

Reproductie-nauwkeurigheid van modellen

Pilot 1: het Westerscheldemodel SCALWEST

Project: NAUTILUS

Werkdocument: RIKZ/OS/98.166x



Project:	NAUTILUS
Werkdocument:	RIKZ/OS/98.166x
Datum:	december 1998
Auteur:	M. Verlaan M. Zijlema M.H.P. Jansen

1 Inleiding	7
2 Beschrijving van het model	9
3 Beschrijving van gebruikte metingen	11
3.1 Overzicht periodes	11
3.2 Overzicht waarnemingen	11
3.3 Meetfouten	11
3.3.1 Meetfouten waterstandsmeting	11
3.3.2 Meetfouten ADCP	12
3.3.3 Meetfouten wind	12
4 Kwantificatie van modelon nauwkeurigheid	15
4.1 Methodiek	15
4.1.1 Numerieke onzekerheid	15
4.1.2 Onzekerheid van fysische parameters	15
4.1.3 Onzekerheid door vereenvoudigingen in de modellering	15
4.2 Ruimtelijk en temporeel onderscheid in de analyse	16
5 De basisanalyse	17
6 Bepaling van werkelijk optredende residuen	19
6.1 Basisberekening met astronomisch getij	19
6.2 Basisberekening met ruimtelijk sterk variabele storm	20
6.3 Basisberekening ruimtelijk homogene storm	21
7 Experimenten ter bepaling van de numerieke nauwkeurigheid	23
7.1 Inleiding	23
7.1.1 Schatting van de globale fout	23
7.2 Tijdintegratie	24
7.2.1 Schatting van de globale fout	24
7.2.2 Bepaling van het Courant getal	27
7.3 Ruimtelijke horizontale discretisatie	28
7.3.1 Karakteristieke eigenschappen van het rooster	28
7.3.2 Niet-orthogonale effecten	33
7.3.3 Invloed rekking van rooster op nauwkeurigheid	38
7.4 Droogvallen en onderlopen	40
7.5 Samenvatting van de resultaten	43
8 Experimenten voor de bepaling van de nauwkeurigheid van de fysische modellering	49
8.1 Inleiding	49
8.2 Vereenvoudigde of niet gemodelleerde processen	50
8.2.1 Subgridprocessen	50
a) Variaties in topografie op subgrid schaal zoals geulen	50
8.2.2 Empirische formules	51
a) Wind-drag formulering	51
8.2.3 Randmodellering	54
8.3 Onnauwkeurigheid parameters	57
8.3.1 Grotere windsnelheden en verdraaide windrichting	57
8.3.2 Manning parameter	60

8.3.3 Formulering bodemschuifspanningen	63
8.3.4 Horizontale viscositeit	67
8.4 Samenvatting resultaten	70
9 Conclusies	83
10 Aanbevelingen	85
Literatuurlijst	87
Figuren	89

Samenvatting

Verschillen die optreden tussen modelberekeningen met WAQUA en TRIWAQ enerzijds en metingen in het veld anderzijds kunnen worden verklaard door een groot aantal onzekerheden in de metingen maar vooral ook de onzekerheden in het model. Bij grote ingrepen, zoals de aanleg van de tweede Maasvlakte, of het wijzigen van het beheer van de Haringvlietssluis, is het wenselijk een goed inzicht te hebben in de nauwkeurigheid van modellen waarmee de effecten van deze ingrepen zullen worden voorspeld. Dit inzicht is tevens van belang voor het beoordelen en het maken van keuzen m.b.t. modelaanpassingen welke tot significante verbeteringen van modelnauwkeurigheid zouden moeten leiden.

Het doel van deze studie is een zo goed mogelijk overzicht van de mogelijke foutenbronnen te geven, en hun bijdragen aan de totale fout te kwantificeren. In de literatuur wordt een dergelijk overzicht vaak een 'error budget' genoemd.

Als pilot voor deze studie is het model van de Westerschelde, het zg. SCALWEST 2DH-model gekozen.

Uit de experimenten met het SCALWEST 2DH-model blijkt dat de nauwkeurigheid waarmee de waterstanden worden gereproduceerd varieert van plaats tot plaats in het model en hangt sterk af van de meteorologische condities gedurende meetperiode. De gemiddelde waarden van deze nauwkeurigheid zijn in onderstaande tabel gepresenteerd.

Waterstanden	Westelijk deel	Oostelijk deel
Rustig weer	7 cm	10 cm
Ruimtelijk homogene storm (max. ± 20 m/s)	10 cm	15 cm
Ruimtelijk sterk variabele storm (max. ± 20 m/s)	18 cm	25 cm

Uit het gevoeligheidsonderzoek is gebleken dat een klein aantal foutenbronnen een redelijk grote bijdrage levert aan de totale reproductiefout.

Tijdens rustige weersomstandigheden leveren de onzekerheden

aan de open rand	(± 5 cm),
in tijdintegratie	(± 3 cm),
door droogvalprocedure	(± 10 cm) en
van bodemruwheid	($2-8$ cm)

de meeste bijdrage aan de totale reproductiefout. Hierbij moet worden opgemerkt dat de werkelijke residuen aanzienlijk kleiner zijn dan de som van deze bijdragen. Dit kan worden verklaard door het feit dat tijdens het calibratieproces een aantal afregelparameters zodanig worden ingesteld dat de fouten die zij veroorzaken gedeeltelijk tegen elkaar wegvallen.

Tijdens stormachtige weersomstandigheden dragen de onzekerheden in

de windinvoer	(3-10 cm)
de berekening van de windschuifspanning	
m.b.v. C_d -parameter	(± 10 cm)
de wind-drag formulering	(± 5 cm)

in grotere mate bij aan de totale reproductiefout.

Voor een model als SCALWEST geldt dat een groot deel van de windopzet voor een groot deel 'buiten het model' wordt opgewekt. Hierdoor wordt de gebruikte methode voor het bepalen van de randvoorwaarde minder nauwkeurig.

Doordat er in deze studie geen metingen van stroomsnelheden en saliniteiten zijn gebruikt is in de gevoeligheidsstudie slechts een deel van de aspecten bestudeerd.

1 Inleiding

Verschillen die optreden tussen modelberekeningen met WAQUA en TRIWAQ enerzijds en metingen in het veld anderzijds kunnen worden verklaard door een groot aantal onzekerheden in de metingen maar vooral ook in het model. Bij grote ingrepen, zoals de aanleg van de tweede Maasvlakte, of het wijzigen van het beheer van de Haringvlietsluizen, is het wenselijk een goed inzicht te hebben in de nauwkeurigheid van modellen waarmee de effecten van deze ingrepen zullen worden voorspeld. Dit inzicht is tevens van belang voor het beoordelen en het maken van keuzen m.b.t. modelaanpassingen welke tot significante verbeteringen van modelnauwkeurigheid zouden moeten leiden.

Als pilot voor deze studie is het model van de Westerschelde, het zg. SCALWEST 2DH-model gekozen.

Normaliter worden berekeningen van bijdragen aan de model-onnauwkeurigheid vooral uitgevoerd met behulp van een gevoeligheids-onderzoek. Door modelresultaten te vergelijken voor verschillende parameter-instellingen en/of met verschillende formuleringen kan de invloed van de betreffende formulering, term, constante, enz. worden bestudeerd. Het doel van deze studie is een zo goed mogelijk overzicht van de mogelijke foutenbronnen te geven, en hun bijdragen aan de totale fout te kwantificeren. In de literatuur wordt een dergelijk overzicht vaak een 'error budget' genoemd. De som van de bijdragen kan in dat geval goed worden vergeleken met de opgetreden residuen. In dit rapport wordt het residu gedefinieerd als Root Mean Square (RMS) error. De definitie van de RMS-waarde is als volgt: als ε_i het verschil tussen de modelresultaat en meting in station i weergeeft, dan bedraagt de RMS-waarde

$$\|\varepsilon\|_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |\varepsilon_i|^2}{N}}$$

waarin N het totaal aantal stations zijn. Hieronder staat een fictief voorbeeld.

Tabel 1.1 Een fictief voorbeeld van 'error budget'

Bijdrage onnauwkeurigheid	Mean square error (m ²)	RMS (m)
Bijdrage rand	0,01	0,10
Bijdrage bodemwrijving	0,04	0,20
Bijdrage numeriek	0,0025	0,05
Bijdrage meting	0,01	0,10
Totaal	0,0625	0,25
Waargenomen residu	0,09	0,30

Volgens deze tabel is de waargenomen residu 30 cm. Hiervan wordt 25 cm verklaard vanuit 4 bronnen. De overige 5 cm ontbreekt dus nog in deze balans. Dit kan een resultaat zijn van een verkeerde inschatting, of het feit dat een belangrijk proces in de analyse niet is meegenomen; zo zou bijvoorbeeld de invloed van onnauwkeurigheid in de opgegeven rivierafvoer de overige

bijdrage kunnen leveren. Uit Tabel 1.1 valt ook af te lezen dat bijvoorbeeld een roosterverfijning weinig zin heeft omdat de relatieve bijdrage van numerieke fouten gering is.

De belangrijkste bronnen van onnauwkeurigheid in een model zijn:

- 1) numerieke fouten,
- 2) vereenvoudigde of niet gemodelleerde processen,
- 3) de onnauwkeurigheid van parameters,
- 4) randvoorwaarden en schematisatie en
- 5) meetfouten.

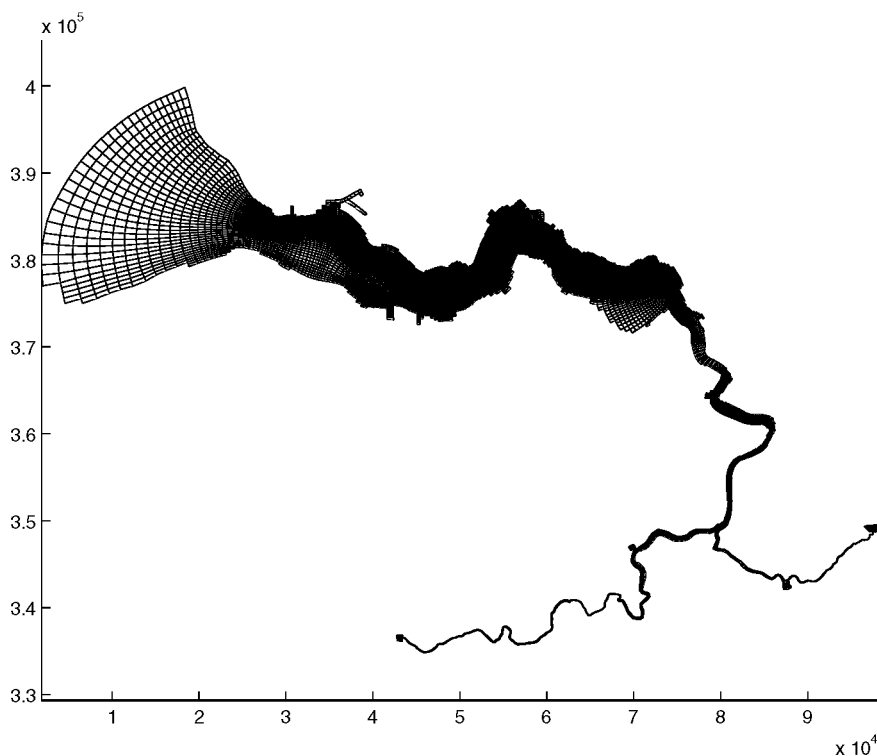
In het vervolg van het project NAUTILUS zullen de resultaten van dit onderzoek ook gebruikt worden voor het berekenen van de voorspelnauwkeurigheid. Dit vervolg op deze studie gaat een stap verder doordat niet alleen de opgetreden fouten worden geanalyseerd maar er ook voorspellingen van de nauwkeurigheid worden gemaakt. Dit maakt het mogelijk om bij bijvoorbeeld een stormvloedverwachting ook een bandbreedte op te geven. De breedte van de band kan dan variëren naar omstandigheden. Zo is de waterstand tijdens een langere periode van rustig weer nauwkeuriger te voorspellen dan tijdens een storm. In het beleid en beheer kan men dan de risico's van een beslissing beter inschatten.

2 Beschrijving van het model

In deze eerste pilot wordt gebruik gemaakt van het SCALWEST 2DH-model. Dit is een twee-dimensionaal kromlijinig model van de Westerschelde. Er zijn twee versies van dit model beschikbaar: een met een gemiddelde roostergrootte van 100 meter en een met een gemiddelde roostergrootte van 400 meter. Beide versies worden in deze studie gebruikt maar het grove model vormt het uitgangspunt; zie Figuur 2.1.

De randvoorwaarden van het model worden bepaald uit meetstations in de buurt van de open rand. Om een volledige randvoorwaarde te verkrijgen worden deze waarden met een vaste factor vermenigvuldigd, verschoven in de tijd en vervolgens geïnterpoleerd. Deze methode staat bekend als 'M2 reductie'.

Als windinvoer worden standaard globale tijdreeksen gebruikt. Hierbij wordt uitgegaan van gemeten windsnelheid en richting van een meetstation nabij Hansweert. In een aantal experimenten van deze studie wordt gebruik gemaakt van de in tijd en ruimte variërende windvelden. Deze worden berekend door middel van interpolatie van gemeten windgegevens van een zestal stations.



Figuur 2.1 Het grove rooster van het Westerschelde model

3 Beschrijving van gebruikte metingen

In dit hoofdstuk wordt in het kort beschreven waar de metingen onder welke omstandigheden hebben plaatsgevonden.

3.1 Overzicht periodes

Periode			Kenmerk
A	19-07-96	21-07-96	rustige periode met gemiddeld getij
B	28-08-96	29-08-96	storm met relatief sterk variabel windveld
C	28-10-96	29-10-96	storm met relatief zwak variabel windveld

Opmerking: deze periodes zijn dezelfde als die gebruikt zijn voor de validatie van het model. Deze keuze maakt een vergelijking met de rapportage van de validatie (lit ????) mogelijk.

3.2 Overzicht waarnemingen

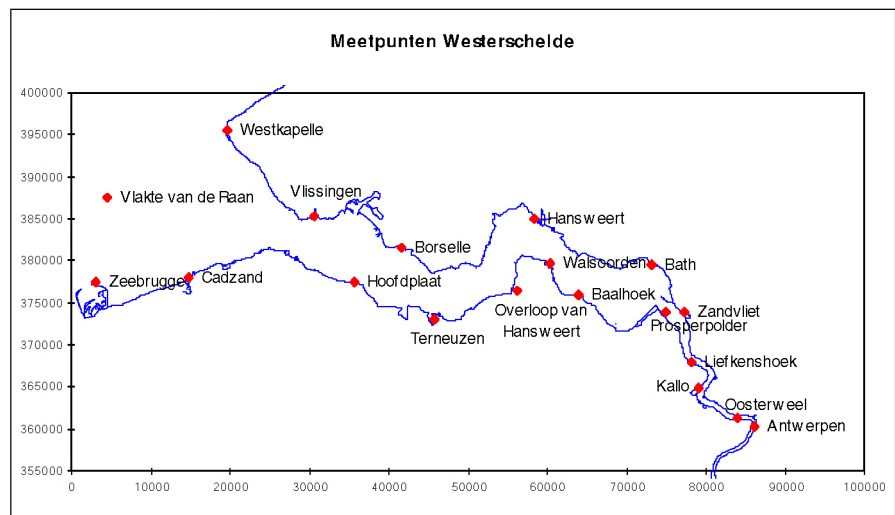
		Water- standen	Wind
CADZ	Cadzand	+	+
VLIS	Vlissingen	+	
HFPL	Hoofdplaat		+
TERN	Terneuzen	+	+
KLGT	Kanaal van Gent Terneuzen	+	
TNWS	Sluis Terneuzen		+
OVHA	Overloop van Hansweert	+	
HANS	Hansweert	+	
BAAL	Baalhoek	+	
BATH	Bath	+	
PROS	Prosperpolder	+	
ANTW	Antwerpen	+	
VR	Vlakte van de Raan	+	+
WKAP	Westkapelle	+	

De positie van deze locaties is te zien in Figuur 3.1.

3.3 Meetfouten

3.3.1 Meetfouten waterstandsmeting

Met moderne meetapparatuur kan de waterstand tot op enkele centimeters nauwkeurig worden gemeten. Doordat de waterstand bovendien glad verloopt zijn meetfouten voor waterstanden vaak verwaarloosbaar klein.



Figuur 3.1 Lokatie meetpunten in de Westerschelde

De representativiteit van de meting is in een aantal gevallen wel van belang. Scherpe ruimtelijke variaties in stroomsnelheid en windgolven kunnen lokaal een variatie van de waterstand veroorzaken.

3.3.2 Meetfouten ADCP

Hoewel de pure meetfout van snelheidsmetingen onder optimale omstandigheden erg klein is (± 3 cm/s) voor ADCP-metingen (Acoustic Doppler Current Profiler) zijn de fouten in de praktijk vaak veel groter. In de eerste plaats bevatten metingen in de buurt van het wateroppervlak en de bodem vaak reflecties waardoor de metingen in de bovenste en onderste 2 meter zeer onbetrouwbaar zijn. Daarnaast zijn stromingen gevoelig voor lokale omstandigheden. Een paal, boei, geul of kuil in de bodem kan het stromingsbeeld lokaal verstoren. Bij vergelijking met een model waar het betreffende lokale effect vanwege de veel grotere roostercellen niet gemodelleerd kan worden zullen er dus verschillen ontstaan.

Doordat stroomsnelheden soms sterk in de ruimte kunnen variëren is het voor de nauwkeurigheid van belang de meetlocaties in het model nauwkeurig aan te geven. Als een meetpunt 100 meter wordt verschoven naar het dichtstbijzijnde roosterpunt, kan het voorkomen dat dit meetpunt in het model i.p.v. in de geul ernaast gaat liggen met als gevolg een grotere residu.

3.3.3 Meetfouten wind

Ook bij windmetingen speelt in de ruimtelijke zin de representativiteit een grote rol. Het WMO, een internationale overkoepelende organisatie voor meteorologische instituten, heeft daarom een richtlijn opgesteld voor windmetingen. Windmetingen worden in principe op 10 meter hoogte uitgevoerd. Om de representativiteit te vergroten dienen de windmetingen te worden verricht boven een kortgeknipt grasveld en mogen er geen hoge obstakels in de omgeving zijn. Als regel geldt dat de afstand tussen een obstakel (zoals bijvoorbeeld een boom of gebouw) minstens 20 keer de hoogte van het betreffende obstakel moet zijn. Dit is in de praktijk een eis

waaraan moeilijk te voldoen is. Maar zelfs als deze richtlijnen worden nageleefd is de representativiteit dikwijls niet gegarandeerd; een bos, stad of meer van grotere oppervlakte in de omgeving kan grote invloed hebben.

Windmetingen worden vaak aangeleverd met een resolutie van 0.5 m/s. De fouten ten gevolge van representativiteit liggen in de orde van 10%. Tenslotte kan nog worden opgemerkt dat korte fluctuaties in het algemeen minder representatief zijn dan langzamere fluctuaties. Voor modelberekeningen is het daarom vaak aan te bevelen de metingen eerst te filteren tot bijvoorbeeld uurwaarden.

4 Kwantificatie van modelonnauwkeurigheid

4.1 Methodiek

De gebruikelijke methode om inzicht te krijgen in bijdragen aan modelonzekerheid is het toepassen van gevoeligheidsanalyses. De werkwijze is afhankelijk van het type onzekerheid. In deze studie worden drie typen onzekerheden onderscheiden:

1. Numerieke onzekerheid
2. Onzekerheid van fysische parameters
3. Onzekerheid door vereenvoudigingen in de modellering

Deze typen onzekerheden zullen hierna in het kort worden toegelicht.

4.1.1 Numerieke onzekerheid

Doordat de wiskundige vergelijkingen waarop het numerieke model is gebaseerd, worden gediscretiseerd en op een computer met eindige precisie worden opgelost ontstaat er een numerieke fout. Deze numerieke fout is een combinatie van een groot aantal factoren. Standaardtechnieken voor het schatten van numerieke fouten zijn: het berekenen van afbreekfouten uit hogere orde termen, het vergelijken met berekeningen met een fijner of een grover rooster of een kleinere of een grotere tijdstap, berekeningen uitgevoerd met dubbele precisie of vergelijking met berekeningen uitgevoerd met andere instellingen voor parameters zoals iteratienauwkeurigheid.

4.1.2 Onzekerheid van fysische parameters

Een aantal parameters in het model is niet met grote nauwkeurigheid bekend. Vaak doordat zij moeilijk te meten zijn. Een voorbeeld van zo'n parameter is de Chézy-coëfficiënt waarmee de bodemwrijving wordt beschreven. De schuifspanning aan de bodem is heel moeilijk direct te meten waardoor deze coëfficiënt alleen indirect door afregelen van het model te bepalen is. De nauwkeurigheid van deze parameter kan men schatten of op basis van ervaring of door trail-and-error exercities. Het bereik waarover de parameter kan worden gevarieerd zonder dat dit een echte verslechtering van de modelresultaten oplevert is in sommige gevallen een goede maat voor de nauwkeurigheid. In andere gevallen is er het een en ander bekend over de nauwkeurigheid van de parameter en kan men vervolgens bekijken hoe groot de afname van de nauwkeurigheid ten gevolge hiervan is.

4.1.3 Onzekerheid door vereenvoudigingen in de modellering

Een belangrijk deel van de modelfouten wordt veroorzaakt door vereenvoudigingen in het model. Uitgaande van de Navier-Stokes vergelijkingen welk een nauwkeurig model voor de waterbeweging vormen is er een groot aantal aannames gedaan om te komen tot de differentiaalvergelijkingen zoals die in

WAQUA/TRIWAQ worden opgelost. Een aantal voorbeelden zijn: hydrostatische drukaanname, dieptemiddeling, turbulentiesluiting, grenslaagformulering aan de bodem en wind-dragformulering. In het algemeen is het niet eenvoudig om een schatting te maken van de fouten die door een aanname worden geïntroduceerd. In een aantal gevallen kan een schatting worden gemaakt. In een aantal andere gevallen kan een geavanceerder model worden gebruikt om het effect van de vereenvoudigingen te schatten; zo kan bijvoorbeeld een drie-dimensionale simulatie worden gebruikt om de dieptemiddeling te bestuderen.

Hoewel de methodiek dus per situatie/bron kan verschillen is het hier steeds de bedoeling een kwantitatieve schatting te maken. Een uitspraak als: "de tijdintegratie methode is tweede orde nauwkeurig" is niet voldoende. Pas zodra de evenredigheidsconstante bekend is kan een dergelijke uitspraak worden gebruikt in deze context. In principe zijn uitspraken in de vorm van een formule te verkiezen boven getallen omdat dan ook de invloed van een of meerdere parameters direct duidelijk is.

4.2 Ruimtelijk en temporeel onderscheid in de analyse

De methodiek uit de vorige paragraaf is nog erg algemeen en kan in principe op alle modelvariabelen en op diverse aggregatieniveaus worden gebruikt. In de praktijk moet een keuze uit deze overvloed van mogelijkheden worden gemaakt. Deze keuze zal voor een groot deel gebaseerd zijn op ervaring met het model en door het gebruiksdoel van het model. In het geval van het SCALWEST 2DH-model zal het gebruiksdoel (in ieder geval in NAUTILUS kader) vooral zijn het operationeel voorspellen van waterstanden en stroomsnelheden. Het model wordt daarbij gebruikt om een soort pseudometingen van stroomsnelheden te berekenen voor plaatsen waar geen stroomsnelheden worden gemeten en daarnaast worden werkelijke voorspellingen gemaakt van met name waterstanden.

Van stroomsnelheden is bekend dat deze sterk in de ruimte variëren. Vooral als de bodem in de omgeving van het beschouwde punt niet vlak is kunnen er grote variaties optreden. Het is op dergelijke locaties van groot belang het meetpunt bij vergelijking met een model zo nauwkeurig mogelijk te plaatsen. In een aantal gevallen is afronden van de positie naar roosterpunten al te grof. Door het middelende karakter van modelberekeningen moet er vaak ook rekening worden gehouden met de verschillen tussen de stroomsnelheden gemeten op een punt en de modelwaarde die representatief is voor een hele rooster cel.

In het algemeen wordt de open rand zo ver van het interessegebied af geplaatst zodat aangenomen kan worden dat de invloed van deze rand op de reken-resultaten verder in het model verwaarloosbaar is. De geldigheid van deze aanname zal in deze studie worden onderzocht.

Samengevat kan men stellen dat ruimte en tijd een belangrijke rol spelen in de te verwachten nauwkeurigheid. Het is daarom van belang om ook in de analyse dit onderscheid te maken.

5 De basisanalyse

De basisanalyse is het uitgangspunt bij verdere analyses en modelverbeteringen. Door deze analyse enigszins standaard te maken wordt het mogelijk om vrij snel inzicht te krijgen in wat kwantitatief de verbetering is als gevolg van een bepaalde ingreep. Omdat het belangrijkste doel is een goed inzicht te geven in de modelnauwkeurigheid ligt de nadruk op het vergelijken van het model met metingen.

De basisanalyse omvat de volgende gegevens:

gegevens van periode en bijzonderheden van de simulatie

periode simulatie	
CPU tijd benodigd (totaal/per dag sim.)	evt. omrekenen naar HP735
bijzonderheden periode	
bijzonderheden simulatie	
systeem	

een vergelijking van model en metingen voor tijdreeksen

tijdreeks waterstand per station	meting en model in één figuur
tijdreeks snelheid per station (gesplitst naar snelheidscomponenten)	meting en model in één figuur
tijdreeks saliniteit per station	meting en model in één figuur

statistische gegevens van de residuen

root-mean-square-error per station	waterstanden en snelheden
maximale fout per station	waterstanden en snelheden
fout in maximum (vloed) en minimum (eb)	waterstanden en snelheden
faseverschuiving (maximum en minimum)	waterstanden en snelheden
gemiddelde RMS-waarde over alle metingen van type	waterstanden en snelheden

basisresultaten van de simulatie

vectorplotjes dieptegemiddelde snelheden	elk uur voor één getij of gedurende de storm
waterstandsverloop	elk uur voor één getij of gedurende de storm
over de diepte gemiddeld saliniteitsverdeling	elk uur voor één getij of gedurende de storm

Opmerkingen:

- Het genereren van deze uitvoer is volledig geautomatiseerd. Men 'een druk op de knop' kan het analyse-rapport worden gemaakt. Het is hiermee

eenvoudig de invloed van een ingreep op de resultaten te beoordelen. In dit document zal steeds een selectie uit de uitvoer worden gepresenteerd. De volledige data is op CD-ROM's bij Nautilusgroep verkrijgbaar.

- Deze basisanalyse is tevens een geschikt instrument voor de validatie van modellen.

