

notitie WWKZ-84.V259

projectcode									
V	8	3	4	9	A	1	5		

aan :

van : F. Gerritsen en L. Dekker

datum : januari 1984

onderwerp :

Vergelijkende getijberekening voor de Westerschelde
volgens de methode Lorentz.

rijkswaterstaat

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: i

Inhoudsopgave

	<u>blz</u>
1. <u>Inleiding.</u>	1
2. <u>Formulering.</u>	3
3. <u>Uitgangspunten.</u>	5
4. <u>Berekening met Westerschelde tot een vak geschematiseerd.</u>	6
4.1 Gegevens.	6
4.2 Grafische uitwerking.	6
4.3 Analytische uitwerking.	8
4.4 Samenvatting.	10
5. <u>Berekening met Westerschelde tot twee vakken geschematiseerd.</u>	11
5.1 Gegevens.	11
5.2 Grafische uitwerking.	11
5.3 Analytische uitwerking.	14
5.4 Samenvatting.	16
<u>Literatuuropgave.</u>	18
<u>Lijst van bijlagen.</u>	19
<u>Appendix 1 en 2.</u>	

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: 1

1. Inleiding,

Voor het uitvoeren van getijberekeningen voor een estuarium staan verschillende methoden ter beschikking, zoals:

1. de lineaire methode (methode Lorentz of Mazure);
2. de kwadratische methode (methode Dronkers);
3. numerieke methoden (met behulp van computer).

Gedurende de laatste jaren is het gebruik van de eerste twee methoden vrijwel geheel vervangen door de numerieke methoden waarbij de computer wordt gebruikt. Hiervoor zijn thans twee modellen operationeel beschikbaar, n.l.:

- het ééndimensionale model "IMPLIC";
- het tweedimensionale model "WAQUA".

Het laatste is een gewijzigde versie van het tweedimensionale model dat door Leendertse is ontwikkeld.

Het gebruik van de numerieke modellen wordt gekenmerkt door een grote nauwkeurigheid en is in het algemeen te verkiezen boven de andere methoden. Het gebruik van deze modellen heeft echter een drietal belangrijke bezwaren:

1. Het schematiseren van de bodem en opslaan van deze informatie in de computer vergt een belangrijke investering in tijd en mankracht.
2. Het fysisch inzicht in het getijproces gaat geheel verloren.
3. De kosten voor het uitvoeren van de getijberekeningen op de computer zijn aanzienlijk.

Voor oriënterende berekeningen, waarvan de gewenste nauwkeurigheid minder groot is, zal men vaak deze investering in tijd, mankracht en rekenkosten niet willen maken.

We denken bv. aan vergelijkende studies voor estuaria in ontwikkelingsgebieden, waarbij het gewenst is snel een idee over een voorgesteld werk (bv. een afsluiting) te verkrijgen.

behoort bij: notitie WWKZ **nr.** 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: 2

Voor het definitieve ontwerp zullen dan weer computerberekeningen kunnen worden uitgevoerd.

Voor dergelijke oriënterende studies is de lineaire methode bijzonder geschikt, in het bijzonder wanneer de bovenafvoer van de rivier gering is en het estuarium aan de bovenzijde afgesloten kan worden gedacht. De wiskundige formuleringen worden dan betrekkelijk eenvoudig.

Door toepassing van de methode Lorentz op de Westerschelde zal worden aangetoond, dat een betrekkelijk grove schematisering reeds een goed inzicht geeft van het getijgedrag op deze rivier.

De berekeningen zullen worden uitgevoerd volgens een grafische en analytische methode.

De grafische methode heeft nog het bijzondere voordeel dat het inzicht in het gedrag van de heen- en teruglopende getijgolf zichtbaar gemaakt wordt.

Deze voorstelling kan worden gepresenteerd in de vorm van de hodo-graaf voor het verticale en horizontale getij. De lopende golven van het getij (verticaal zowel als horizontaal) worden hierbij aangegeven door vectoren, waarvan de lengte de amplitude en de hoekverdraaiing de fasehoek voorstelt.

Voor de Westerschelde zullen de resultaten van een schematisering tot één vak en tot twee vakken met elkaar worden vergeleken (zie bijlage 1).

De lineaire methode zal alleen worden toegepast op de M_2 componenten van het getij. Voor een vergelijking met de natuur zullen door middel van een Fourier analyse deze componenten uit het gemeten verticale getij en stroom worden afgeleid.

Uiteraard kunnen ook voor de hogere harmonische componenten (M_4 , etc.) soortgelijke berekeningen worden uitgevoerd.

Het getijregime in de Westerschelde is beschreven in [1].

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 3

2. Formulering (symbolen volgens Appendix 1).

Basis voor de berekeningen is:

- de gelineairiseerde continuïteitsvergelijking

$$\frac{\partial z}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

- de gelineairiseerde bewegingsvergelijking

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial z}{\partial s} + k.v = 0 \quad (2)$$

hierin is kv de gelineairiseerde wrijvingsterm, waarin

$$k = \frac{8}{3\pi} \frac{g \cdot \hat{v}_m}{C^2 \cdot h} = \omega \cdot \text{tg} 2\theta \quad (k = \text{"getal van Lorentz"}) \quad (3)$$

en waarin $\hat{v}_m$ de amplitude van de voor de wrijving maatgevende snelheid voorstelt (zie opmerking blz 4).

