

directie waterhuishouding en waterbeweging  
district kust en zee  
adviesdienst hoorn

518

nota <sup>WKZ-85.H018</sup>  
2586

Courant résiduel. Analyse des mesures  
Courantométriques. Complement du rapport.  
(Residual Current. Analysis of current  
records)

XIII<sup>e</sup> Journées de l'Hydraulique  
Marseille 11, 12, 13 sept. 1984

projectcode							

auteur(s): ir. M. Elorche

datum: Juillet 1984

bijlagen:

samenvatting:

Abstract: The signal of the observed current on the Eastern of Scheldt and along the coast of Texel island is examined by means of several low-pass digital filters to remove tidal period part as to obtain the residual current. The Godin filter moves the tidal period but causes same attenuation of amplitude with a period about 2 days. However this is an important part of the original signal caused indeed through wind effects. The Butterworth filter conserves this amplitude.

The coherency between the residual current field and the wind field by means of the model FRANDM of cross spectral analysis is about 60-70%.

Résumé : Le signal d'enregistrement du courant mesuré dans l'Escaut Oriental et celui le long de la cote de l'île de Texel ont été examinés au moyen de plusieurs filtres passe-bas afin d'éliminer les ondes de la marée pour obtenir le courant résiduel. Le filtre de Godin satisfait à la condition d'éliminer les ondes principales mais atténue le composantes aux voisinages d'une période de 2 jours étant supposées une conséquence des effets du vent, constituent justement une partie importante du signal original. Le filtre de Butterworth

-s'avère-

behoort bij: nota      WWKZ-85    nr. H018

datum:      Juillet 1984

bladnr:      1

s'avère répondre aux conditions de conserver ces composantes.

La relation entre le champ des courants résiduels et celui des vents, obtenue au moyen du model FRANOM d'analyse interspectrale permet d'expliquer 60 à 70 % de la vitesse résiduelle par les vents.

behoort bij: nota

WWKZ-85 nr. H018

datum: Juillet 1984

bladnr: 2

TABLE DES MATIÈRES

- 1 Introduction
- 2 Courant résiduel. Choix du filtre
- 3 Analyse interspectrale
- 4 Conclusion

REFERENCES

FIGURES

## 1 Introduction

Le but de cette étude est de trouver un filtre adéquat permettant d'obtenir à partir des mesures d'enregistrement du courant le courant résiduel.

Par courant résiduel on sous-entend ici les parties (aléatoires) a-périodiques présente dans le signal enregistré. Pour les filtres cherchés, on se limitera ici, à titre de valeurs d'exemple et de comparaison, à présenter l'analyse des signaux enregistrés en deux points le long de la cote hollandaise de la mer du Nord. L'un le long de la cote de Texel et l'autre point est situé dans la zone de construction du barrage anti-tempête sur l'Escaut oriental (cf. figure 1).

L'examen des filtres pour la détermination du courant résiduel, avec résultats d'application, est présenté dans le paragraphe 2. Dans le but de trouver une relation entre le courant résiduel et les effets dûs au vent une analyse interspectrale a été réalisée (cf. paragraphe 3). Finalement une conclusion concernant le choix du filtre est présenté dans le paragraphe 4.

behoort bij: nota WWKZ-85 nr. H018  
 datum: Juillet 1984  
 bladnr: 4

## 2 Courant-résiduel-Choix du filtre

En général, on peut considérer le signal d'enregistrement  $U$  composé de trois parties:

- des composantes dues à la marée  $U_m$ ,
- des composantes a-periodiques du courant résiduel  $U_r$
- et une partie (bruit)  $U'$  de tres grande frequences

$$U = U_m + U_r + U' \quad (1)$$

Les conditions à imposer au filtre passe-bas cherché sont:

- a - Le filtre doit éliminer les composantes dûes à la marée sans trop d'atténuation dans la bande de faible fréquences;
- b - il doit présenter une caracteristique de phase nul dans la bande passante, tout au plus à phase minimale.
- c - et une frequence de coupure  $f_c$  très nette.

Les filtres de la moyenne mobile de 24 heures, de Godin, de Lanczos-squared et celui de Butterworth ont été étudié sur leur efficacité de satisfaire aux conditions mentionnées ci-dessus.

### 2.1 Moyenne mobile de 24 heures

La manière la plus simple, et ancienne, est d'utiliser la moyenne mobile de 24 heures. La caractéristique dans le domaine fréquentiel de ce filtre est présenté dans la figure 2. Cette caractéristique montre clairement que le filtre en question laisser une certaine proportion non negligable des ondes (diurnes, semi-diurnes, etc.) de la marée. Par consequent ce filtre ne peut satisfaire aux conditions ci-dessus et qu'on a jugé ne pas être nécessaire de l'appliquer à une des series d'enregistrement.

### 2.2 Filtre de Godin

G. Godin [1] a suggeré, pour remédier aux lacunes que presentent le filtre de moyenne mobile de 24 heures, dans "The Analysis of Tides" d'utiliser le filtre  $B_{24}^2 \cdot B_{25}^2 / 24 \cdot 25$ , ici nommé filtre de Godin. Le facteur  $B_n$  représente une somma-

tion de  $n$  échantillons du courant observé. Il s'agit au fait d'utiliser la moyenne mobile trois fois de suite: deux fois sur 24 et une fois sur 25-heures d'échantillons. La caractéristique du filtre de Godin est donnée dans la figure 3. Malgré l'efficacité de ce filtre d'éliminer les ondes principales de la marée, il a l'inconvénient d'atténuer par sa forme triangulaire les amplitudes des composantes dans la bande de période aux voisinages de 2 jours (cf sous-paragraphe 2.5).

### 2.3 Filtre de Lanczos-squared

La réalisation transversale ou non récursive d'un filtrage est donnée par l'équation suivante reliant les signaux discrets d'entrée  $x(k \Delta t)$  et de sortie  $y(k \Delta t)$ .

$$\text{où } y\left[\left(k + \frac{N}{2}\right) \Delta t\right] = \sum_{i=0}^N w_i \cdot x\left[(k + i) \Delta t\right] \quad (2)$$

$\Delta t$  = intervalle d'échantillonnage

$w_i$  = coefficient de pondération

$N + 1$  = nombre de coefficients de pondération

Pour l'utilisation de l'ordinateur l'équation (2) est remplacée par son équivalent dans le domaine fréquentiel:

$$Y(f) = W(f) X(f) \quad (3)$$

Où  $Y(f)$ ,  $W(f)$  et  $X(f)$  sont respectivement les transformées de Fourier de  $y(k \Delta t)$ ,  $w_i$  et  $x(k \Delta t)$ .