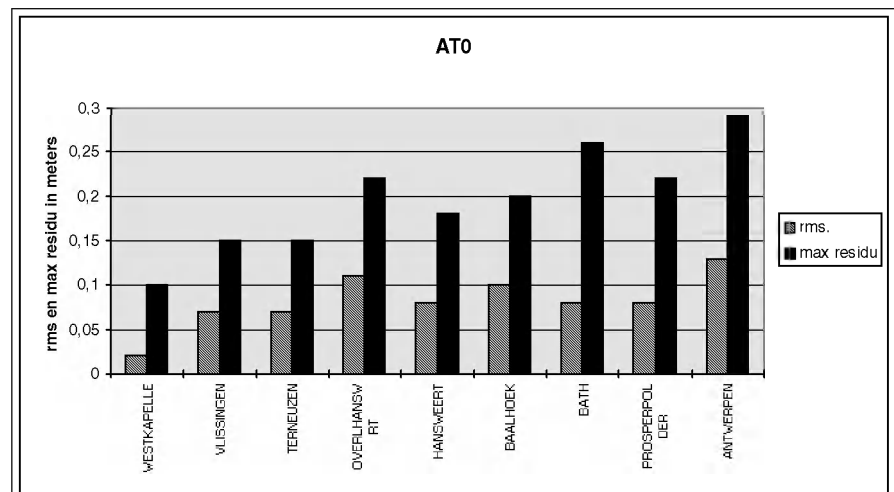
6 Bepaling van werkelijk optredende residuen

Om een beeld te krijgen van de verschillen tussen model en metingen, de residuen, is voor een drietal karakteristieke periodes, zoals omschreven in hoofdstuk 3, een vergelijking uitgevoerd. De berekeningsresultaten zijn vervolgens geanalyseerd met behulp van de basisanalyse (zie hoofdstuk 5). Een deel van de uitvoer is aan dit rapport toegevoegd. De belangrijkste kenmerken zijn hieronder kort weergegeven in de vorm van de RMS waarden en de maximale verschillen.

6.1 Basisberekening met astronomisch getij

De basisberekening voor een rustige periode met gemiddeld getij (ATO) laat duidelijk zien dat er grote verschillen zijn tussen de maximale en gemiddelde verschillen. Dit wordt veroorzaakt doordat er in de Westerschelde een grote getijslag is, waardoor de waterbeweging steile flanken heeft. Een kleine fasefout kan dan tot grote verticale verschillen leiden. In tijdreeksen voor de verschillende stations is te zien dat de maximale verschillen inderdaad op de 'flanken' van de curve optreden. Voor het voorspellen/reproduceren van hoogwaters en laagwaters is de RMS dus representatiever.

Uit de resultaten blijkt dat het model voor waterstanden in het westelijk deel nauwkeuriger is dan verder stroomopwaarts. Dit komt doordat in de buurt van de open rand het resultaat bijna volledig wordt bepaald door de randvoorwaarde. Ook is nog enigszins de invloed van het afregelen te zien doordat op de voor het afregelen gebruikte locaties (zoals Hansweert en Bath) de residuen kleiner zijn dan voor de overige locaties (zoals Overloop van Hansweert en Baalhoek).

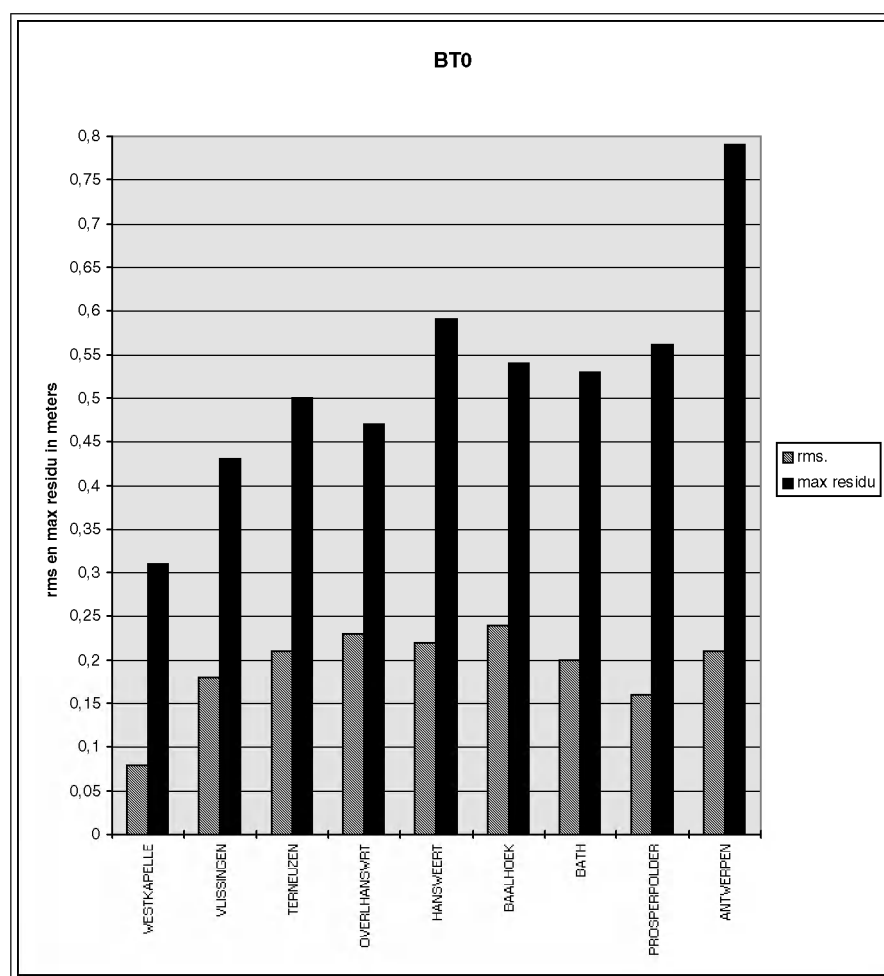


Figuur 6.1 RMS- en maximumwaarden van de berekening met astronomisch getij

6.2 Basisberekening met ruimtelijk sterk variabele storm

Tijdens de storm van augustus 1996 was het windveld sterk variërend in de ruimte, d.w.z. de windsnelheid in het oostelijk deel van de Westerschelde was veel lager dan in het westelijk deel.

Uit de resultaten van de basisberekening voor deze periode blijkt duidelijk dat de nauwkeurigheid van het model tijdens dit type stormen aanzienlijk afneemt. Dit wordt waarschijnlijk veroorzaakt door de extra onzekerheid in de berekende windschuifspanning. Toch kan dit niet alle verschillen verklaren. De residuen bij de open rand worden vrijwel alleen bepaald door de nauwkeurigheid van de randvoorwaarde. Hieruit kunnen we dus concluderen dat de randvoorwaarde tijdens stormen minder nauwkeurig is.

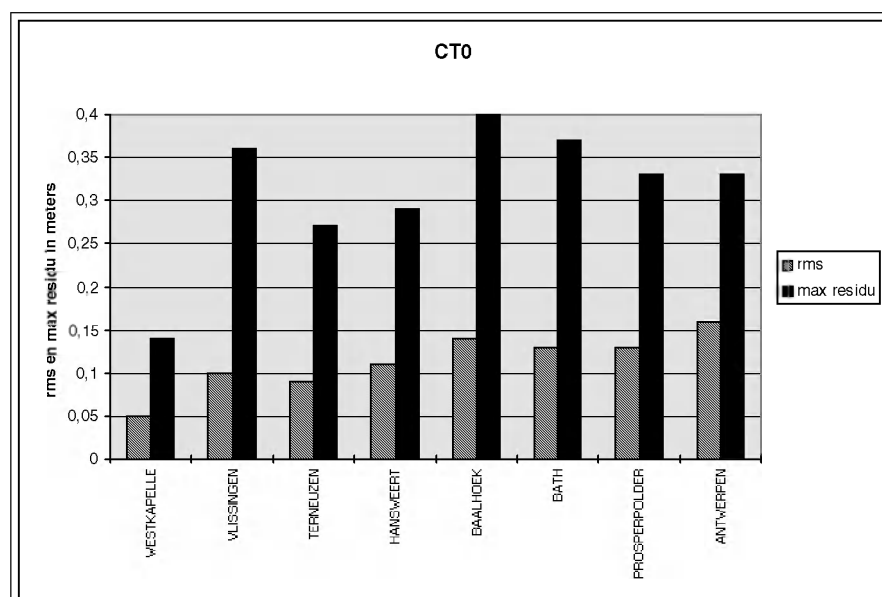


Figuur 6.2 RMS- en maximumwaarden van de berekening met ruimtelijk sterk variabele storm

6.3 Basisberekening ruimtelijk homogene storm

Tijdens de storm van oktober 1996 was het windveld ruimtelijk homogeen, d.w.z. de windsnelheid in het oostelijk deel van de Westerschelde was slechts 5 m/s lager dan in het westelijk deel (20 m/s). Dit is een gebruikelijker type storm waarvoor de windschuifspanning beter is afgeregeld.

Uit de resultaten van de basisberekening voor deze periode blijkt duidelijk dat de nauwkeurigheid van het model tijdens dit type stormen beter is dan voor de ruimtelijk sterk variabele storm.



Figuur 6.3 RMS- en maximumwaarden van de berekening met ruimtelijk homogene storm

7 Experimenten ter bepaling van de numerieke nauwkeurigheid

7.1 Inleiding

Ter verificatie van modelresultaten, afkomstig van een WAQUA/TRIWAQ simulatie, is het van belang om inzicht te verkrijgen in de nauwkeurigheid van de berekeningen waarmee de resultaten zijn verkregen. Onnauwkeurigheden kunnen op vele niveaus aanwezig zijn of ontstaan bij numerieke berekeningen. Voorbeelden zijn het toepassen van bepaalde differenties (lagere- of hogere orde schema's), de lokaal optredende niet-orthogonale roosterlijnen, de rekking van het rooster, sigma-transformatie, gelaagdheid en het droogvallen en onderlopen. Dit hoofdstuk behandelt de kwantificatie van een aantal van de genoemde factoren die de globale fout in de resultaten karakteriseren. Hiermee is het mogelijk om te onderzoeken welke invloed deze effecten kunnen hebben op het eindresultaat.

In dit hoofdstuk beschouwen we het SCALWEST 2DH-model met het gemiddelde roostergrootte van 400 meter (grove model) voor een rustige periode met gemiddeld getij (ATO). Het tijdstap is 1.0 minuut. Tevens wordt in dit model met één laag gewerkt, hetgeen inhoudt dat zowel de effecten van gelaagdheid als sigma-transformatie niet zullen worden besproken.

7.1.1 Schatting van de globale fout

De globale fout is de in de numerieke benadering optredende fout. Of preciezer geformuleerd: zij ϕ de exacte oplossing van het continue modelprobleem en zij $\phi_{h,\Delta t}$ de uit een gediscrètiseerde model gevonden numerieke benadering. De globale fout is gedefinieerd door

$$\varepsilon_{h,\Delta t} \equiv \phi - \phi_{h,\Delta t}$$

Hierin zijn h en Δt respectievelijk de maaswijdte van een gegeven rooster en tijdstap van het ADI-schema toegepast in het gediscrètiseerde model. Teneinde de globale fout te kunnen schatten moeten we ons eerst realiseren dat de foutschatting in de praktijk moeilijk uitgebuit kan worden, omdat het meestal niet mogelijk is in een concreet geval met weinig extra rekenwerk schatting voor $\varepsilon_{h,\Delta t}$ te vinden. In onze beschouwing behandelen we de zogeheten *Richardson correctie* waarmee een nauwkeurige schatting van de globale fout wordt verkregen. Een belangrijk kenmerk van deze techniek is dat een dergelijke schatting wordt verkregen door herhaling van de numerieke berekening met verdubbeling van het aantal roosterzellen of halvering van de tijdstap. Deze aanpak kan worden toegepast voor een willekeurige numerieke schema. We noteren de benadering van de oplossing ϕ met de stapgrootte δ en met ϕ_δ . Nemen we aan dat het schema een globale fout van de orde p heeft en we gaan de berekening nogmaals doen met stap $\delta/2$, dan verkrijgen we als foutschatting het volgende:

$$\phi - \phi_{\delta/2} \approx \frac{1}{2^p - 1} (\phi_{\delta/2} - \phi_\delta)$$

Het rechterlid van het bovenstaande formule heet de Richardson correctie. Het optellen van deze correctie bij de reeds verkregen numerieke benadering $\phi_{\delta/2}$ heet Richardson extrapolatie. De Richardson correctie kan dus voor twee doeleinden toegepast worden:

1. foutschatting voor $\phi_{\delta/2}$
2. $\phi_{\delta/2} + \text{correctie} = \text{nauwkeuriger benadering}$

De Richardson correctie kan zowel in de tijdintegratie als in de ruimtelijke discretisatie wordt toegepast. Echter, we beperken ons tot de toepassing van de Richardson correctie in de tijdintegratie welke zal worden behandeld in paragraaf 7.2.

7.2 Tijdintegratie

7.2.1 Schatting van de globale fout

Met behulp van de Richardson correctie wordt de globale fout bij de tijdintegratie voor verschillende tijdstappen geschat. Om enig inzicht te verkrijgen in het verloop van de globale fout als functie van de tijdstap zal de numerieke berekening worden uitgevoerd met minstens drie verschillende tijdstappen. Beschouwen we de oplossingen $\phi_{\Delta t}$, $\phi_{2\Delta t}$ en $\phi_{4\Delta t}$ berekend met respectievelijk de kleinste beschouwde tijdstap, dubbele tijdstap en viervoudige tijdstap. Met de Richardson correctie wordt de globale fout voor de twee kleinst beschouwde tijdstappen geschat:

$$\varepsilon_{2\Delta t} \approx \frac{1}{3}(\phi_{2\Delta t} - \phi_{4\Delta t})$$

$$\varepsilon_{\Delta t} \approx \frac{1}{3}(\phi_{\Delta t} - \phi_{2\Delta t})$$

Hierbij is aangenomen dat de tijdintegratie gebaseerd op de ADI techniek tweede orde nauwkeurig is.

Om vrij snel inzicht in de foutontwikkeling te verkrijgen zullen de foutnormen worden berekend. De definities voor de 2-norm (oftewel RMS-waarde) en max-norm van de globale fout met tijdstap Δt luiden respectievelijk:

$$\|\varepsilon_{\Delta t}\|_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |\varepsilon_{\Delta t}(\mathbf{x}_i)|^2}{N}}, \quad \|\varepsilon_{\Delta t}\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq N} |\varepsilon_{\Delta t}(\mathbf{x}_i)|$$

waarin N het totaal aantal roosterpunten zijn. Op basis van de berekende 2-norm zal de actuele orde van nauwkeurigheid p worden berekend.

De modelberekening wordt driemaal uitgevoerd met de volgende tijdstappen: 0.25 min., 0.50 min. en 1.0 min. (de berekening wordt instabiel voor $\Delta t = 2.0$ min.). In Tabellen 7.1 t/m 7.4 zijn de resultaten van de foutanalyse voor respectievelijk vier verschillende tijdstippen van 19 juli 1996, t.w. 4:00 uur, 9:00 uur, 14:00 uur en 18:00 uur, samengevat.

Tabel 7.1 Globale fout en orde-nauwkeurigheid als functie van tijdstap op 19 juli 1996, 4:00 uur

GROOTHEID	Δt (min)	$\ e_{\Delta t}\ _2$	$p_{\ e_{\Delta t}\ _2}$	$\ e_{\Delta t}\ _{\infty}$
waterstand	0.25	0.0073 m	0.705	0.2489 m
waterstand	0.5	0.0119 m	–	0.2310 m
snellheid	0.25	0.0078 m/s	0.429	0.1078 m/s
snellheid	0.5	0.0105 m/s	–	0.1082 m/s
saliniteit	0.25	0.0049 ppt	1.167	0.6604 ppt
saliniteit	0.5	0.0110 ppt	–	1.2975 ppt

Tabel 7.2 Globale fout en orde-nauwkeurigheid als functie van tijdstap op 19 juli 1996, 9:00 uur

GROOTHEID	Δt (min)	$\ e_{\Delta t}\ _2$	$p_{\ e_{\Delta t}\ _2}$	$\ e_{\Delta t}\ _{\infty}$
waterstand	0.25	0.0066 m	0.946	0.3056 m
waterstand	0.5	0.0170m	–	0.2629 m
snellheid	0.25	0.0037 m/s	1.217	0.1096 m/s
snellheid	0.5	0.0125 m/s	–	0.2178 m/s
saliniteit	0.25	0.0002 ppt	2.860	0.0074 ppt
saliniteit	0.5	0.0015 ppt	–	0.1050 ppt

Tabel 7.3 Globale fout en orde-nauwkeurigheid als functie van tijdstap op 19 juli 1996, 14:00 uur

GROOTHEID	Δt (min)	$\ e_{\Delta t}\ _2$	$p_{\ e_{\Delta t}\ _2}$	$\ e_{\Delta t}\ _{\infty}$
waterstand	0.25	0.0080 m	0.548	0.3059 m
waterstand	0.5	0.0117 m	–	0.2002 m
snellheid	0.25	0.0086 m/s	0.754	0.1118 m/s
snellheid	0.5	0.0145 m/s	–	0.1232 m/s
saliniteit	0.25	0.0017 ppt	2.082	0.0499 ppt
saliniteit	0.5	0.0072 ppt	–	0.2468 ppt

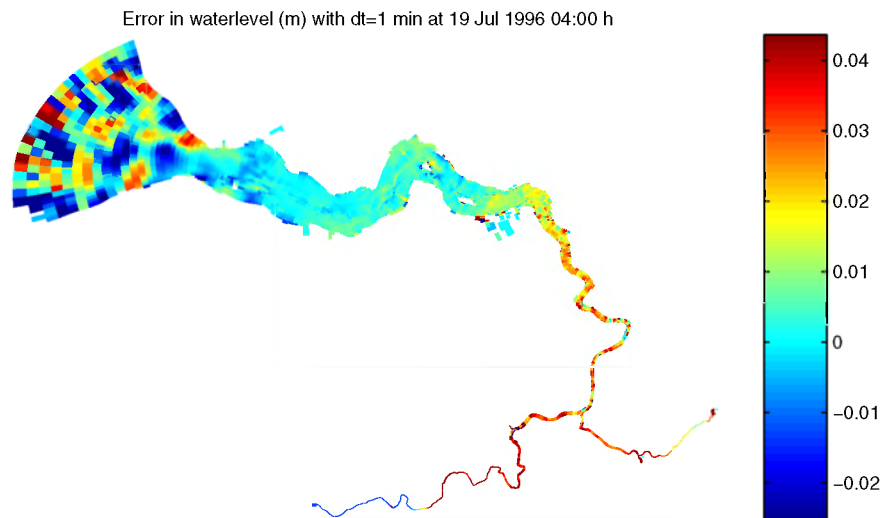
Tabel 7.4 Globale fout en orde-nauwkeurigheid als functie van tijdstap op 19 juli 1996, 18:00 uur

GROOTHEID	Δt (min)	$\ e_{\Delta t}\ _2$	$p_{\ e_{\Delta t}\ _2}$	$\ e_{\Delta t}\ _{\infty}$
waterstand	0.25	0.0067 m	1.021	0.3317 m
waterstand	0.5	0.0136 m	–	0.7932 m
snellheid	0.25	0.0063 m/s	0.881	0.1750 m/s
snellheid	0.5	0.0116 m/s	–	0.1679 m/s
saliniteit	0.25	0.0014 ppt	2.026	0.1083 ppt
saliniteit	0.5	0.0057 ppt	–	0.1448 ppt

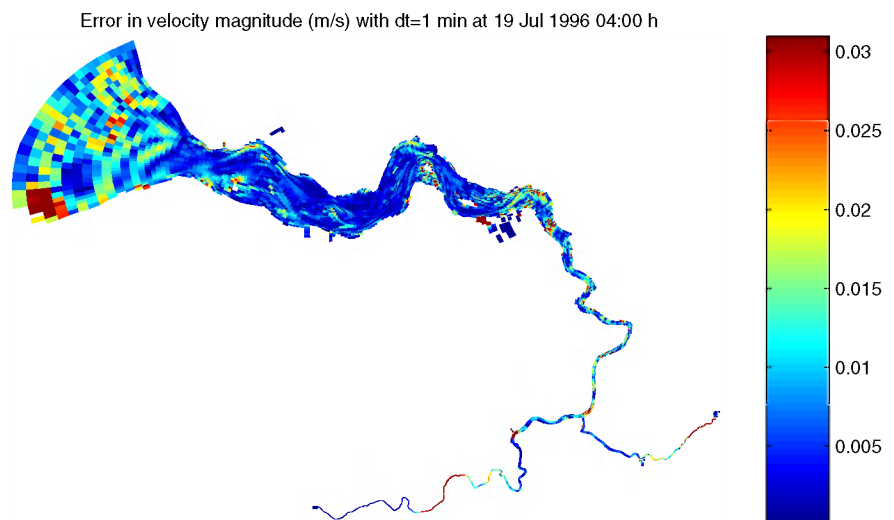
Uit de tabellen kunnen we concluderen dat met name voor de waterstanden en stroomsnelheden de theoretische orde van nauwkeurigheid ($p = 2$) nog niet is bereikt. Formeel houdt dit in dat de gebruikte tijdstappen niet voldoende klein zijn. Echter, bij steile bodemgradiënten en droogvallen/onderlopen kunnen plaatselijk grote verschillen optreden tussen de berekende oplossingen van $\Delta t = 0.25$ min. en $\Delta t = 0.5$ min., wat de orde van nauwkeurigheid verlaagt (zie ook paragraaf 7.4). Dit blijkt ook uit Figuur 7.1a. Bovendien, zijn de globale fouten voor waterstanden en stroomsnelheden voldoende klein. Opvallend zijn de relatief kleine fouten en grote orde van nauwkeurigheid in saliniteit. Dit kan waarschijnlijk worden verklaard doordat het saliniteitsveld wordt gevormd door een evenwicht tussen dispersie en zoetwaterafvoer. Dit

evenwichtsproces vindt plaats op een tijdschaal welke groter is dan de simulatieperiode.

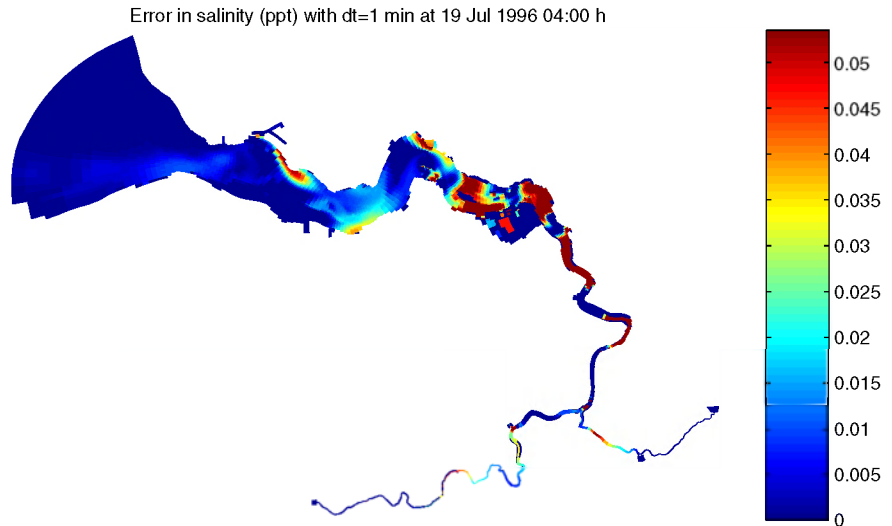
Figuren 7.1a, 7.1b en 7.1c geven de fouten voor de waterstanden, stroomsnelheden en saliniteiten op 19 juli 1996, 4:00 uur met $\Delta t = 1.0$ min. geschat met behulp van de berekende orde van nauwkeurigheid p en $\varepsilon_{\Delta t} = \frac{1}{2} \text{ min} \cdot$. Hierbij moet worden opgemerkt dat het 'schaakbord'-effect welke in de monding optreedt waarschijnlijk het gevolg is van de verstoring bij de rand.



Figuur 7.1a Fout in waterstand met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie



Figuur 7.1b Fout in stroomsnelheid met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie



Figuur 7.1c Fout in saliniteit met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie

7.2.2 Bepaling van het Courant getal

In deze paragraaf bestuderen we het Courant-getal als functie van de ruimte. Het Courant getal geeft de verhouding weer tussen de fysische en de numerieke snelheid. Het Courant-getal in twee dimensies is gegeven door:

$$C_f = 2\Delta t \sqrt{g H \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}$$

waarin g de gravitatieversnelling en H de totale waterdiepte zijn en Δx en Δy zijn de maaswijdtes in respectievelijk x - en y -richting. De motivatie voor het evalueren (lees: visualiseren) van de Courant-getallen is het volgende. Ondanks de onvoorwaardelijke stabiliteit zal WAQUA /TRIWAQ bij toenemende tijdstap last krijgen van ADI-effecten die de nauwkeurigheid sterk verminderen. Dit treedt vooral op bij grillige gebieden. Hierdoor is de maximale tijdstap in de praktijk toch een functie van het Courant-getal. Bovendien worden de matrices die numeriek geïnverteerd moeten worden minder goed geconditioneerd bij relatief grote tijdstappen (d.w.z. grote Courant-getallen). Hierdoor kunnen de rekenfouten van de computer een rol gaan spelen en wordt er geen betrouwbare oplossing meer gevonden. Bij een WAQUA model dient de waarde van het Courant getal kleiner dan 20 à 25 te zijn. In WAQUA/TRIWAQ kan het Courant-getal als volgt worden berekend. Gegeven een rekenrooster met $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid m = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N\}$. Het Courant-getal wordt in het waterstandspunt berekend, als volgt:

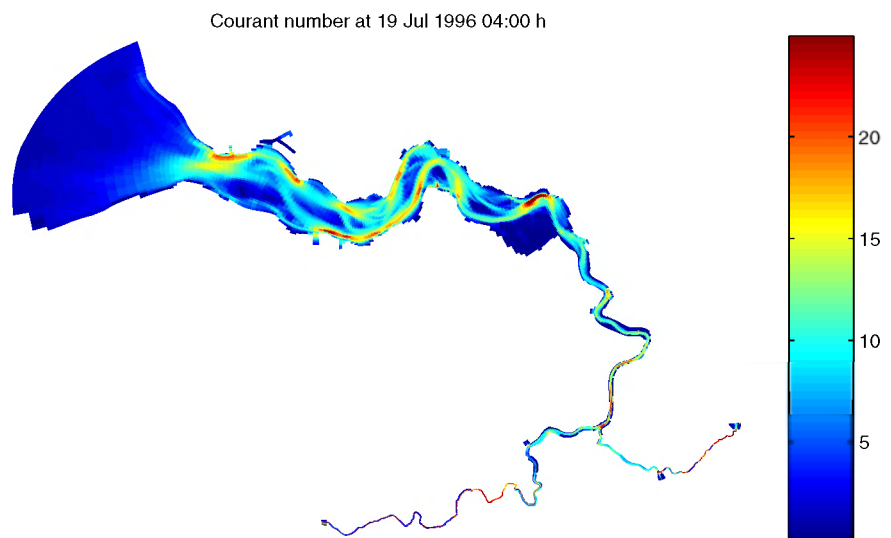
$$C_f = 2\Delta t \sqrt{g \left(d_{(m,n)}^{\zeta} + \zeta_{(m,n)} \right) \left\{ \frac{1}{g_{\zeta\zeta}|_{(m,n)}} + \frac{1}{g_{\eta\eta}|_{(m,n)}} \right\}}$$

met

$$d_{(m,n)}^{\xi} = \frac{1}{4} (d_{(m,n)} + d_{(m+1,n)} + d_{(m,n+1)} + d_{(m+1,n+1)})$$

de geïnterpoleerde diepte-waarde in het waterstandspunt. Verder zijn $g_{\xi\xi}$ en $g_{\eta\eta}$ de zogeheten metrische tensoren welke op basis van de transformatie kunnen worden bepaald. De wortel van een metrische tensor representeert de lengte van het roostercel. Meer over dit onderwerp staat in de Technische documentatie van TRIWAQ.

