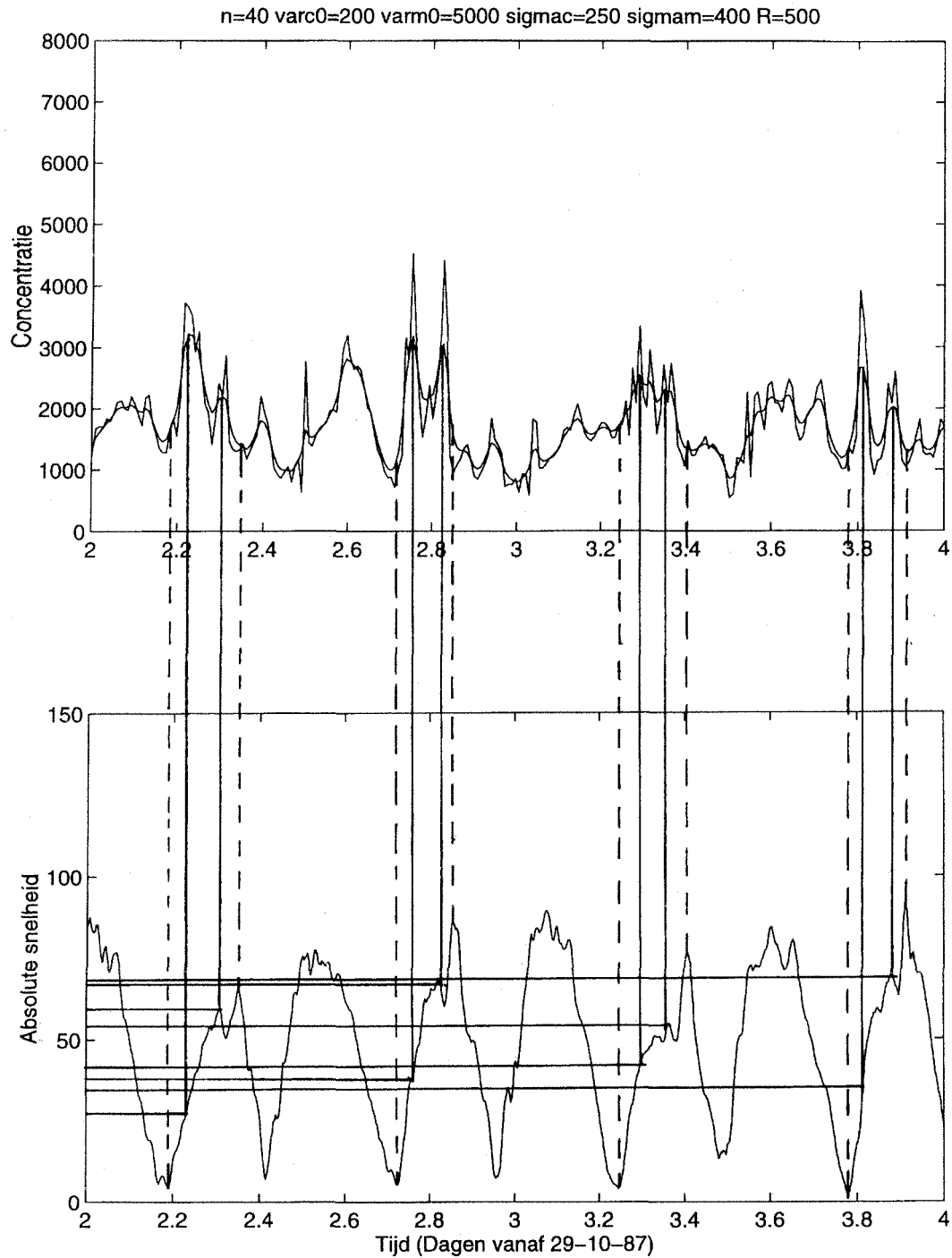
Figuur 5.17: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



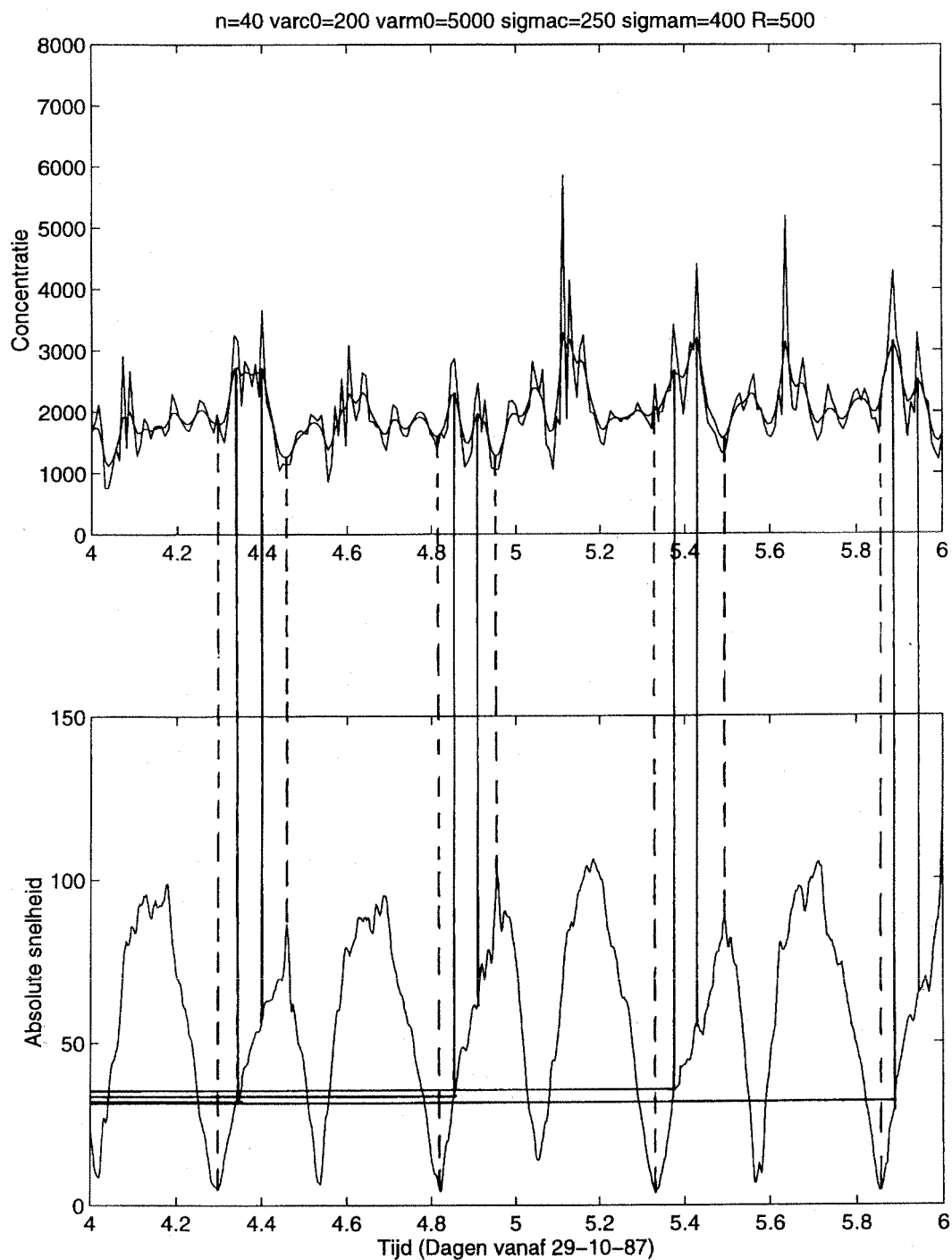
Figuur 5.18: Continue-metingen Zeekat op de locatie Hoedekenskerke.