De Lanczos-squared filtre, réalisant un filtrage non récursive, est le carré du filtre cosinus-Lanczos. Le nombre choisi de coefficient de pondération est 121 et la fréquence de coupure  $f_c$  correspond à  $0,05 \times$  fréquence de Nyquist.

Malgré la fréquence de coupure très nette, ce filtre laisse passer l'onde semi-diurne de la marée (cf. sous-paragraphe 2.5).

behoort bij. nota WWKZ-85 nr. H018  
 datum: Juillet 1984  
 bladnr: 6

## 2.4 Filtre de Butterworth

Le filtre de Butterworth réalise un filtrage récursif.

En général le filtrage réalisé récursivement est effectué par l'équation suivante reliant les signaux discrets d'entrée  $x(k \cdot \Delta t)$  et de sortie  $y(k \cdot \Delta t)$ :

$$y[(k \cdot \Delta t)] = \sum_{m=0}^M \frac{b_m}{a_0} x[(k-m)\Delta t] - \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{a_0} y[(k-n)\Delta t] \quad (4)$$

Les coefficients du filtre sont  $a_n$  et  $b_m$ ;  $N$  est l'ordre du filtre, Murat Kunt 1980 2.

La transformée en  $Z$  d'un signal  $x(k \cdot \Delta t)$ , outil précieux et puissant dans le traitement des signaux numériques, est défini par:

$$X(z) = Z[x(k \cdot \Delta t)] = \sum_{k=0}^{\infty} x[(k \cdot \Delta t)] z^{-k} \quad (5)$$

Où  $z$  est une variable complexe.

La transformée en  $Z$  des deux membres de l'équation (4) permet d'obtenir la fonction de transfert  $G(z)$  du système caractérisé par (4):

$$Y(z) = G(z) X(z) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}} X(z) \quad (6)$$

Où  $Y(z)$ ,  $X(z)$  et  $G(z)$  sont respectivement les transformées des signaux de sortie  $y(k \cdot \Delta t)$ , d'entrée  $x(k \cdot \Delta t)$  et de la réponse impulsionnelle  $g(k \cdot \Delta t)$  du filtre. Si  $G(z)$  est évaluée sur le cercle unité  $|z|=1$  on obtient alors la réponse fréquentielle  $G(f)$ .

Les coefficients de la fonction de transfert du filtre Butterworth sont obtenus à partir des pôles de  $G(z)$ , Alan v. Oppenheim et al [3].

behoort bij: nota WWKZ-85 nr. H018  
 datum: Juillet 1984  
 bladnr: 7

Le filtre analogique de Butterworth est très connu dans le domaine d'électricité. La forme analytique du carré de la réponse fréquentielle de ce filtre est donnée par

$$\left| G_a(f_a) \right|^2 = \frac{1}{1 + \mathcal{E} \left( \frac{f_a}{f_c} \right)^{2N}} \quad (7)$$

Où  $\mathcal{E}$  est un paramètre de gain définissant la tolérance dans la bande passante 0 -  $f_c$  Hertz.

A l'aide de la transformation bilinéaire on passe du filtre analogique (7) au filtre numérique suivant:

$$G(j 2 \pi f)^2 = \frac{1}{1 + \mathcal{E} \left( \frac{\tan \left( \frac{2 \pi f \Delta t}{2} \right)}{\tan \left( \frac{2 \pi f_c \Delta t}{2} \right)} \right)^{2N}} \quad (8)$$

Où  $f_c$  = fréquence de coupure

$\Delta t$  = intervalle d'échantillonnage

$j$  = nombre complexe (tel que  $j^2 = -1$ )

Le filtre choisi est tel que:  $\mathcal{E}=1$  et  $N=2$

L'utilisation en série du filtre d'ordre  $N=2$  permet de minimiser les erreurs, d'arrondi, Murat Kunt [2] et Alan v. Oppenheim et al [3]:

$$G(z) = G_1(z) \cdot G_2(z) \quad (9)$$

$$G_1(z) = \frac{b_0 (1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (10)$$

Comme le filtre de Butterworth est récursif, il introduit dans le signal originel un decalage de phase.

Pour éviter ceci, le signal originel sera passé à travers le filtre dans l'ordre de temps enregistré. Ensuite la serie filtrée sera de nouveau filtrée dans un ordre renversé du temps, R.W. Hamming [4]. Après le processus de traitement numérique, filtrage → renversement → filtrage → renversement, la fonction de gain ainsi utilisée est celle du carré de gain de filtre originel.

Pour comparer le filtre de Butterworth avec les autres et afin d'éliminer les ondes principales de la marée les frequences de coupure correspondant aux periodes suivantes ont été introduite:

$$T_c = 36, 40, 42, 45 \text{ et } 48 \text{ heures}$$

La caractéristique du filtre de Butterworth est présentée dans la figure 4.

A titre de comparaison les caractéristiques des filtres de Godin, Lanczos-squared et de Butterworth sont présentées sur une même figure 5.

Une comparaison visuelle entre le filtre de Godin et celui de Butterworth (cf. figure 5) montre que ce dernier donne une meilleure approximation d'un filtre passe-bas idéal.

## 2.5 Resultats

Cette étude est en cours de développement; les resultats présentés ici ont seulement valeur d'exemple.

Une série d'enregistrement du courant mesuré le long de la cote de Texel et une dans l'Escaut Oriental (cf. figure 1) ont été utilisées comme base de comparaison dans l'analyse du courant résiduel. La période d'enregistrement dans l'Escaut Oriental s'étend du 14 Janvier 1983 au 8 Février, utilisant ainsi 7343 échantillons avec un intervalle  $\Delta t = 5$  minutes (cf. figure 6). Les séries filtrées seront premièrement examinées sur leur contenu de densité spectrale de puissance; ensuite les vitesses résiduelles seront analysées sur leur forme.

La densité spectrale de puissance est estimée par la methode de la transformation de Fourier rapide et d'une manière adoucie. Le modele numérique utilisé à cet effet est DTBAPP 20 [5].

La densité spectrale de puissance du signal non filtré est indiquée dans la figure 6a. Dans ce spectrum les ondes de la marée sont visibles, surtout les espèces diurne K1 et semi-diurne M2. D'autre part il y a des variations visibles avec une période aux voisinages de 2 à 6 jours; ces variations supposées dûes aux forces météorologiques, doivent être maintenues après filtrage.

Le spectrum du signal filtré par le filtre de Godin montre une atténuation des espèces diurnales et semi-diurnales (cf. figure 6b).

Il y a une atténuation considerable des informations aux voisinages de la période de 2 jours. Le filtre de Godin peut être efficace si dans le signal enregistré les composantes de période de 2 jours n'existaient pas: autrement dit une situation météorologique très calme.

Le spectrum du signal filtré par le filtre de Lanczos-squared laisse passer une énergie considerable des ondes diurnales et semi-diurnales; notamment des espèces M2 (cf. figure 6c).