- het feit dat de oplossing een periodiek karakter heeft en hierdoor voor de enkele golf te schrijven is als:

$$z(s,t) = z_s \cdot e^{i\omega t} = \hat{z}_0 \cdot e^{i\omega t - i \frac{\omega}{c} \cdot s - \mu \cdot s} \quad (4)$$

Combinatie van (1) en (2) en substitutie van (4) geeft:

$$z(s,t) = z_s \cdot e^{i\omega t} = \hat{z}_0 \cdot e^{+\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg} \theta \cdot s} \cdot e^{i\omega t + i \frac{\omega}{c} \cdot s} + \hat{z}_0 \cdot e^{-\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg} \theta \cdot s} \cdot e^{i\omega t - i \frac{\omega}{c} \cdot s} \quad (5)$$

hierin is:

$$c = \sqrt{g \cdot h (1 - \text{tg}^2 \theta)} \quad (6)$$

De oplossing (5) bestaat dus uit de som van een inlopende en teruglopende golf met gelijke frequentie. Beide golven dempen in tegengestelde richting logaritmisch uit. De grootte van de golven wordt bepaald door

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 4

de waarden $\hat{z}_0^+$ en $\hat{z}_0^-$ die volgen uit de randvoorwaarden.

De oplossing voor de stroom welke uit (5) is afgeleid luidt:

$$y(s,t) = y_s \cdot e^{i\omega t} = \hat{z}_0^- \cdot e^{-\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg}\theta \cdot s} \cdot e^{i\omega t - i\frac{\omega}{c} \cdot s + i\theta} - \hat{z}_0^+ \cdot e^{\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg}\theta \cdot s} \cdot e^{i\omega t + i\frac{\omega}{c} \cdot s + i\theta} \quad (7)$$

Hieruit wordt Q berekend volgens:

$$Q_s = y_s \cdot B \cdot c \cdot \cos\theta \quad (8)$$

Voor een berekening met afgesloten einde, zoals in deze schematisatie is gedacht, verdient het aanbeveling om de $s = 0$ aan het eind te nemen. Daar is $Q = 0$ (randvoorwaarde) en de berekening wordt hierdoor vereenvoudigd.

Verder is aangenomen dat de rivieraafvoer zo klein is dat deze verwaarloosd mag worden ten opzichte van de getijcomponenten.

Opmerking: De plaats van de amplitude $\hat{v}_m$ is voor de in deze notitie uitgevoerde berekeningen op $0.75 \cdot L$ vanaf het beginpunt van een vak, waarbij uitgegaan wordt van lineair verloop van de snelheid binnen een vak. De waarde $\hat{v}_m$ moet vooraf geschat worden en na de berekening gecontroleerd. Vervolgens kan zonodig een verbeterde schatting worden gemaakt (iteratieproces).

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 5

3. UITGANGSPUNTEN.

Met de formules uit hoofdstuk 2 zijn getijberekeningen uitgevoerd voor het traject Prosperpolder - Vlissingen van de Westerschelde. Startpunt is Prosperpolder ($s = 0$) waar de rivier afgesloten wordt gedacht, dus $Q_0 = 0$ en $y_0 = 0$. De positieve s -as is in benedenstroomse richting gekozen. Uit (4), (5) en (7) volgt dan:

$$\hat{z}_0^+ = \hat{z}_0^- = \frac{1}{2}\hat{z}_0 \quad (9)$$

De randvoorwaarden en natuurgegevens die zijn gebruikt worden gevormd door de M2-component van het getij van 12 mei 1971 volgens tabel 1.

Tabel 1: Randvoorwaarden Prosperpolder en natuurgegevens Baarland - Vlissingen M2 getij d.d. 12 mei 1971.

locatie	s (km)	$z_{s,0}$ (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Prosperpolder	0	2.18 , 0	0 , 0
Baarland	30	2.03 , 24	38.622 , -74
Vlissingen	60	1.87 , 42	77.647 , -62

De M2 component van het getij en van de stroom zijn verkregen door middel van een Fourier-analyse van getij en stroomkromme. De M2-component is de grond-harmonische uit de Fourier-analyse.

Uit (9) volgt nu:

$$\hat{z}_0^+ = \hat{z}_0^- = \frac{1}{2} \cdot 2.18 = 1.09 \text{ m}$$

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 6

4. Berekening met Westerschelde tot een vak geschematiseerd.

4.1 Gegevens.

De Westerschelde is geschematiseerd tot 1 vak zoals weergegeven op bijlage 1. De vakgegevens zijn afkomstig uit een Implic-model met een bodemschematisering uit 1969.

In eerste instantie moet de wrijvingshoek θ en de voortplantingssnelheid c worden berekend. In het getal van Lorentz, k , wordt geschat $\hat{v}_m = 1.20$ m/s. Volgens (3) is:

$$k = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{9.81 \cdot 1.20}{3000 \cdot 10} = 3.331 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{tg} 2\theta = \frac{k}{\omega} = \frac{3.331 \cdot 10^{-4}}{1.405 \cdot 10^{-4}} = 2.371$$

Voor θ vindt men dan $\theta = 33.5^\circ$.