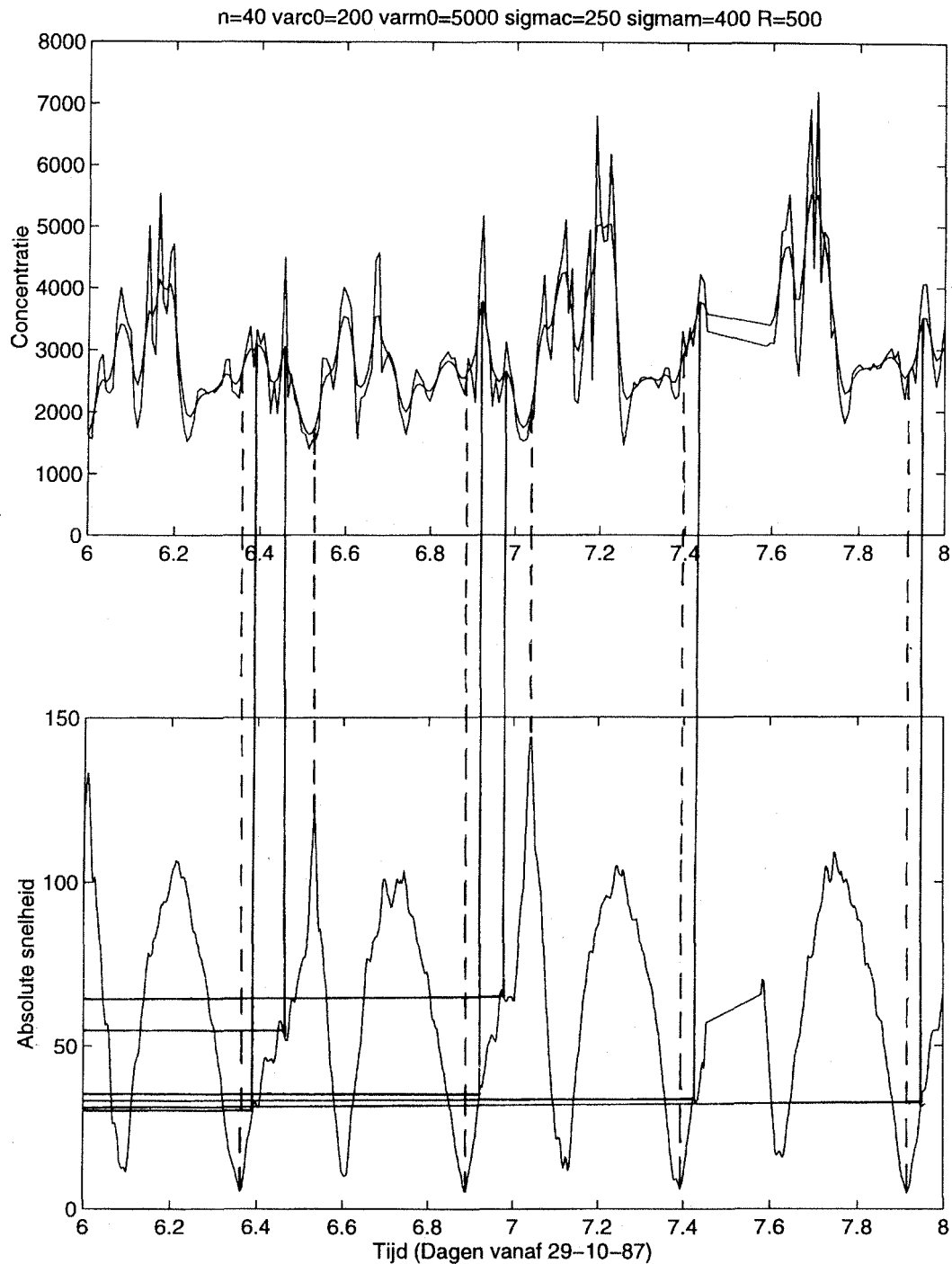
Figuur 5.19: Concentratie na 'fixed-point smoothing'. $n = 40$ is het aantal punten $t_k > t_j$ meegenomen bij vereffenen op $t = t_j$. Beginfoutvarianties: $Q_{C_0} = 200$, $Q_{M_0} = 5000$. Systeemruisvarianties: $Q_C = 250$, $Q_M = 400$. Meetruisvariantie: $Q_R = 500$. Verticale getrokken lijnen geven A en B piek in de eerste fase van vloedstroomperiode (tussen de twee verticale stippellijnen) waar snelheid van ≈ 0 aangroeit naar maximum.



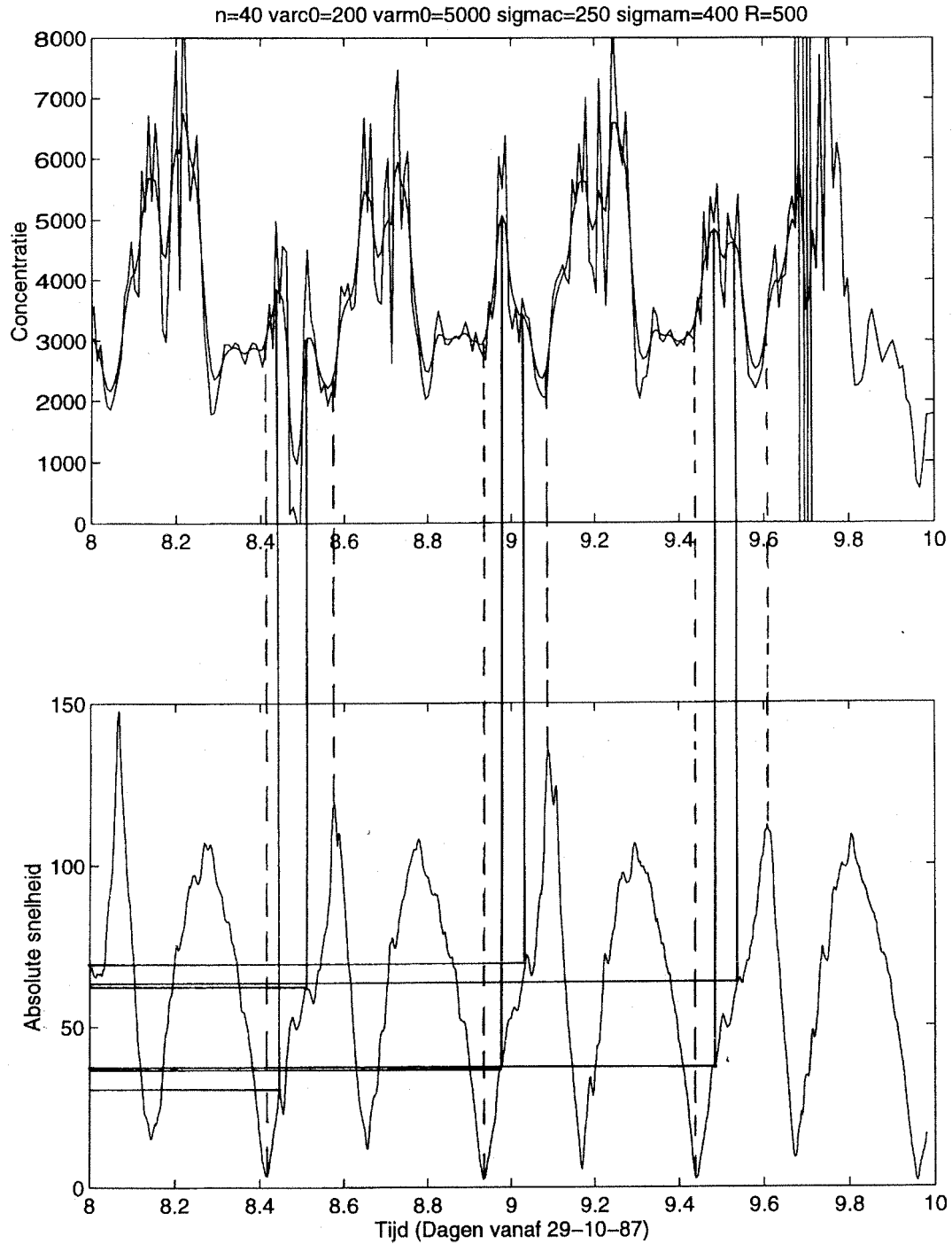
Figuur 5.20: *Concentratie na 'fixed-point smoothing'.* $n = 40$ is het aantal punten $t_k > t_j$ meegenomen bij vereffenen op $t = t_j$. Beginfoutvarianties: $Q_{C_0} = 200, Q_{M_0} = 5000$. Systeemruisvarianties: $Q_C = 250, Q_M = 400$. Meetruisvariantie: $Q_R = 500$. Verticale getrokken lijnen geven A en B piek in de eerste fase van vloedstroomperiode (tussen de twee verticale stippellijnen) waar snelheid van ≈ 0 aangroeit naar maximum.



Figuur 5.21: Concentratie na 'fixed-point smoothing'. $n = 40$ is het aantal punten $t_k > t_j$ meegenomen bij vereffenen op $t = t_j$. Beginfoutvarianties: $Q_{C_0} = 200, Q_{M_0} = 5000$. Systeemruisvarianties: $Q_C = 250, Q_M = 400$. Meetruisvariantie: $Q_R = 500$. Verticale getrokken lijnen geven A en B piek in de eerste fase van vloedstroomperiode (tussen de twee verticale stippellijnen) waar snelheid van ≈ 0 aangroeit naar maximum.



Figuur 5.22: Concentratie na 'fixed-point smoothing'. $n = 40$ is het aantal punten $t_k > t_j$ meegenomen bij vereffenen op $t = t_j$. Beginfoutvarianties: $Q_{C_0} = 200, Q_{M_0} = 5000$. Systeemruisvarianties: $Q_C = 250, Q_M = 400$. Meetruisvariantie: $Q_R = 500$. Verticale getrokken lijnen geven A en B piek in de eerste fase van vloedstroomperiode (tussen de twee verticale stippellijnen) waar snelheid van ≈ 0 aangroeit naar maximum.



Figuur 5.23: Concentratie na 'fixed-point smoothing'. $n = 40$ is het aantal punten $t_k > t_j$ meegenomen bij vereffenen op $t = t_j$. Beginfoutvarianties: $Q_{C_0} = 200, Q_{M_0} = 5000$. Systeemruisvarianties: $Q_C = 250, Q_M = 400$. Meetruisvariantie: $Q_R = 500$. Verticale getrokken lijnen geven A en B piek in de eerste fase van vloedstroomperiode (tussen de twee verticale stippellijnen) waar snelheid van ≈ 0 aangroeit naar maximum.