Finalement le filtre de Butterworth a été essayé avec plusieurs périodes de coupure (36, 40, 42, 45 et 48 heures).

Les spectra correspondant aux période de coupure de 36 heures (cf. figure 6d) et de 40 heures (cf. figure 6e) montre un passage d'une quantité negligeeable d'énergie des ondes d'espèce M1 (d'ailleurs cette energie est elle-même negligeeable dans le signal non filtré). Les filtres avec periode de coupure de 42, 45 eu 48 heures éliminent presque complètement les ondes de la marée sans toutefois atténuer les composantes de période d'environ 2 jours.

Les vitesses résiduelles filtrées par les filtres de Godin, de Lanczos-squared et celui de Butterworth sont données respectivement dans les figures 7a à 7h.

Il y apparait clairement que le filtre de Lanczos-squared n'élimine pas complètement les oscillations dues à l'espèce M2 (cf. figure 7a).

Par contre le filtre de Godin atténue fortement les oscillations de periode d'environ 2 jours (cf. figure 7b); celles-ci sont visibles dans les séries filtrées par le filtre de Butterworth (cf. figure 7c à 7h).

Ayant comme valeur d'exemple, la série d'euregistrement (cf. figure 8a) le long de la cote Texel a été seulement filtrée par le filtre de Godin (cf. figure 8b).

## 2.6 Conclusion

Le filtre à utiliser depend de l'échelle dans le temps dans lequel le phénomène à étudier a lieu: il s'agit ici d'étudier les vitesses residuelles dues principalement aux forces météorologiques aux voisinages de 2 à 6 jours. La condition d'imposer au filtre d'éliminer les ondes diurnales et semi-diurnales de la marée tout en conservant les amplitudes dues à ces forces météorologiques n'est satisfaite que par le filtre de Butterworth.

### 3 Analyse interspectrale

Les vitesses résiduelles  $Y_t$  et un paramètre  $X_t$  représentant les effets dûs au vent ( $X_t$  pouvant représenter aussi la vitesse du vent  $\vec{V}$  que le facteur  $|\vec{V}| \vec{V}$  de la contrainte de surface) sont considérés comme des processus aléatoires et stationnaires.

Pour estimer  $Y_t$  au moyen des mesures de réalisation  $X_t$ , on utilise un filtre numérique satisfaisant à:

$$Y_t = \int_{-\infty}^{\infty} h(s) X_{t-s} ds \quad (11)$$

$h(s)$  étant la fonction impulsionnelle; celle-ci est déterminée au moyen du model numérique FRANOM [6] (Frequency response analysis and noise model). Ce model est composé de deux parties: la première consiste en une analyse interspectrale et la seconde en un calcul de convolution pour contrôle de précision et de prévision.

On se limitera ici à présenter l'application aux vitesses résiduelles filtrées à partir du signal enregistré dans l'Escaut Oriental.

La contrainte de surface du vent proportionnel à  $|\vec{V}| \vec{V}$  ( $V$  étant la vitesse de vent) a pour effet d'agir directement sur la vitesse du courant à la surface et indirectement sur la vitesse moyenne (sur la hauteur) du courant via le gradient introduit dans la hauteur d'eau.

Il n'est pas nécessaire que cette contrainte soit dans la même direction que celle de la vitesse résiduelle.

L'intercorrelation entre la vitesse résiduelle et  $|\vec{V}| \vec{V}$  sera examinée pour plusieurs directions du vent. Un premier choix de la direction vent est celle le long de l'axe du chenal de marée. C'est seulement le resultat d'intercorrelation selon cette direction qui sera présenté ici.

Le facteur  $|\vec{V}| \vec{V}$  de la contrainte de surface du vent est présenté dans la figure 9. Il est calculé à partir des enregistrements de la vitesse de vent s'étendant sur la période du 10 janvier 1983 au 8 février 1983.

La densité spectrale de puissance de  $|\vec{V}| \vec{V}$  et de la vitesse résiduelle ont la même forme (cf figure 10 et 11) La fonction de cohérence entre les deux signaux

-(cf figure 12)-

behoort bij: nota

WWKZ-85nr.H018

datum: Juillet 1984

bladnr: 12

(cf figure 12) montre que 60 à 70% de la vitesse résiduelle peut être statistiquement expliquée par la contrainte d'ue au vent.

Entre la vitesse résiduelle donnée et celle calculée par convolution (11) au moyen du model FRANOM il ya une difference (cf figures 13 et 14). Cette difference est d'ue partiellement au choix de la largeur de la fonction fenêtre.

behoort bij. nota            WWKZ-85 nr. H018  
datum:            Juillet 1984  
bladnr:           13