Uit (6) volgt:

$$c = \sqrt{9.81 \cdot 10 (1 - \text{tg}^2 33.5)} = 7.410 \text{ m/s}$$

4.2 Grafische uitwerking. (bijlage 2).

De amplitude van de inlopende golf op afstand s van de rand ($s=0$) is:

$$\hat{z}_s^+ = \hat{z}_0^+ \cdot e^{\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg} \theta \cdot s} \quad (5a)$$

en de faseverschuiving is:

$$f_s^+ = \frac{\omega}{c} \cdot s \quad (5a)$$

- Voor -

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 7

Voor de teruglopende golf is dit respectievelijk:

$$\hat{z}_s^- = \hat{z}_0^- \cdot e^{-\frac{i\omega}{c} \cdot \text{tg}\theta \cdot s} \quad \text{en} \quad f_s^- = -\frac{i\omega}{c} \cdot s \quad (5b)$$

De waarde van z_s wordt nu gevonden door vectorisch optellen:

$$\vec{z}_s = \vec{z}_s^+ + \vec{z}_s^- \quad (5')$$

Voor de stroom vindt men uit (7):

$$\vec{y}_s = (\vec{z}_s^- - \vec{z}_s^+) \cdot e^{i\theta} = \vec{y}_s' \cdot e^{i\theta} \quad (7')$$

In tabel 2 zijn nu de berekende waarden van z_s^+ , z_s^- en $\frac{\omega}{c} \cdot s$ samengevat.

Tabel 2: Tussenresultaat grafische berekening met één vak.

locatie	s (km)	$\frac{\omega}{c} \cdot s$ (°)	z_s^+ (m)	z_s^- (m)
Prosperpolder	0	0	1.09	1.09
Baarland	30	32.6	1.59	0.75
Vlissingen	60	65.2	2.31	0.51

Op bijlage 2 is dit grafisch uitgewerkt. De resultaten zijn samengevat in tabel 3.

Tabel 3: Resultaten grafische berekening met één vak.

locatie	s (km)	z_s (m, °)	y_s (m, °)	Q_s (m³/s, °)
Baarland	30	2.02, 14	1.46, -85	40597, -85
Vlissingen	60	2.02, 52	2.68, -74	74520, -74

behoort bij: notitie WWKZ **nr.** 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: 8

In eerste instantie moet de aanname voor $\hat{v}_m$ gecontroleerd worden. Deze aanname is correct indien:

$$\hat{v}_0 + 3/4 (\hat{v}_{60} - \hat{v}_0) \approx \hat{v}_m \quad (10)$$

Dit geeft:

$$\hat{v}_0 = 0$$

$$\hat{v}_{60} = \frac{\hat{y}_{60} \cdot c \cdot \cos \theta}{h} = \frac{2.68 \cdot 7.41 \cdot \cos 33.5^\circ}{10} = 1.65 \text{ m/s}$$

Dus:

$$0 + 3/4 (1.65 - 0) = 1.24 \text{ m/s} \approx \hat{v}_m = 1.20 \text{ m/s}$$

De aanname voor $\hat{v}_m$ blijkt vrij redelijk te zijn, al is de waarde van $\hat{v}_{60}$ te hoog in vergelijking met waargenomen snelheden.

4.3 Analytische uitwerking.

Door de wiskundige Lorentz [2] zijn (5) en (7) zodanig uitgewerkt dat men rechtstreeks de waarden van z_s en y_s kan berekenen. Deze formules luiden:

$$z_s = z_0 \cdot zz + y_0 \cdot zy \quad (11)$$

$$y_s = z_0 \cdot yz + y_0 \cdot zz \quad (12)$$

De coëfficiënten zz , zy en yz worden berekend volgens appendix 2.

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 9

In tabel 4 is bovenstaande uitgewerkt voor het onderhavige geval.
 Aangezien $y_0 = 0 + 0.i$ vervallen de termen $y_0 \cdot zy$ en $y_0 \cdot zz$.

Tabel 4: Resultaten analytische berekening met één vak.

parameter	s = 30 km	s = 60 km
z_0	2.18 + 0.i.	2.18 + 0.i.
y_0	0 + 0.i.	0 + 0.i.
$\sin\theta$	0.552	0.552
$\cos\theta$	0.834	0.834
$\sin \frac{s}{0.1s} \cdot s$	0.539	0.908
$\cos \frac{s}{0.1s} \cdot s$	0.843	0.420
$\sinh \frac{s}{0.1s} \cdot \text{tg}\theta \cdot s$	0.385	0.826
$\cosh \frac{s}{0.1s} \cdot \text{tg}\theta \cdot s$	1.072	1.297
zz	0.904 + 0.207i	0.545 + 0.750i
yz	0.048 - 0.661i	0.361 - 1.174i
z_s	1.970 - 0.452i	1.188 + 1.635i
$\hat{z}_s$	$\sqrt{1.970^2 + 0.452^2} = 2.015$	$\sqrt{1.188^2 + 1.635^2} = 2.021$
fz_s	$\text{arctg}(0.452/1.970) = 12.9^\circ$	$\text{arctg}(1.635/1.188) = 53.9^\circ$
y_s	0.105 - 1.441i	0.787 - 2.559i
$\hat{y}_s$	$\sqrt{0.105^2 + (-1.441)^2} = 1.445$	$\sqrt{0.787^2 + (-2.559)^2} = 2.677$
fy_s	$\text{arctg}(-1.441/0.105) = -85.8^\circ$	$\text{arctg}(-2.559/0.787) = -72.9^\circ$
Q_s	40180 , -85.8°	74436 , - 72.9°

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 10

4.4 Samenvatting.

In tabel 5 zijn de resultaten van de berekening met één vak samengevat.