Hoofdstuk 6

Conclusies en Aanbevelingen

Het onderzoek zoals uitgevoerd in dit rapport maakt eens te meer duidelijk dat het mathematisch modelleren van sedimenttransport een uiterst moeilijk probleem is. Het onderzoek en het verkrijgen van resultaten verloopt uiterst moeizaam. Dit maakt duidelijk dat, ondanks het feit dat intuïtief het erosie- en sedimentatieproces goed weergegeven lijkt te worden door de vgl. (1.1)-(1.5), er mogelijk dynamische processen een rol spelen bij het erosie- en sedimentatieproces, die niet weergegeven worden door, bijvoorbeeld, de aan de hoofdstroom gerelateerde bodemschuifspanning τ_b . Te denken valt aan fluctuaties in de waterbewegingen, zoals turbulentie en interne golven, die onder omstandigheden in versterkte mate optreden. Verder is de interpretatie van de op zich al moeilijk te kwantificeren grootheden gerelateerd aan het sediment, zoals cohesie, flokkulatie, variatie in sedimentgrootte, etc. in termen van de drempelwaarden τ_{ce} en τ_{cd} , die een belangrijke rol spelen in bovengenoemde vergelijkingen, uiterst moeilijk.¹ Bovenstaande wordt benadrukt door het optreden van pieken tijdens de vloedstroom- en ebstroomperiode, waarbij sediment blijkbaar explosief in suspensie gaat. In dit rapport is aangetoond dat deze pieken periodiek optreden tijdens zowel de ebstroom- als de vloedstroomperiode, hetgeen duidelijk maakt dat het hier niet gaat om een incidenteel maar een structureel proces met een fysische achtergrond, die nog tamelijk onduidelijk is. Aanvankelijk is gedacht deze pieken te verklaren door advectie van slib van verder afgelegene plaatsen, dat om beurten wordt afgezet en geërodeerd bij afnemende en toenemende snelheden. Door terugrekenen naar mogelijke herkomstplaatsen is aangetoond dat deze hypothese niet houdbaar is. De conclusie moet derhalve zijn dat het ontstaan van de pieken door plotselinge locale erosie moet plaatsvinden. Wat betreft de A-piek, die direct na de kentering van eb naar vloed optreedt lijkt erosie van het tijdens de kentering afgezette slib een goede aanname, aangezien enerzijds het slib uit de directe omgeving van de Zeekat moet komen, gezien het scherpe karakter van de piek, anderzijds blijkt uit het snelheidsprofiel dat deze erosie weinig of geen energie kost aangezien de versnelling van de stroming juist hier zeer grote waarden heeft. Minder eenvoudig lijkt de verklaring voor de B-piek die, tijdens de vloedstroom, na de A-piek optreedt. Aan het snelheidsprofiel is te zien (na vereffenen) dat dit gepaard gaat met een aanzienlijke onttrekking van energie aan de hoofdstroom. Gedacht kan worden aan het in suspensie gaan van slib dat vastgehouden wordt door het zand op de bodem.

¹Eerste experimenten met het '1-DV model' van het WL, waarbij het erosie- en sedimentatieproces gebaseerd zijn op de vgl. (1.1)-(1.5) geven ook resultaten, die weinig overeenkomst vertonen met de metingen. De snelheden en snelheidsprofielen behorend bij de getijbewegingen in de Westerschelde worden echter bij het 1-DV model berekend met het $k - \epsilon$ model. Tussen de berekende- en gemeten snelheden blijken echter grote discrepanties op te treden, zodat conclusies op basis van de uitkomsten van dit model voorshands voorbarig lijken.

Het optreden van een piek geeft echter aan dat slib en zand 'explosief' in suspensie gaan. Dit verschijnsel kan niet worden verklaard door de aan de hoofdstroom gerelateerde bodemschuifspanning τ_b , die in dit geval plotseling zou moeten toenemen. Dit is juist niet het geval. De versnelling heeft juist zeer kleine waarden. Gedacht moet worden aan een plotselinge verhoogde turbulentie bij de bodem, bijvoorbeeld t.g.v. interne golven. Van interne golven is bekend dat deze bij bepaalde verticale snelheidsprofielen en dichtheidsprofielen kunnen optreden (resonantie, zie De Jong [3]). Deze golven zijn bijvoorbeeld ook verantwoordelijk voor het ontstaan van ribbels op de bodem. Uit de figuren 5.19-5.23 kan worden geconcludeerd dat de variaties van de snelheid nauw samenhangen met het optreden van de pieken. Dit kan als een belangrijk aangrijpingspunt worden gezien voor verder onderzoek.²

Het is duidelijk dat bovenstaande conclusies nog voorlopig zijn. Tot op heden zijn processen zoals verticale diffusie, flokkulatie, biologische processen, e.d. verwaarloosd. Voor een vollediger beeld van de hier besproken verschijnselen zullen deze processen in het onderzoek betrokken moeten worden. Verder zullen de in hoofdstuk 5 verkregen conclusies verder moeten worden uitgediept.

Een ander belangrijk punt, waaraan in dit rapport geen aandacht is besteed, is de piekhoogte, ofwel misschien beter, de totale hoeveelheid sediment (de integraal over de piek). Gedacht wordt om de samenhang te onderzoeken tussen deze totale in een piek getransporteerde hoeveelheid sediment en de integraal van de snelheidsimpuls van de stroming (energie van de stroming) om zodoende m.b.v. dit verband de doodtij-springtij invloeden te elimineren uit de metingen.

Verder zullen, zoals op diverse plaatsen in het rapport is vermeld, de toegepaste Kalman filters, die in dit rapport tijdstip na tijdstip afwerken, moeten worden omgezet in filters voor een verdeeld parametersysteem, zodat de samenhang tussen de systeemgrootheden tijdens een getijperiode beter wordt weergegeven. In dit geval wordt getijperiode na getijperiode afgewerkt.

²Voor de C- en de D-piek, die optreden tijdens de ebstroom, geldt, hoewel minder significant, dezelfde redenering als voor piek A respectievelijk piek B. Nader onderzoek zal hier moeten worden verricht.

Bibliografie

- [1] Anderson, B.D.O. and J.B. Moore, (1979). *Optimal Filtering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [2] Claessens, J. & L. Meyvis, *Overzicht van de tijwaarnemingen in het Zeescheldebekken gedurende het decennium 1981-1990*. Ministerie van de Vlaamse Gemeenschap. Antwerpse Zeehavendienst.
- [3] Jong, B. de, (1989). *Bed Waves Generated by Internal Waves in Alluvial Channels*, Journal of Hydraulic Engineering, June, 1989, pp.801-817.
- [4] Konings, S.J.C., (1994). *Tidal effects on cohesive sediment transport in the Western Scheldt, an identification of model parameters using the extended Kalman filter*. Doctoraalverslag Universiteit Twente, 1994.
- [5] Kranenburg, C., J.D. Pietrzak and G. Abraham, (1991), *Trapped internal waves over undular topography*, Journal of Fluid Mechanics, (1991), vol 226, pp. 205-217.
- [6] Leussen, W. van, (1981). *Onderzoek naar de transportmechanismen van slib in zoet/zout omstandigheden*. deel I t/m IV, Rijkswaterstaat Waterloopkundig Laboratorium, mei, 1981.
- [7] Long, R.R., (1955). *Some aspects of the stratified fluids. III. Continuous density gradients*. Tellus, 7, pp342-357.
- [8] Pietrzak, J.D., C. Kranenburg & G. Abraham, (1990), *Resonant internal waves in fluid flow*, Nature, Vol 344, 26 april 1990, pp. 844-847.
- [9] Sas, M. (1991)., *Sedimenttransportmetingen in de Schelde*. K.V.I.V. Hydraulica in de praktijk II, 6 Juni 1991.

Bijlage A

Berekening en onderzoek van herkomstplaatsen pieken

In deze appendix worden, voor de hypothese dat de pieken A, B, C en D veroorzaakt zouden worden door advectioneel transport, nagegaan of op de berekende herkomstplaatsen van de pieken voldaan is aan de drie in § 3.3 genoemde voorwaarden. Voor elke keer dat de piek optreedt, berekenen we met de op de Zeekat gemeten snelheden de verst mogelijke herkomstplaats (zie tabel A.1). Van deze resultaten berekenen we het gemiddelde en de bijbehorende standaarddeviatie. Het gemiddelde gebruiken we als schatting voor de afstand.