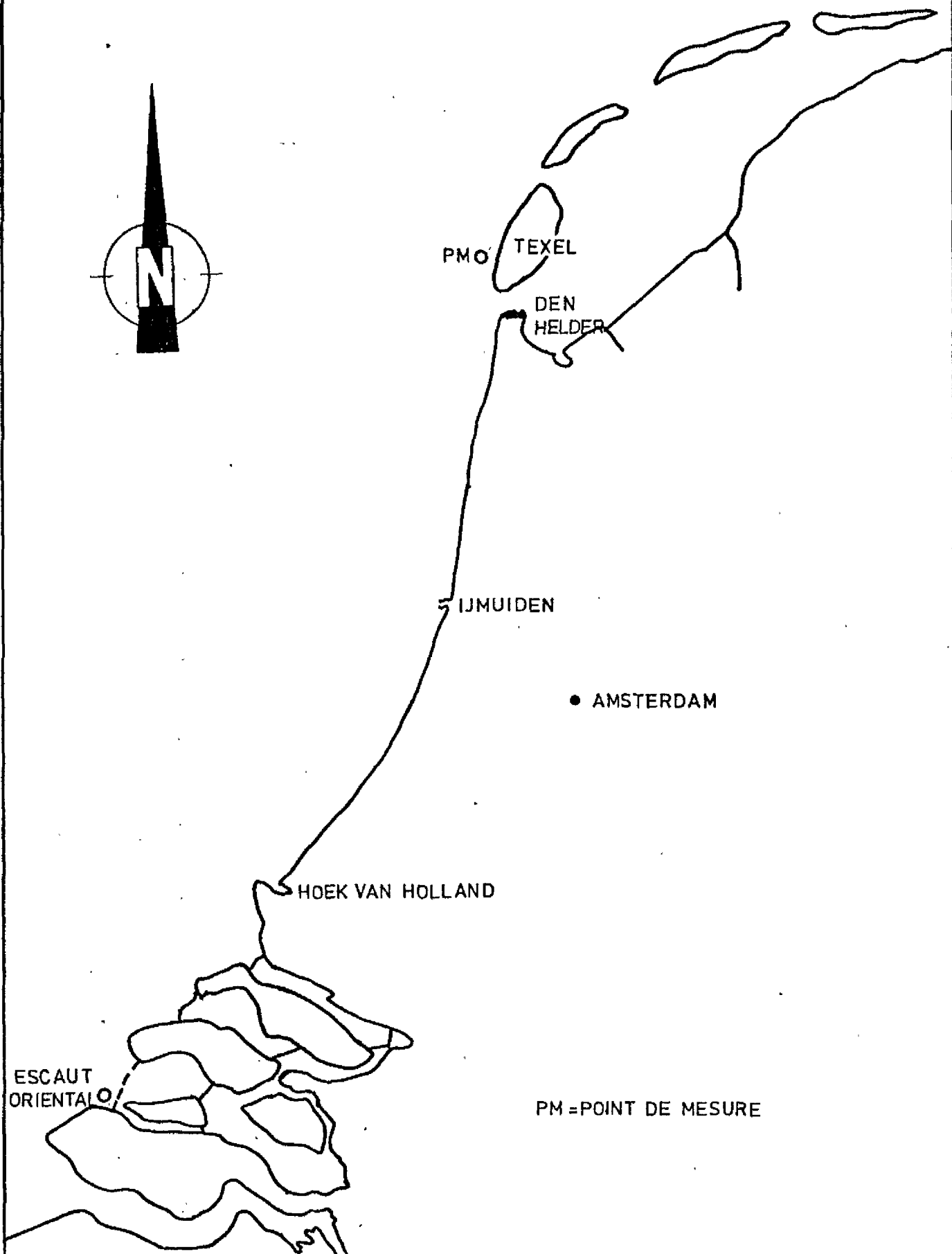
#### 4 Conclusion

De la comparaison des filtres examinés, le filtre de Butterworth s'avère être le seul de donner satisfaction aux conditions d'éliminer du signal enregistré les ondes principales de la marée tout en conservant les amplitudes dûes aux forces météorologiques dans une période de 2 à 6 jours. La vitesse résiduelle après filtrage montre l'existence des informations aux voisinages des périodes 2 à 6 jours.

L'analyse interspectrale selon une première direction choisie des vents montre que 60 à 70% de la vitesse résiduelle peut être expliquée par les contraintes dûes au vent. L'étude se poursuit pour d'autres directions notamment celles qui sont statistiquement les plus fréquentes.

REFERENCES:

- 1 GODIN, G., 1972  
The Analysis of Tides.  
Liverpool University Press.
- 2 MURAT KUNT, 1980  
Traitement numérique des signaux.  
Traité d'Electricite, volume XX.  
De l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.  
Publié sous la direction de Jacques Neirynek.  
Editions Georgi.
- 3 OPPENHEIM, Alan V., SCHAFER, Ronald W.,  
Digital Signal Processing.  
Prentice-Hall, INC., Englewood cliffs, New Jersey.
- 4 HAMMING, R.W.  
Digital Filters.  
Prentice-Hall, INC., Englewood cliffs, New Jersey 07632
- 5 ANONYME  
Voorlopige Gebruikershandleiding DTBAPP  
Rijkswaterstaat, Dienst Informatieverwerking Hollande.
- 6 ANONYME  
Gebruikershandleiding FRANDM  
Rijkswaterstaat, Dienst Informatieverwerking, Hollande.



<b>rijkswaterstaat</b> directie waterhuishouding en waterbeweging district kust en zee - adviesdienst hoorn STORMVLOEDKERING OOSTERSCHELDE SITUATION DES POINTS DE MESURE	get.		FIG. 1	
	gec.			
	gez.		schaal 1:1000.000	
	akk.		A 4	nr.

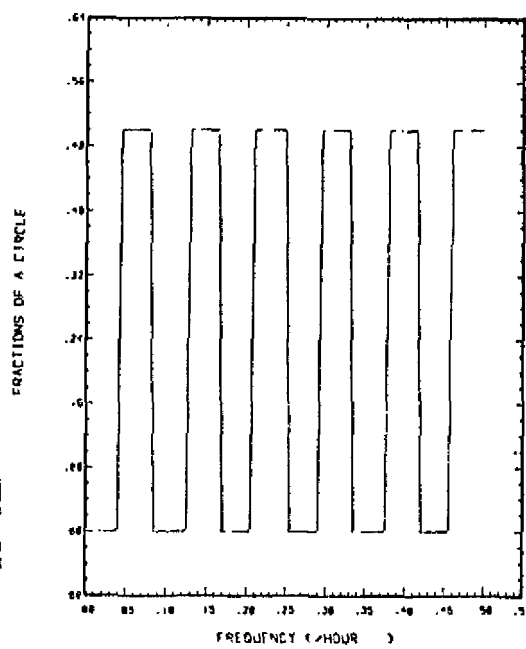
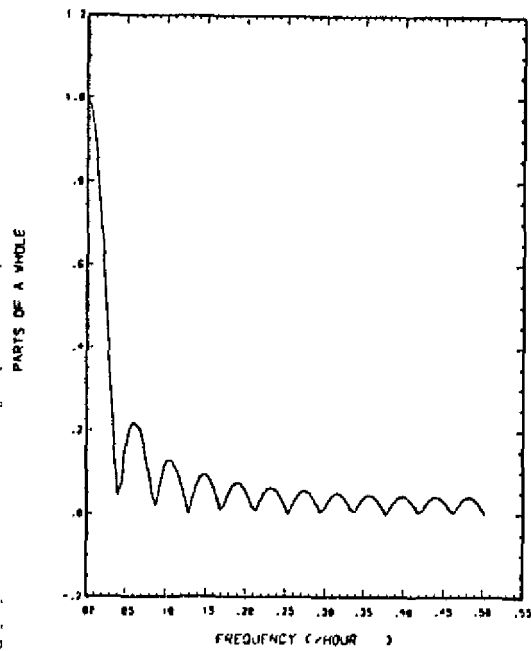