De ruimtelijke verdeling van het Courant-getal is weergegeven in Figuur 7.2.



Figuur 7.2 Ruimtelijke verdeling van het Courant-getal

Uit Figuur 7.2 kan opgemaakt worden dat voor het grootste deel van het modelgebied een tijdstap van 1 minuut voldoende nauwkeurig is. Alleen in het gebied tussen Vlissingen en Bath zou een kleinere tijdstap nauwkeurigere resultaten geven.

7.3 Ruimtelijke horizontale discretisatie

In deze paragraaf behandelen we enkele aspecten in de horizontale discretisatie van de impulsvergelijkingen die mogelijke invloed hebben op het eindresultaat van een modelberekening. Dit zal worden gedemonstreerd aan de hand van berekeningen met het SCALWEST 2DH-model met een gemiddelde rooster-grootte van 400 meter en het tijdstap van 1.0 minuut.

7.3.1 Karakteristieke eigenschappen van het rooster

In deze paragraaf bestuderen we de karakteristieke eigenschappen van het rooster van het SCALWEST 2DH-model. De volgende grootheden zullen worden bestudeerd:

- de maaswijdte variatie zowel in x- en y-richting
- de cell-aspect ratio (verhouding tussen de lengte van de roostercel in m en n richting)
- orthogonaliteit
- resolutie

Deze grootheden zullen hierna preciezer worden geformuleerd en tevens gepresenteerd.

Maaswijdte variatie

In de praktijk worden vaak rekenroosters met variërende mazen toegepast. De bedoeling daarvan is om de oplossing in bepaalde delen van het gebied goed te kunnen beschrijven. Dit heeft echter wel consequenties voor de nauwkeurigheid van de modelberekeningen, zoals in paragraaf 7.3.3 zal blijken.

In WAQUA/TRIWAQ kan de maaswijdte variatie per horizontale richting als volgt worden berekend. Gegeven een rekenrooster met $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid m = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N\}$. De maaswijdte variatie in beide richtingen zijn:

$$r_x = \frac{\Delta x|_{(m+1,n)}}{\Delta x|_{(m,n)}}, \quad r_y = \frac{\Delta y|_{(m,n+1)}}{\Delta y|_{(m,n)}}$$

De grootheden r_x en r_y worden ook wel cell-expansion ratio's genoemd. Het is echter niet mogelijk om *a priori* een uitspraak te doen over het gewenste onder- en bovengrens voor cell-expansion ratio ten aanzien van de nauwkeurigheid. Dit is als volgt in te zien. We beschouwen een één-dimensionaal rooster dat wordt verkregen via een transformatie, $x = x(\xi)$, waarbij het ξ -interval equidistant verdeeld is met maaswijdte Δ (in WAQUA/TRIWAQ modellen wordt $\Delta = 1$ genomen). Uit een Taylor ontwikkeling rond ξ_i volgt

$$r = 1 + \Delta \frac{x_{\xi\xi}}{x_{\xi}}(\xi_i) + \dots$$

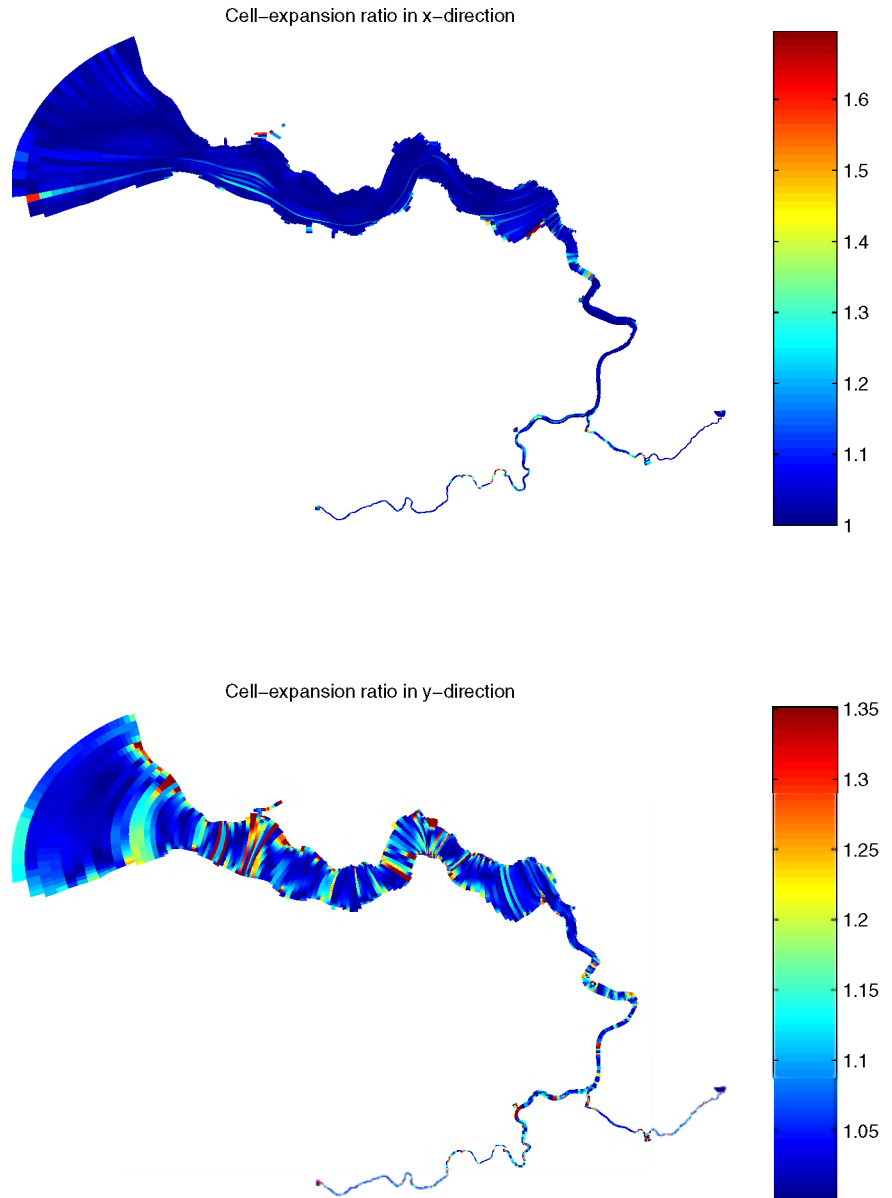
waarmee duidelijk is dat $x_{\xi\xi}$ de rekking van het rooster beheerst (uit dezelfde Taylor ontwikkeling volgt eveneens dat $x_{\xi\xi}(\xi_i) \approx (\Delta x_{i+1} - \Delta x_i)/\Delta^2$).

Op implementatie-niveau worden de volgende formules in WAQUA toegepast:

$$r_x = \frac{\max\left(\sqrt{g_{\xi\xi}}|_{(m,n)}, \sqrt{g_{\xi\xi}}|_{(m+1,n)}\right)}{\min\left(\sqrt{g_{\xi\xi}}|_{(m,n)}, \sqrt{g_{\xi\xi}}|_{(m+1,n)}\right)}, \quad r_y = \frac{\max\left(\sqrt{g_{\eta\eta}}|_{(m,n)}, \sqrt{g_{\eta\eta}}|_{(m,n+1)}\right)}{\min\left(\sqrt{g_{\eta\eta}}|_{(m,n)}, \sqrt{g_{\eta\eta}}|_{(m,n+1)}\right)}$$

zodat $r_x, r_y \geq 1$. De maaswijdte variatie moet beperkt blijven tot ca. 1.3 (zie bv. de User's Guide WAQUA).

Figuur 7.3 geeft aan dat in de x-richting deze waarde gemakkelijk gehaald wordt. Daarentegen is in de y-richting op een aantal plaatsen tussen Vlissingen en Hansweert de waarde wat groot (om nabij 1.3).



Figuur 7.3 Ruimtelijke verdeling van de maaswijdte variatie in x- en y-richting

Cell-aspect ratio

In kromlijnige roosters komen gerekte cellen voor. Hiervoor wordt het begrip “cell-aspect ratio” geïntroduceerd. Gegeven een rooster cel met lengte Δx en breedte Δy in respectievelijk x- en y-richting. De cell-aspect ratio is gedefinieerd door

$$r_c = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Deze grootheid hangt samen met de koppeling van de onbekenden in de impulsvergelijking in een bepaalde richting, waarmee de verhouding tussen de hoofd-diagonaal en off-diagonaal elementen van de discretisatie-matrix wordt bepaald. Anders gezegd: de cell-aspect ratio is maatgevend voor de conditie van de matrix die numeriek geïnverteerd moeten worden. Gevolg: de

convergentie-snelheid van de iteratieve methodes (zoals Jacobi en Gauss-Seidel) wordt mede beïnvloed door de cell-aspect ratio. Bekend is dat de matrices minder goed geconditioneerd worden (en dus de convergentie-snelheid van iteratieve methodes verlaagd worden) bij relatief kleine en grote cell-aspect ratio's. In de praktijk neemt men als richtlijn: $1/8 \leq r_c \leq 8$.

In WAQUA/TRIWAQ kan de cell-aspect ratio als volgt worden berekend. Gegeven een rekenrooster met $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid m = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N\}$. De cell-aspect ratio is gegeven door:

$$r_c = \frac{\sqrt{g_{\xi\xi}}_{(m,n+1/2)}}{\sqrt{g_{\eta\eta}}_{(m+1/2,n)}}$$

Echter, op implementatie-niveau is de volgende formule gebruikt (zodat $r_c \geq 1$):

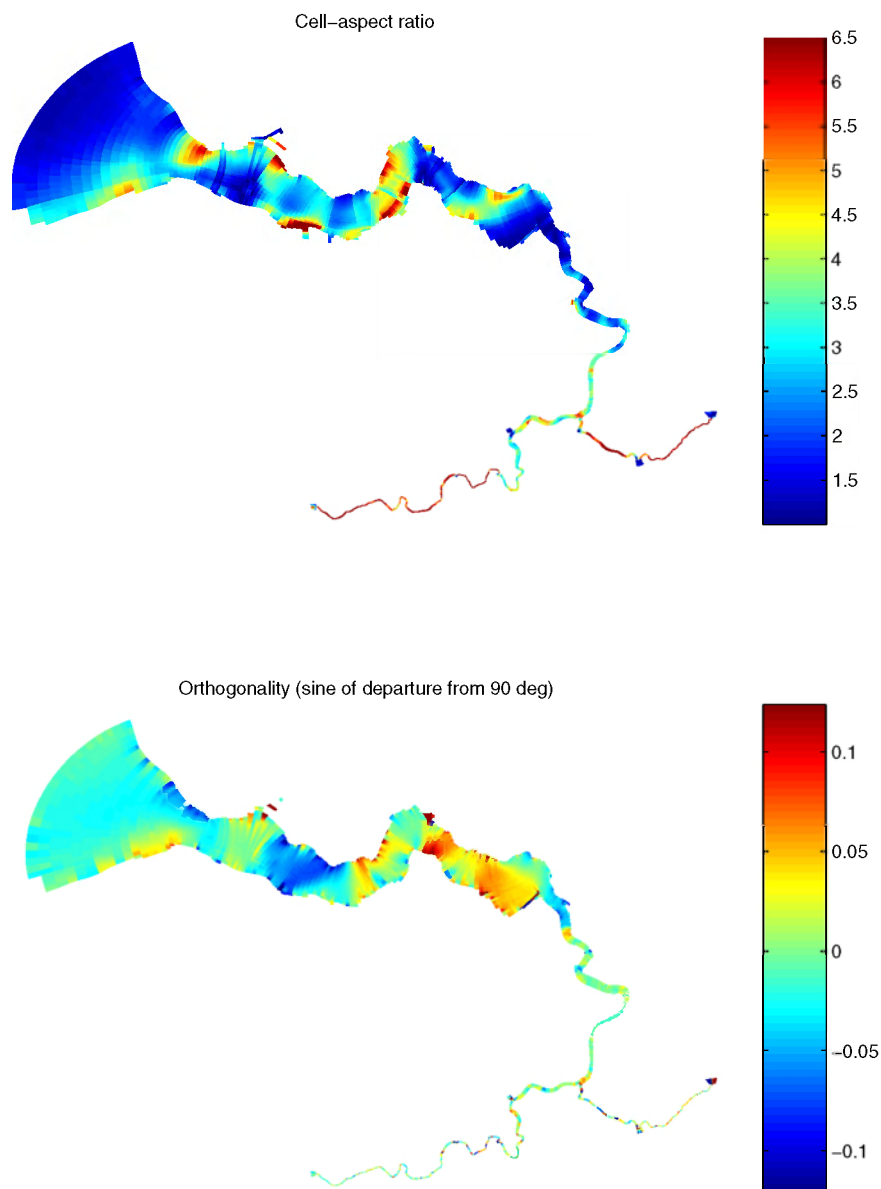
$$r_c = \frac{\max\left(\sqrt{g_{\xi\xi}}_{(m,n+1/2)} \cdot \sqrt{g_{\eta\eta}}_{(m+1/2,n)}\right)}{\min\left(\sqrt{g_{\xi\xi}}_{(m,n+1/2)} \cdot \sqrt{g_{\eta\eta}}_{(m+1/2,n)}\right)}$$

Figuur 7.4 laat zien dat de voorwaarde $r_c \leq 8.0$ gemakkelijk haalbaar is.

Orthogonaliteit

De orthogonaliteit is de mate waarin de roosterlijnen loodrecht op elkaar staan en wordt bepaald als sinus van de hoekafwijking van 90° . Bepaalde termen zijn uit de impulsvergelijkingen gelaten aangezien ervan uitgegaan wordt dat het rooster orthogonaal is. Bij niet voldoen hieraan worden fouten in de modelberekeningen geïntroduceerd (zie paragraaf 7.3.2). Aanbevolen worden waarden over het modelgebied kleiner dan 0.03 (ca. 2°) en lokaal 0.05 (ca. 5°). Overschrijding tot veel grotere waarden kan lokaal worden toegelaten als het uitstralingseffect gering is (bv. bij een kleine roosterafstand of kleine verhang). Zie User's Guide WAQUA.

Figuur 7.4 geeft aan dat in de monding de orthogonaliteit zeer goed is, met uitzondering van wat onbelangrijke locaties aan de randen. Echter, vanaf Terneuzen tot Bath is de afwijking relatief groot, te weten ca. 3° à 4° . In het gebied rondom Antwerpen is de orthogonaliteit eveneens goed.

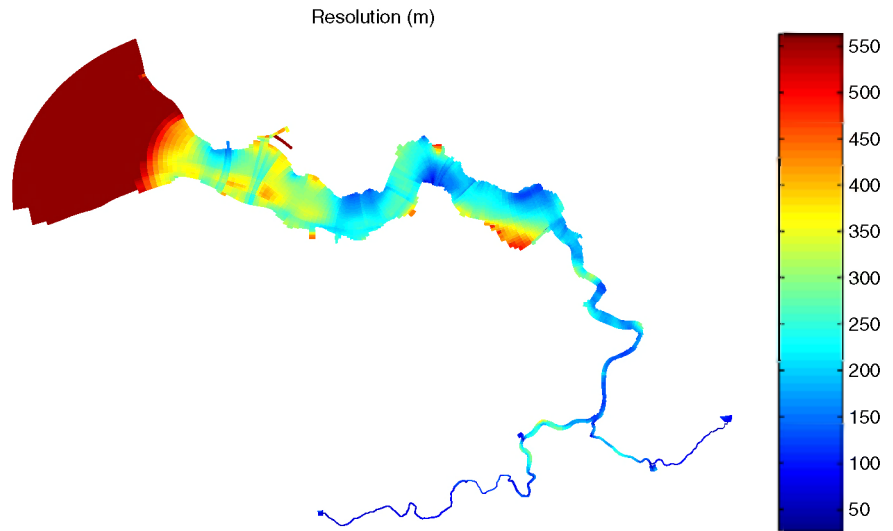


Figuur 7.4 Ruimtelijke verdeling van cell-aspect ratio en orthogonaliteit

Resolutie

De resolutie wordt hier gedefinieerd als de wortel van de roostercel oppervlakte ($= (g_*)^{1/2}$ met $\sqrt{g_*}$ de Jacobiaan). Hiermee kan de fijnheid van het rooster over het modelgebied worden aangegeven.

In Figuur 7.5 is te zien dat de resolutie verloopt van ca. 550 m aan de zeezijde tot ca. 50 m aan de rivierzijde, wat in de praktijk voldoende is om de hydrodynamica ter plaatse goed te kunnen reproduceren.



Figuur 7.5 Ruimtelijke verdeling van fijnheid van het rooster

7.3.2 Niet-orthogonale effecten

In de huidige bestaande kromlijnige versie van WAQUA/TRIWAQ wordt verondersteld dat de rekenroosters orthogonaal zijn. Echter, het is in het algemeen niet te garanderen dat aan de eis van orthogonaliteit wordt voldaan. Bekend is dat niet-orthogonale coördinaten transformaties in de impulsvergelijkingen tot introductie van specifieke krommingstermen leiden. Door deze termen te evalueren kunnen we de invloed van de afwijking van orthogonaliteit op de modelresultaten bestuderen.

De termen ten gevolge van de niet-orthogonaliteit van het rekenrooster komen in principe voor in de uitdrukkingen voor advectie, waterstandsgradiënt en viscositeit van de impulsvergelijkingen. Voor de transformatie van het Cartesisch coördinatenstelsel naar een niet-orthogonaal kromlijnig coördinatenstelsel dienen de bewegingsvergelijkingen getransformeerd te worden in de invariante vorm hetgeen inhoudt dat ze invariant zijn met betrekking tot de verandering van een coördinatenstelsel. De tensoranalyse zal daarbij een belangrijke rol spelen. Voor de details wordt verwezen naar het boek van Aris (1962).

We beschouwen de impulsvergelijking in de ξ -richting. Voor orthogonale roosters is de totale bijdrage van de advectie gegeven door (zie User's Guide WAQUA):

$$\frac{u}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{uv}{\sqrt{g_*}} \frac{\partial \sqrt{g_{\xi\xi}}}{\partial \eta} - \frac{v^2}{\sqrt{g_*}} \frac{\partial \sqrt{g_{\eta\eta}}}{\partial \xi}$$

In geval van niet-orthogonale roosters is de extra bijdrage aan advectie gegeven door:

$$-\frac{g_{\xi\eta}}{\sqrt{g_* g_{\xi\xi}}} u \left(\frac{u}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right) + \frac{v}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \right) \right)$$

Hierin $g_{\xi\eta}$ is de metrische tensor gedefinieerd als het inproduct van de vectoren $(\partial x / \partial \xi, \partial y / \partial \xi)^T$ en $(\partial x / \partial \eta, \partial y / \partial \eta)^T$ (voor meer details zie de Technische documentatie van TRIWAQ). In feite geeft $g_{\xi\eta}$ de mate van orthogonaliteit weer, immers

$$g_{\xi\eta} = \sqrt{g_{\xi\xi} g_{\eta\eta}} \cos \alpha$$

waarin α de insluithoek van twee roosterlijnen is (zie Figuur 7.4).

De totale bijdrage ten aanzien van de advection in u -impulsvergelijking wordt in de tweede halve tijdstap geëvalueerd. Voor de v -impulsvergelijking hebben we ten aanzien van de advection de volgende bijdrages voor respectievelijk orthogonale en niet-orthogonale roosters:

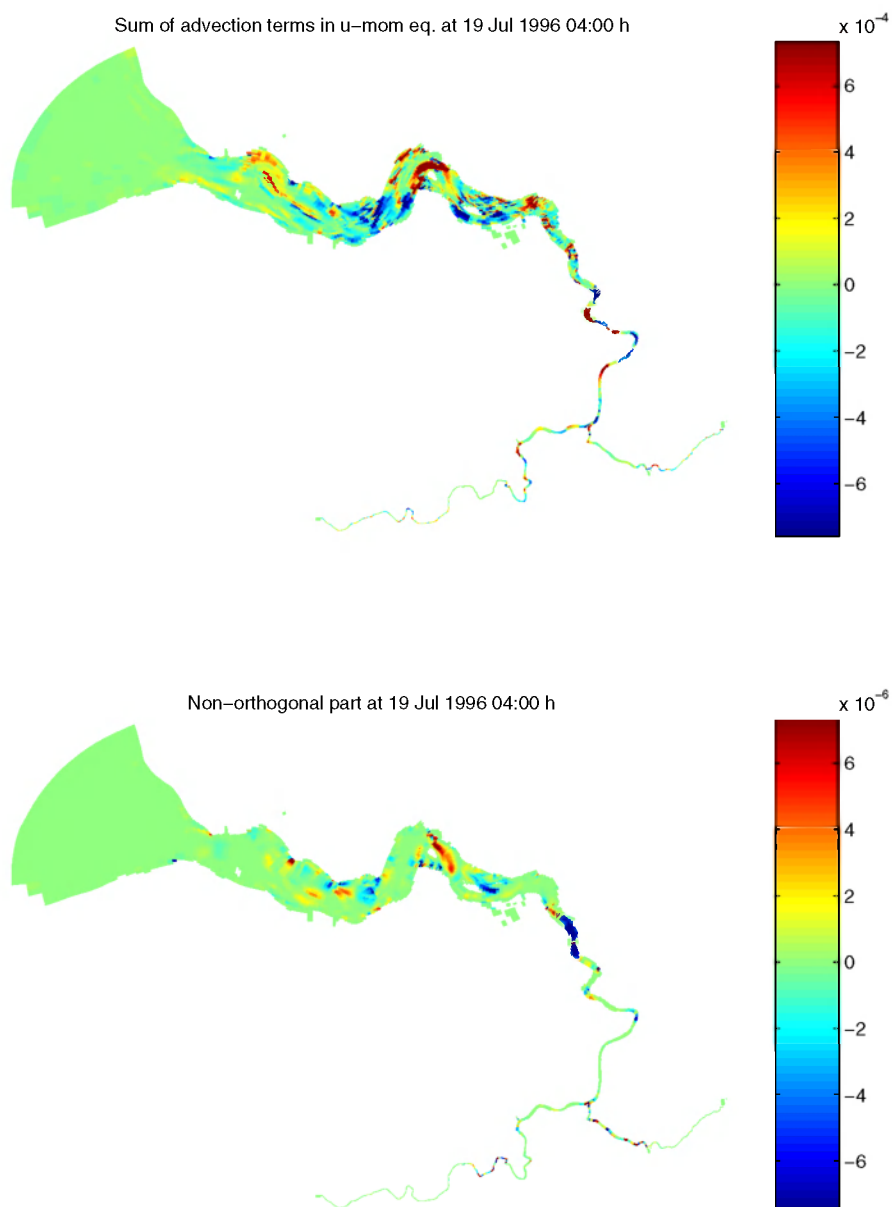
$$\frac{u}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{v}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{uv}{\sqrt{g_*}} \frac{\partial \sqrt{g_{\eta\eta}}}{\partial \xi} - \frac{u^2}{\sqrt{g_*}} \frac{\partial \sqrt{g_{\xi\xi}}}{\partial \eta}$$

en

$$-\frac{g_{\xi\eta}}{\sqrt{g_* g_{\eta\eta}}} v \left(\frac{u}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right) + \frac{v}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) \right)$$

welke in de eerste halve tijdstap zullen worden geëvalueerd.

In Figuur 7.6 zijn de orthogonale en niet-orthogonale bijdragen ten aanzien van de advection in u -impulsvergelijking gepresenteerd.

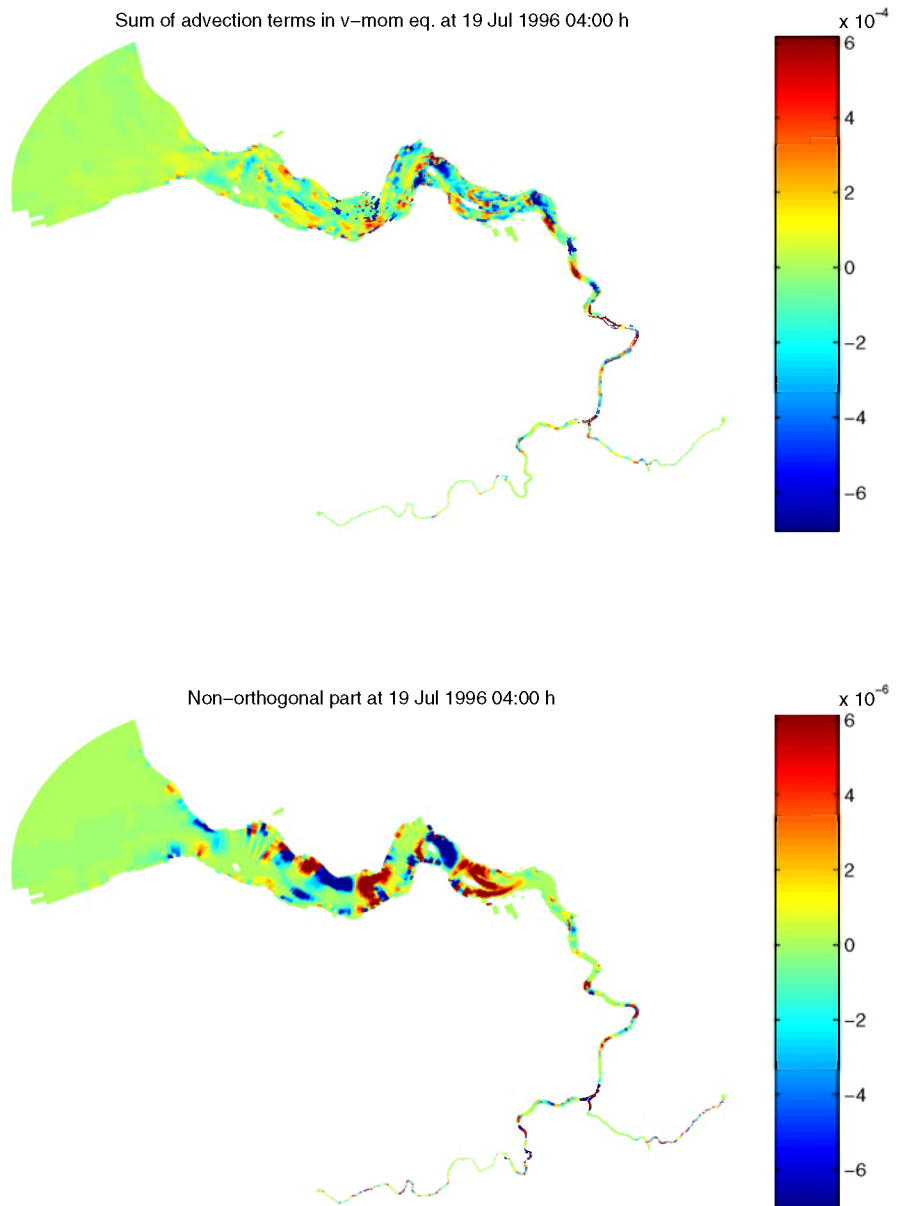


Figuur 7.6 Bijdrage van advection en niet-orthogonale gedeelte in u -impuls vgl.