A.1 Resultaten onderzoek A-piek

De piek treedt na de laagwaterkentering op. We vinden dat de bron van het slib maximaal ongeveer 400 m stroomafwaarts van de Zeekat kan liggen, met een standaarddeviatie van ongeveer 200 m (zie tabel A.1). Dat wil zeggen ter hoogte van de haven van Hoedekenskerke (zie figuur A.3). De lokatie moet aan de eerder genoemde drie voorwaarden voldoen:

1. Er moet voldoende slib zijn.

De aanwezigheid van slib kan van slibkaarten afgelezen worden. Er bevindt zich stroomafwaarts van de haven van Hoedekenskerke langs de rivieroever relatief veel slib. Het is dus mogelijk dat daar slib bij stijgende waterhoogten en toenemende snelheden erodeert. Om dit aannemelijk te maken, is het noodzakelijk om de waterhoogten, op het moment dat het slib geërodeerd is, te onderzoeken. Hierbij wordt ervan uitgegaan dat het slib meteen door het water getransporteerd wordt zodra het in suspensie is.

2. De lokatie moet onder water staan.

Na bepaling van de getijstanden voor de vermeende herkomstplaats, is er gekeken naar de lokale waterhoogte op het tijdstip waarop het slib vermoedelijk geresuspendeerd is en getransporteerd is in de richting van de Zeekat. We bekijken daartoe de waterhoogte op het tijdstip $t_{\text{piek}} - \Delta t$. Hierbij is Δt de tijd tussen het optreden van de piek en de stroomkentering, ofwel de maximale tijd dat het slib onderweg geweest is. De waterhoogte en het tijdstip van hoogwater op de vermeende herkomstplaats van het slib zijn af te leiden uit de waterhoogten die gemeten zijn bij Hansweert en Terneuzen (zie appendix B).

Uit deze bepaling van de waterhoogten volgt dat de gemiddelde waterhoogte -145 cm NAP bedroeg op het tijdstip dat het slib waarschijnlijk in suspensie gebracht is. De bijbehorende standaarddeviatie is 35 cm. Hiermee is een gebied waar het slib van afkomstig zou kunnen zijn nader aan te geven. De bodem van het gebied moet tussen (ongeveer) -1.8 m NAP en -1.1 m NAP liggen (zie figuur A.4). Een kaart (uit 1992) geeft aan dat op het slik mogelijk een relatief grote hoeveelheid slib aanwezig is. Bij laagwater valt dit gebied droog. De mogelijkheid bestaat dus dat er bij laag water los slib achterblijft, dat bij opkomend water weer in suspensie gebracht wordt.

3. Voldoende snelheid.

Of de snelheid voldoende is, is niet na te gaan. Hoe groot de rol is van het advectieve transport voor het optreden van de A-piek, is nog moeilijk in te schatten, maar alles duidt erop dat de A-piek niet alleen veroorzaakt wordt doordat het slib uitzakt.

Gezien de onzekerheid over de snelheid zullen we aan dit aspect in onze verdere discussies geen aandacht besteden.

A.2 Resultaten onderzoek B-piek

De B-piek treedt net als de A-piek op na een laagwaterkentering, dat wil zeggen als het water stijgt. Zowel de A-piek als de B-piek zijn vloedpieken. Piek B valt later dan piek A en zal dus ook een langere afstand moeten afleggen, dus het slib moet afkomstig zijn van een locatie stroomafwaarts van Hoedekenskerke.

Om een idee te krijgen van de locatie is een ruwe schatting gemaakt voor de afstand tussen de vermeende herkomstplaats van het slib en de Zeekat. Volgens de schatting ligt de herkomstplaats van het slib gemiddeld ongeveer 3000 m van de Zeekat met een standaarddeviatie van ongeveer 500 m. Op de kaart vinden we op deze afstand van de Zeekat de rug van Baarland (zie figuur A.3). Ook hier moeten de drie voorwaarden gelden.

1. Aanwezigheid van slib.

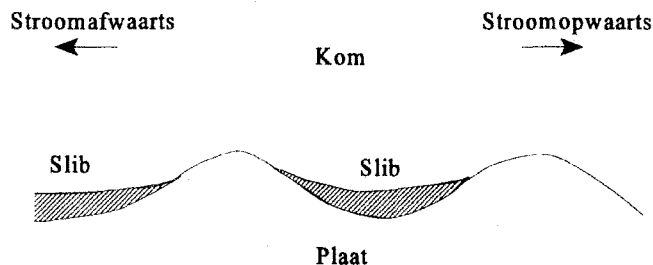
Bij het bestuderen van de kaart met zandpercentages in de bodem uit 1987 valt op dat er tussen ongeveer 2,5 en 3,5 km stroomopwaarts van de Zeekat, dat wil zeggen op de rug van Baarland mogelijk slib aanwezig is.

Bij bestudering van de lodingskaart van dit gebied uit 1987 valt verder op dat de plaat een soort komvormige structuur heeft in de richting van de stroom (zie figuur A.1). Het is daardoor mogelijk dat er, bij vallend water, slib in deze kom achterblijft. De kom kan op deze manier als een soort tijdelijke opslagplaats voor slib fungeren.

2. De lokatie moet onder water staan.

Als de B-piek veroorzaakt wordt door het onderlopen van een deel van de rug van Baarland dan moeten de waterhoogten op de plaat voldoende hoog zijn om slib te resuspenderen. Om dit na te gaan worden de waterhoogten voor de vermeende herkomstplaats bepaald uit de getijgegevens van Hansweert en Terneuzen (zie appendix B).

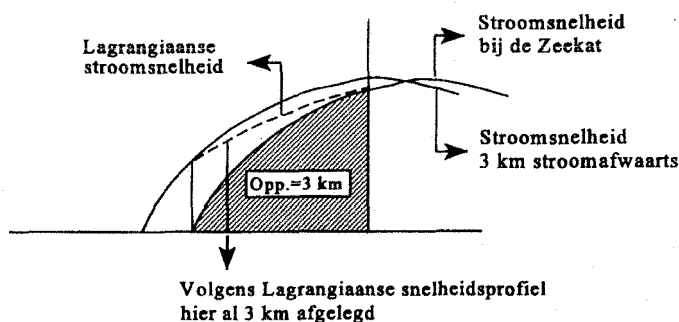
Het tijdstip waarop het slib vermoedelijk geresuspendeerd en getransporteerd zou moeten worden in de richting van de Zeekat zal ongeveer gelijk zijn aan $T_{kentering}$ (van eb naar vloed), het tijdstip waarop de stroom ter hoogte van de Zeekat kentert.



Figuur A.1: *De komstructuur.*

Uit appendix B volgt dat de gemiddelde waterhoogte op het tijdstip, waarop het slib waarschijnlijk in suspensie gebracht is, ongeveer -140 cm NAP bedraagt. De bijbehorende standaarddeviatie is ongeveer 35 cm. Op basis van deze waarden is op de lodingskaart een gebied aan te geven waar het slib van afkomstig zou kunnen zijn, namelijk het gebied waar de bodem tussen (ongeveer) -1.75 m NAP en -1.05 m NAP ligt (zie figuur A.5). Het gevonden gebied beslaat naast de rand van de plaat ook nog een deel van de hoge delen van de plaat, achter de hogere delen van de plaat.

Bij de voorgaande beschouwingen is geen rekening gehouden met het lopende golf karakter van het getij. Om de waterhoogten op 3 km afstand van de Zeekat te bepalen, zijn de gemeten waterhoogten met een vertraging in de tijd beschouwd. Deze vertragingen, in verband met het lopende golf karakter is bijna zeker te groot genomen. De geschatte herkomstplaats is geschat op basis van Euleriaanse snelheden (de Zeekatmetingen), terwijl deze eigenlijk op basis van Lagrangiaanse snelheden bepaald moeten worden. Figuur A.2 maakt dit duidelijk.



Figuur A.2: *De Euleriaanse en Lagrangiaanse snelheid.*

Als de vertraging kleiner is, dan betekent dit dat de waterhoogten die we boven de Rug van Baarland hebben gevonden hoger worden. De grens land/water schuift dan op naar het oosten. Het komgebied vormt dan een onderdeel van de gebieden waar slibwolken kunnen ontstaan die

door de metingen van de Zeekat bestreken worden.

Deze kom fungeert dan mogelijk als een opslagplaats van slib: tijdens het zakken van het water slaat het slib in de kom neer en het slib gaat weer in suspensie als het vloedwater er weer overheen stroomt. We hadden geschat dat de herkomstplaats van het slib ongeveer 3 km stroomopwaarts van de Zeekat zou moeten liggen. De 3 km-lijn loopt op de kaart dan precies tussen de twee hoger gelegen delen van de plaat door en daarmee door de kom.

Op basis van deze bevindingen wordt geconcludeerd dat de B-piek een mogelijk gevolg is van het onderlopen van een plaat.

A.3 Resultaten onderzoek C-piek

De C-piek treedt op na hoogwater. Op het moment dat de piek waargenomen wordt is het water dus al aan het dalen. Om een idee te krijgen van de mogelijke herkomst van het slib is ook voor deze piek een schatting gemaakt voor de afstand tussen de plaats van herkomst en de Zeekat. Uit de schatting blijkt dat de erosielokatie gemiddeld 2900 m stroomopwaarts van de Zeekat zou kunnen liggen. De standaarddeviatie bedraagt ongeveer 400 m. Op de kaart kunnen we zien dat de Molenplaat op deze afstand van de Zeekat ligt (zie figuur A.3). We gaan na of aan de voorwaarden is voldaan.