FIG: 2 CARACTERISTIQUE DU FILTRE  
MOYENNE MOBILE SUR 24 HEURES

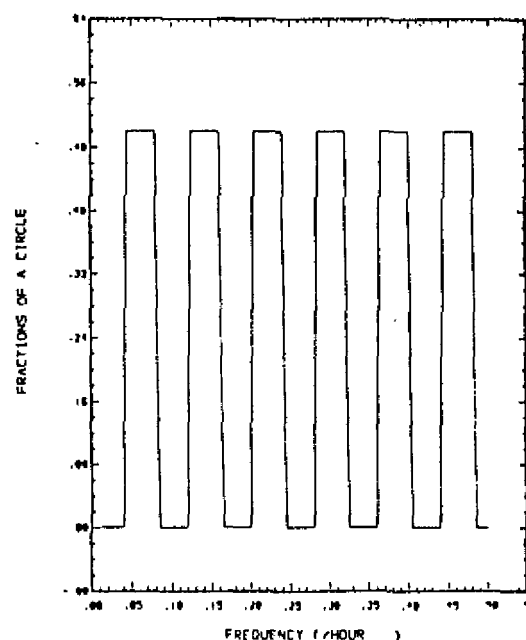
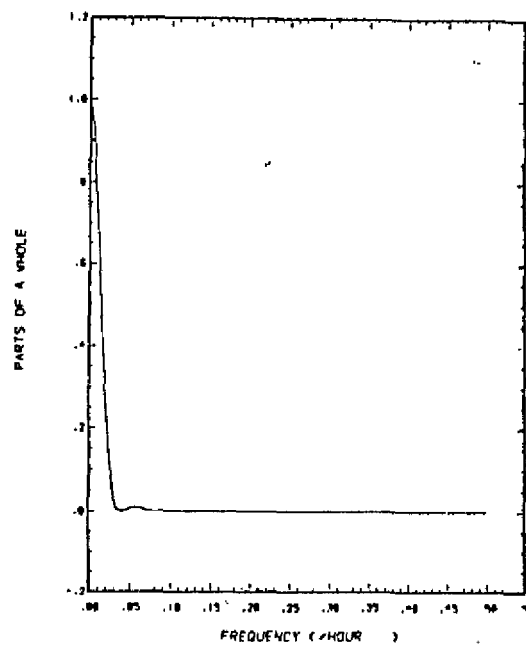


FIG:3 CARACTERISTIQUE DU  
FILTRE DE GODIN

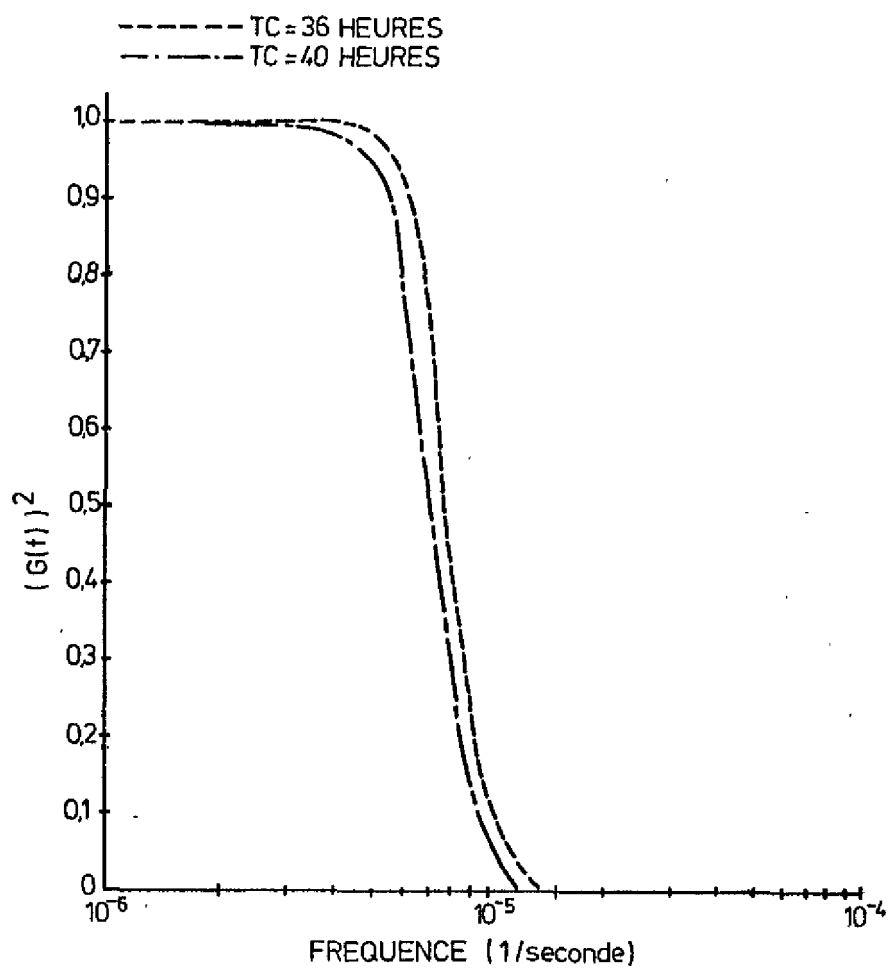
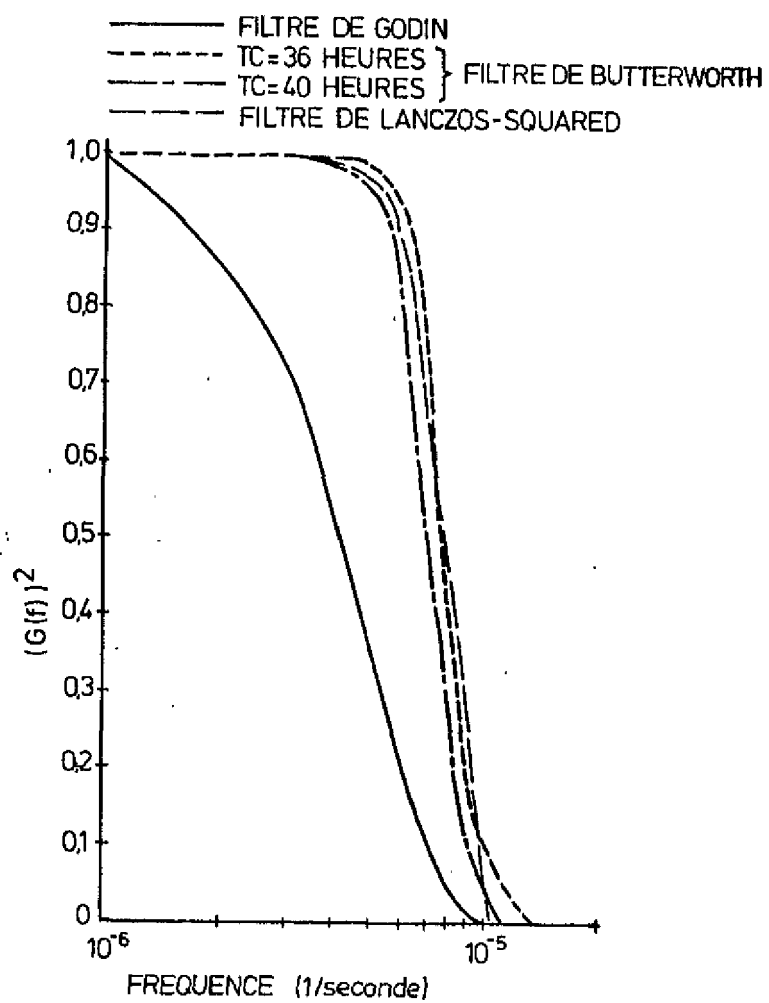