Geheel volgens de verwachting is de totale bijdrage van de advection significant in de bochten van het modelgebied (nabij Hansweert, Bath en Antwerpen). Bij Hansweert en voorbij Bath zijn de niet-orthogonale termen van belang. Echter, ze bedragen ca. 1% van de orthogonale bijdrage.

In Figuur 7.7 zijn de orthogonale en niet-orthogonale bijdragen ten aanzien van de advection in v -impulsvergelijking gepresenteerd.

De niet-orthogonale bijdrage van de advection in v -impulsvergelijking is relatief groter dan de bijbehorende bijdrage in u -impulsvergelijking (met name tussen Vlissingen en Terneuzen). Tot slot, de niet-orthogonale bijdrage is ca. 1% van de orthogonale bijdrage, hetgeen verwaarloosbaar is.



Figuur 7.7 Bijdrage van advection en niet-orthogonale gedeelte in v-impuls vgl.

Voor orthogonale roosters zijn de bijdrage van het verhang in resp. u - en v -impulsvergelijking als volgt:

$$g \frac{1}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \quad \text{en} \quad g \frac{1}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta}$$

Ze worden respectievelijk in de eerste en tweede halve tijdstap berekend. De niet-orthogonale bijdrage van het verhang in u -impuls-vergelijking is gegeven door:

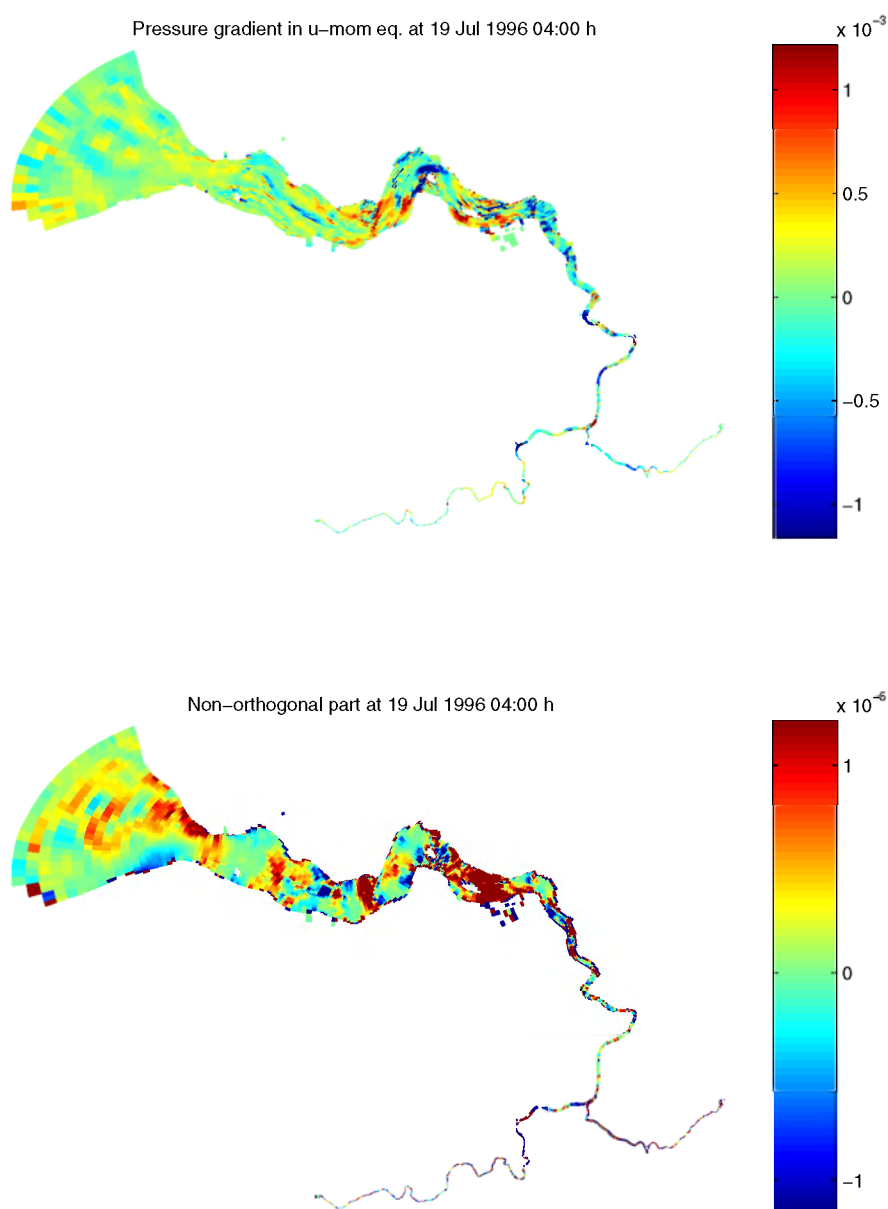
$$\frac{g}{g_*} g_{\xi\eta} \left(\frac{g_{\xi\eta}}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \sqrt{g_{\xi\xi}} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \right)$$

en in de v-impulsvergelijking is de niet-orthogonale bijdrage gelijk aan:

$$\frac{g}{g_*} \frac{g_{\xi\eta}}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \left(\frac{g_{\xi\eta}}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} - \sqrt{g_{\eta\eta}} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \right)$$

Beide niet-orthogonale termen worden respectievelijk in de eerste en tweede halve tijdstap geëvalueerd.

In Figuur 7.8 zijn de orthogonale en niet-orthogonale bijdragen van het verhang in x-richting gepresenteerd.

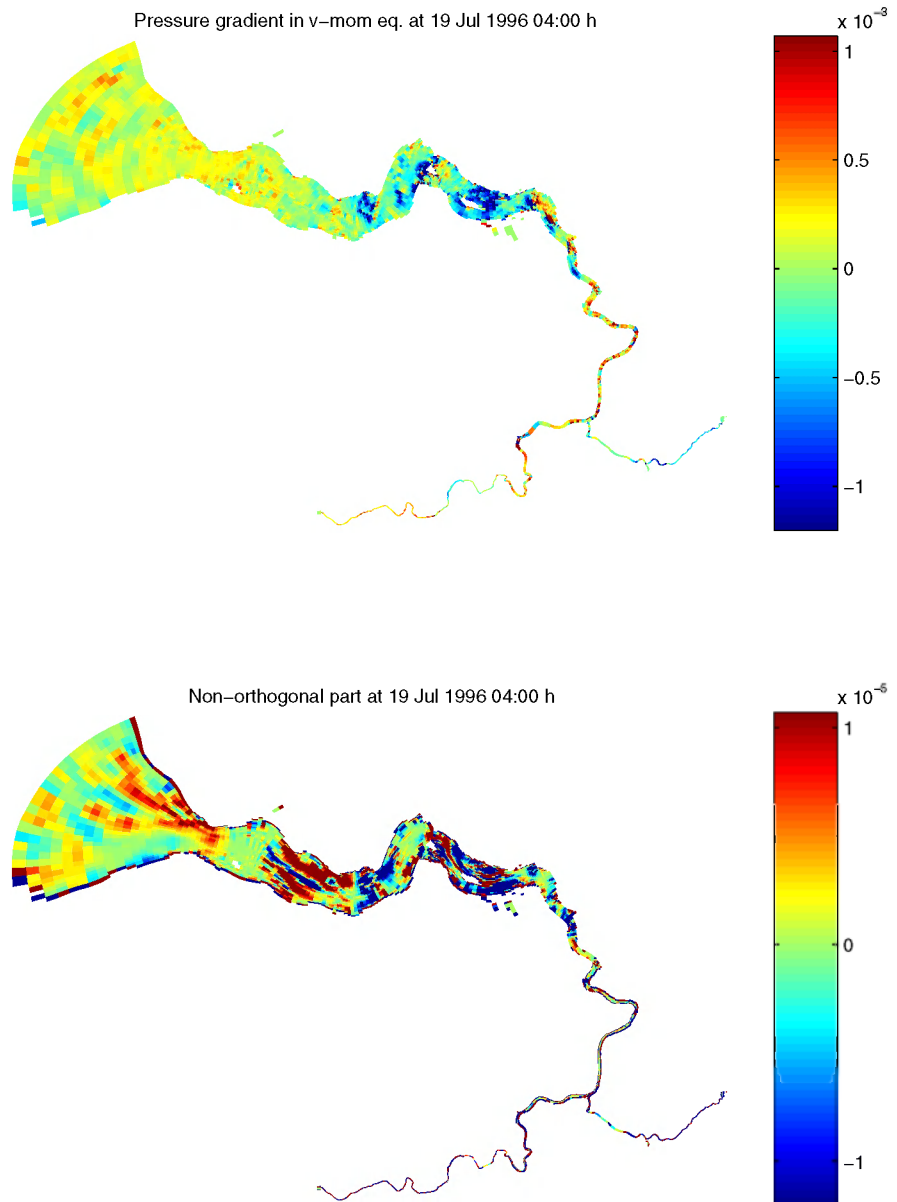


Figuur 7.8 Bijdrage van verhang en niet-orthogonale gedeelte in x-richting

Relatief grotere verhangen in x-richting treden vooral op in het gebied tussen Terneuzen en Antwerpen. De niet-orthogonale bijdrage is relatief het grootst

tussen Hansweert en Bath, maar bedraagt ca. 1% van de orthogonale bijdrage.

In Figuur 7.9 zijn de orthogonale en niet-orthogonale bijdragen van het verhang in y -richting gepresenteerd. De orthogonale bijdrage is significant nabij Bath en voorbij Antwerpen, terwijl de niet-orthogonale bijdrage al vanaf Vlissingen een belangrijke rol gaat spelen.



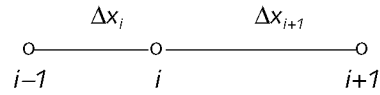
Figuur 7.9 Bijdrage van verhang en niet-orthogonale gedeelte in y -richting

De modellering van de horizontale viscositeitstermen is niet geheel duidelijk en kan op verschillende manieren worden geïnterpreteerd. De verwachting is dat de bijdrage van de horizontale viscositeit aan het model niet significant is.

7.3.3 Invloed rekking van rooster op nauwkeurigheid

Om het effect van de rekking van het rooster van het SCALWEST model op de resultaten van de modelberekening te kunnen onderzoeken beschouwen we

een één-dimensionale situatie waarin een eerste en een tweede orde afgeleide worden gediscretiseerd:



We benaderen de afgeleiden $\partial\phi/\partial x$ en $\partial^2\phi/\partial x^2$ in het roosterpunt x_i met standaard differentieformules. Met behulp van de Taylorreeksen voor ϕ_{i-1} en ϕ_{i+1} vinden we de volgende formules:

$$\frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} = \phi'_i + \frac{1}{2}(r-1)\Delta x_i \phi''_i + O(\Delta x_i^2)$$

en

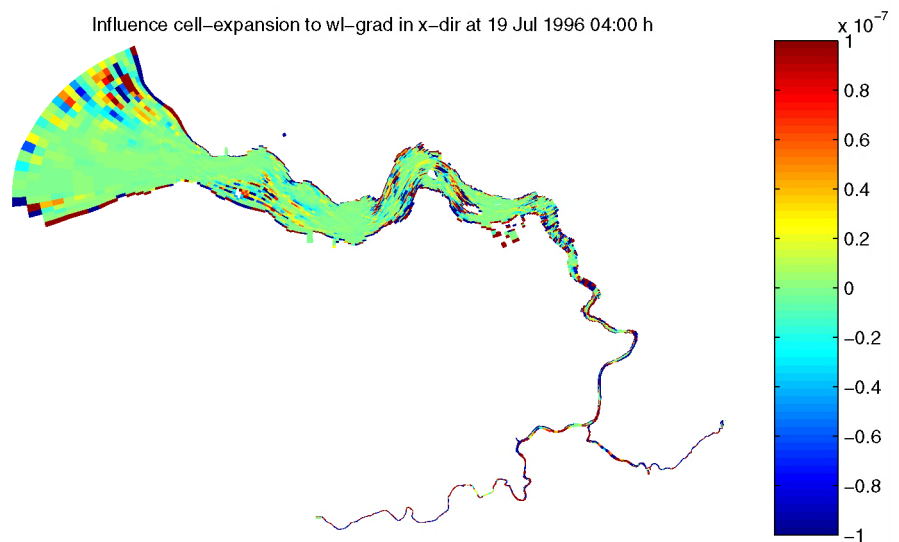
$$2 \frac{\Delta x_i \phi_{i+1} - (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})\phi_i - \Delta x_{i+1}\phi_{i-1}}{\Delta x_i \Delta x_{i+1} (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} = \phi''_i + \frac{1}{3}(r-1)\Delta x_i \phi'''_i + O(\Delta x_i^2)$$

met

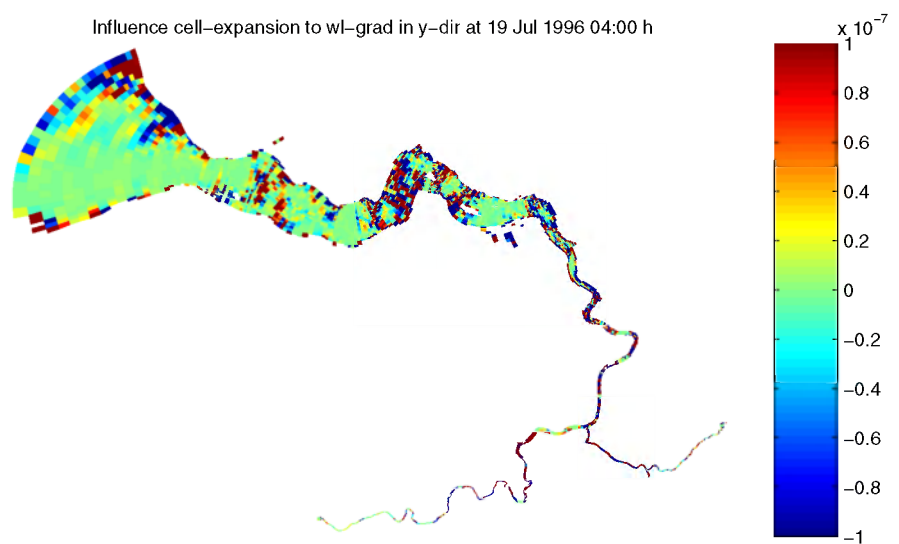
$$r = \frac{\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i}$$

de cell-expansion ratio. De tweede term in het rechterlid van beide differentieformules heeft met de rekking van het rooster te maken. De rekking heeft een direct gevolg op de discretisatiefout. Op uniforme roosters ($r = 1$) zijn beide differentieformules tweede orde nauwkeurig. Echter, op niet uniforme roosters hebben we voor beide formules een orde aan nauwkeurigheid verloren. Met name in gebieden waar ϕ'' c.q. ϕ''' groot is, moet de rekking niet te groot worden gekozen. In paragraaf 7.3.1 zagen we dat voor een goede reproductie van het model de volgende voorwaarde voor de cell-expansion ratio dient te gelden: $0.7 \leq r \leq 1.3$.

Voor het Westerschelde model berekenen we de tweede term in het rechterlid van de differentieformule voor de eerste afgeleide van de waterstand. In Figuren 7.10 en 7.11 zijn de resultaten van de waterstandsgradiënt in x- en y-richting gepresenteerd. Uit deze figuren in vergelijking met de Figuren 7.8 en 7.9 mogen we concluderen dat het effect van de rekking van het rooster op de waterstandsgradiënten verwaarloosbaar is.



Figuur 7.10 Invloed rekking van rooster op $\partial\zeta/\partial x$



Figuur 7.11 Invloed rekking van rooster op $\partial\zeta/\partial y$

7.4 Droogvallen en onderlopen

In deze paragraaf wordt de gevoeligheid van de verschillende droogvalmethodes op de stroomsnelheden bestudeerd. Bij een droogvalmethode wordt gekeken naar de status van een snelheidspunt. Het rekengebied bestaat uitsluitend uit natte snelheidspunten. Indien op een bepaalde moment het betreffende (natte) punt droog is wordt het uit het rekengebied verwijderd.

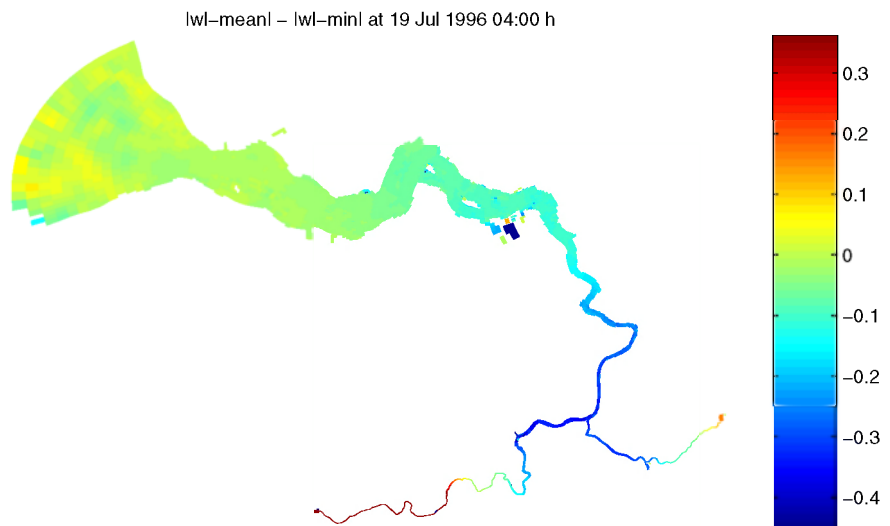
Daarnaast wordt eventueel gekeken naar de status van een waterstandspunt. Binnen WAQUA/TRIWAQ onderscheiden we vier droogvalstrategieën:

1. er wordt geen rekening gehouden met de status van een waterstandspunt. Deze aanpak wordt **nodry** genoemd;
2. de status van een waterstandspunt wordt mede bepaald op grond van de middeling van naburige dieptepunten in de betreffende waterstandspunt. Deze aanpak wordt **mean** genoemd;
3. de status van een waterstandspunt wordt mede bepaald op grond van het minimum van de omringende dieptepunten in de betreffende waterstandspunt. Deze aanpak wordt **min** genoemd en is met name van belang voor een nauwkeurige getijberekening;
4. de status van een waterstandspunt wordt mede bepaald op grond van het maximum van de omringende dieptepunten in de betreffende waterstandspunt. Deze aanpak wordt **max** genoemd en is met name van belang voor berekeningen van een model met steile bodemgradiënten;

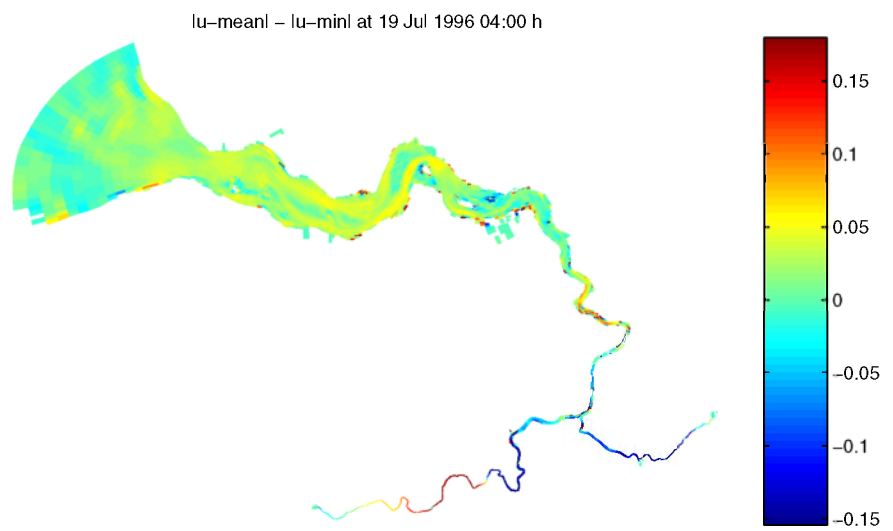
In de huidige WAQUA versie geldt echter de volgende beperking. Bij een berekening met transport wordt uitsluitend of **mean**- of **max**-aanpak gehanteerd.

In dit gevoeligheidsonderzoek beschouwen we het verschil tussen de waterstanden resp. snelheidsgroottes verkregen met de droogvalmethodes **mean** en **max**. Figuren 7.12 en 7.13 geven de resultaten weer.

Tussen Hansweert en Antwerpen zijn relatief grote verschillen in waterstanden. Hier zijn de relatief sterke bodemgradiënten debet aan. Tot aan Antwerpen en uitgezonderd wat onbelangrijke locaties zijn er relatief kleine verschillen met een marge van 5 cm/s.



Figuur 7.12 Effect van wijziging in droogvalprocedure op waterstanden



Figuur 7.13 Effect van wijziging in droogvalprocedure op stroomsnelheden

7.5 Samenvatting van de resultaten

In de onderstaande tabellen worden de resultaten van de analyses van de numerieke nauwkeurigheid nog eens kort samengevat. Bij de interpretatie van deze resultaten is het SCALWEST 2DH-model opgedeeld in 4 gebieden:

- Westerscheldemonde : waar de invloed van zee dominant is. Op de zeerand van dit gebied worden de waterstands-randvoorwaarden opgelegd
- Vlissingen - Hansweert : waar men kan spreken van een getijrivier met twee hoofdgeulen: een eb-dominante en vloed-dominante geul
- Hansweert - Bath : een getijrivier met één dominante geul en daarnaast een groot areaal aan platen en schorren en slikken
- Bath - Antwerpen : een rivier met getij-invloed zonder veel kombergings-gebieden

Het deel van de Schelde bovenstrooms van Antwerpen is niet meegenomen in de analyse omdat de nauwkeurigheid van de resultaten in dit deel van het model minder groot is. Bovendien maakt de kleinschaligheid van dit deel de analyse minder nauwkeurig.

Tabel 7.5 Overzicht van globale fouten voor waterstanden, stroomsnelheden en saliniteit t.g.v. tijdintegratie in verschillende gebieden van de Westerschelde

Waterstanden	Westerscheldemonde	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen -2 en 4 cm	0.5 cm	0.5 cm	2.5 cm
19-7-96, 09:00 u	± 1.0 cm	-0.5 cm	-1.0 cm	-3.0 cm
19-7-96, 14:00 u	± 0.1 cm	-0.5 cm	1.0 cm	2.0 cm
19-7-96, 18:00 u	schommelingen tussen -5 en 5 cm	1.0 cm	-1.0 cm	-1.5 cm
Stroomsnelheden	Westerscheldemonde	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen 0.5 en 2 cm/s	0.5 cm/s	0.5 cm/s (bij Bath ± 2 cm/s)	0.5 cm/s (lokaal 2.5 cm/s)
19-7-96, 09:00 u	2.0 cm/s	2.0 cm/s	2.0 cm/s (bij Bath 6 cm/s)	2.0 cm/s (lokaal 6.0 cm/s)
19-7-96, 14:00 u	1.0 cm/s	1.5 cm/s	1.0 cm/s (bij Bath 4 cm/s)	1.5 cm/s (lokaal 4.0 cm/s)
19-7-96, 18:00 u	schommelingen tussen 1 en 3.5 cm/s	1.0 - 3.5 cm/s	1.0 - 3.5 cm/s	1.5 - 3.0 cm/s
Saliniteit	Westerscheldemonde	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0.01 ppt	0.015 ppt	0.045 ppt	0.045 ppt
19-7-96, 09:00 u	0.005 - 0.02 ppt	0.005 - 0.02 ppt	0.005 ppt	0.005 ppt
19-7-96, 14:00 u	0.01 ppt	0.01 - 0.055 ppt	0.01 - 0.06 ppt	0.06 ppt (lokaal 0.01)
19-7-96, 18:00 u	0.01 ppt	0.01 ppt (lokaal 0.04)	0.01 ppt (lokaal 0.05)	0.01 - 0.05 ppt

De globale fout in waterstanden is relatief het grootst tussen Bath en Antwerpen. Tevens blijkt uit de basisanalyse dat in het deel van de Schelde bovenstrooms van Antwerpen de reproductie van waterstanden minder nauwkeurig is. De schommelingen in de fouten van zowel waterstanden als stroomsnelheden, die in de monding optreden, zijn getij-afhankelijk. Ze worden waarschijnlijk veroorzaakt door de verstoring van de rand. Afgezien van de schommelingen is de fout in stroomsnelheden tot Hansweert min of meer uniform. Voorbij Hansweert varieert de fout relatief sterker. De fout in saliniteiten is over het gehele gebied opvallend klein.

Tabel 7.6 Overzicht van Courant getallen in verschillende gebieden van de Westerschelde

Courant getallen	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0 - 5	5 - 10 (bij randen 15 - 20)	5 - 10 (bij Bath 25)	10 - 15
19-7-96, 09:00 u	0 - 5	5 - 10 (bij randen 10 - 20)	5 - 10 (bij Bath 25)	5 - 10
19-7-96, 14:00 u	0 - 5	5 - 10 (bij randen 15 - 20)	5 - 10 (bij Bath 25)	10 - 15
19-7-96, 18:00 u	0 - 5	5 - 10 (bij randen 15 - 20)	5 - 10 (bij Bath 25)	10 - 15

Het Courant getal is over het hele modelgebied getij-onafhankelijk. De locaties waar de nauwkeurigheid verminderd is zijn Vlissingen, Terneuzen en Bath.

Tabel 7.7 Overzicht van karakteristieke eigenschappen van het rooster van "grove" model in verschillende gebieden van de Westerschelde

	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
Cell-expansion ratio in x-direction	1.0 - 1.1	1 (bij Breskens 1.25)	1.0 - 1.1	1.0
Cell-expansion ratio in y-direction	1.0 - 1.1	1.05 - 1.3	1.05 - 1.15	1.05
Cell-aspect ratio	1.5	2.0 - 6.0	2.0 - 4.0 (bij Bath $\pm$ 5.0)	1.5 - 4.0
	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
Orthogonaliteit	-1.43°	-2.87° - 2.29°	2.87° - 3.44° (bij Bath 0.57°)	$\pm$ 0.57°
	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
Resolutie	550 m	150 m - 450 m	100 m - 250 m	150 m - 250 m

Tabel 7.7 geeft de gemiddelde waarden van de eigenschappen van het rooster weer. Zie ook Figuren 7.3, 7.4 en 7.5.