Tabel 5: Resultaten berekening met één vak.

locatie	s (km)	NATUUR	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.03, 24	38622, -74
Vlissingen	60	1.87, 42	77647, -62
locatie	s (km)	GRAFISCH	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.02, 14	40597, -85
Vlissingen	60	2.02, 52	74520, -74
locatie	s (km)	ANALYTISCH	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.02, 13	40180, -86
Vlissingen	60	2.02, 54	74436, -73

De analytisch berekende waarden vertonen goede overeenkomst met de waarden uit de grafische methode. Ondanks de grove schematisatie blijken de uitkomsten in redelijke overeenstemming te zijn met de waargenomen grootheden.

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 11

5. Berekening met Westerschelde tot twee vakken geschematiseerd.

5.1 Gegevens.

De Westerschelde is nu geschematiseerd tot twee vakken zoals weer-
 gegeven op bijlage 1 (gegevens uit Implic-model).

In tabel 6 zijn de vakgegevens samengevat, welke overeenkomstig § 4.1
 berekend zijn.

Tabel 6: Gegevens berekening met twee vakken.

parameter	vak 1	vak 2
$\hat{v}_m$ (schatting)	0.85	0.93
k	$4.719 \cdot 10^{-4}$	$2.245 \cdot 10^{-4}$
θ	36.7°	29.0°
c	5.716	8.844

5.2 Grafische uitwerking.

Zoals in par. 4.2 geldt nu voor vak 1, knoop A

$$\hat{z}_{a1}^+ = \hat{z}_0^+ \cdot e^{\frac{\omega}{c_1} \cdot \text{tg}\theta_1 \cdot 3 \cdot 10^4} = 1.888 \quad (5a)$$

$$f_{a1}^+ = \frac{\omega}{c_1} \cdot 3 \cdot 10^4 = 42.2^\circ \quad (5a)$$

$$\hat{z}_{a1}^- = \hat{z}_0^- \cdot e^{-\frac{\omega}{c_1} \cdot \text{tg}\theta_1 \cdot 3 \cdot 10^4} = 0.629 \quad (5b)$$

- f_{a1}^- -

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 12

$$f_{a1}^- = -\frac{\omega}{c_1} \cdot 3 \cdot 10^4 = -42.2^\circ \quad (5b)$$

Op bijlage 3 is dit grafisch uitgezet met als resultaat (zie figuur 1):

$$z_{a1} = \underline{2.06 \text{ m}}, \underline{24^\circ}$$

$$y_{a1} = \underline{1.92 \text{ m}}, -82^\circ$$

Controle van $\hat{v}_{m1}$ volgens (10) geeft:

$$\hat{v}_o = 0, \hat{v}_{a1} = \frac{1.92 \cdot 5.716 \cdot \cos 36.7^\circ}{7.5} = 1.17 \text{ m/s}$$

Dus:

$$0 + 3/4 (1.17 - 0) = 0.88 \text{ m/s} \approx \hat{v}_{m1} = 0.85 \text{ m/s}$$

In knooppunt A geldt:

$$z_{a1} = z_{a2} \quad (13)$$

$$Q_{a1} = Q_{a2} \quad (14)$$

Nu is:

$$Q_{a1} = y_{a1} \cdot B_1 \cdot c_1 \cos \theta_1 \quad (15)$$

$$Q_{a2} = y_{a2} \cdot B_2 \cdot c_2 \cos \theta_2 \quad (16)$$

Uit (15) en (16) volgt:

$$\hat{y}_{a2} = \frac{B_1 \cdot c_1 \cdot \cos \theta_1}{B_2 \cdot c_2 \cdot \cos \theta_2} \cdot \hat{y}_{a1} = X \cdot \hat{y}_{a1} \quad (17)$$

$$\hat{y}_{a2} = \frac{3000 \cdot 5.716 \cdot \cos 36.7}{5700 \cdot 8.844 \cdot \cos 29} \cdot 1.92 = 0.312 \cdot 1.92 = 0.599$$

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 13

Ook moet gelden:

$$z_{a2}^+ = z_{a2}^+ + z_{a2}^- \quad (5')$$

$$y_{a2}^+ = (z_{a2}^+ - z_{a2}^-) \cdot e^{i\theta_2} = y_{a2}' \cdot e^{i\theta_2} \quad (7')$$

Op bijlage 3 zijn z_{a2}^+ en z_{a2}^- geconstrueerd (zie figuur 2).