FIGURE 4 : FONCTION DE GAIN  
FILTRE DE BUTTERWORTH



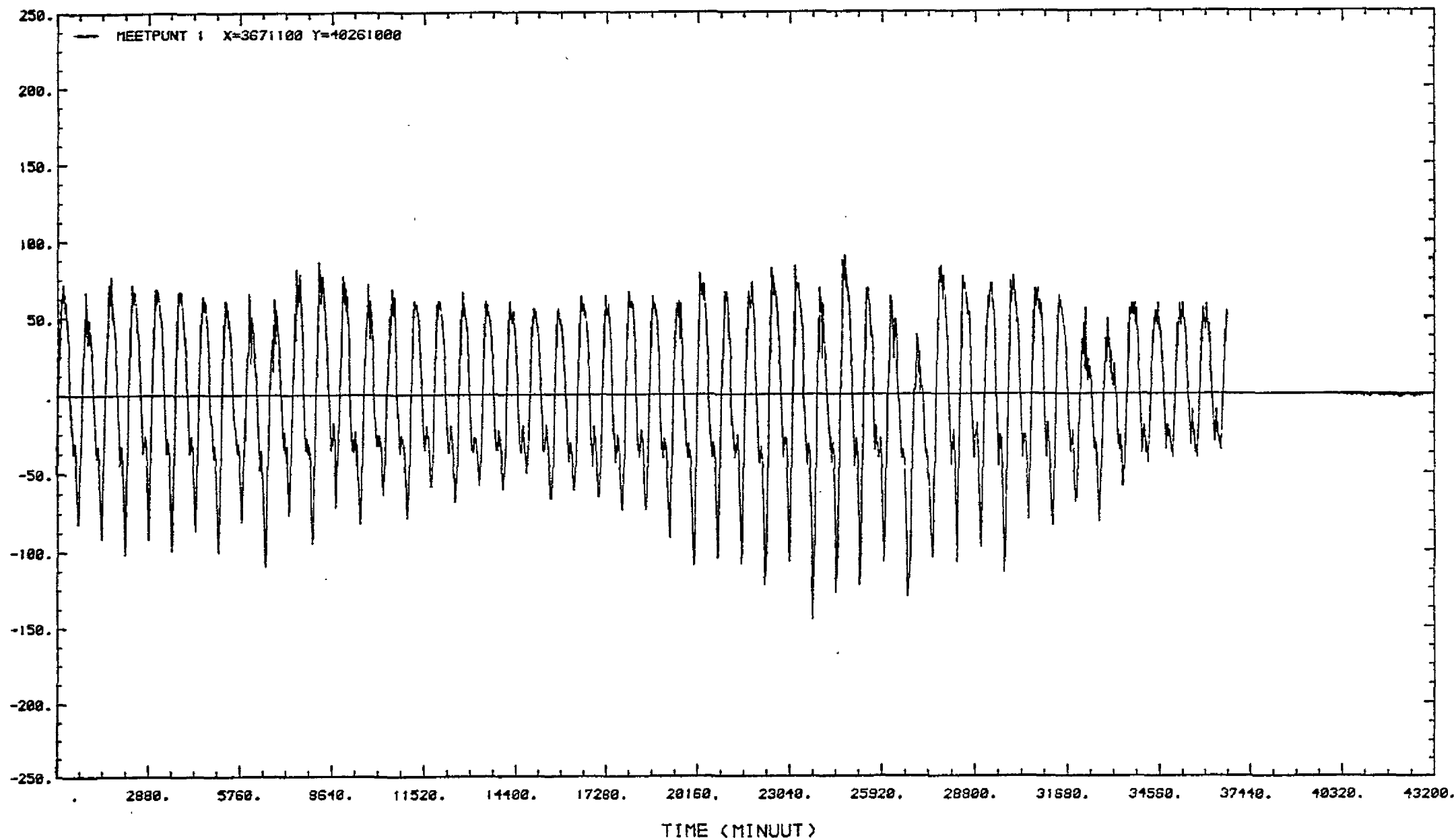


Figure 6: Vitesse du courant enregistre dans l'escaut oriental.