Tabel 7.8 Overzicht van bijdragen van totale advection in u -impulsvergelijking

inclusief niet-orthogonale gedeelte in verschillende gebieden van de Westerschelde

Som advection in u -impulsvgl ($\times 10^{-4}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0.0	0.0 - 2.0	platen -4.0 (bij Hansw. en Bath 6.0)	-2.0 - 6.0
19-7-96, 09:00 u	0.0	2.0 (bij Terneuzen - 5.0)	platen -4.0 (bij Hansw. en Bath 6.0)	1.0 (lokaal 8.0)
19-7-96, 14:00 u	-0.5	platen -2.0, geulen 1.0	Hansw en Bath 3.0, geulen -3.0	-2.0 - 3.0
19-7-96, 18:00 u	0.0	0.0 - 2.0	langs onder rand $\pm$ 6.0, bij Bath 2.0, rest 0.0	0.0 - 2.0
Niet-orthogonale gedeelte ($\times 10^{-6}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0.0	platen -4.0, geulen 4.0	bij Hansweert 6.0	0.0 (voorbij Bath -6.0)
19-7-96, 09:00 u	0.0	0 (bij Hansw. 3.0 - 5.0)	0.0	net voorbij Bath -10.0
19-7-96, 14:00 u	0.0	0.0	bij Hansweert 1.5	voorbij Bath -4.0
19-7-96, 18:00 u	0.0	0.0	0.0	voorbij Bath -6.0

Tabel 7.9 Overzicht van bijdragen van totale advection in v -impulsvergelijking inclusief niet-orthogonale gedeelte in verschillende gebieden van de Westerschelde

Som advection in v -impulsvgl ($\times 10^{-4}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0.0	-2.0 - 2.0	-4.0 - 4.0	-4.0 - 4.0
19-7-96, 09:00 u	0.0 - 1.0	0.0 - 3.0	-2.0 - 3.0	-4.0 - 4.0
19-7-96, 14:00 u	0.0 - 0.5	0.0 - 1.0	1.0 (bij Hansw. -1.0 en bij Bath -3.0)	1.0 - 2.0
19-7-96, 18:00 u	0.0	0.0 (op sommige plekjes 2.0)	0.0	-6.0 - 4.0
Niet-orthogonale gedeelte ($\times 10^{-6}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	0.0		platen 4.0 - 6.0, voorbij Hansweert -6.0	0.0
19-7-96, 09:00 u	0.0	-8.0 - 5.0	geul 7.0, voorbij Hansw. -8.0	0.0
19-7-96, 14:00 u	0.0	-4.0 - 3.0	geul 3.0, voorbij Hansweert -4.0	0.0
19-7-96, 18:00 u	0.0	0.0 (op sommige plekjes 2.0)	langs onderrand bij Hansweert -6.0	0.0

Opvallend zijn de totale bijdrage van advection in zowel u - als v -impulsvergelijking op $t = 18:00$ uur welke relatief klein zijn ten opzichte van de voorgaande tijdstappen.

Tabel 7.10 Overzicht van bijdragen van verhang in x-richting inclusief niet-orthogonale gedeelte in verschillende gebieden van de Westerschelde

Waterstandsgrad in x-dir ($\times 10^{-3}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen -0.25 en 0.4	0.0 - 0.8	geul 0.6, bij Hansweert en Bath -0.8	-0.5 t/m - 0.3
19-7-96, 09:00 u	0.0	-0.5 - 0.5	-1.0 - 1.0	0.0 - 0.5
19-7-96, 14:00 u	0.0	0.0 (hier en daar 0.5)	0.0 (geul 0.5)	0.0
19-7-96, 18:00 u	schommelingen tussen -0.2 en 0.2	overwegend 0.1	platen en bij Hansweert 0.3, rest 0.0	voorbij Bath 0.3
Niet-orthogonale gedeelte ($\times 10^{-5}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen 0.0 - 1.0	0.0 - 1.0	overwegend 1.1	1.0
19-7-96, 09:00 u	0.0 - 0.5	0.5 - 1.0	overwegend -1.5	1.5
19-7-96, 14:00 u	-0.5	-0.5 - 1.0	0.5 - 1.0	1.0
19-7-96, 18:00 u	schommelingen tussen 0.0 en 1.0	1.1	-1.0	-1.0 - 1.0

Tabel 7.11 Overzicht van bijdragen van verhang in y-richting inclusief niet-orthogonale gedeelte in verschillende gebieden van de Westerschelde

Waterstandsgrad in y-dir ($\times 10^{-3}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen 0 en 0.5	0.0 - 0.5, voorbij Terneuzen -0.8	platen -1.0, bij Bath 0.5	-0.5 - 0.5
19-7-96, 09:00 u	-0.2 - 0.3	0 - 0.5 (Breskens -0.8)	0.0 - 1.0	-0.5
19-7-96, 14:00 u	-0.2	-0.1 - 0.1	0.0 - 0.2	0.2
19-7-96, 18:00 u	schommelingen tussen -0.2 en 0.2	0.2	0.2 - 0.5	-0.2 - 0.0
Niet-orthogonale gedeelte ($\times 10^{-5}$ m/s ²)	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	schommelingen tussen -0.3 en 0.7	1.0	-1.0	-0.5
19-7-96, 09:00 u	schommelingen tussen -1.0 en 0.0	-1.0 - 1.0	-1.0 - 1.0	-1.0 - 1.0
19-7-96, 14:00 u	0.2 - 0.4	0.6	-0.6	-0.4 - 0.2
19-7-96, 18:00 u	schommelingen -6.0 en 0.0	-0.6 - 0.6	-0.4 - 0.2	voorbij Bath 0.8

De invloed van de rekking van het rooster op de waterstandsgradiënten valt binnen de machine-precisie en dus verwaarloosbaar.

Tabel 7.12 Overzicht van droogval-effecten op waterstand in verschillende gebieden van de Westerschelde

$ \zeta_{\text{mean}} - \zeta_{\text{max}} $	Westerscheldemonnd	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	2.5 cm	-1.0 cm	-8.0 cm	-10.0 cm
19-7-96, 09:00 u	2.0 cm	4.0 cm	6.0 cm	10.0 cm
19-7-96, 14:00 u	3.0 cm	-1.0 cm	-8.0 cm	-10.0 cm
19-7-96, 18:00 u	3.0 cm	1.0 cm	-2.0 cm	-8.0 cm

Tabel 7.13 Overzicht van droogval-effecten op stroomsnelheid in verschillende gebieden van de Westerschelde

$ u_{\text{mean}} - u_{\text{max}} $	Westerscheldemonnd	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
19-7-96, 04:00 u	-2.5 cm/s - 2.5 cm/s	2.5 cm/s - 6.0 cm/s	-1 cm/s - 5 cm/s	1 cm/s - 6 cm/s
19-7-96, 09:00 u	2.5 cm/s	2.5 cm/s	-1 cm/s - 2.5 cm/s	-5 cm/s - 0 cm/s
19-7-96, 14:00 u	0.0 cm/s - 1.0 cm/s	-1.0 cm/s - 0.0 cm/s	-1 cm/s - 0 cm/s	-5 cm/s-10 cm/s
19-7-96, 18:00 u	0.0 cm/s - 5.0 cm/s	-5.0 cm/s - 0.0 cm/s	geulen 10 cm/s en platen -10 cm/s	10 cm/s

Opvallend zijn de grote verschillen tussen Hansweert en Rupelmonde op $t = 18:00$ uur. Blijkbaar is de combinatie van bodemvariaties en relatief laag water van belang voor de keuze van droogvalmethode.

8 Experimenten voor de bepaling van de nauwkeurigheid van de fysische modellering

8.1 Inleiding

Om tot een computerprogramma van realistische omvang met werkbare rekentijden te komen, is de fysica van de waterbeweging en het zouttransport op diverse plaatsen vereenvoudigd. Dit is inherent aan het proces van modelleren en moet daarom niet worden opgevat als een tekortkoming van WAQUA/TRIWAQ. Wel is hierdoor het resultaat mogelijk wat minder nauwkeurig dan zonder deze benaderingen.

Om de nauwkeurigheid van de fysische modellering te bepalen is voor elke fysische parameter een gevoeligheidsonderzoek uitgevoerd waarbij gekeken is naar de variatie in waterstanden, stroomsnelheden en saliniteit. De grootte van de fysische parameter is dusdanig gewijzigd dat deze nog wel fysisch acceptabel is.

De resultaten van het onderzoek naar de nauwkeurigheid van de fysische modellering zullen gepresenteerd worden in tabellen, waarna voor de gevonden verschillen een verklaring geprobeerd is te geven. Bij de interpretatie van de verschillen wordt de opdeling van het Westerschelde model in 4 gebieden zoals beschreven in paragraaf 7.5 gehandhaafd.

8.2 Vereenvoudigde of niet gemodelleerde processen

8.2.1 Subgridprocessen

Door de eindige roostergrootte van een numeriek model is het niet mogelijk allerlei fysische processen met een kleinere tijd- en ruimteschaal te modelleren. Deze processen worden wel subgridprocessen genoemd.

a) Variaties in topografie op subgrid schaal zoals geulen

Door de altijd beperkte rekencapaciteit is het niet mogelijk om alle variaties in de bodem in de schematisatie van het model te representeren. Hierdoor is de stroming lokaal in werkelijkheid anders dan de gemiddelde waarde over een rooster cel. Belangrijke voorbeelden zijn kleinere geulen en kleine dammen. Deze zijn vaak aanmerkelijk kleiner dan een rooster cel en kunnen dus niet of nauwelijks in het model worden weergegeven.

Om een schatting te maken van dit effect is een vergelijking gemaakt tussen een fijn model met een gedetailleerde bodem en een fijn model met een wat gladdere bodem. Belangrijk in deze aanpak is de aanname dat de schalen die nog net wél gerepresenteerd kunnen worden representatief zijn voor de variaties op kleinere schaal.

Voor de gladdere bodem is de bodem gebruikt die gebruikt is in het grofmazig SCALWEST 2DH-model. Deze bodem is gebruikt in alle overige berekeningen en is voldoende nauwkeurig voor variaties op kleine schaal.

In Tabel 8.1 zijn de verschillen tussen de beide berekeningen gepresenteerd.

Tabel 8.1 Overzicht van de effecten van een gladdere bodem in verschillende gebieden van de Westerschelde (fn=gedetailleerde bodem, fngr=gladde bodem)

Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansweert	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
fngr-fn	nauwelijks verschil, verschil bij Vlissingen +/- 0,02 m	Hansweert +/- 0,10 m, op plaatranden grote verschillen ivm. droogval	Bath +/- 0,20 m, op plaatranden en Land van Saeftinge grote verschillen (+/- 0,50 m)	Antwerpen +/- 0,25 m

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
fngr-fn	Oostgat tot 0,20 m/s, Wielingen gelijk	in diepe geulen tot 0,20 m/s,	moeilijk verschillen te herkennen	

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
fngr-fn	Wielingen +/- 0,1 ppt, Oostgat nauwelijks verschil	Vlissingen +/- 0,1 ppt, Hansweert - 0,1 ppt tot +0,3 ppt	Bath +/- 0,2 ppt	Antwerpen - 0,4 ppt tot 0 ppt

Bij de vergelijking van de resultaten van beide berekeningen vallen de volgende dingen op:

-de getijgolf in het model met een gladde bodem loopt iets achter ten opzichte van de getijgolf in het oorspronkelijke model. De amplitude wordt eveneens kleiner. De gladde bodem zorgt kennelijk voor een extra demping in het model. Door het ontbreken van kleine geultjes is de doorstroming in het model met de gladde bodem slechter.

-de grootste verschillen zijn terug te vinden op de platen waar de geometrie het meest verandert. Deze verschillen zijn voornamelijk terug te vinden in de lokale waterstanden.

-Lokaal zullen de verschillen tussen de twee modellen groter zijn dan globaal. Naar de lokale verschillen is in dit onderzoek niet uitgebreid gekeken.

8.2.2 Empirische formules

a) Wind-drag formulering

De interactie tussen lucht en water bij het zeeoppervlak wordt gekenmerkt door een groot aantal ingewikkelde processen. Het is daardoor niet eenvoudig een goed model te maken van de windschuifspanning aan dit oppervlak. In WAQUA/TRIWAQ wordt deze schuifspanning m.b.v. een semi-empirische formule berekend. De gebruiker heeft daarbij de keus uit een aantal verschillende formuleringen.

Als we er even vanuit gaan dat de verschillende formuleringen ongeveer even nauwkeurig zijn dan geeft het verschil van de modelresultaten een aardige indicatie van de nauwkeurigheid.

Eén van de formuleringen voor de windschuifspanningen gaat uit van de door Charnock (1955) gevonden relatie voor de ruwheidshoogte:

$$z_0 = \frac{\beta u_*^2}{g}$$

waarin:

z_0 : ruwheidshoogte (m)
 β : Charnock parameter
 u_* : kritische windsnelheid (m/s)
 g : gravitatie versnelling (m/s²)

Met deze Charnock-formulering kan vervolgens iteratief de C_d -waarde bepaald worden.

Tijdens het onderzoek is alleen gekeken wat de invloed is van de Charnock-formulering ten opzichte van de doorgaans toegepaste constante C_d -waarde.

Omdat het nagenoeg onmogelijk is in open water de windschuifspanning direct te meten is de Charnock parameter in het model voor de schuifspanning aan het oppervlak ook niet met grote nauwkeurigheid bekend. Met een gevoeligheidsanalyse kan worden berekend wat het effect op de waterbeweging is. Daarom is ook gekeken naar de grootte van de parameter. Hiervoor zijn 2 waarden gehanteerd: in de berekeningen Bcha en Cchb wordt $\beta=0,0144$ gebruikt en in de berekeningen BChb en Ccha wordt $\beta=0,0320$ gebruikt. De eerste waarde is afkomstig uit de literatuur en de tweede waarde is op basis van ervaring met numerieke modellen bepaald.

In de basisrun wordt is voor de C_d -waarde van 0,0026 genomen.

In Tabel 8.2 zijn de resultaten van de berekeningen gepresenteerd.

Tabel 8.2 Overzicht van de effecten van een andere wind-drag formulering in verschillende gebieden van de Westerschelde

BT0 : periode B, constante C_d -waarde, basisrun
 Bcha : periode B, Charnock, $\beta=0,0144$
 Bchb : periode B, Charnock, $\beta=0,0320$
 CT0 : periode C, constante C_d -waarde, basisrun
 Ccha : periode C, Charnock, $\beta=0,0320$
 Cchb : periode C, Charnock, $\beta=0,0144$

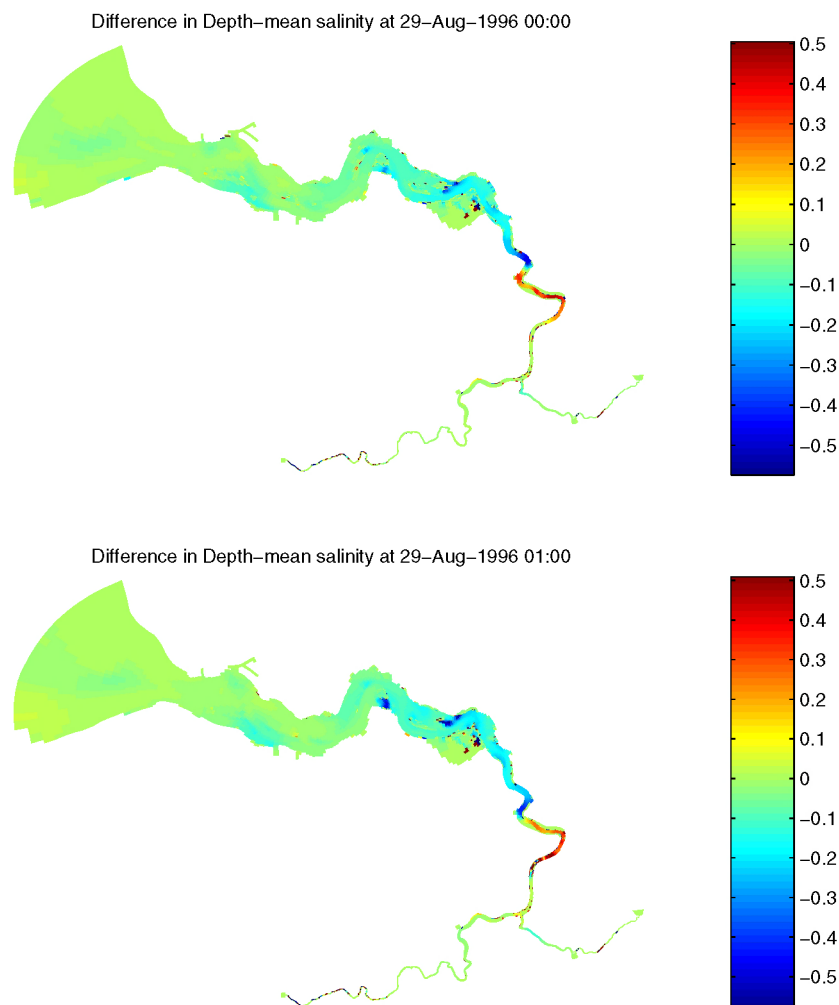
Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
Bcha-BT0	verlaging van 0,02 m	0,05 m verlaging	0,08 m verlaging	0,12 m verlaging
BChb-BT0	Fluctuaties van 6 cm., gemiddelde verlaging van 0,02 m	0,03 m verlaging	0,05 m verlaging	0,05 m verlaging
Ccha-CT0	fluctuaties, gemiddeld geen verschil	waterstanden 0,05 m lager	waterstanden 0,06 m lager	
Cchb-CT0	fluctuaties, gemiddeld geen verschil	waterstanden 0,03 m lager	waterstanden 0,05 m lager	waterstanden 0,08 m lager

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
Bcha-BT0	gemiddeld +0,06 m/s	platen +0,04 m/s diepe geulen +0,02 m/s	geulen +0,03 m/s	
BChb-BT0	Oostgat +0,06 m/s, gemiddeld +0,04 m/s	platen +0,03 m/s, diepe geulen +0,01 m/s	platen +0,03 m/s, diepe geulen +0,01 m/s	
Ccha-CT0	VR + 0,05 m/s Wielingen minder	op platen max 0,06 m/s, in diepe geulen 0,03 m/s	op platen max 0,06 m/s, in diepe geulen +0,03 m/s	
Cchb-CT0	VR + 0,08 m/s Wielingen minder	op platen max 0,06 m/s, in diepe geulen 0,03 m/s	op platen max 0,06 m/s, in diepe geulen +0,03 m/s	

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
Bcha-BT0	$0 \pm 0,04$	-0,01	-0,15	-0,25
BChb-BT0	-0,05	-0,08	-0,1	-0,2
Ccha-CT0	Westkapelle-Vlis 0,1-0,2, Wielingen -0,05	Vlissingen-Tern 0,1, rest +0,05	ondiepe gebieden -0,3	tot Kallo -0,2 daarna +0,2
Cchb-CT0	Westkapelle-Vlis +0,4, Wielingen - 0,1	Vlis-Tern 0,2-0,1, platen zoeter dan rest	platen zoeter - 0,4	Antwerpen +0,8

Page 27

SDSid/experiment : BT0/BT0 Date of plot : 04-Dec-1998 14:51:35
 SDSid2/exp : BCha/BCha
 Simulation 1 start : 26-Aug-1996 00:00
 Simulation 1 end : 30-Aug-1996 00:00
 Simulation 2 start : 26-Aug-1996 00:00
 Simulation 2 end : 30-Aug-1996 00:00



Figuur 8.1 Verschil in saliniteit tussen BT0-som en Charnock-formulering

Uit de resultaten kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

-De resultaten van de berekeningen geven consequent een te kleine opzet. Bij Bath en Antwerpen is dit in de orde van 8 tot 12 cm. Dit komt omdat de C_d -coëfficiënt die berekend wordt met de Charnock-formulering voor de windsnelheden waarmee gerekend wordt te laag is. Pas bij windsnelheden boven de 20 m/s wordt de waarde van $C_d=0,026$ gehaald. Deze vaste C_d -waarde die in de T0-berekeningen is gebruikt is op basis van ervaring in het verleden met het SCALWEST-model bepaald.

-Charnock heeft voorbij Bath invloed op de saliniteit (zie Figuur 8.1)

-Een waarde van $\beta=0,0144$ zorgt voor een kleinere windopzet en grotere stroomsnelheden dan een waarde van $\beta=0,0320$.

De Charnock-formulering is een formulering voor open zee. Waarschijnlijk is deze formulering ook bruikbaar voor estuaria als de Westerschelde. Daarvoor is het noodzakelijk onderzoek te doen naar de grootte van de parameter β en de verdere aanpassingen die gedaan moet worden.

8.2.3 Randmodellering

Bij de 'open' rand van het model wordt het model abrupt afgebroken. Alle fysische processen buiten deze rand worden binnen het model weergegeven door de randvoorwaarden. Doordat het gedrag van de waterbeweging buiten de rand deels onbekend is, anders was de berekening immers niet nodig, is deze randvoorwaarde noodzakelijkerwijs een vereenvoudiging van de werkelijke dynamica.

Naar verwachting speelt de vereenvoudiging van de dynamica bij de open rand vooral een rol in de buurt van deze rand. De grootte van dit invloedsgebied kan worden bepaald door een iets kleiner model te maken waarvan de randvoorwaarde wordt bepaald door het originele model. Het verschil tussen deze twee berekeningen levert een indicatie voor de verloren nauwkeurigheid en het invloedsgebied.

Om de effecten van een verschoven rand te kunnen bepalen is een berekening uitgevoerd waarbij de rand met 10 gridcellen naar binnen is verschoven. De zeerland die in de T0-situatie op de lijn Zeebrugge-Vlakte van de Raan-Westkapelle ligt, is door deze verschuiving komen te liggen op de lijn Cadzand-Walvisstaart-Zoutelande. De randvoorwaarden voor het nieuwe model zijn als waterstandsreeksen uit de T0-berekening gehaald.

In Tabel 8.3 zijn de resultaten van de vergelijking tussen de T0-berekening en de berekening met een verschoven rand gepresenteerd.

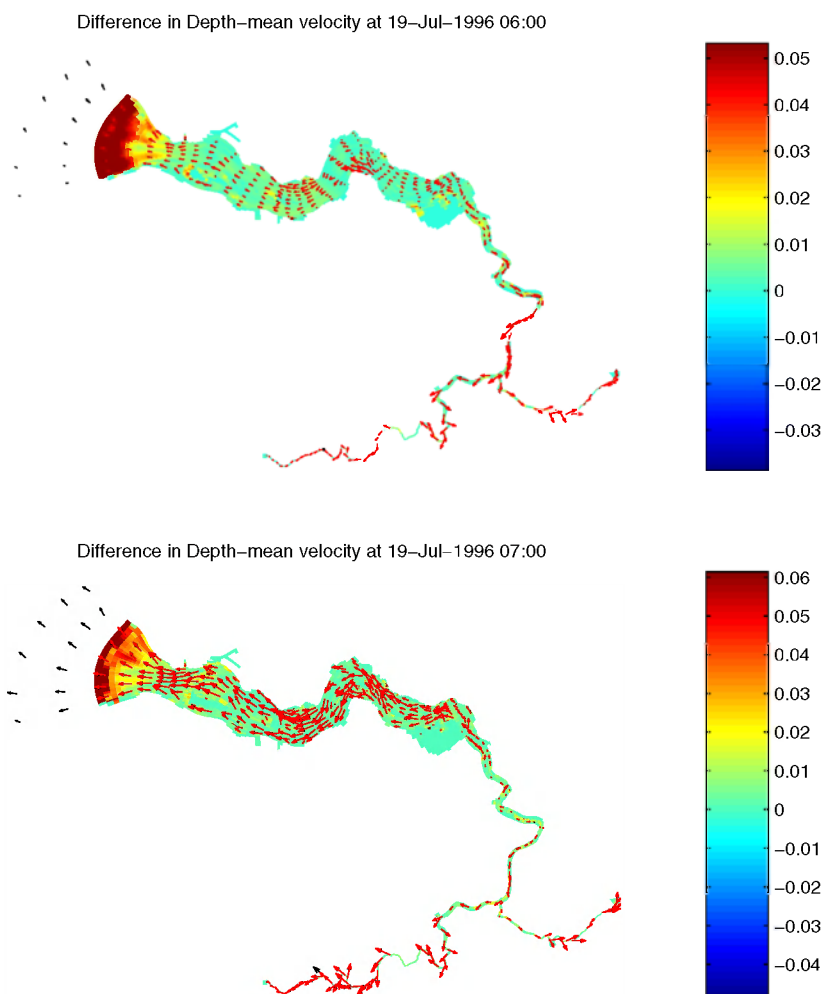
Tabel 8.3 Overzicht van de effecten van een verschoven zeerland in verschillende gebieden van de Westerschelde

ATO: basisrun AT3: verschoven rand				
Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansweert	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AT3-ATO	gemiddeld geen verschil, aan de kust verschillen van 0,01 m	geen verschil	geen verschil	tot 0,02 m hoger bij Antwerpen

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AT3-AT0	aan de zeerand verschil 0,06 m/s, gemiddeld 0,02 m/s	verschillen max 0,015 m/s aan geulranden, gemiddeld geen verschil	verschillen max 0,015 m/s aan geulranden, gemiddeld geen verschil	

Saliniteit	Westerscheldemon	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AT3-AT0	tijdens vloed Wielingen 0,4 ppt grotere concentratie, Vlissingen.- Zoutelande gem. 0,2 ppt lager	Bij Vlissingen 0,2 ppt lager dan T0, rest geen verschil	Nabij Bath kleine verschillen (0,05 ppt)	Kallo -0,4, Antwerpen +0,4

SDSid/experiment	: AT0/AT0	Date of plot	: 11-Jan-1999 17:33:12
SDSid2/exp	: AT3/AT3		
Simulation 1 start	: 17-Jul-1996 03:00		
Simulation 1 end	: 22-Jul-1996 00:00		
Simulation 2 start	: 17-Jul-1996 03:00		
Simulation 2 end	: 21-Jul-1996 21:00		



Figuur 8.2 Verschil in stroomsnelheden tussen AT0-som en verschoven rand
Uit de berekeningen is het volgende te concluderen:

- Een verschoven rand heeft weinig invloed op de waterstanden. Dit was te verwachten omdat de berekende waterstanden gebruikt worden als randvoorwaarde voor het kleinere model. Alleen bij Antwerpen zijn kleine verschillen te zien, maar deze kunnen niet gewijd worden aan een verschoven rand. Een nadere analyse heeft opgeleverd dat in deze periode om onbekende redenen een laagwater te hoog berekend is waardoor verschillen in waterstanden zijn gevonden.
- De stroomsnelheden aan de rand veranderen wel door de verschuiving van de rand. De invloedssfeer is maximaal 10 gridcellen vanaf de rand merkbaar bij vloed (Figuur 8.2). Bij eb zijn de verschillen kleiner.
- Bij de verschuiving van de rand zijn de zoutrandvoorwaarden niet meevershoven. Daardoor zijn in de Wielingen verschillen tot 0.4 ppt in de zoutconcentraties terug te vinden.

8.3 Onnauwkeurigheid parameters

Een deel van de modelinvoer voor WAQUA/TRIWAQ modellen kan lastig of niet direct gemeten worden en is daardoor niet met grote nauwkeurigheid bekend. Ook kan het voorkomen dat het model gevoelig is voor variaties van een parameter zodat het kan voorkomen dat een vrij geringe onnauwkeurigheid in de parameter toch significante verschillen voor de modelresultaten oplevert.

Als het mogelijk is een schatting te maken van de nauwkeurigheid van de betreffende parameter dan kan men met een gevoeligheidsanalyse de invloed voor het model berekenen. Dit doet men in het algemeen door de parameter te variëren met een verschil ter grootte van de geschatte nauwkeurigheid van de parameter.

8.3.1 Grotere windsnelheden en verdraaide windrichting

In de SCALWEST-modellen wordt als windrandvoorwaarde de gemeten windsnelheid en -richting bij Hansweert gebruikt. Uit literatuuronderzoek is gebleken dat de onnauwkeurigheid van windmetingen ongeveer 2 m/s in windsnelheid en 5° in de windrichting is.

Om de gevolgen van deze onnauwkeurigheid te bepalen zijn beide perioden doorgerekend met een windsnelheid waarbij 2 m/s is opgeteld en met een windrichting waarbij 5° is opgeteld.

In Tabel 8.4 zijn de resultaten van deze 4 berekeningen gepresenteerd.