1. Aanwezigheid van slib.

De herkomstplaats van het slib duidt erop dat de C-piek mogelijk veroorzaakt wordt door de aanwezigheid van platen in de Westerschelde.

De Molenplaat heeft een bijzondere structuur. Op de plaat komen twee delen voor die aanmerkelijk hoger liggen dan de rest. Tussen deze twee hoger gelegen delen bevindt zich een soort kom. Deze kom werkt evenals bij de Rug van Baarland als een soort opslagplaats voor slib. Uit de kaart met zand/slibpercentages in de bodem blijkt dat de kom relatief slibrijk is.

2. De lokatie moet onder water staan.

De waterhoogte op deze afstand wordt bepaald door uit te gaan van de gemiddelde getijkrommen van Hansweert en Terneuzen (zie appendix B).

Het tijdstip waarop het slib vermoedelijk geresuspendeerd is en getransporteerd is richting Zeekat is ongeveer gelijk genomen aan $T_{kentering}$, het tijdstip waarop de stroom ter hoogte van de Zeekat van richting verandert.

Uit appendix B volgt dat de gemiddelde waterhoogte +215 cm NAP bedroeg op het tijdstip dat het slib waarschijnlijk in suspensie gebracht werd. De bijbehorende standaarddeviatie is 25 cm.

Uit de lodingskaart (zie figuur A.6) blijkt dat de Molenplaat bij deze waterstanden geheel onder water staat. Er is dus op basis van deze waterhoogten niet echt een grensgebied met kritieke waterhoogten aan te geven. Wel is duidelijk dat het water dan van de Molenplaat af stroomt.

Als de plaat onder water staat betekent dit dat het slib, dat achtergebleven is op de plaat, weer in suspensie kan komen. De tijdstippen waarop het slib waarschijnlijk resuspendeert, vallen allemaal na hoogwater. Het water zal dan al weer enige tijd met een redelijke snelheid over de plaat gestroomd hebben. Dit zou kunnen betekenen dat de snelheden in ieder geval groot genoeg geweest moeten zijn om het gesedimenteerde slib weer in suspensie te brengen.

Als we de grafiek met slibconcentraties goed bestuderen, dan kunnen we concluderen dat zeer dicht bij een C-piek vaak nog een piekje optreedt. Mogelijke verklaringen hiervoor zijn de volgende. De Molenplaat heeft ook een soort komstructuur. Een hypothese zou zijn dat het slib, dat het meest stroomafwaarts op de plaat ligt het eerst de Zeekat zal bereiken en daarna pas het slib uit de kom. Het slib in de kom zou dan stroomresistenter zijn. Beide zouden dan voor een piekje zorgen. Een tweede proces dat een rol kan spelen is het filmtransport bij het droogvallen van de plaat. Dit is echter niet aannemelijk, want dan zou er direct na een C-piek een dal op moeten treden in de concentratie. Op een gegeven moment zakt het water namelijk nog wel maar is het waterpeil al zo laag, dat er niet nog meer delen droog zullen vallen. Op dat moment zullen er geen filmtransporten meer plaatsvinden en zal er dus geen extra slib meer aangevoerd worden vanaf de plaat. Dit zouden we terug moeten kunnen vinden als een dal in de slibconcentratie. In de grafieken is echter niet echt een duidelijk dal na een C-piek waarneembaar. De veronderstelling was dat het (meeste) erodeerbare slib al door de redelijk hoge snelheden in suspensie is gebracht. De hypothese is dat de C-piek vooral zou worden veroorzaakt doordat het water met voldoende snelheid over de slibrijke plaat stroomt.

A.4 Resultaten onderzoek D-piek

De D-piek treedt, net als de C-piek, op na hoogwater. Het water is op het moment dat de piek waargenomen wordt al aan het dalen. Een goede verklaring voor het optreden van de D-piek is nog niet te geven. Een mogelijk oorzaak is het water dat van de plaat afloopt. Wanneer er water van de plaat afloopt, kan er op het grensvlak water/plaat extra slib eroderen. Uit waarnemingen blijkt dat het water op het grensvlak water/plaat het water zeer troebel kan zijn, terwijl het water boven zandige platen, waar het niet zo hard stroomde, helder was. Het is dus heel goed mogelijk dat er bij het droogvallen van de platen, door extra krachten aan het grensvlak, een extra hoeveelheid slib losgemaakt wordt. Het geresuspendeerde slib zal daarna in de geul verdwijnen en door de stroom getransporteerd worden.

Ook voor deze piek is een schatting voor de afstand tot de herkomstplaats van het slib gemaakt. Uit de schatting dat de erosie lokatie gemiddeld ongeveer 13500 m stroomopwaarts van de Zeekat zou kunnen liggen met een standaarddeviatie van ongeveer 1500 m. Kijken we op de kaart, dan zien we dat dit ongeveer overeenkomt met het begin van de platen van Valkenisse (zie figuur A.3). Het nalopen van de condities op de lokaties geeft het volgende resultaat.

1. Aanwezigheid van het slib.

Uit de kaart met zandpercentages in de bodem blijkt dat op deze lokatie mogelijk redelijk wat slib aanwezig is.

2. De lokatie moet onder water staan.

De waterhoogte op deze afstand wordt bepaald door uit te gaan van de gemiddelde getijkrommen van Hansweert en Bath (zie appendix B).

Het tijdstip waarop het slib vermoedelijk geresuspendeerd is boven het westelijk deel van de platen van Valkenisse is het tijdstip $T_{kentering}$. Hieruit volgt dat de gemiddelde waterhoogte op het moment van de sliberosie ongeveer +240 cm NAP is. De bijbehorende standaarddeviatie is ongeveer 25 cm. Op de lodingskaart (zie figuur A.7) blijkt dat het betreffende gebied dan geheel onder water staat. Er is dus op basis van deze waterhoogten niet echt een grensvlakgebied met

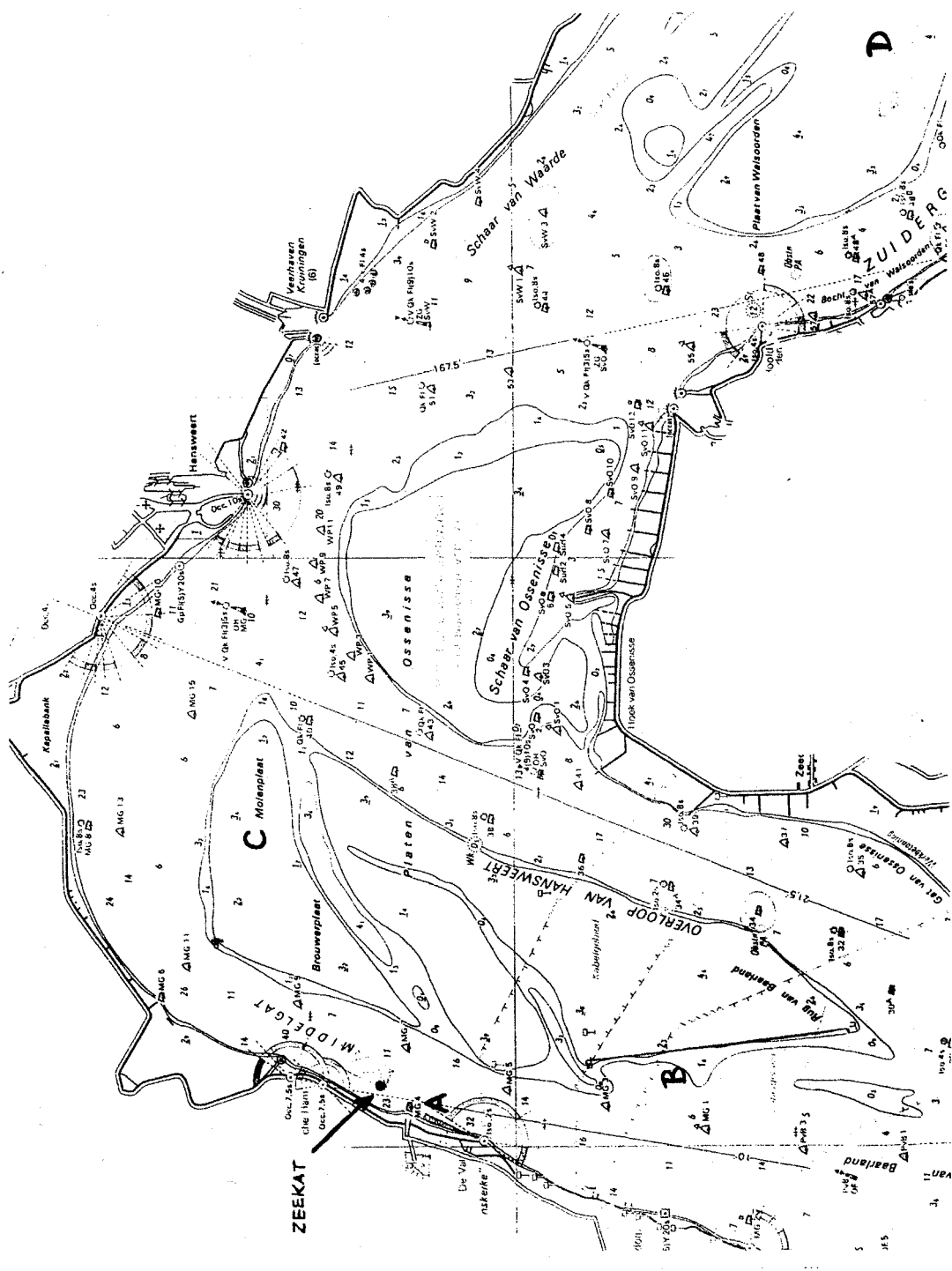
kritieke waterhoogten aan te geven. Uit de bestudering van de waterhoogten komt echter wel naar voren dat de erosie direct na hoogwater plaatsgevonden moet hebben.