LOG10

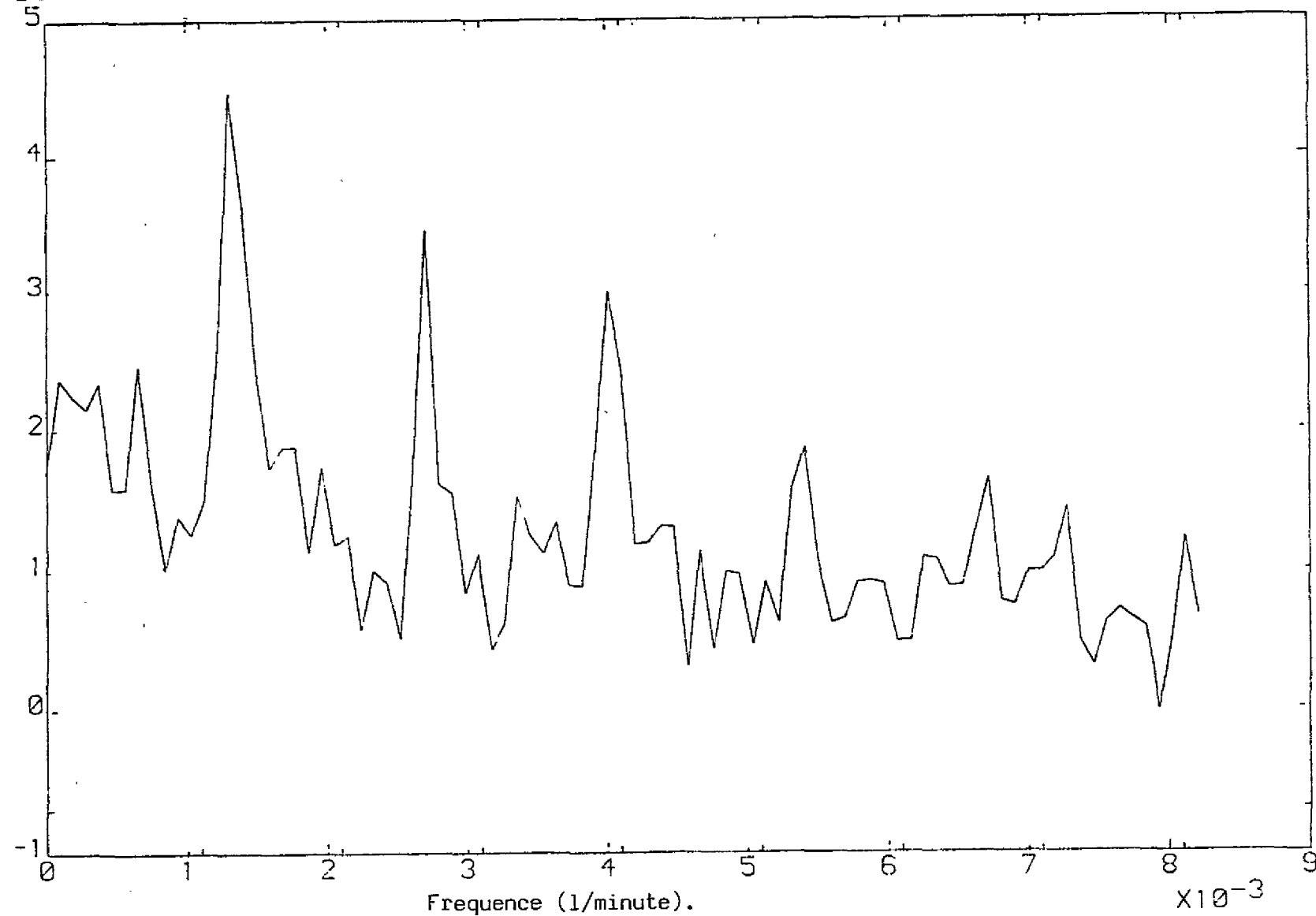


Figure 6a: Densité spectrale de puissance.  
Signal non filtre.

LOG10

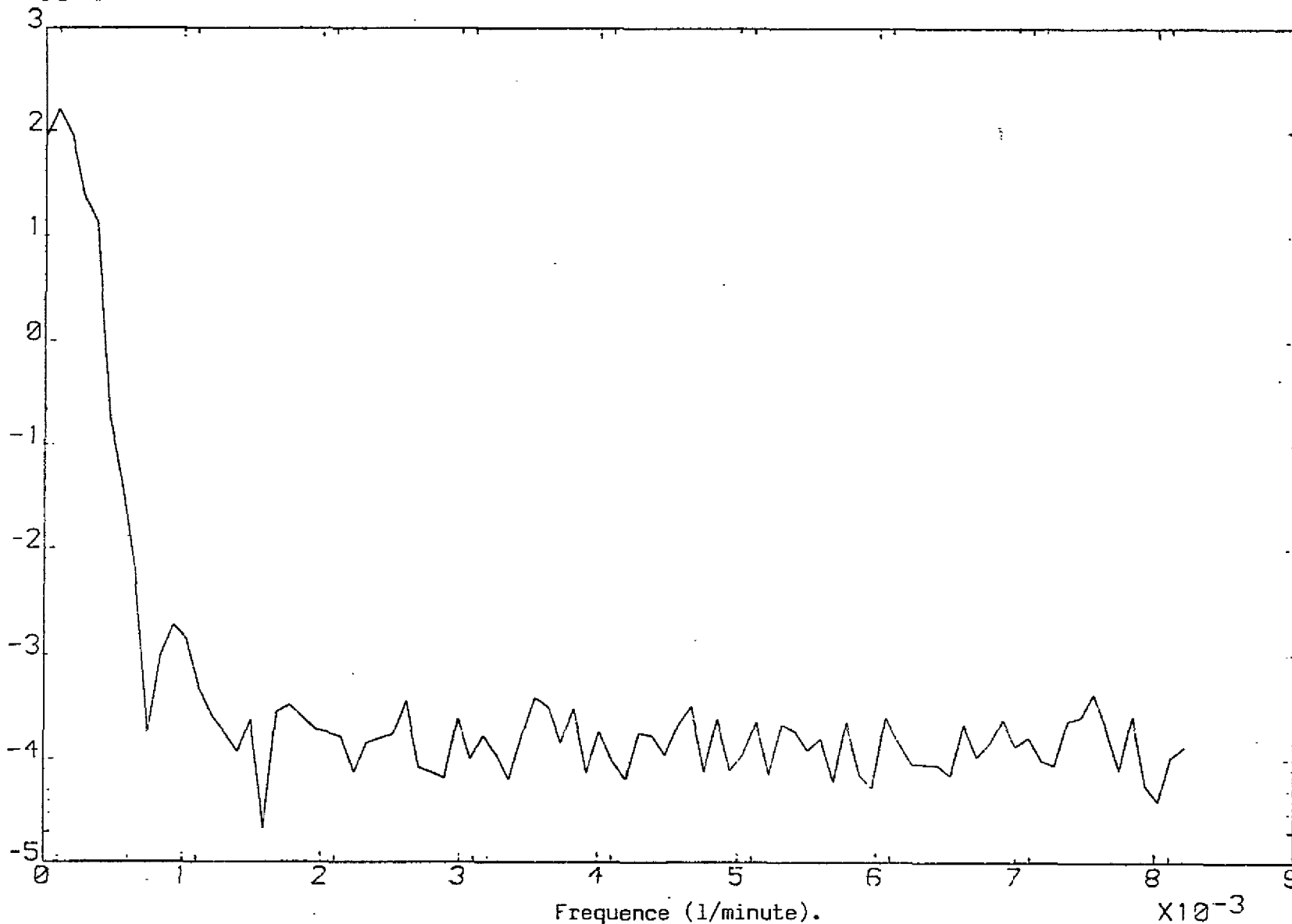


Figure 6b: Densité spectrale de puissance.  
Signal filtré par filtre de Godin.