Tabel 8.4 Overzicht van de effecten van een groter windsnelheid en andere windrichting in verschillende gebieden van de Westerschelde

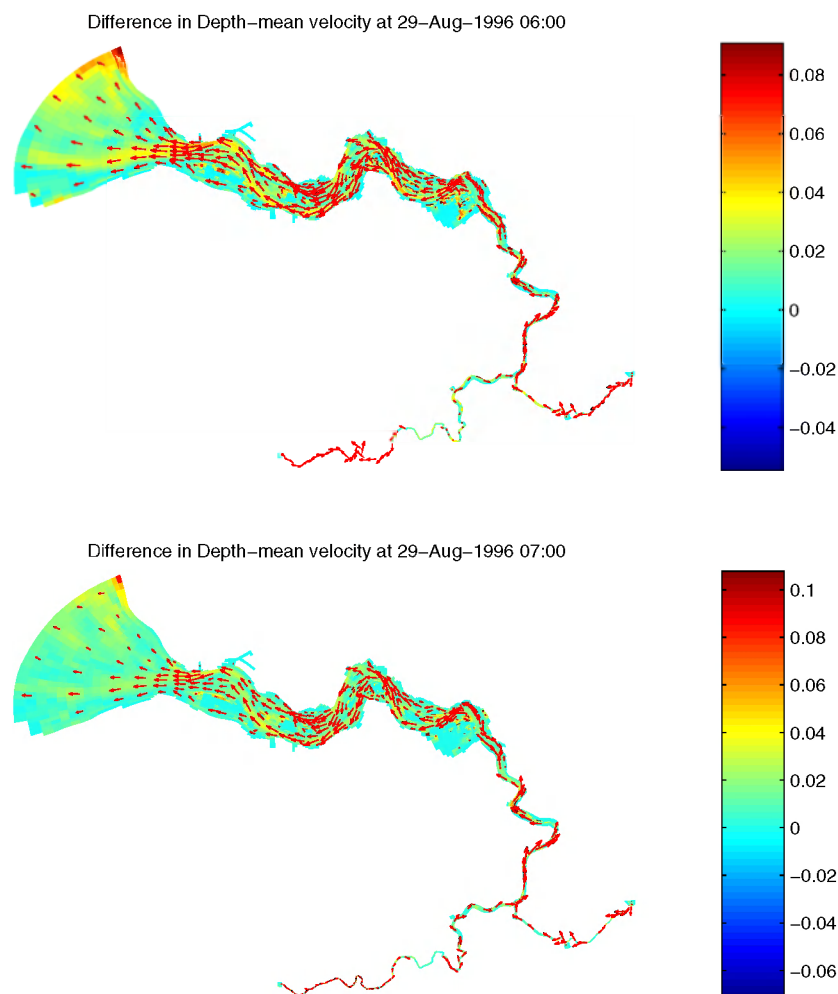
BTO : periode B, basisrun
Bwu2 : periode B, windsnelheid 2 m/s groter
Bwg5 : periode B, windrichting 5° groter
CTO : periode C, basisrun
Cwu2 : periode C, windsnelheid 2 m/s groter
Cwg5 : periode C, windrichting 5° groter

Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
Bwu2-BT0	fluctuaties, gem - 0,02 m	+0,03 m ± 0,02 m	+0,05 m ± 0,05 m	0,08 m opzet
Bwg5-BT0	fluctuaties van 0,08m, gemiddeld geen verandering	sporadisch 0,02 m opzet	sporadisch 0,02 m opzet	
Cwu2-CT0	fluctuaties 0,06 m nabij Vlissingen verschillen 0,05 cm tot 0,1 rand geen verschil	extra opzet van 0,05 m	opzet 0,08 m	door hogere waterstanden op WS zijn waterstanden gemiddeld 0,10 m hoger
Cwg5-CT0	fluctuaties 0,08 m, gemiddeld geen verandering	geen verschil	+/- 0,02 m	+/- 0,03 m

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
Bwu2-BT0	Oostgat tot 0,1 m/s ,gemiddeld 0,05 m/s	in diepe geulen 0,03 m/s	in diepe geulen 0,03 m/s	0,01 m/s
Bwg5-BT0	in grote gedeelten 0,06 m/s	platen 0,03 m/s, rest +0,01 m/s	platen 0,03 m/s, rest 0,01 m/s	
Cwu2-CT0	stroomsnelheden 0,06 tot 0,10 m/s verschil op VR, in Wielingen 0,05 m/s	op platen tot 0,12 m/s, geulen 0,07 m/s	op platen tot 0,12 m/s, geulen 0,04 m/s	tot 0,03 m/s verschil
Cwg5-CT0	sporadisch tot 0,04 m/s, gemiddeld 0,02 m/s	gem 0,01 m/s	gemiddeld 0,01 m/s verschil	

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
Bwu2-BT0	+0,02	+0,1	+0,15	+0,25
Bwg5-BT0	0,05 op Vlakte van de Raan	geen verandering	geen verandering	0,05 tot 0,08 verschil
Cwu2-CT0	VR + 0,4	geen verandering	op platen verschil	nabij Antwerpen tot -0,8
Cwg5-CT0	0,03 tot 0,05 op Vlakte van de Raan	geen verandering	geen verandering	0,03 tot 0,06 verschil

SDSid/experiment	: BT0/BT0	Date of plot	: 24-Nov-1998 15:07:20
SDSid2/exp	: Bwu2/Bwu2		
Simulation 1 start	: 26-Aug-1996 00:00		
Simulation 1 end	: 30-Aug-1996 00:00		
Simulation 2 start	: 26-Aug-1996 00:00		
Simulation 2 end	: 30-Aug-1996 00:00		



Figuur 8.3 Verschil in stroomsnelheden tussen BT0-som en som met hardere wind

Uit de resultaten kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

-Een 2 m/s grotere windsnelheid zorgt voor 0,08 m opzet bij Bath en 0,10 m opzet op de Schelde. Hierdoor wordt de verschillen tussen de berekende waterstanden en de gemeten waterstanden op de Westerschelde kleiner ten opzichte van de T0-berekening.

-De windrichting heeft weinig invloed op de waterstanden. Dit komt doordat het Schelde-estuarium langgerekt is en de invloed van de windrichting dus alleen groot zal zijn als de wind precies in de richting van het estuarium waait.

-De stroomsnelheden nemen toe bij een sterkere wind en een andere windrichting. De verschillen zijn bij een sterkere wind groter dan bij een andere windrichting (Figuur 8.3).

8.3.2 Manning parameter

Omdat het nagenoeg onmogelijk is in open water de bodemschuifspanning direct te meten is de Manning parameter in het model voor de schuifspanning aan de bodem ook niet met grote nauwkeurigheid bekend. Met een gevoeligheidsanalyse kan worden berekend wat het effect op de waterbeweging is.

Om het effect van de grootte van de Manning-parameter te bepalen zijn berekeningen uitgevoerd waarbij de Manning-parameter resp. 10% kleiner en groter is genomen. Dit is overeenkomstig de ruimtelijke variatie van de Manning-parameter in het model.

De formule van Manning om de Chézy-waarde te berekenen is:

$$C = \frac{h^{\frac{1}{6}}}{n}$$

waarin:

C : Chézy-coëfficiënt ($\text{m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$)
 h : waterdiepte (m)
 n : Manning-waarde ($\text{m}^{-1/3}/\text{s}$)

In Tabel 8.5 zijn de verschillen met de T0-berekening gepresenteerd.

Tabel 8.5 Overzicht van de effecten van een andere Manning-waarde in verschillende gebieden van de Westerschelde

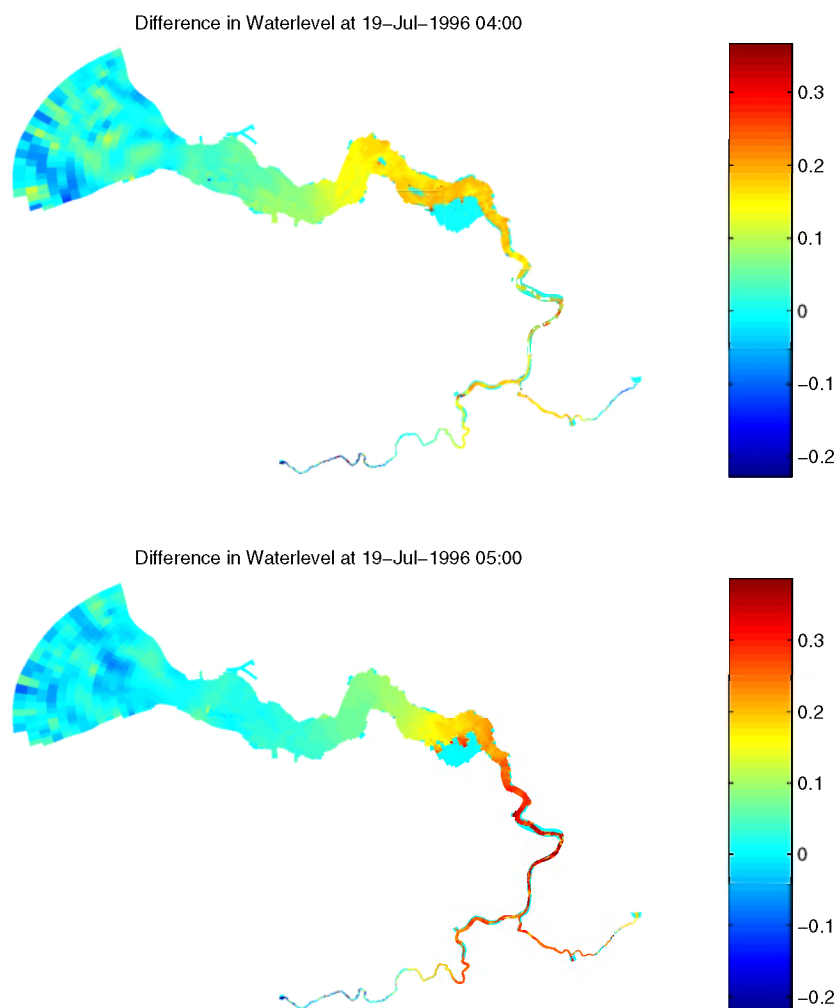
AT0 : basisrun
AT1- : Manningwaarde 10 % verlaagd
AT1+ : Manningwaarde 10 % verhoogd

Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansweert	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
AT0-AT1-	Gemiddeld geen verschil, Fluctuaties van 0,05 m, Vlissingen +/- 0,02 m	Hansweert max +/- 0,10 m	Bath max +/- 0,18 m	Antwerpen max +/- 0,25 m
AT0-AT1+	Nauwelijks verschillen, Bij Vlissingen +/- 0,02 m, fluctuaties in monding	Hansweert +/- 0,08 m	Bath max +/- 0,15 m	Antwerpen max +/- 0,20 m

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
ATO-AT1-	Oostgat max 0,14 m/s verschil, gemiddeld 0,04 m/s, Wielingen gem 0,03 m/s	gemiddeld 0,08 m/s verschil in diepe geulen (Overloop en Everingen), platen minder grote verschillen	diepe geulen 0,10 m/s. platen weinig verschil	
ATO-AT1+	Oostgat max 0,12 m/s verschil, gemiddeld 0,03 m/s, Wielingen gem 0,02 m/s	gemiddeld 0,06 m/s verschil in diepe geulen (Overloop en Everingen), platen minder grote verschillen	diepe geulen +0,10 m/s. platen weinig verschil	

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
ATO-AT1-	nauwelijks verschil Bij Vlissingen verschillen tussen 0 en 0,1 ppt	Vlissingen 0 tot +0,1 ppt, Hansweert +/- 0,2 ppt, gemiddeld +0,1 ppt	Bath 0,2 tot + 0,4 ppt,	Antwerpen +/- 0,6 ppt
ATO-AT1+	nauwelijks verschil Bij Vlissingen -0,1 ppt	Hansweert van -0,1 tot +0,25 ppt	Bath van - 0,2 tot +0,5 ppt	Antwerpen +/- 0,5 ppt

SDSid/experiment : AT0/AT0 Date of plot : 12-Jan-1999 09:41:00
 SDSid2/exp : AT1-/AT1-
 Simulation 1 start : 17-Jul-1996 03:00
 Simulation 1 end : 22-Jul-1996 00:00
 Simulation 2 start : 17-Jul-1996 03:00
 Simulation 2 end : 22-Jul-1996 00:00



Figuur 8.4 Verschil in waterstanden tussen AT0-som en lagere Manningwaarde

Uit de resultaten kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

- De Manningwaarde heeft een grote invloed op de waterstanden (Figuur 8.4). Door een verlaging van de Manning-parameter wordt de bodemruwheid kleiner. Daardoor dempt de getijgolf minder dan bij een grotere waarde. De amplitude zal daardoor groter worden en de golf zal sneller gaan lopen. De effecten van een lagere Manningwaarde zijn dus een grotere amplitude en een faseverschuiving ten opzichte van de T0-situatie

- Door een verlaging van de Manning waarde nemen de stroomsnelheden toe. Dit komt doordat de getijamplitude toeneemt. Bij een vergroting van de Manning-waarde nemen de stroomsnelheden af.

8.3.3 Formulering bodemschuifspanningen

In het SCALWEST 2DH-model wordt standaard de Manning-formulering gebruikt om de Chézy-waarde te bepalen. Hierdoor is de Chézy-waarde diepte-afhankelijk.

Bij een andere formulering voor de Chézy-waarde verloopt de afhankelijkheid van de waterdiepte anders. Wanneer aangenomen wordt dat de nauwkeurigheid van beide formuleringen even groot is kan uit de verschillen het effect van de methode om tot een Chézy-waarde te komen bepaald worden.

Om het effect van de formulering om de Chézy-waarde te berekenen zijn de Manning-formulering en de formulering zoals die is bepaald door White-Colebrook met elkaar vergeleken.

De formule van Manning om de Chézy-waarde te berekenen is:

$$C = \frac{h^{\frac{1}{6}}}{n}$$

waarin:

C	: Chézy-coëfficiënt	($\text{m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$)
h	: waterdiepte	(m)
n	: Manning-waarde	($\text{m}^{-1/3}/\text{s}$)

De formule van White-Colebrook om de Chézy-waarde te berekenen is:

$$C = 18 \log \left(\max \left(\frac{12h}{w}, 1.0129 \right) \right)$$

waarin:

C	: Chézy-coëfficiënt	($\text{m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$)
h	: waterdiepte	(m)
w	: White-Colebrook	(m)

Om de parameters in de White-Colebrook formulering te bepalen zijn voor elke Manning-waarde de Chézy-waarden in een geul van 15 meter diepte berekend en op basis van deze Chézy-waarden de waarde voor de WCB-parameter bepaald. Bij het gebruik van de White-Colebrook-parameter zijn dan de bodemruwheden in de diepe geul (dieper dan 15 m) kleiner en op de platen groter.

In Tabel 8.6 staan de verschillen tussen de T0-berekening met Manning-formulering en de berekening met de White-Colebrook formulering.

Tabel 8.6 Overzicht van de effecten van een andere formulering van de bodemschuifspanning in verschillende gebieden van de Westerschelde

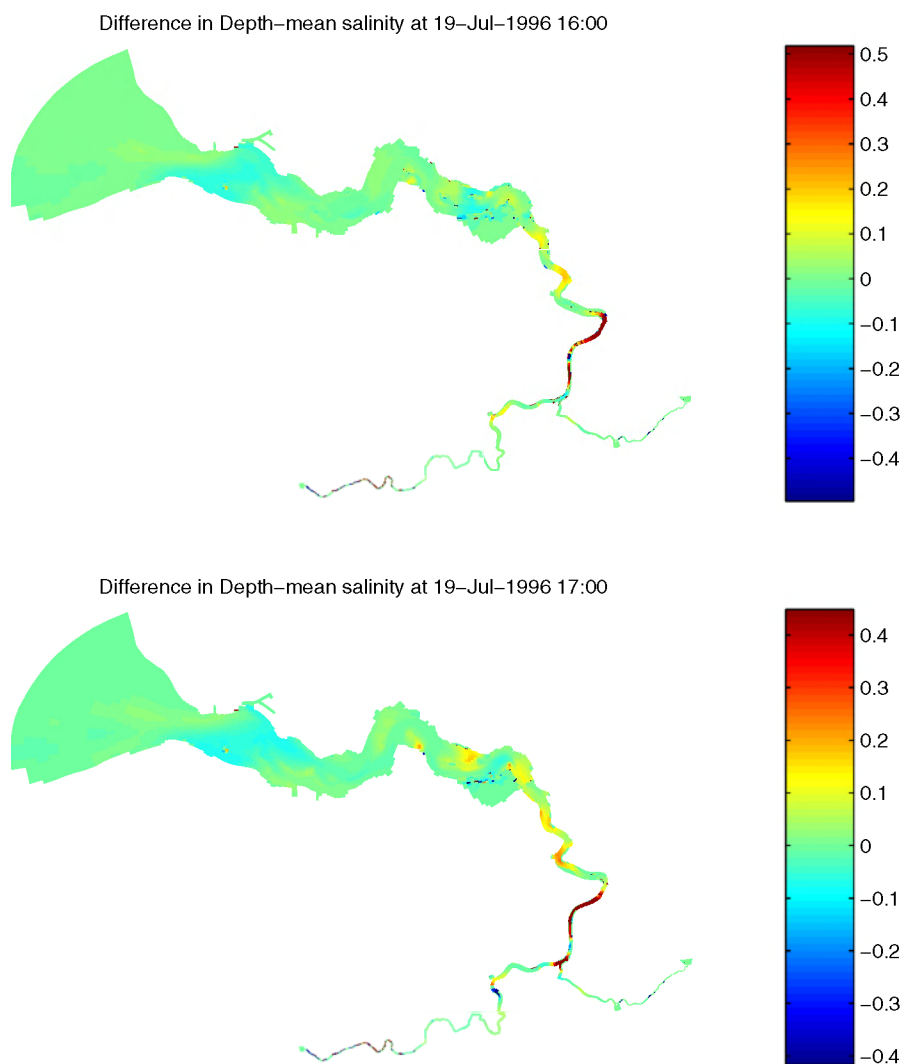
ATO : bodemruwheid uitgerekend met Manning, basisrun
 AWCB : bodemruwheid uitgerekend met White-Colebrook

Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansweert	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AWCB-ATO	geen verschil	geen verschil	geen verschil	geen verschil

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AWCB-ATO	maximum verschil 0,05 m/s, gemiddeld 0,02 m/s	geulen 0,02 m/s verschil, rest geen verschil	geulen 0,02 m/s verschil, rest geen verschil	

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AWCB-ATO	geen verschil	Vlissingen -0,1	Hansweert +/- 0,1, Bath tot +0,1	Antwerpen maximaal 0,5

SDSid/experiment	: AT0/AT0	Date of plot	: 30-Nov-1998 14:35:10
SDSid2/exp	: AWCB/AWCB		
Simulation 1 start	: 17-Jul-1996 03:00		
Simulation 1 end	: 22-Jul-1996 00:00		
Simulation 2 start	: 17-Jul-1996 03:00		
Simulation 2 end	: 22-Jul-1996 00:00		



Figuur 8.5 Verschil in saliniteit tussen AT0-som (formulering Manning) en formulering volgens White-Colebrook

Uit de resultaten kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

- de effecten op de waterbeweging van de methode om de Chézy-waarde te berekenen zijn gering (Figuur 8.5). De methode heeft dus geen invloed op de grootschalige waterbeweging. Hieruit blijkt overigens ook dat de White-Colebrook-parameters goed berekend zijn.

- De effecten op de stroomsnelheden zijn ook klein. In diepere geulen zijn de stroomsnelheden iets groter. Dit was ook te verwachten want de bodemruwheid in de geulen is bij gebruik van de White-Colebrook formulering ook kleiner. Op de platen is geen verandering te zien omdat deze een groot gedeelte van de tijd droog staan.

-In de zoutconcentraties is alleen op de Schelde verandering te zien. Dit komt echter doordat hier een sterke zoet-zout gradient is en deze bij een kleine verschuiving in de ruimte grote effecten op de verschillen in zoutconcentraties laat zien.

8.3.4 Horizontale viscositeit

In twee-dimensionale modellen bevat de term in de vergelijking die vaak horizontale viscositeit wordt genoemd, vooral de eddy-viscositeit en dispersie. Doordat in het algemeen de watersnelheid over de breedte van de geul niet uniform is zal er een impuls-uitwisseling plaatsvinden tussen de delen waar grote stroomsnelheden optreden (meestal de geulas) en delen waar de stroomsnelheden lager zijn (geulranden).

De grootte hiervan wordt bepaald door de grootte van de horizontale viscositeit. Door deze parameter te variëren kan inzicht verkregen worden in het belang van deze parameter voor de waterbeweging.

Om het effect van de grootte van de viscositeit te bepalen zijn berekeningen uitgevoerd waarbij de viscositeit resp. $1 \text{ m}^2/\text{s}$ en $10 \text{ m}^2/\text{s}$ is. In de basisrun is de horizontale viscositeit $5 \text{ m}^2/\text{s}$.

Tabel 8.7 Overzicht van de effecten van een andere (eddy-) viscositeit in verschillende gebieden van de Westerschelde

ATO : viscositeit= $5 \text{ m}^2/\text{s}$, basisrun

AT4m : viscositeit= $1 \text{ m}^2/\text{s}$

AT4p : viscositeit= $10 \text{ m}^2/\text{s}$

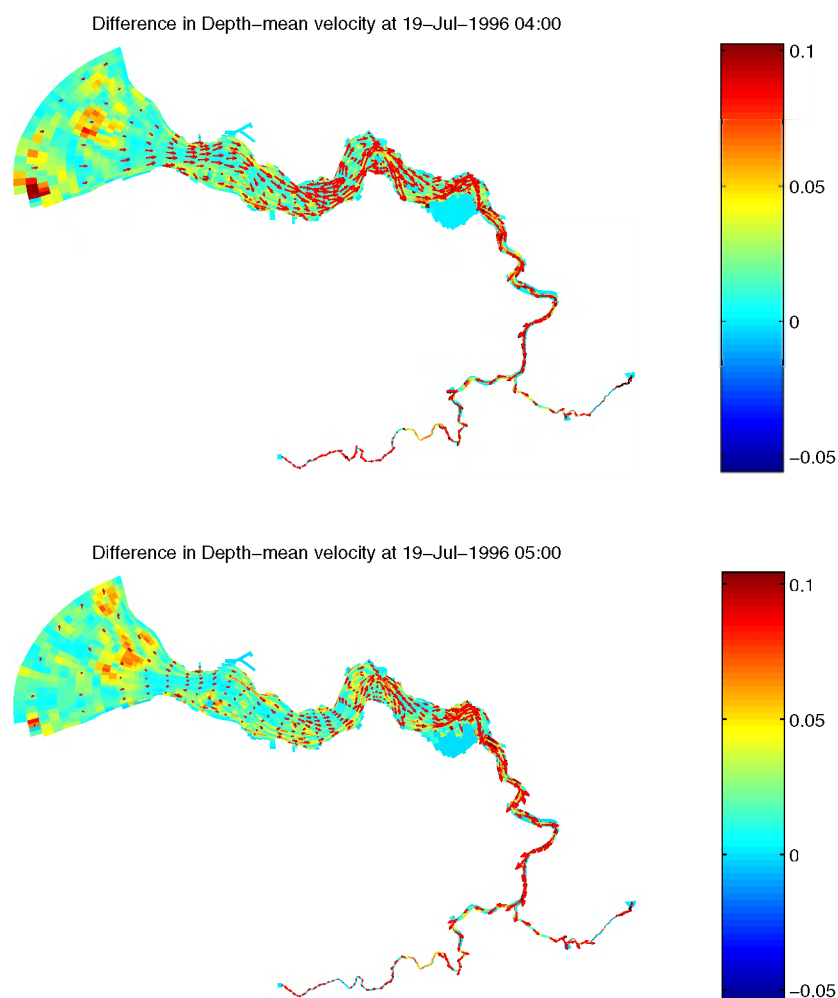
Waterstanden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansweert	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
AT4m-ATO	soms golven tot 0,08 m, gemiddeld geen verschil	geen verschil	geen verschil	geen verschil
AT4p-ATO	variatie $\pm 0,10 \text{ m}$, gemiddeld geen verschil	geen verschil	geen verschil	0,02 tot 0,04 m bij max vloed en eb

Stroomsnelheden	Westerschelde mond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
AT4m-ATO	tijdens vloed $+0,03 \text{ m/s}$ tijdens eb $+0,01 \text{ m/s}$	diepe geulen $+0,03 \text{ m/s}$, geulwanden $0,05 \text{ m/s}$, platen geen verschil	rond Drempel van Hansweert max verschil $0,1 \text{ m/s}$, geulranden $0,05 \text{ m/s}$	
AT4p-ATO	variatie $\pm 0,03 \text{ m/s}$	geulranden $+0,04 \text{ m/s}$, diepe geulen en platen geen verschil	geulranden $+0,05 \text{ m/s}$, platen geen verschil	tot $0,06 \text{ m/s}$ verhoging

Saliniteit	Westerschelde mond	Vlissingen- Hansw.	Hansweert- Bath	Bath- Antwerpen
AT4m-AT0	geen verschil	westelijk Hoge platen - 0,4, rest geen verschil	Hansweert - 0,15, Bath +0,2	grens +0,2 Antwerpen + 0,5
AT4p-AT0	geen verschil	nabij Terneuzen + 0,02. Rest geen verschil	Hansweert + 0,13 Bath -0,15	oplopend tot Antwerpen + 0,5

Page 15

SDSid/experiment : AT0/AT0 Date of plot : 11-Jan-1999 16:13:10
 SDSid2/exp : AT4p/AT4p
 Simulation 1 start : 17-Jul-1996 03:00
 Simulation 1 end : 22-Jul-1996 00:00
 Simulation 2 start : 17-Jul-1996 03:00
 Simulation 2 end : 22-Jul-1996 00:00



Figuur 8.6 Verskil in stroomsnelheden tussen som met viscositeit=5 m²/s (AT0) en viscositeit=10 m²/s (AT4p)

Uit de resultaten kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

-de grootte van de viscositeitsparameter heeft nauwelijks invloed op de waterstanden en de grootschalige waterbeweging. Waarschijnlijk zal de invloed bovenstrooms van Antwerpen groter zijn, maar dit gedeelte is niet meegenomen in de analyse.

-de effecten op de stroomsnelheden zijn groter dan de effecten op de waterstanden (zie Figuur 8.6). Met name bij de plaatranden en oevers veranderen de stroomsnelheden sterk. Op het traject Hansweert-Bath zijn deze effecten het grootst.

-De invloed op de zoutconcentraties is klein. Dit komt omdat de menging van zoet en zout water in de Westerschelde vrij goed is en dus vooral de diffusie een belangrijke rol speelt in de zoet-zout uitwisseling.

De viscositeitsparameter heeft dus de grootste invloed op de stroomsnelheden langs de plaat- en geulranden en heeft weinig invloed op de waterstanden en zoutconcentraties.

8.4 Samenvatting resultaten

In de onderstaande tabellen worden de resultaten van de analyse van het gevoeligheidsonderzoek nog eens kort samengevat.