Hoe kunnen we dit resultaat interpreteren? Net na een hoogwaterstand kentert de stroming. Op het moment dat de stroomsnelheid van richting verandert is de stroomsnelheid theoretisch gelijk aan nul. Bij lage stroomsnelheden zakt het slib in de waterkolom naar beneden. Doordat het slib uitzakt zal er op de bodem een zeer losse sliblaag ontstaan. Deze losse laag kan al in suspensie gebracht worden bij lage stroomsnelheden. Dit betekent dat het slib vrijwel direct na de stroomkentering resuspendeert en getransporteerd wordt richting Zeekaat. Het resultaat van dit proces zou een piek in de concentratie kunnen veroorzaken. Verder kan, zoals reeds eerder vermeld werd, ook het droogvallen van de plaat een rol spelen. Als de plaat droogvalt kan de losse sliblaag in gesuspendeerd worden en middels een soort filmtransport in de geul verdwijnen en daarna worden getransporteerd. Door dit soort processen kan misschien ook het dal dat na een D-piek optreedt verklaard worden. Op een gegeven moment zakt het water nog wel maar is de waterhoogte al zo ver afgenomen, dat er niet nog meer delen droog zullen vallen. Op dat moment zullen er geen filmtransporten meer plaatsvinden en zal er dus geen extra slib meer aangevoerd worden vanaf de plaat. Dit kunnen we terug vinden als een dal in de slibconcentratie.

Piek A					Piek B				
Meetgegevens			Locatie $X_{herkomst}$ van slib	Waterhoogte voor $t = T_{kentering}$ op $X_{herkomst}$	Meetgegevens			Locatie $X_{herkomst}$ van slib	Waterhoogte voor $t = T_{kentering}$ op $X_{herkomst}$
Piek	Piektijd	$T_{kentering}$			Piek	Piektijd	$T_{kentering}$		
A1	0.628	0.605	201	-129	B1	0.693	0.605	2749	-125
A2	1.174	1.130	314	-110	B2	1.231	1.130	2435	-107
A3	1.692	1.658	422	-118	B3	1.757	1.658	3493	-114
A4	2.214	2.187	208	-98	B4	2.312	2.187	3618	-95
A5	2.752	2.722	380	-124	B5	2.826	2.722	3792	-121
A6	3.290	3.245	713	-98	B6	3.347	3.245	2928	-95
A7	3.804	3.766	192	-161	B7	3.886	3.766	3936	-156
A8	4.334	4.298	367	-122	B8	4.399	4.298	2699	-118
A9	4.854	4.821	460	-167	B9	4.910	4.821	2775	-162
A10	5.374	5.315	500	-171	B10	5.429	5.315	2453	-166
A11	5.887	5.856	308	-198	B11	5.943	5.856	2613	-192
A12	6.407	6.364	738	-151	B12	6.456	6.364	2529	-147
A13	6.920	6.885	377	-208	B13	6.977	6.885	2668	-203
			Gemiddelde: 412	Gemiddelde: -143				Gemiddelde: 2976	Gemiddelde: -138
			Standaard dev.: 168	Standaard dev.: 34				Standaard dev.: 514	Standaard dev.: 34

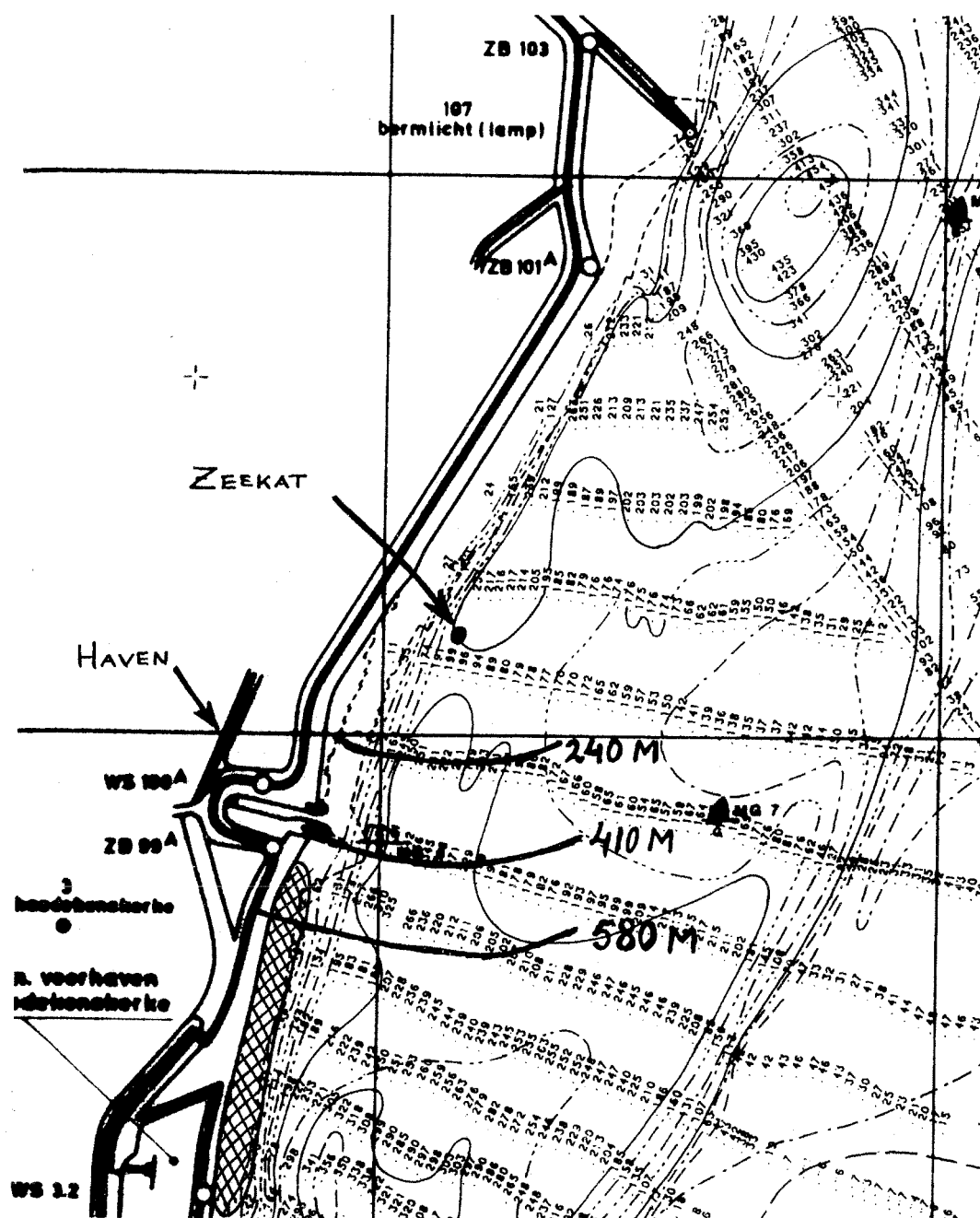
Piek C					Piek D				
Meetgegevens			Locatie $X_{herkomst}$ van slib	Waterhoogte voor $t = T_{kentering}$ op $X_{herkomst}$	Meetgegevens			Locatie $X_{herkomst}$ van slib	Waterhoogte voor $t = T_{kentering}$ op $X_{herkomst}$
Piek	Piektijd	$T_{kentering}$			Piek	Piektijd	$T_{kentering}$		
C1	0.913	0.833	-3020	222	D1	1.060	0.839	-12696	244
C2	1.439	1.358	-2958	174	D2	1.594	1.358	-11198	197
C3	1.970	1.884	-2823	216	D3	2.133	1.884	-12354	234
C4	2.500	2.418	-2771	169	D4	2.646	2.418	-11132	189
C5	3.038	2.957	-2597	222	D5	3.206	2.957	-12533	244
C6	3.568	3.494	-3073	177	D6	3.715	3.494	-11812	203
C7	4.089	4.011	-2666	244	D7	4.252	4.011	-13759	268
C8	4.604	4.532	-2624	199	D8	4.773	4.532	-13713	225
C9	5.128	5.047	-2791	249	D9	5.289	5.047	-14395	269
C10	5.637	5.563	-2584	214	D10	5.803	5.563	-14621	239
C11	6.163	6.089	-2883	235	D11	6.326	6.089	-14256	261
C12	6.676	6.596	-2936	217	D12	6.839	6.596	-14500	245
C13	7.188	7.120	-2514	234	D13	7.351	7.120	-14433	260
C14	7.718	7.624	-4256	237	D14	7.874	7.623	-15634	264
			Gemiddelde: -2893	Gemiddelde: 215				Gemiddelde: -13360	Gemiddelde: 239
			Standaard dev.: 413	Standaard dev.: 25				Standaard dev.: 1351	Standaard dev.: 26