Er kan nu verder gerekend worden voor vak 2, knoop B:

($\hat{z}_{a2}^+ = 1.26$, $\hat{z}_{a2}^- = 0.84$ gemeten uit bijlage 3).

$$\hat{z}_{b2}^+ = \hat{z}_{a2}^+ \cdot e^{\frac{\omega}{c_2} \cdot \text{tg}\theta_2 \cdot 3 \cdot 10^4} = 1.641 \quad (5a)$$

$$f_{b2}^+ = \frac{\omega}{c_2} \cdot 3 \cdot 10^4 = 27.3^\circ \quad (5a)$$

$$\hat{z}_{b2}^- = \hat{z}_{a2}^- \cdot e^{-\frac{\omega}{c_2} \cdot \text{tg}\theta_2 \cdot 3 \cdot 10^4} = 0.645 \quad (5b)$$

$$f_{b2}^- = -\frac{\omega}{c_2} \cdot 3 \cdot 10^4 = -27.3^\circ \quad (5b)$$

Bovenstaande grafisch uitgezet op bijlage 3 levert (zie figuur 3):

$$z_{b2} = \underline{1.88}, \underline{41^\circ}$$

$$y_{b2} = \underline{1.63}, \underline{68^\circ}$$

Controle van $\hat{v}_{m2}$ volgens (10):

$$\hat{v}_{a2} = \frac{0.599 \cdot 8.844 \cdot \cos 29^\circ}{11.5} = 0.40 \text{ m/s}$$

$$\hat{v}_{b2} = \frac{1.63 \cdot 8.844 \cdot \cos 29^\circ}{11.5} = 1.10 \text{ m/s}$$

- Dus: -

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 14

Dus:

$$0.40 + 3/4 (1.10 - 0.40) = 0.93 \text{ m/s} = \bar{v}_{m2} = 0.93 \text{ m/s}$$

In tabel 7 zijn de resultaten van deze berekening samengevat.

Tabel 7: Resultaten grafische berekening met twee vakken.

	s (km)	z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.06, 24°	26398, -86°
Vlissingen	60	1.88, 41°	71876, -68°

5.3 Analytische uitwerking.

De formules luiden nu: ($y_0 = 0$)

$$z_{a1} = z_0 + z z_1 \quad (11a)$$

$$y_{a1} = z_0 + y z_1 \quad (12a)$$

$$z_{b2} = z_{a2} z z_2 + y_{a2} z y_2 \quad (11b)$$

$$y_{b2} = z_{a2} y z_2 + y_{a2} z z_2 \quad (12b)$$

- Substitutie -

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 15

Substitutie van (11a), (12a) en (17) in (11b) en (12b) geeft:

$$(z_{a1} = z_{a2})$$

$$z_{b2} = z_o \cdot zz_1 \cdot zz_2 + z_o \cdot yz_1 \cdot zy_2 \cdot X \quad (11c)$$

$$y_{b2} = z_o \cdot zz_1 \cdot yz_2 + z_o \cdot yz_1 \cdot zz_2 \cdot X \quad (12c)$$

Berekening coëfficiënten volgens Appendix 2.

Bovenstaande is in tabelvorm uitgewerkt.

Tabel 8: Resultaten analytische berekening met twee vakken.

locatie	vak 1, knoop A	vak 2, knoop B
z_o	2.18 + 0.i.	2.18 + 0.i.
y_o	0 + 0.i.	0 + 0.i.
$\sin\theta$	0.598	0.485
$\cos\theta$	0.802	0.875
$\sin /c.s$	0.672	0.459
$\cos /c.s$	0.741	0.889
$\sinh /c.tg\theta.s$	0.578	0.267
$\cosh /c.tg\theta.s$	1.155	1.035
zz	0.856 + 0.388i	0.920 + 0.123i
yz	0.121 - 0.879i	0.023 - 0.531i
zy	-	-0.438 - 0.301i
z	1.866 + 0.846i	1.397 + 1.245i
$\hat{z}$	<u>2.049</u>	<u>1.871</u>
z	<u>24.4°</u>	<u>41.7°</u>

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: 16

Vervolg tabel 8:

parameter	vak 1, knoop A	vak 2, knoop B
y	0.264 - 1.915i	0.641 - 1.511i
$\hat{y}$	<u>1.933</u>	<u>1.641</u>
f_y	<u>-82.2°</u>	<u>-67.0°</u>
Q	26.576, -82.2°	72.352, -67.0°

5.4 Samenvatting.

In tabel 9 zijn de resultaten van de berekening met twee vakken samen-
 gevat.

Tabel 9: Resultaten berekening met twee vakken.

locatie	s (km)	NATUUR	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.03, 24	38.662, -74
Vlissingen	60	1.87, 42	77.647, -62
locatie	s (km)	GRAFISCH	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.06, 24	26.398, -82
Vlissingen	60	1.88, 41	71.876, -68
locatie	s (km)	ANALYTISCH	
		z_s (m, °)	Q_s (m ³ /s, °)
Baarland	30	2.05, 24	26.576, -82
Vlissingen	60	1.87, 42	72.352, -67

De analytisch gevonden waarden blijken weer goed overeen te stemmen met de resultaten van de grafische berekening. Verder blijkt een goede overeenkomst voor het verticale getij en een minder goede voor de stroom tussen berekeningen en natuur.