Tabel 8.8 Samenvatting van de resultaten voortgekomen uit het onderzoek naar de nauwkeurigheid van fysische modellering

run	Waterstanden	Stroomsnelheden	Zout
AT1- - AT0	getijslag groter, rond LW lager, HW hoger (1-2 cm).	Nemen toe (diepe geulen) max 0,12 m/s	Zeeschelde zouter (0.6 ppm) max/min/gem
AT1+ - AT0	WM hoog-gelijk oosten: gs kleiner	Mond lager (behalve rond kentering)	Zeeschelde zoeter, Hanw-Bath zouter.
AT3-AT0	gering	aan rand 0,05 m/s	zuidelijk deel rand
AT4m-AT0	schommelingen mond Zeeschelde	max str +0.03 m/s oostelijk deel grotere verschillen	Hansweert-Bath
AT4p-AT0	gering	mond verschillen groot tijdens vloed, in diepe geulen en overgangen oevers	Hansweert-Bath
AWCB-AT0	geen verschil	nabij Westkapelle soms verschillen 0,05 m/s	verschil nabij Vlissingen (0,5 ppt) verdwijnt
fngr-fn	amplitude wordt kleiner en getijgolf loopt achter	verschillen maximaal 0,20 m/s in het westelijk deel	fluctuaties van 0,2 ppt bij Bath
run	Waterstanden	Stroomsnelheden	Zout
Bwu2-BT0	Bath+ 0,10 m WSM gelijk	Diepe geulen en platen max 0,07 m/s groter	Grens-Schelde zouter (0,4 ppt)
Bwg5-BT0	Fluctuaties monding golf loopt door Westerschelde	Verschillen groot in monding 0,05 m/s	Vlakte vd Raan verhoging
Bcha-BT0	Fluctuaties monding	in mond 0,06 m/s verschil en WS 0,01 m/s	verlaging tot 0,25 ppt op Schelde
BChb-BT0	Fluctuaties monding, verlaging in hele gebied tot 0,10 m op Schelde	plaatranden verhoging, zowel bij eb als vloed kleine verschillen	Bij Bath vermenging, Saeftinge verlaging (0,4 ppt)
run	Waterstanden	Stroomsnelheden	Zout
Cwu2-CT0	Bij Bath zijn waterstanden 0,08 m hoger	in geulen tot 0,07 m/s grotere stroomsnelheden	geen verschil
Cwg5-CT0	Fluctuaties monding	In monding grootste verschillen	geen verschil
Ccha-CT0	Westerscheldemonst verhoging (9:00 uur) met enkele centimeters, verlaging in rest gebied (max 7 cm Bath).	Oostgat grotere verschillen (0,06 m/s), Wielingen gelijke stroomsnelheden.	Zout dringt via Oostgat verder naar binnen. Bij Bath andere menging, Saeftinge
CChb-CT0	Verlaging in hele model. (max 0,25 m)		

In onderstaande tabel zijn de berekende RMS en maximum residuen gepresenteerd:

Tabel 8.9 Overzicht van de Root mean square en Maximum residu van alle uitgevoerde berekeningen

	RMS	max residual	omschrijving
ATO	0,09	0,29	basisrun
AT1-	0,15	0,74	Manning -10%
AT1+	0,1	0,38	Manning +10%
AT3	0,11	0,87	verschoven rand
AT4m	0,09	0,36	visc=1
AT4p	0,09	0,28	visc=10
AWCB	0,09	0,28	White-Colebrook
fn	0,08	0,41	fijn model
fngr	0,09	0,41	fijn model-grove bodem
BT0	0,2	0,79	basisrun
Bwg5	0,2	0,8	wind+5°
Bwu2	0,17	0,69	wind+2 m/s
Bcha	0,24	0,86	Charnock, $\beta=0,0144$
Bchb	0,22	0,82	Charnock, $\beta=0,0320$
CT0	0,12	0,4	basisrun
Cwg5	0,12	0,39	wind+5°
Cwu2	0,12	0,55	wind+2 m/s
Ccha	0,23	0,63	Charnock, $\beta=0,0320$
Cchb	0,24	0,70	Charnock, $\beta=0,0144$

De gegevens uit de bovenstaande tabel zijn in de Figuren 8.7 tm 8.9 gepresenteerd

Om een goede vergelijking te kunnen maken tussen de effecten van de verschillende parameters zijn hieronder voor alle berekeningen van periode A de verschillen in waterstanden en stroomsnelheden tussen de T0-berekening en de som met de gewijzigde parameter gepresenteerd.

Tabel 8.10 Overzicht van de numerieke bijdragen van de fysische parameters op de waterstanden, stroomsnelheden en zoutconcentraties in verschillende gebieden van de Westerschelde tijdens een rustige periode

waterstanden (m)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/AT0	0,05	0,06	0,07	0,07
manning	0,02	0,04	0,06	0,08
viscositeit	0,00	0,00	0,01	0,02
ligging rand	0,01	0,00	0,01	0,06
formulering bod.ruwh.	0,00	0,00	0,01	0,01
gedetailleerde bodem	0,01	0,02	0,04	0,08
som parameters	0,09	0,14	0,26	0,36
Totaal	0,07	0,09	0,11	0,13

stroomsnelheden (m/s)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/AT0	-	-	-	-
manning	0,04	0,08	0,10	
viscositeit	0,02	0,03	0,04	
ligging rand	0,03	0,01	0,00	0,00
formulering bod.ruwh.	0,02	0,02	0,01	0,00
gedetailleerde bodem	0,04	0,10	-	-

zoutconcentraties (ppt)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/AT0	-	-	-	-
manning	0,04	0,1	0,3	0,6
viscositeit	0,00	0,05	0,1	0,4
ligging rand	0,2	0,08	0,03	0,4
formulering bod.ruwh.	0,00	0,1	0,1	0,3
gedetailleerde bodem	0,05	0,2	0,2	0,2

De waterstanden bij de randvoorwaarden /AT0-situatie zijn bepaald aan de hand van de getijslagen. Bij Antwerpen is de getijslag 50% groter dan bij Vlissingen dus is ook de invloed van de randvoorwaarden 50% groter.

De grootste invloed op de waterstanden hebben de randvoorwaarde (AT0), de bodemruwheid en de bodemgeometrie. Het initieel zoutveld heeft invloed op de waterstand nabij Bath.

De ligging van de rand en de formulering van de bodemruwheid hebben een minder grote invloed op de waterstanden en waterbeweging in het algemeen.

De grootste invloed op de stroomsnelheden hebben de bodemruwheid, de bodemgeometrie en de viscositeit.

De grootste invloed op de zoutconcentratie heeft de manningwaarde. Parameters zoals het initieel zoutveld en de returntime hebben een nog grotere invloed maar zijn niet in deze rapportage opgenomen.

In Tabel 8.11 is de invloed van de verschillende formuleringen voor windschuifspanning en grote van windsnelheden voor een periode met een variabel windveld gepresenteerd.

Tabel 8.11 Overzicht van de numerieke bijdragen van de fysische parameters op de waterstanden, stroomsnelheden en zoutconcentraties in verschillende gebieden van de Westerschelde tijdens een ruimtelijk sterk variabele storm

Waterstanden (m)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/BTO	0,13	0,15	0,17	0,20
windsnelheden	0,03 (0,03)	0,05 (0,02)	0,08 (0,02)	0,10 (0,04)
windrichting	0,00	0,01	0,01 (0,01)	0,00
charnock formulering	-0,02	-0,04	-0,06	-0,08
som parameters	0,18	0,25	0,31	0,38
Totaal	0,13	0,22	0,22	0,18

Stroomsnelheden (m/s)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/BTO	-	-	-	-
windsnelheden	0,05 tot 0,1	0,03	0,03	0,01
windrichting	+ 0,06	0,01	0,01	0
charnock formulering	+ 0,05	0,03	0,02	

Saliniteit (ppt)	Westerscheldemond	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/BTO	-	-	-	-
windsnelheden	+0,02	+0,1	+0,15	+0,25
windrichting	0,05	0	0	0,05-0,1
charnock formulering	- 0,02	-0,04	-0,12	-0,22

In Tabel 8.11 is te zien dat de invloed van de windsnelheid op waterstanden, stroomsnelheden en saliniteit groter is dan de windrichting.

De verschillen met de Charnock-formulering zijn ook groot maar dit is te wijten aan een te laag berekende windschuifspanning met de Charnock-formulering. De waterbeweging wordt daardoor niet goed (of nog slechter dan in de T0-situatie) berekend.

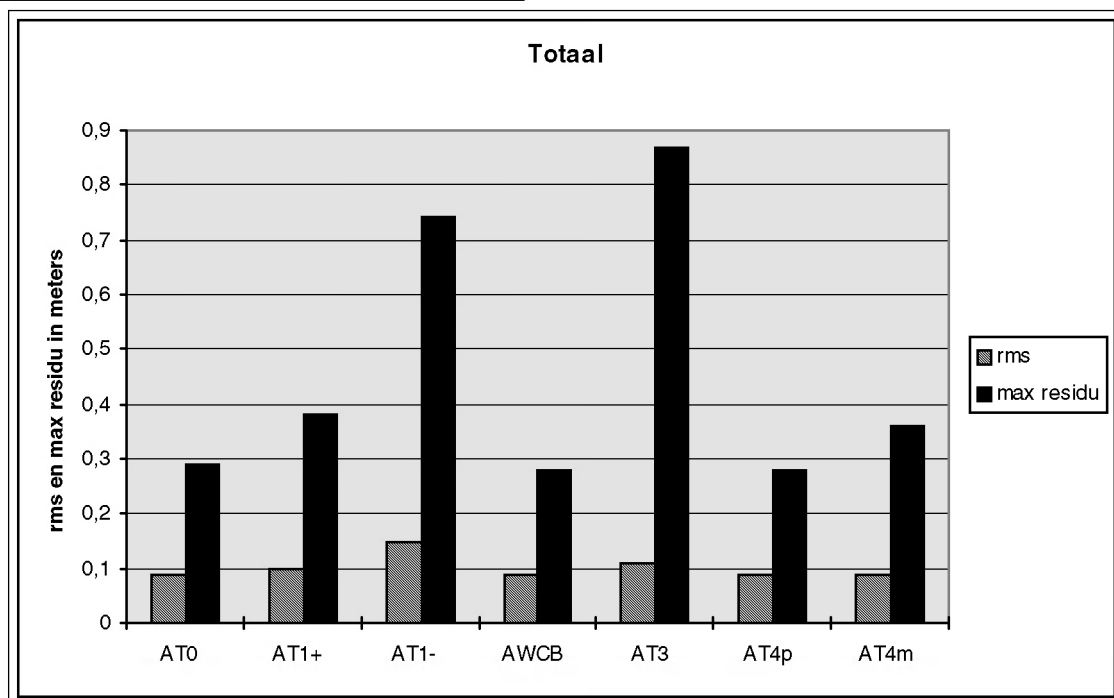
Tabel 8.12 Overzicht van de numerieke bijdragen van de fysische parameters op de waterstanden, stroomsnelheden en zoutconcentraties in verschillende gebieden van de Westerschelde tijdens een ruimtelijk homogene storm

Waterstanden (m)	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/CTO	0,07	0,08	0,09	0,10
windsnelheden	0,03 (0,03)	0,05 (0,02)	0,08 (0,02)	0,10 (0,04)
windrichting	0	0	0	0,03
charnock formulering	-0,11	-0,12	-0,14	-0,06
som parameters	0,21	0,25	0,31	0,29
Totaal	0,07	0,10	0,13	0,14

Stroomsnelheden (m/s)	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/CTO	-	-	-	-
windsnelheden	0,06	0,08	0,06	0,01
windrichting	0,01-0,04	0,01	0	0
charnock formulering	0,05	0,03	0,03	

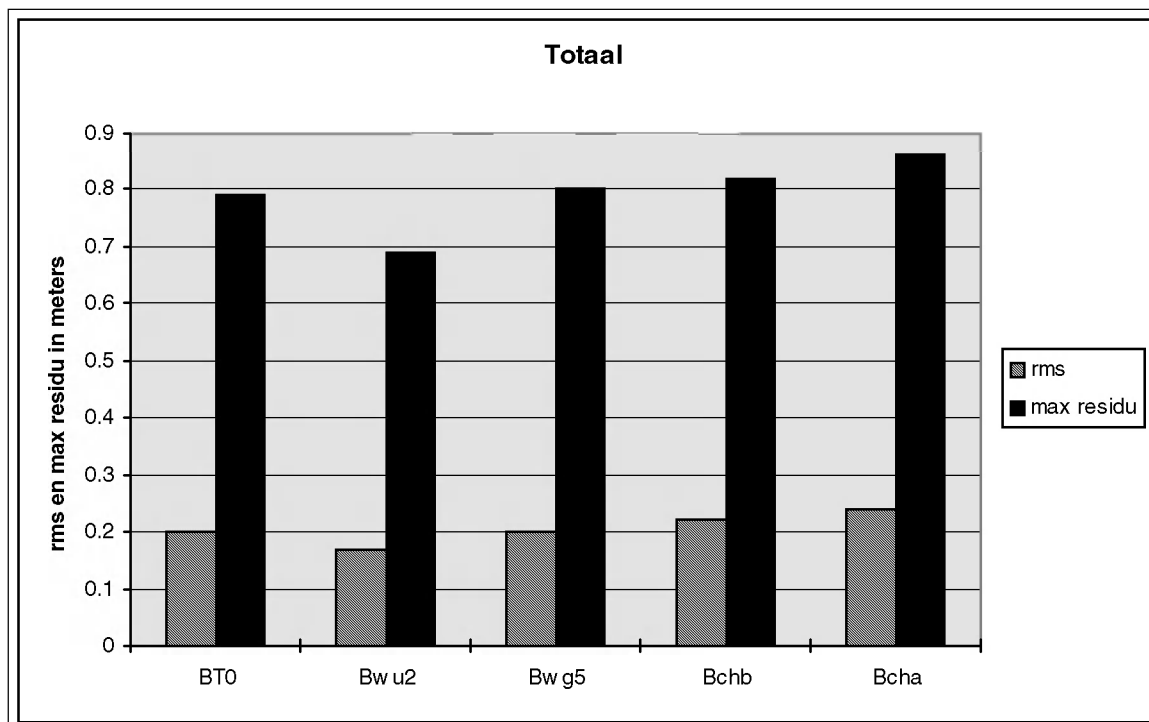
Saliniteit (ppt)	Westerscheldemon	Vlissingen-Hansw.	Hansweert-Bath	Bath-Antwerpen
randvoorwaarden/CTO	-	-	-	-
windsnelheden	0,2	0	0,1	-0,2
windrichting	-0,05	0	-0,04	+0,08
charnock formulering	0,05	0,08	-0,1	+0,2

Wanneer Tabel 8.12 met Tabel 8.11 voor periode B wordt vergeleken, valt op dat de verschillen voornamelijk in de TO-berekeningen zitten. Tijdens periode B is de fout in de beginsituatie veel groter dan bij periode C. Beide periode reageren op ongeveer de zelfde wijze op de variatie in windsnelheden, windrichtingen of formulering van de C_d -waarde.



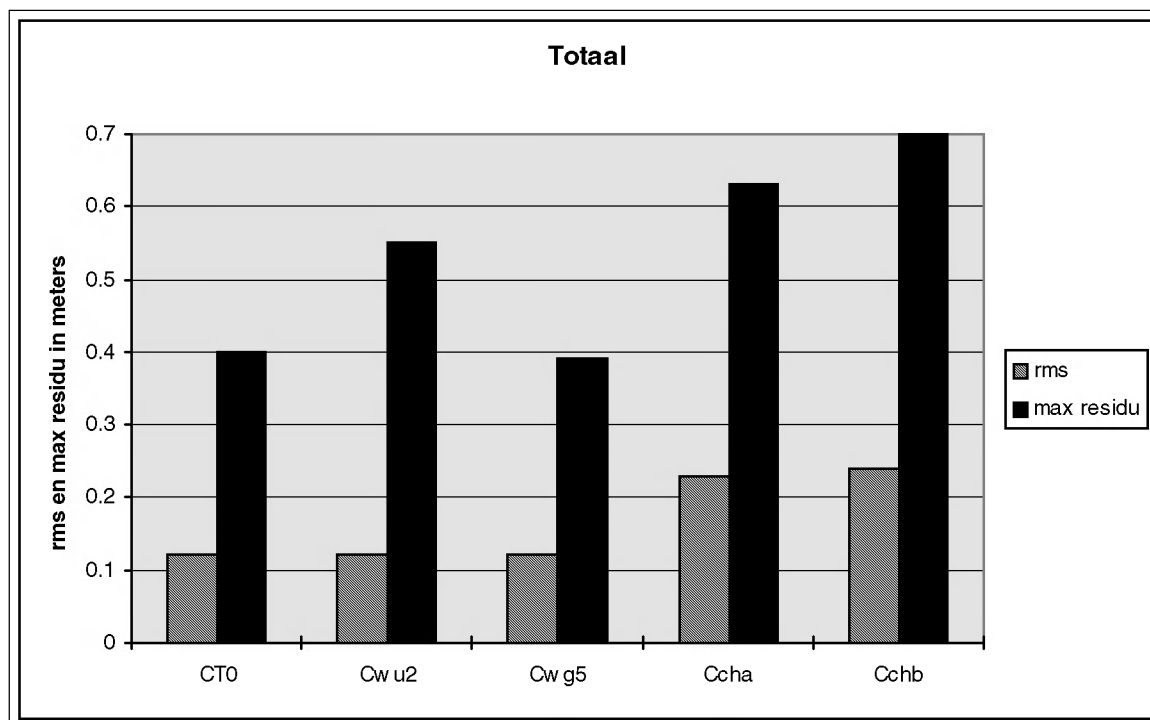
Figuur 8.7 Verschillen tussen berekening en meting AT0

som	omschrijving	som	omschrijving
AT0	basisrun	AT4m	visc=1
AT1-	Manning -10%	AT4p	visc=10
AT1+	Manning +10%	AWCB	White-Colebrook
AT3	verschoven rand		



Figuur 8.8 Verschillen tussen berekening en meting BT0

som	omschrijving
BT0	basisrun
Bwg5	wind+5°
Bwu2	wind+2 m/s
Bcha	Charnock, $\beta=0,0144$
Bchb	Charnock, $\beta=0,0320$

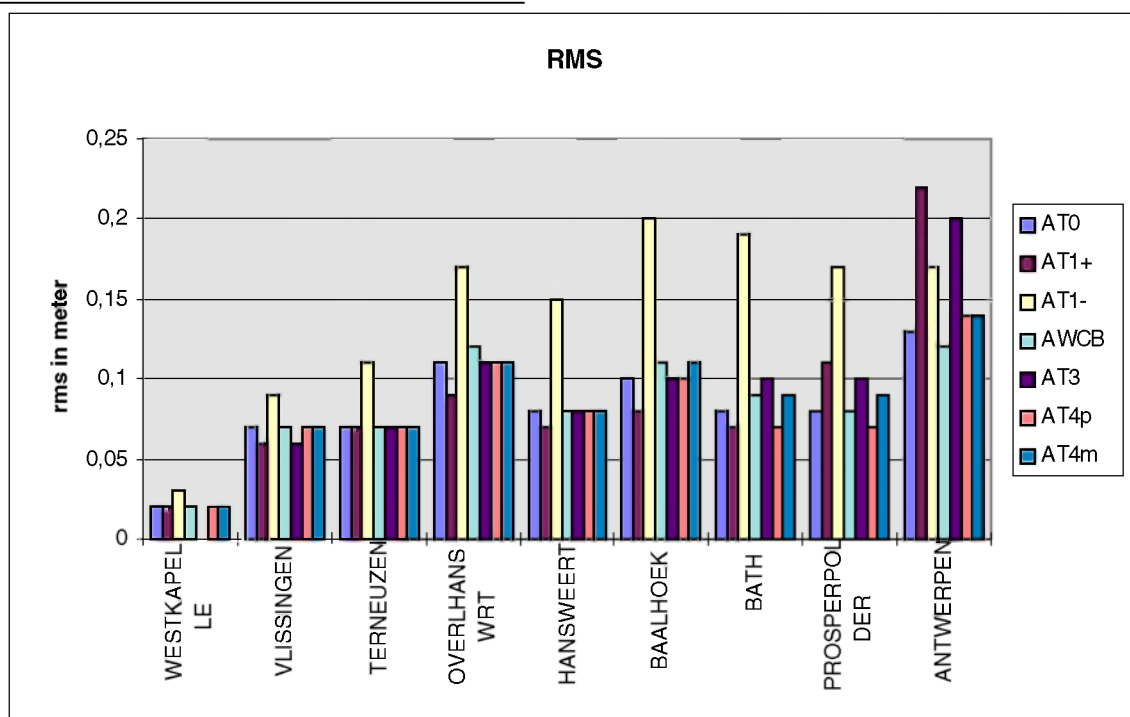


Figuur 8.9 Verschillen tussen berekening en meting CT0

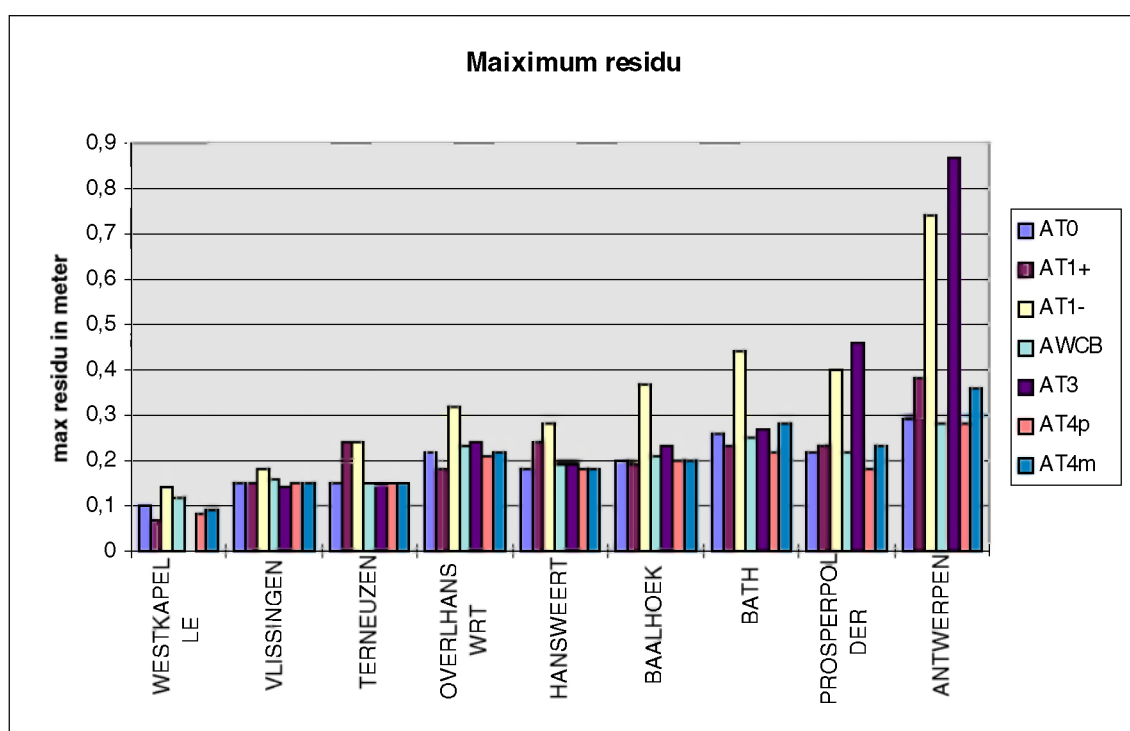
som	omschrijving
CT0	basisrun
Cwg5	wind+5°
Cwu2	wind+2 m/s
Ccha	Charnock, $\beta=0,0320$
Cchb	Charnock, $\beta=0,0144$

Om de nauwkeurigheid van de verschillende parameters per station te bepalen zijn voor een periode van 3 dagen de root mean square van de verschillen tussen de metingen en berekeningen bepaald. Tevens is ook het maximum residu vastgesteld. Dit is het maximale verschil tussen meting en berekening. In de Figuren 8.10 tm 8.17 zijn de resultaten van deze analyse weergegeven.

De figuren geven duidelijk aan op welke parameters de waterstand gevoelig reageert en op welke niet. Een nadeel van deze methode is wel dat de grootte en richting van de verandering niet duidelijk uit de figuren is te halen en tijdens welk gedeelte van het getij de grootste veranderingen optreden. Een faseverschuiving kan hetzelfde verschil in RMS-waarde veroorzaken als een amplitude-verandering terwijl het fysisch gezien een geheel andere verandering is.

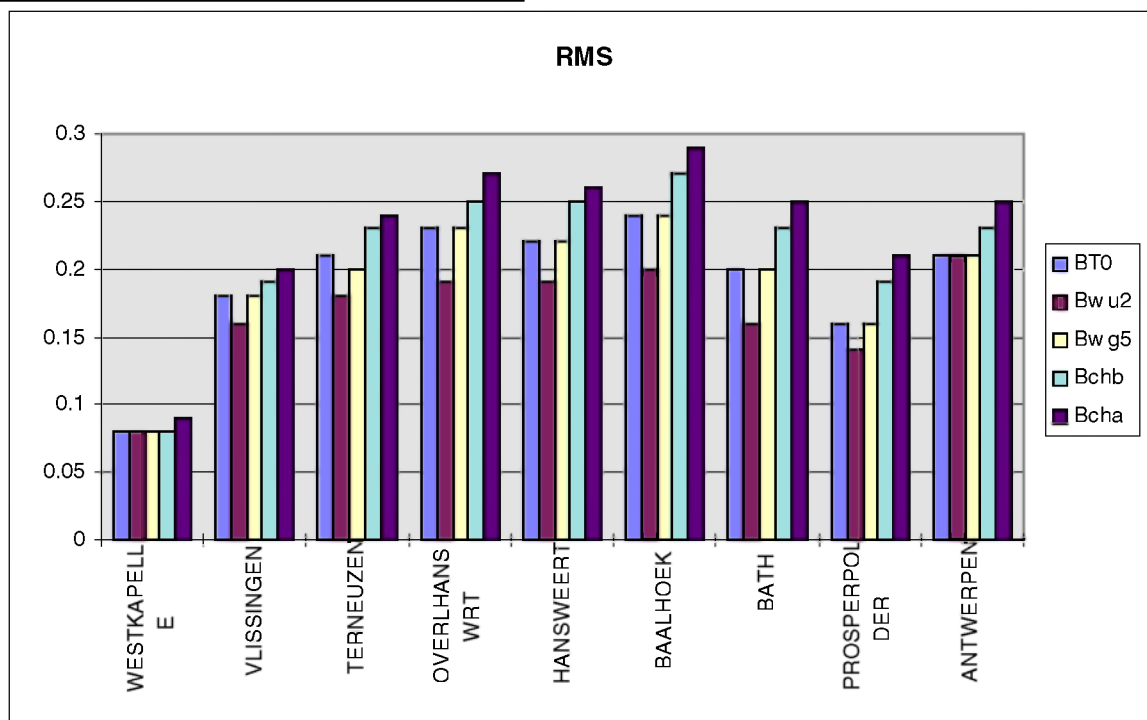


Figuur 8.10 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens rustige periode

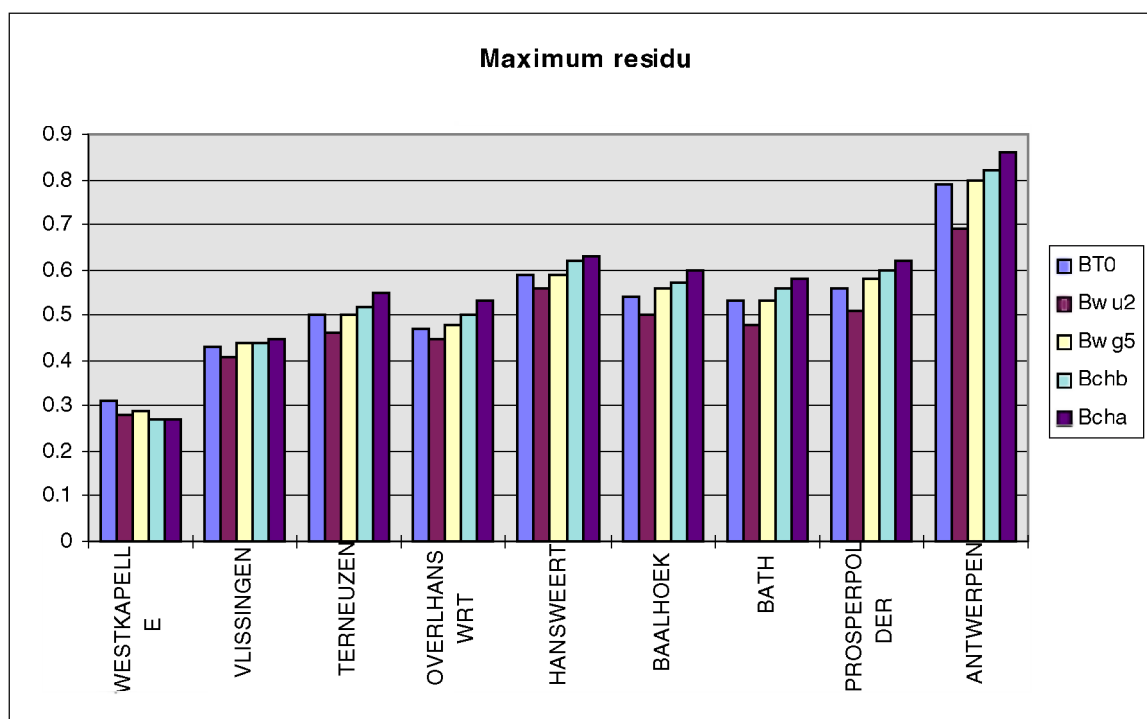


Figuur 8.11 Maximum residu van berekeningen tijdens rustige periode

Wat opvalt in de Figuren 8.10 en 8.11 is dat de Manningwaarde (AT1- en AT1+) de grootste invloed heeft op de waterstanden. De verschoven rand (AT3) heeft invloed voorbij Bath.