Tabel A.1: Gegevens over de A-, B-, C-, en D-piek. Locatie t.o.v. Zeekat



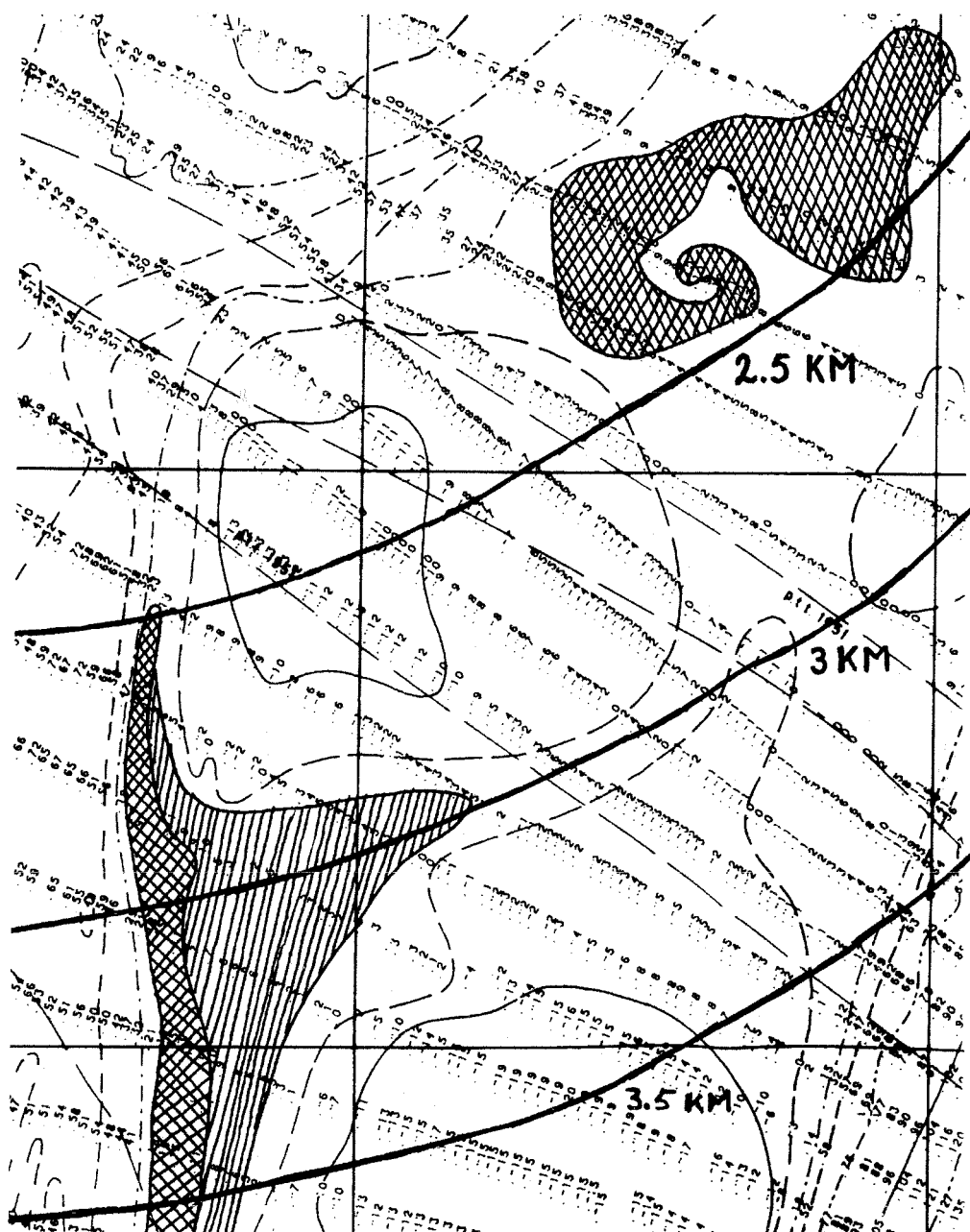
Figuur A.3: De gevonden locaties in de Westerschelde voor de herkomst van het slib in de pieken A, B, C en D, waargenomen op de Zeekat.

 Gebied bepaald op basis van waterhoogten

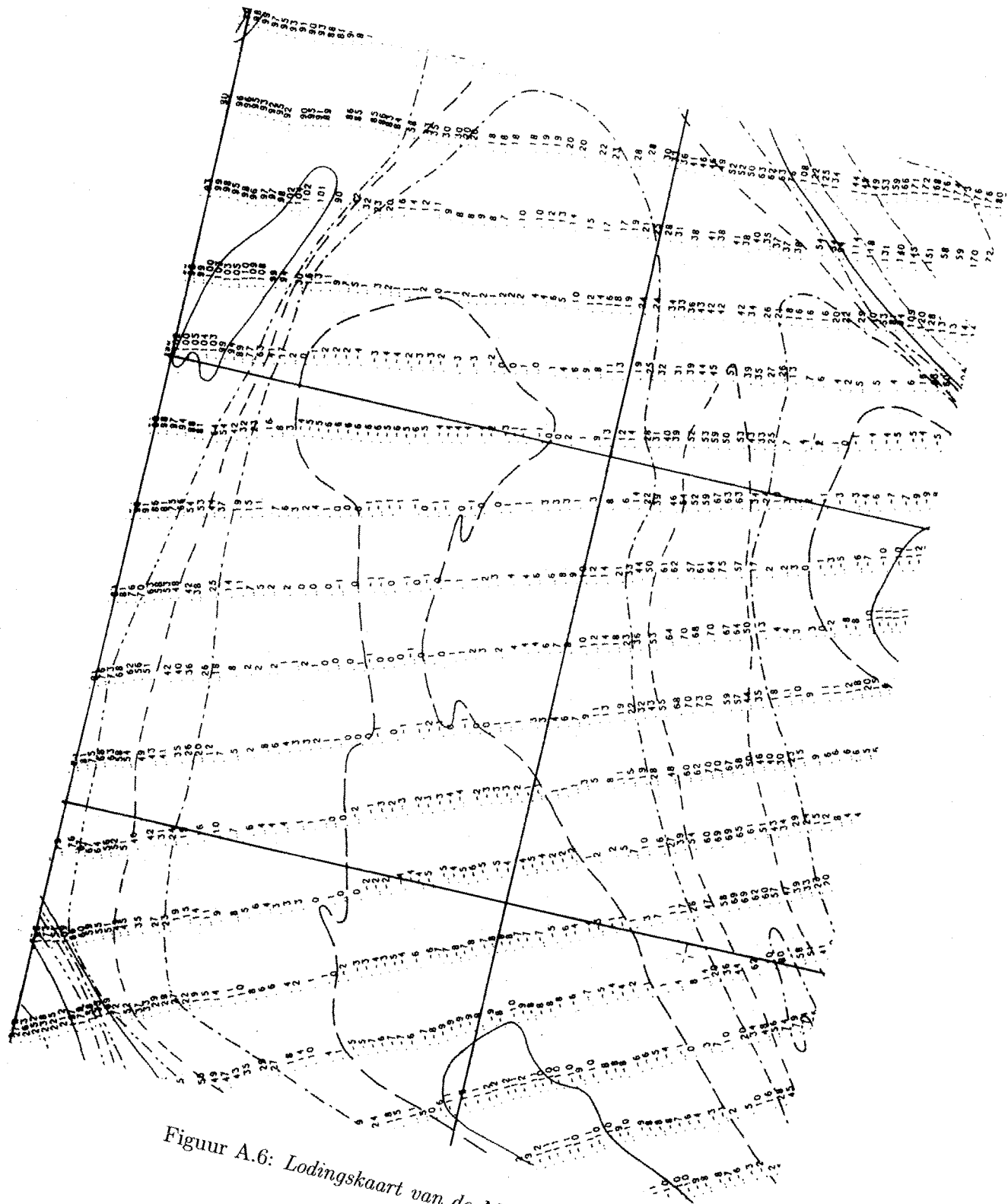


Figuur A.4: Lodingskaart voor de omgeving van de haven van Hoedekenskerke.