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: 18

Literatuuropgave

- [1] Adviesdienst Vlissingen.
 Getijregime Westerschelde.
 Notitie WWKZ-83.V297.
- [2] Staatscommissie Zuiderzee.
 Verslag van de Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk
 Besluit van 4 juli 1918, nr. 30, met opdracht te onder-
 zoeken in hoeverre als gevolg van de afsluiting van de
 Zuiderzee te verwachten is, dat tijdens storm hogere
 waterstanden en een grotere golfoploop zullen voorkomen.

rijkswaterstaat

behoort bij: notitie WWKZ **nr.** 84.V259
datum: januari 1984
bladnr: 19

Lijst van bijlagen

bijlage nr.	omschrijving	tekening nr.
1	Overzicht.	A4-84.187
2	Grafische uitwerking berekening met 1 vak.	A4-84.189
3	Grafische uitwerking berekening met 2 vakken.	A4-84.188

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259

datum: januari 1984

bladnr: Appendix 1-1

APPENDIX 1

Lijst van symbolen

B	=	breedte	m
C	=	coëfficiënt van Chezy	$m^{1/2}/s$
c	=	voortplantingssnelheid	m/s
e	=	grondtal natuurlijke logaritmen	-
g	=	zwaartekrachtversnelling	m/s^2
h	=	waterdiepte	m
k	=	getal van Lorentz	1/s
L	=	vaklengte	m
Q	=	debiet	m^3/s
s	=	ordinaat (horizontaal)	m
v	=	snelheid	m/s
t	=	tijd	s
y	=	hoogte van de verstoring	m
z	=	waterstand	m
zz	=	vakconstante	-
yz	=	vakconstante	-
zy	=	vakconstante	-
f	=	fasehoek	-
θ	=	wrijvingshoek	-
ω	=	hoeksnelheid	-
μ	=	versterkingscoëfficiënt	-
X	=	verhoudingsgetal	-

behoort bij: notitie WWKZ nr. 84.V259
 datum: januari 1984
 bladnr: Appendix 2-1

• APPENDIX 2

Coëfficiënten zz, yz en zy

$$zz = a + b \cdot i$$

$$yz = c + d \cdot i$$

$$zy = e + f \cdot i$$

$$a = \cos\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \cosh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

$$b = \sin\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \sinh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

$$c = -\cos\theta \cdot \cos\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \sinh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right) - \sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \cosh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

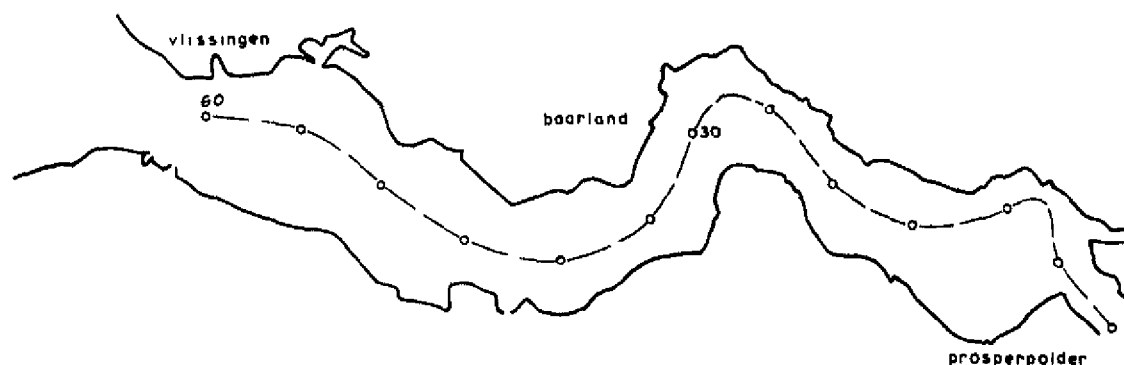
$$d = \sin\theta \cdot \cos\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \sinh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right) - \cos\theta \cdot \sin\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \cosh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

$$e = -\cos\theta \cdot \cos\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \sinh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right) + \sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \cosh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

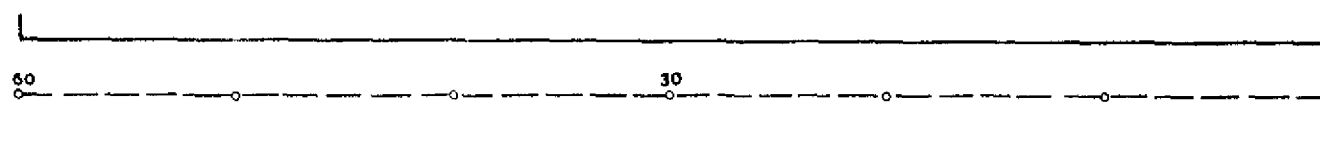
$$f = -\sin\theta \cdot \cos\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \sinh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right) - \cos\theta \cdot \sin\left(\frac{\omega}{c} \cdot s\right) \cdot \cosh\left(\frac{\omega}{c} \cdot \text{tg } \theta \cdot s\right)$$