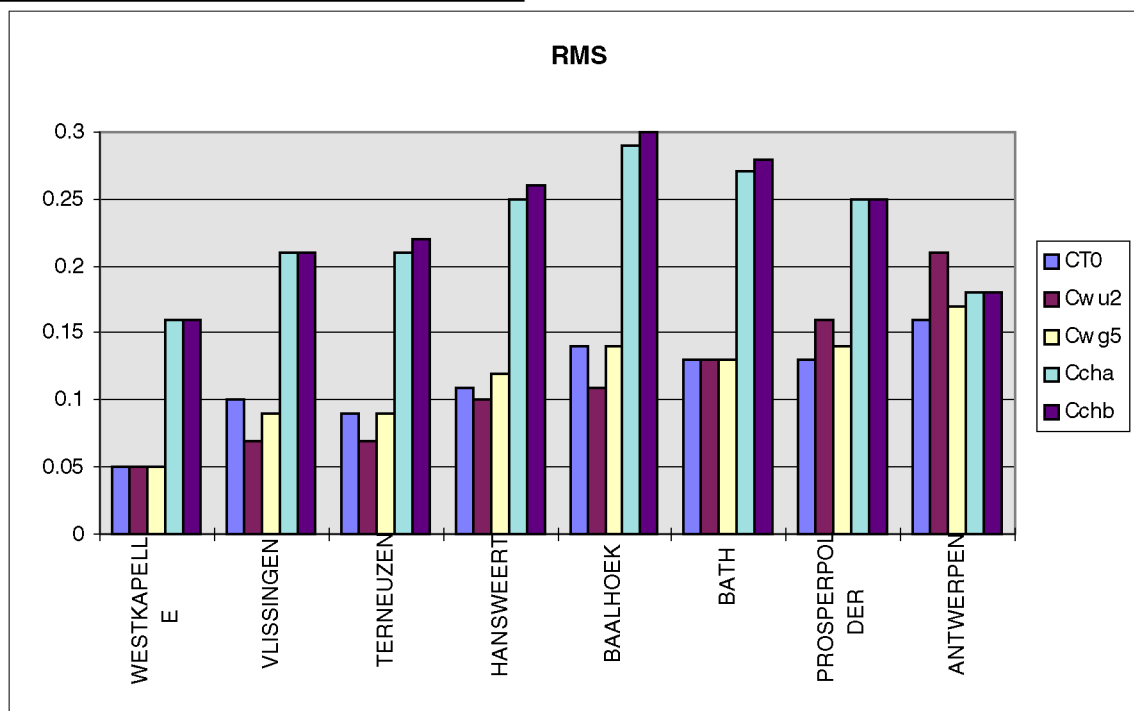
Figuur 8.12 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens ruimtelijk sterk variabele storm (in meters)



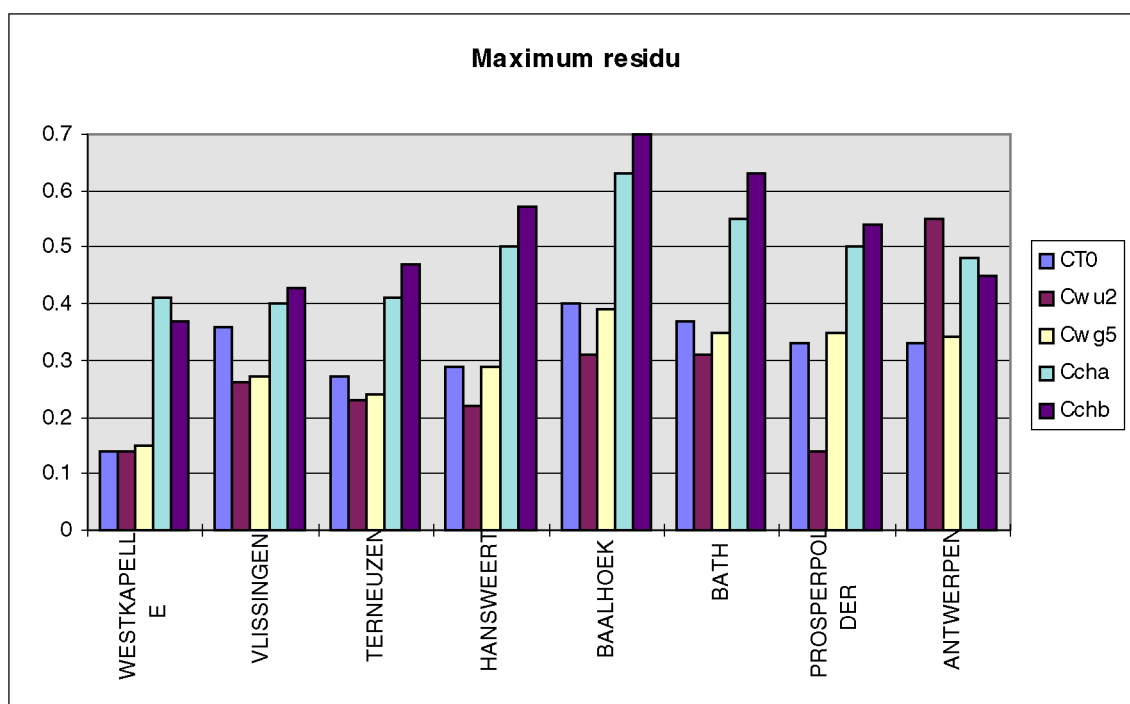
Figuur 8.13 Maximum residu van berekeningen tijdens ruimtelijk sterk variabele storm (in meters)

In de Figuren 8.12 en 8.13 is duidelijk dat de nauwkeurigheid van het model tijdens een ruimtelijk sterk variabele storm beter kan. Een RMS van rond de 0,20 m in het hele model is te groot en residuen die tot 0,90 m oplopen geven geen geloofwaardig beeld.

De reden hiervoor is dat de randvoorwaarden niet nauwkeurig genoeg zijn en dat een uniforme windsnelheid en -richting voor het hele model bij deze storm geen goed beeld geeft van de werkelijke situatie. Het is daarom niet vreemd dat een hogere windsnelheid (Bwu2) voor bijna alle stormen een verbetering oplevert.

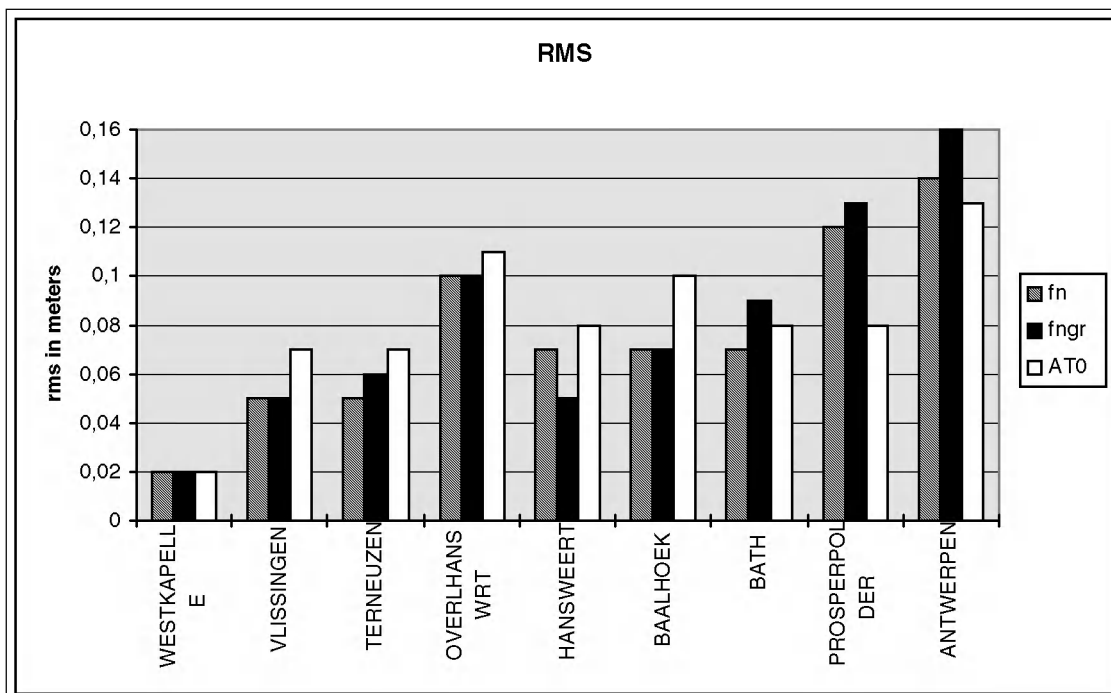


Figuur 8.14 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens ruimtelijk homogene storm (in meters)

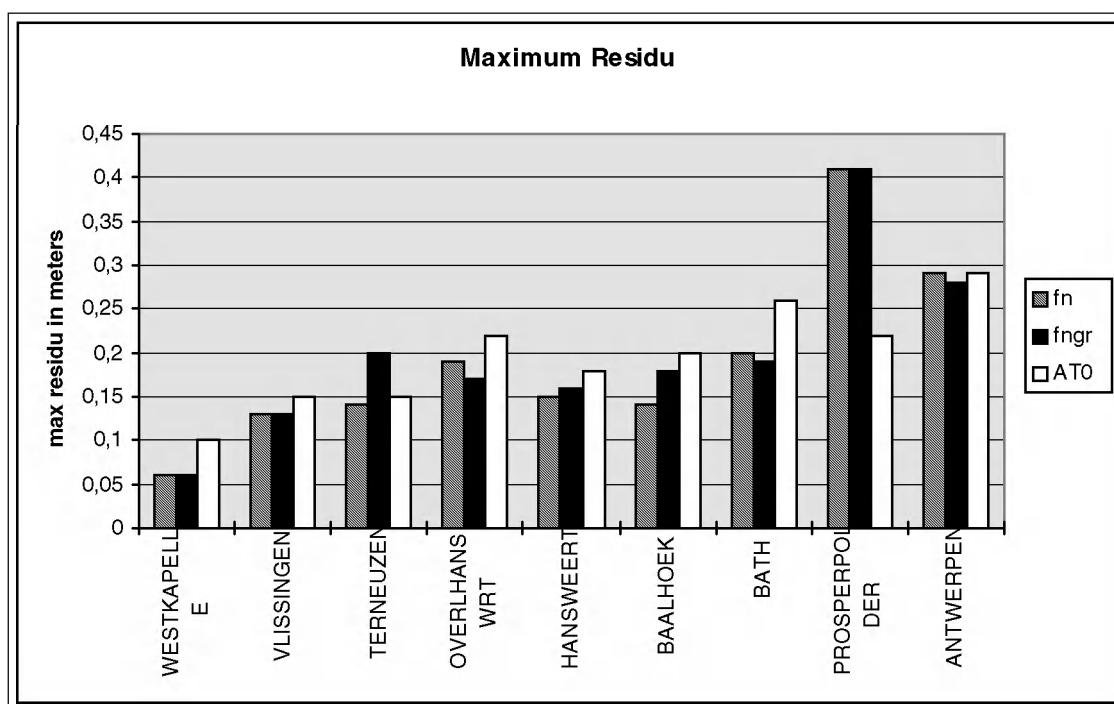


Figuur 8.15 Maximum residu van berekeningen tijdens ruimtelijk homogene storm (in meters)

In vergelijking tot de Figuren 8.12 en 8.13 zijn de waarden in de Figuren 8.14 en 8.15 kleiner. Een hogere windsnelheid (Cwu2) geeft in de stations westelijk van Hansweert een verbetering te zien die oostelijk van Hansweert verdwijnt. Dit is ook logisch wanneer de windsnelheid en -richting bij Hansweert als uniforme wind voor het hele model gebruikt worden. Duidelijk zichtbaar is ook de globale fout die het rekenen met een Charnock-formulering voor de windschuifspanning met zich meebrengt.



Figuur 8.16 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens rustige periode (in meters)



Figuur 8.17 Maximum residu van berekeningen tijdens rustige periode (in meters)

In de Figuren 8.16 en 8.17 zijn de resultaten van de berekening met het fijn rooster (fn), het fijne rooster met een grove bodemschematisatie (fngr) en de berekening met het grove rooster (ATO) tegen elkaar uitgezet. Het fijnmazige rooster geeft betere resultaten dan het grofmazige rooster, behalve voorbij Bath. Een grove bodemschematisatie geeft iets slechtere resultaten dan de fijne bodemschematisatie. Dit is logisch want het fijnmazige model is voor een fijne bodemschematisatie afgeregeld en zal dus betere resultaten opleveren.

9 Conclusies

In deze eerste pilot voor het bepalen van de reproductienauwkeurigheid is met behulp van een twee-dimensionaal model van de Westerschelde, het zg. SCALWEST 2DH-model, bestudeerd wat de verschillende bijdragen aan het uiteindelijke verschil tussen model en meting zijn. Als uitgangspunt is hier gekozen dat de volledige Navier-Stokes vergelijkingen in principe tot een relatief hoge nauwkeurigheid leiden, mits er oneindige rekencapaciteit aanwezig is. Vanuit dit uitgangspunt worden onnauwkeurigheden in het model veroorzaakt door:

- onvolledige kennis van de gebruikte parameters,
- benaderingen met doel het versnellen van het model en
- numerieke fouten.

Daarnaast zijn er andere onzekerheden indien de resultaten met metingen worden vergeleken, namelijk:

- meetfouten en
- representatiefouten.

Uit de experimenten blijkt dat de nauwkeurigheid van waterstanden sterk varieert binnen het model. In het mondingsgebied zijn de verschillen met gemeten waterstanden aanzienlijk kleiner dan tussen Bath en Antwerpen. Bovendien is er een sterke afhankelijkheid van de weersituatie; tijdens rustig weer is het model nauwkeuriger dan tijdens een storm. Hierbij blijkt ook het type storm nog van belang. Grote ruimtelijke variaties in het windveld zorgen voor een grotere onnauwkeurigheid. Het is moeilijk uitspraken te doen over de nauwkeurigheid van het model voor stroomsnelheden en saliniteit omdat er in deze eerste pilot geen metingen van deze types zijn gebruikt. Voor waterstanden geldt ongeveer de volgende gemiddelde nauwkeurigheid.

Waterstanden	Westelijk deel	Oostelijk deel
Rustig weer	7 cm	10 cm
Ruimtelijk homogene storm (max. ± 20 m/s)	10 cm	15 cm
Ruimtelijk sterk variabele storm (max. ± 20 m/s)	18 cm	25cm

Met een groot aantal berekeningen is vervolgens de gevoeligheid van het model voor een veelheid aan aspecten bestudeerd. Uit deze gevoeligheden in combinatie met een schatting van de nauwkeurigheid van de parameter is per benadering of parameter een schatting gemaakt van de bijdrage aan de totale modelnauwkeurigheid. Uit de resultaten van deze experimenten blijkt dat van het grote aantal mogelijke foutenbronnen er een klein aantal dominant is.

Tijdens rustige weersomstandigheden leveren de onzekerheden

aan de open rand	(± 5 cm),
in tijdintegratie	(± 3 cm),
door droogvalprocedure	(± 10 cm) en

de meeste bijdrage aan de totale reproductiefout. Hierbij moet worden opgemerkt dat de werkelijke residuen aanzienlijk kleiner zijn dan de som van deze bijdragen. Dit kan worden verklaard door het feit dat tijdens het calibratieproces een aantal afregelparameters zodanig worden ingesteld dat de fouten die zij veroorzaken gedeeltelijk tegen elkaar wegvallen.

Tijdens stormachtige weersomstandigheden dragen de onzekerheden in

de windinvoer	(3-10 cm)
de berekening van de windschuifspanning	
m.b.v. C_d -parameter	(± 10 cm)
de wind-drag formulering	(± 5 cm)

in grotere mate bij aan de totale reproductiefout.

Doordat er in deze studie geen metingen van stroomsnelheden en saliniteiten zijn gebruikt is het moeilijk uitspraken te doen over de nauwkeurigheid van het model voor deze variabelen. Wel kan op grond van de gevoeligheidsstudie een aantal aspecten worden genoemd. In tegenstelling tot waterstanden zijn snelheden aan de rand van een geul gevoelig voor de horizontale viscositeit. Omdat er geen nauwkeurige schattingen van deze parameter beschikbaar zijn levert dit een belangrijke bron van onzekerheid in deze gebieden. Verder is net als bij waterstanden de Manning-parameter en tijdintegratie van belang. Tenslotte kan de stroming in tegenstelling tot de waterstand zeer snel in de ruimte variëren. Dit is vrijwel altijd het gevolg van variaties in de bodemdiepte. Bij steile bodemgradiënten, dammen, e.d. kunnen dus grote verschillen optreden tussen berekende en waargenomen stroomsnelheden.

In de gevoeligheidsstudie bleken de berekende saliniteiten ongevoelig voor variaties van de meeste parameters. Alleen de initiële waarde van het zoutveld is van echt belang. Dit kan worden verklaard doordat het zoutveld wordt gevormd door een evenwicht tussen dispersie en zoetwaterafvoer. Dit proces speelt zich af op een grotere tijdschaal dan de paar dagen van de hier gebruikte berekeningen. Om de werkelijke variatie en invloed van het zout te bestuderen zijn veel langere simulaties nodig. Hiervan is vanwege de rekentijd hier afgezien.

Op grond van de gevoeligheidsanalyse waarin enkele numerieke aspecten zijn bestudeerd, is gebleken dat de tijdintegratie en droogvalprocedure verreweg de belangrijkste bronnen van onnauwkeurigheid in de reproductie van waterstanden en stroomsnelheden vormen.

10 Aanbevelingen

Hieronder volgt een recapitulatie van de aanbevelingen voor het SCALWEST model en de ontwikkeling van het instrument om de reproductie-nauwkeurigheid van modellen:

SCALWEST model:

- Voor een compleet beeld van de reproductienauwkeurigheid is het nodig de analyse voor de stroomsnelheden en saliniteit verder uit te breiden. In een dergelijke studie is een vergelijking met metingen noodzakelijk om de invloed van het afregelen te kunnen inschatten.
- Alle berekeningen in deze eerste pilot zijn uitgevoerd met een dieptegemiddeld model. Dit impliceert dat variaties in de verticaal, spiraalstromen en dergelijke per definitie niet kunnen optreden. In de tweede pilot in 1999 zullen er berekeningen met een 3D model worden uitgevoerd. Door deze resultaten te vergelijken met die van een 2DH berekening kan een schatting worden gemaakt van de bijdrage van dieptemiddeling aan de onnauwkeurigheid.
- Tijdens dit onderzoek is niet gekeken naar de dispersie. Doordat het water aan het oppervlak meestal een iets grotere snelheid heeft dan aan de bodem wordt de impuls in dieptegemiddelde zin verstrooid over een groot oppervlakte. In een 2DH-model ziet dit er uit als diffusie en wordt vaak op die manier in het model ingebracht. In een 3D-berekening is het mogelijk de dispersie uit te rekenen.
- De resultaten van de waterbeweging tijdens een ruimtelijk homogene storm zijn redelijk goed. Bij een ruimtelijk sterk variabele storm zijn de verschillen groter. Verder onderzoek naar de mogelijkheden dit te verbeteren zullen de reproductienauwkeurigheid verbeteren. Hierbij kan zowel gedacht worden aan variabele windvelden als aan een optimalisatie om de Cd-waarde te berekenen.

Reproductienauwkeurigheid:

- In deze eerste pilot zijn vanwege de overzichtelijkheid de fouten niet uitgesplitst naar getijfase. De getijfase blijkt echter in een aantal gevallen van belang. Het toevoegen van extra statistiek omtrent hoogwaters en laagwaters en faseverschillen aan de basisanalyse is om die reden toch relevant. Bovendien zijn dit belangrijke statistieken voor validatie en operationeel voorspellen.
- Om het inzicht in de resultaten van de basisanalyse te vergroten zouden de klassen duidelijker aangegeven kunnen worden en zou het handig zijn in te kunnen zoomen en de dichtheid van de vectoren te kunnen aanpassen.
- Om de verschillen in stroomsnelheden te visualiseren is het beter de absolute snelheden van elkaar af te trekken en de hoekverdraaiing apart hiervan te presenteren.
- Uit ervaring is gebleken dat het droogvallen en onderlopen van gebieden in WAQUA niet altijd probleemloos verloopt. Tevens introduceert het droogvallen en onderlopen numerieke fouten. Met een gevoeligheidsstudie kan de invloed hiervan op de uiteindelijke berekeningsresultaten worden geschat.

-
- Het is aan te bevelen om de reproductienauwkeurigheid m.b.t. de numerieke zaken, zoals besproken in Hoofdstuk 7, als tool te implementeren in WAQUA-in-SIMONA.

Literatuurlijst

Auteur	RIKZ-nr	Titel en gegevens
		"User's Guide WAQUA; General Information", SIMONA-report 92-10, 1992
Aris, R.		"Vectors, tensors and the basic equations of fluid mechanics", Prentice-Hall Inc., Englewoods Cliffs, N.J., 1962
Dam, G.	RIKZ/OS-98.894X	"De afregelprocedure van het SCALWEST model onder stormvloedomstandigheden", 1998, Werkdocument
Jansen, M.H.P.	RIKZ/OS-98.167X	"Studie effect variabel windveld t.b.v. project NAUTILUS", 1998
Jansen, M.H.P.		"Bouw en validatie TRISCAL t.b.v. project VERDIEPING", Ingenieursbureau Svašek B.V., rapport 97420/1011, Middelburg, 1997
Jansen, M.H.P.		"Afbouw SCALWEST modellen t.b.v. project VERDIEPING", Ingenieursbureau Svašek B.V., rapport 98165/1047, Middelburg, 1998
Onvlee, J.		"The performance of various drag relations in the WAQUA storm-surge model", 1992, KNMI-rapport
Zijlema, M.	RKZ-438,	"TRIWAQ - three-dimensional shallow water flow model", Technical documentation, Version 1.1, 1998

-
- .
- 2.1 Het grove rooster van het Westerschelde model
 - 3.1 Lokatie meetpunten in de Westerschelde
 - 6.1 RMS- en maximumwaarden van berekening met astronomisch getij
 - 6.2 RMS- en maximumwaarden van berekening met ruimtelijk sterk variabele windveld
 - 6.3 RMS- en maximumwaarden van berekening met ruimtelijk homogeen windveld
 - 7.1a Fout in waterstand met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie
 - 7.1b Fout in stroomsnelheid met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie
 - 7.1c Fout in saliniteit met $\Delta t=1.0$ min. t.g.v. tijdintegratie
 - 7.2 Ruimtelijke verdeling van het Courant-getal
 - 7.3 Ruimtelijke verdeling van de maaswijdte variatie in x- en y-richting
 - 7.4 Ruimtelijke verdeling van cell-aspect ratio en orthogonaliteit
 - 7.5 Ruimtelijke verdeling van resolutie
 - 7.6 Bijdrage van advection en niet-orthogonale gedeelte in u -impuls vgl.
 - 7.7 Bijdrage van advection en niet-orthogonale gedeelte in v -impuls vgl.
 - 7.8 Bijdrage van verhang en niet-orthogonale gedeelte in x-richting
 - 7.9 Bijdrage van verhang en niet-orthogonale gedeelte in y-richting
 - 7.10 Invloed rekking van rooster op $\partial\zeta/\partial x$
 - 7.11 Invloed rekking van rooster op $\partial\zeta/\partial y$
 - 7.12 Effect van wijziging in droogvalprocedure op waterstanden
 - 7.13 Effect van wijziging in droogvalprocedure op stroomsnelheden
 - 8.1 Verschil in saliniteit tussen BTO-som en Charnock-formulering
 - 8.2 Verschil in stroomsnelheden tussen ATO-som en verschoven rand
 - 8.3 Verschil in stroomsnelheden tussen BTO-som en som met hardere wind
 - 8.4 Verschil in waterstanden tussen ATO-som en som met lagere Manning-waarden
 - 8.5 Verschil in saliniteit tussen ATO-som (formulering Manning) en formulering volgens White-Colebrook
 - 8.6 Verschil in stroomsnelheden tussen som met viscositeit=5 (ATO) en som met viscositeit=10 (AT4p)
 - 8.7 Verschillen tussen berekening en meting ATO
 - 8.8 Verschillen tussen berekening en meting BTO
 - 8.9 Verschillen tussen berekening en meting CTO
 - 8.10 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens rustige periode
 - 8.11 Maximum residu van berekeningen tijdens rustige periode
 - 8.12 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens ruimtelijk sterk variabele storm
 - 8.13 Maximum residu van berekeningen tijdens ruimtelijk sterk variabele storm
 - 8.14 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens ruimtelijk homogeen storm
 - 8.15 Maximum residu van berekeningen tijdens ruimtelijk homogene storm
 - 8.16 Root mean square (RMS) van berekeningen tijdens rustige periode
 - 8.17 Maximum residu van berekeningen tijdens rustige periode (in meters)