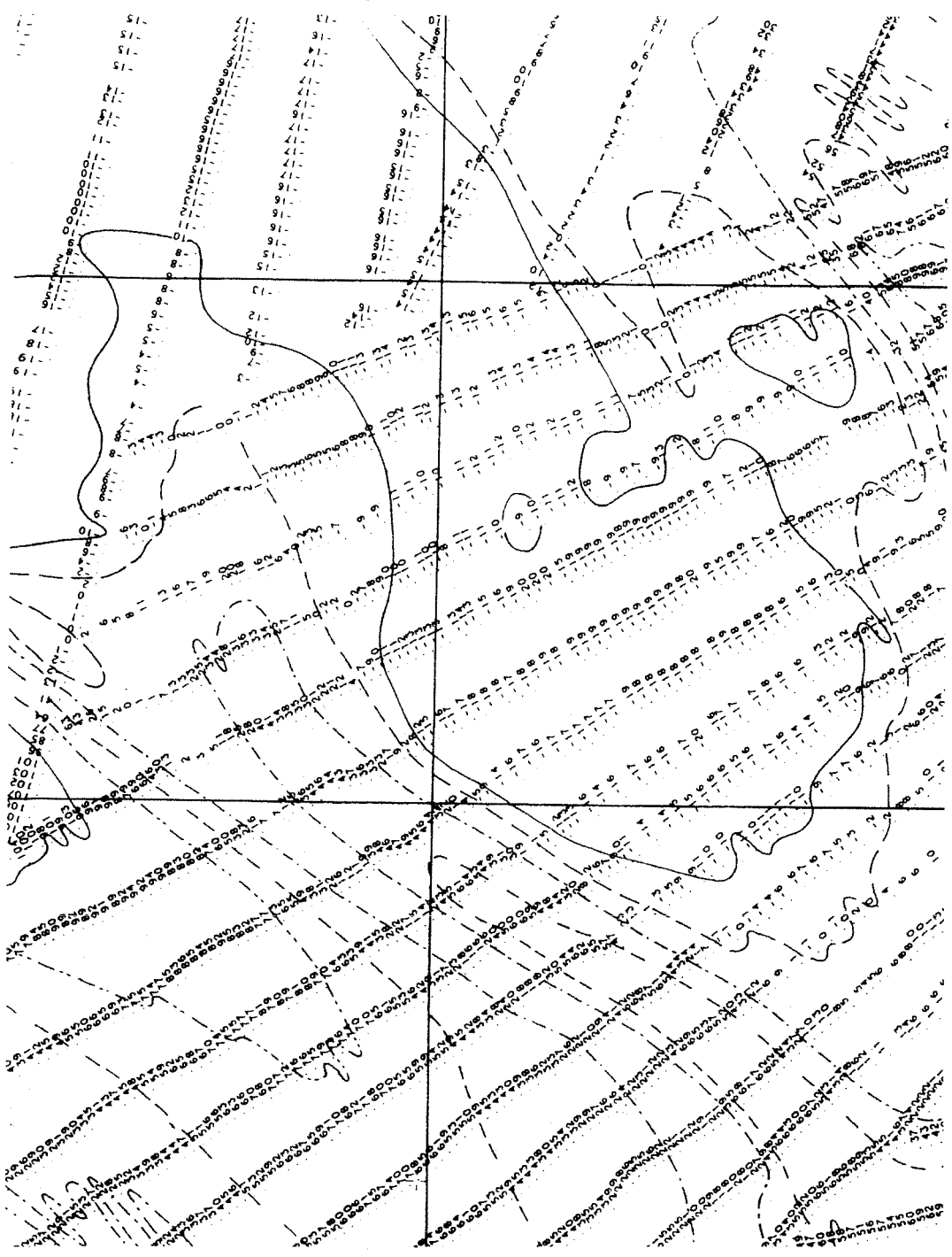
-  Gebied bepaald op basis van waterhoogten
 Mogelijk gebied doordat de vertraging misschien te groot genomen is



Figuur A.5: Lodingskaart voor het gebied 3 km stroomafwaarts van de Zeekat.



Figuur A.6: *Lodingskaart van de Molenplaat.*



Figuur A.7: Lodingskaart van de platen van Valkenisse.

Bijlage B

Het benaderen van de waterhoogten voor de verschillende herkomstplaatsen

De gegevens die nodig zijn om de waterhoogten op de herkomstplaatsen te benaderen zijn [2]:

	Gemiddeld HW	Gemiddeld LW	Amplitude
Bath:	2.68 m NAP	-2.13 m NAP	2.405 m NAP
Hansweert:	2.38 m NAP	-2.03 m NAP	2.205 m NAP
Terneuzen:	2.25 m NAP	-1.90 m NAP	2.075 m NAP

	Gemiddelde Halftijhoogte	Verschil t.o.v. Hansweert
Bath:	0.28 m NAP	0.10 m
Hansweert:	0.18 m NAP	
Terneuzen:	0.18 m NAP	0.00 m

	Vertraging van het LW t.o.v. Vlissingen	Verschil t.o.v. Hansweert
Bath:	1 uur en 32 minuten	39 minuten
Hansweert:	53 minuten	
Terneuzen:	26 minuten	27 minuten

	Vertraging van het HW t.o.v. Vlissingen	Verschil t.o.v. Hansweert
Bath:	1 uur en 22 minuten	26 minuten
Hansweert:	56 minuten	
Terneuzen:	19 minuten	37 minuten

Verhoudingen tussen de afstanden (ruwe schatting van de kaart):

$$\frac{\text{Hansweert-Haven Hoedekenskerke}}{\text{Haven Hoedekenskerke-Terneuzen}} = \frac{15}{23}.$$

$$\frac{\text{Hansweert-Herkomst piek B}}{\text{Herkomst piek B-Terneuzen}} = 1.$$

$$\frac{\text{Hansweert-Molenplaat}}{\text{Molenplaat-Terneuzen}} = \frac{15}{61}.$$

$$\frac{\text{Hansweert-Platen van Valkenisse}}{\text{Platen van Valkenisse-Bath}} = \frac{4.7}{7.2}.$$

De gemiddelde vertraging tussen Terneuzen en Hansweert bedraagt ongeveer 32 minuten.
De gemiddelde vertraging tussen Hansweert en Bath bedraagt ongeveer 32.5 minuten.

Aan de hand van deze data kunnen we een schatting maken van de waterhoogten op de herkomstplaatsen. Dit is uitgevoerd door de waterhoogten van Hansweert te schalen en te verschuiven in de tijd.

Uit de verhoudingen tussen de afstanden kan bepaald worden hoeveel de verschuiving in de tijd moet zijn. Bij de haven van Hoedekenskerke is het ongeveer $\frac{15}{15+23} * 32$ minuten eerder hoogwater dan bij Hansweert. Dit komt overeen met 0.009 dagdeel. Op 3 km stroomafwaarts van de Zeekat is het ongeveer $\frac{1}{1+1} * 32$ minuten eerder hoogwater dan bij Hansweert. Dit komt overeen met 0.011 dagdeel. Ter hoogte van de Molenplaat is het ongeveer $\frac{15}{15+61} * 32$ minuten eerder HW dan bij Hansweert. Dit komt overeen met 0.004 dagdeel. Bij de platen van Valkenisse is het ongeveer $\frac{4.7}{4.7+7.2} * 32.5$ minuten later HW dan bij Hansweert. Dit komt overeen met 0.009 dagdeel.

Schalen van de waterhoogten:

Voordat de waterhoogten van Hansweert geschaald kunnen worden, moeten deze eerst vermindert worden met de waterhoogten op halftij (het gemiddelde wordt dan nul). Vervolgens worden deze aangepaste waterhoogten geschaald.

Als voorbeeld wordt de waterhoogte bij Hoedekenskerke geschaald. We hanteren daarvoor de volgende definities:

A_{HW} = Amplitude van de waterhoogte bij Hansweert. A_{TN} = Amplitude van de waterhoogte bij Terneuzen. A_{HH} = Amplitude van de waterhoogte bij de haven van Hoedekenskerke.

Voor de haven van Hoedekenskerke willen we de verhouding $\frac{A_{HH}}{A_{HW}}$ weten. Deze verhouding is de schaafactor. We nemen aan dat de amplitude lineair toeneemt tussen Terneuzen en Hansweert.

Dan geldt:

$$A_{HH} = A_{HW} - \frac{15}{38} (A_{HW} - A_{TN})$$

Voor de verhouding tussen A_{HH} en A_{HW} geldt dan:

$$\frac{A_{HH}}{A_{HW}} = \frac{23}{38} + \frac{15}{38} \frac{A_{TN}}{A_{HW}} \approx 0.977$$

Na schaling moet het gemiddelde van Hansweert er weer bij opgeteld worden. Op dezelfde manier kunnen de schaalfactoren voor de andere herkomstplaatsen bepaald worden. We vinden op deze manier:

	Schalingsfactor
Haven van Hoedekenskerke	0.977
3 km stroomafwaarts van de Zeekat	0.971
Molenplaat	0.988
Platen van Valkenisse	1.036

Omdat de gemiddelde halftijhoogte van Hansweert en Bath verschillen moet er nog $\frac{4.7}{4.7+7.2} * 0,1$ m extra bij de waterhoogten voor de platen van Valkenisse opgeteld worden.