- Een waardevol hulpmiddel om na te gaan of er geen fout gemaakt is, is de eigenschap:

$$\begin{vmatrix} zz & zy \\ yz & zz \end{vmatrix} = 1 + \text{nul} \cdot i$$

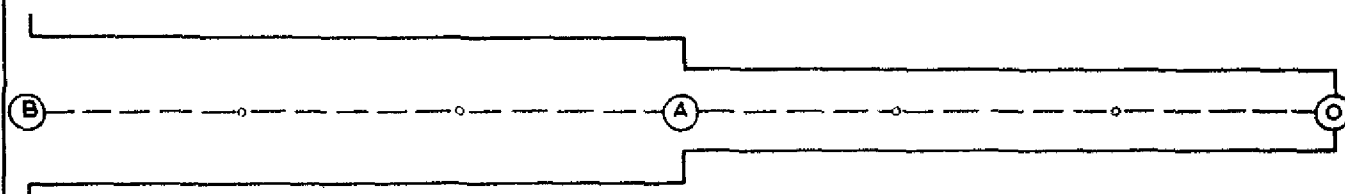


schematisering in 1 vak



gegevens: $L = 60000 \text{ m}$
 $b = 4500 \text{ m}$
 $h = 10 \text{ m}$
 $C^2 = 3000 \text{ m/s}^2$

schematisering in 2 vakken



gegevens vak 2: $L = 30000 \text{ m}$
 $b = 5700 \text{ m}$
 $h = 11,5 \text{ m}$
 $C^2 = 3000 \text{ m/s}^2$

gegevens vak 1: $L = 30000 \text{ m}$
 $b = 3000 \text{ m}$
 $h = 7,5 \text{ m}$
 $C^2 = 2000 \text{ m/s}^2$

rijkswaterstaat

directie waterhuishouding en waterbeweging
 district kust en zee - adviesdienst vliissingen

westerschelde
 overzicht

get. k.b

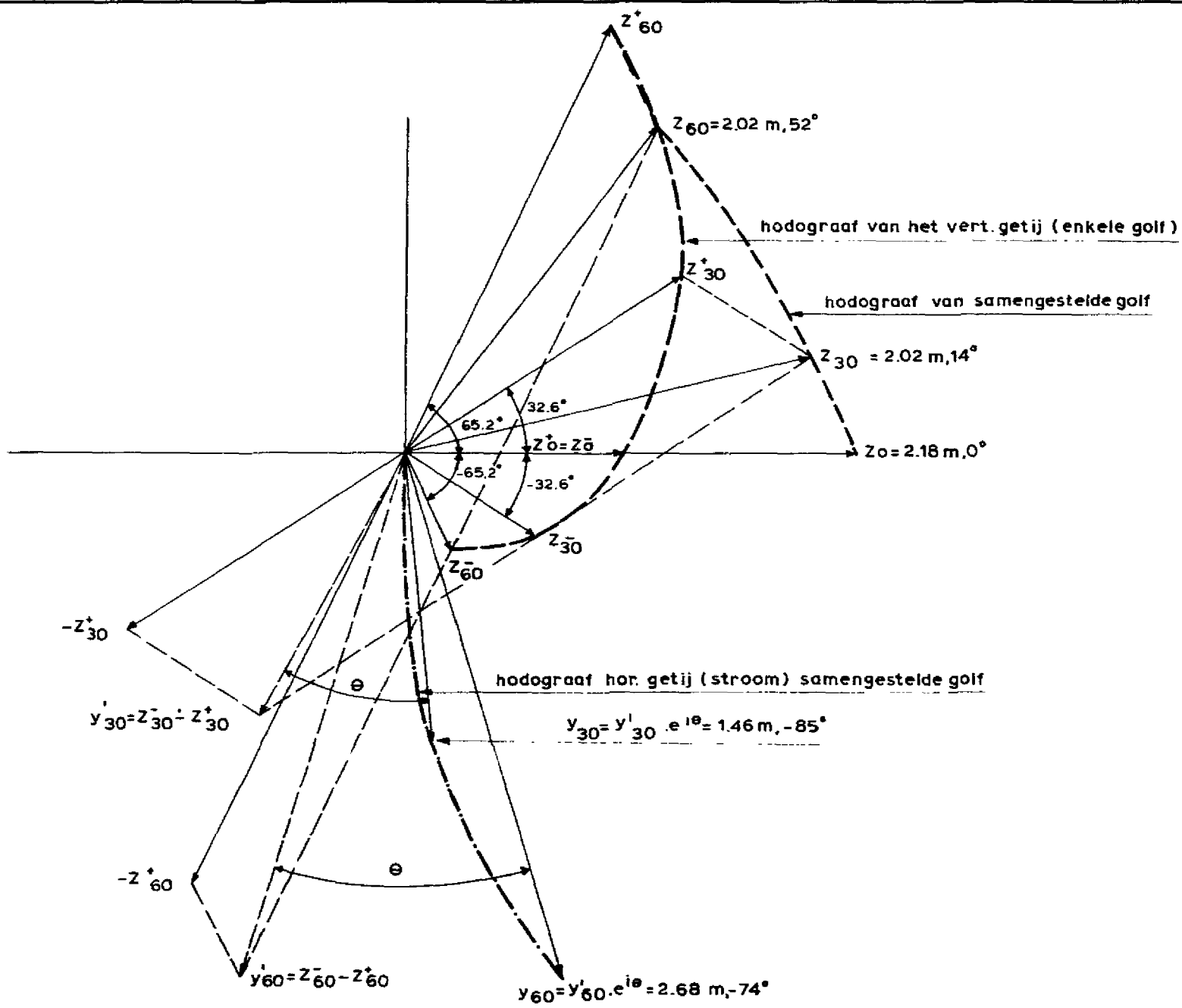
gec. *YH*gez. *RD*akk. *J*

bijl.1

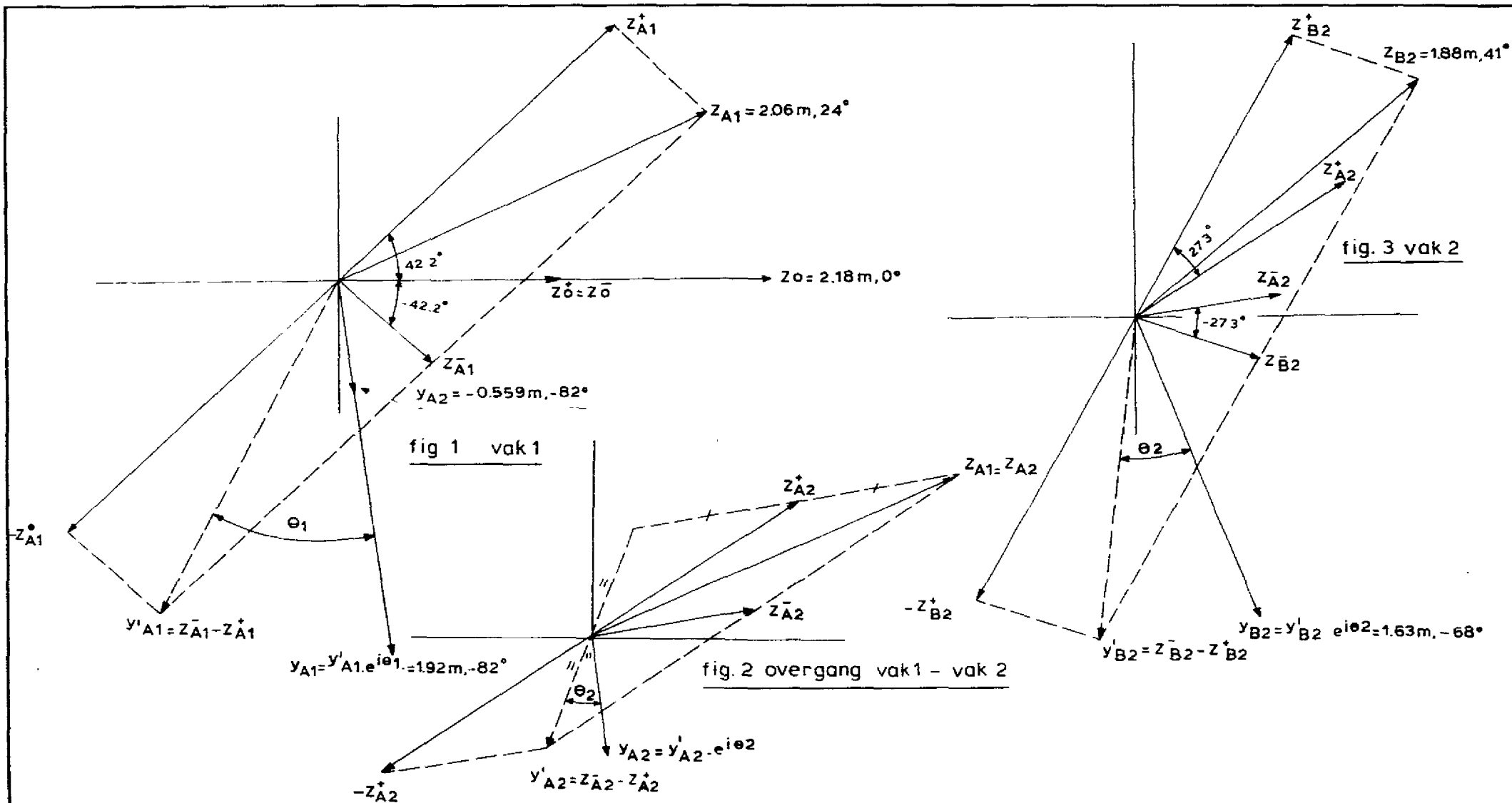
schaal

A 4

nr. 84.187



rijkswaterstaat directie waterhuishouding en waterbeweging district kust en zee - adviesdienst vliissingen		get.	k. b.	bijl. 2	
westerschelde		gez.	<i>W</i>		
grafische uitwerking getijberekening met 1 vak		akk.	<i>A4</i>	nr.	84 . 188



rijkswaterstaat directie waterhuishouding en waterbeweging district kust en zee - adviesdienst vliissingen	get.	k.b.	bijl. 3	
	gec.	<i>[signature]</i>		
	gez.	<i>[signature]</i>	schaal	
	akk.	<i>[signature]</i>	A4	nr. 84 . 189