LOG10

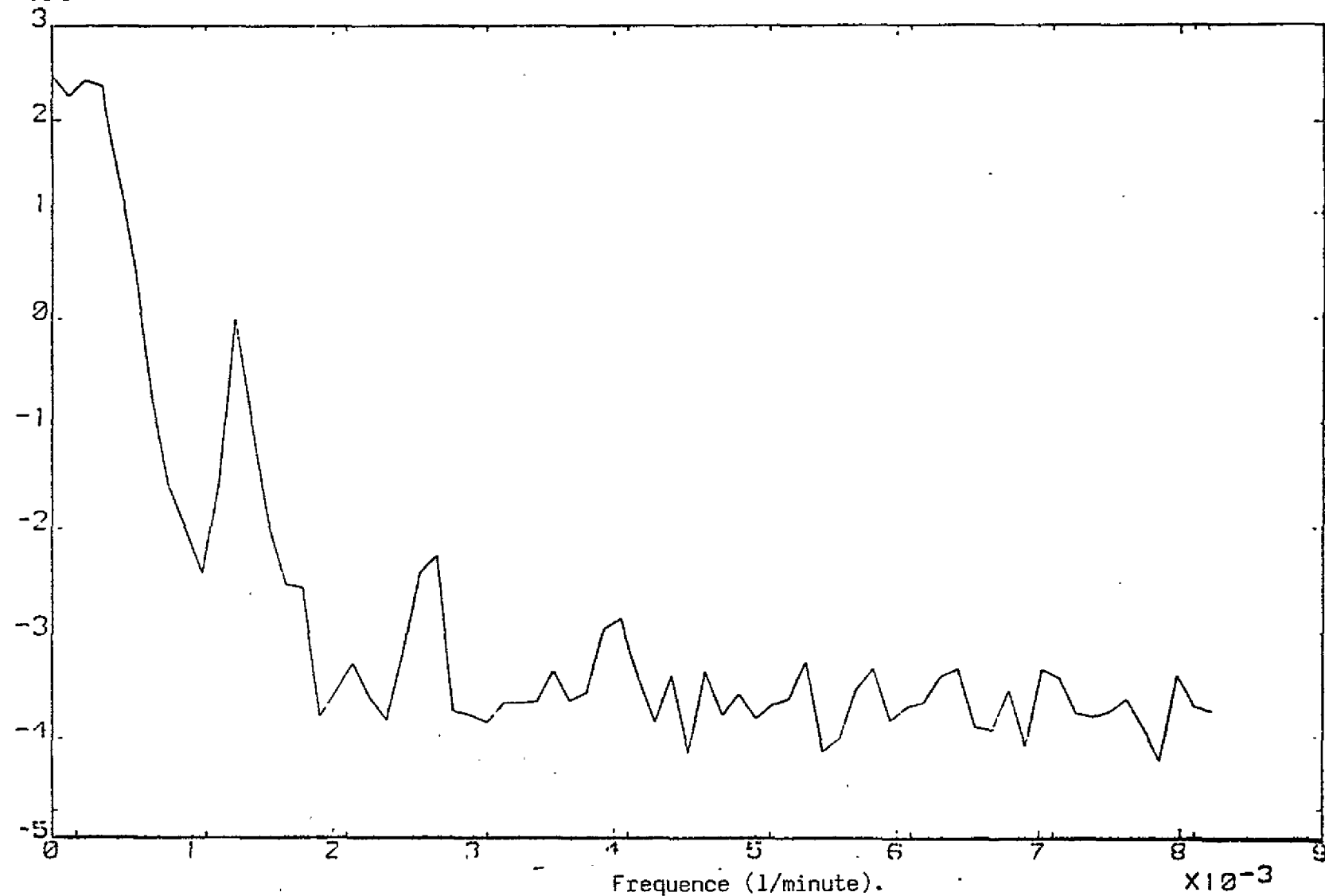


Figure 6c: Densité spectrale de puissance.  
Signal filtré par le filtre Lanczos-Squared.

LOG10

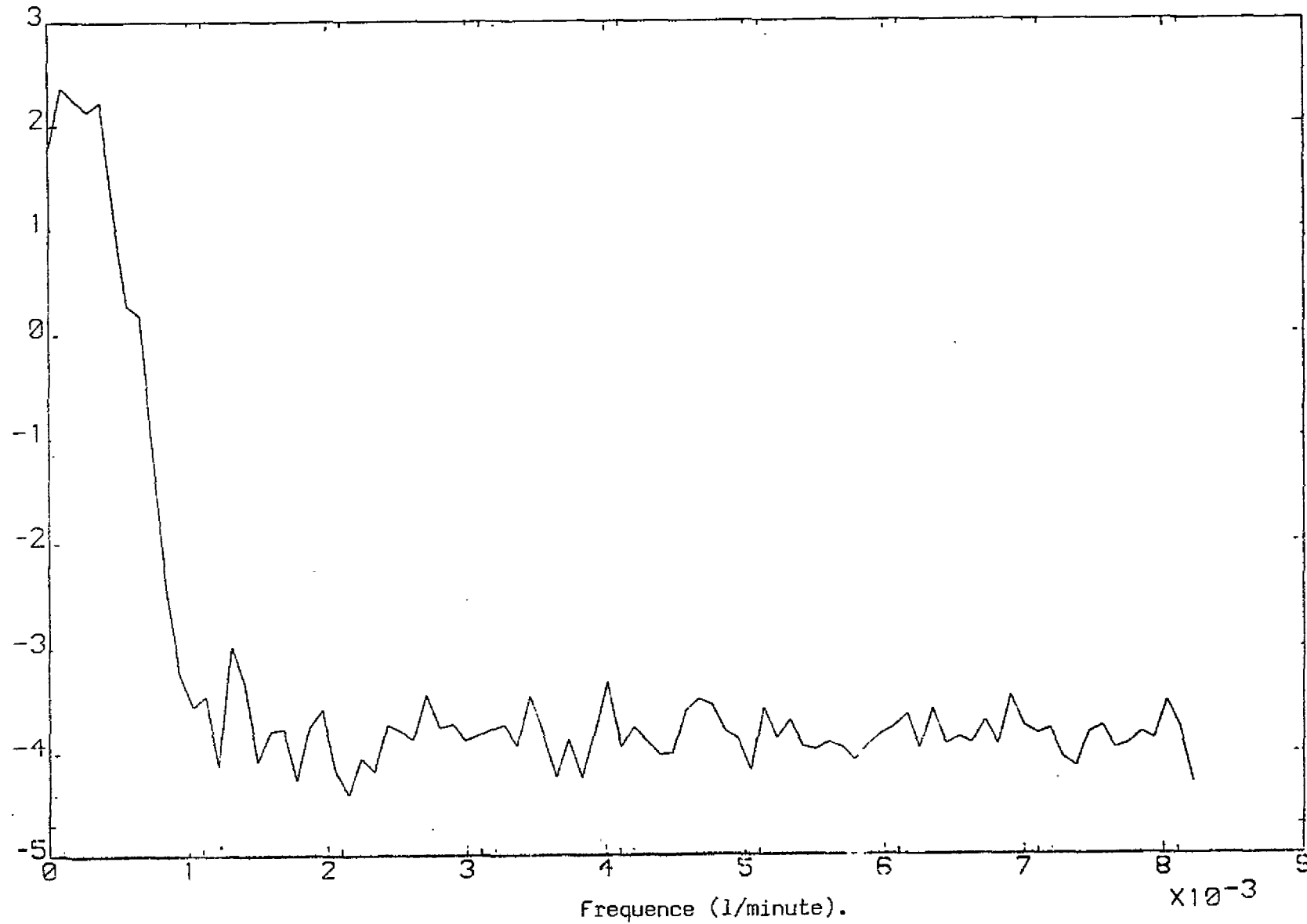


Figure 6d: Densité spectrale de puissance.  
Signal filtré par le filtre de Butterworth  $T_c = 36$  heures.

LOG10

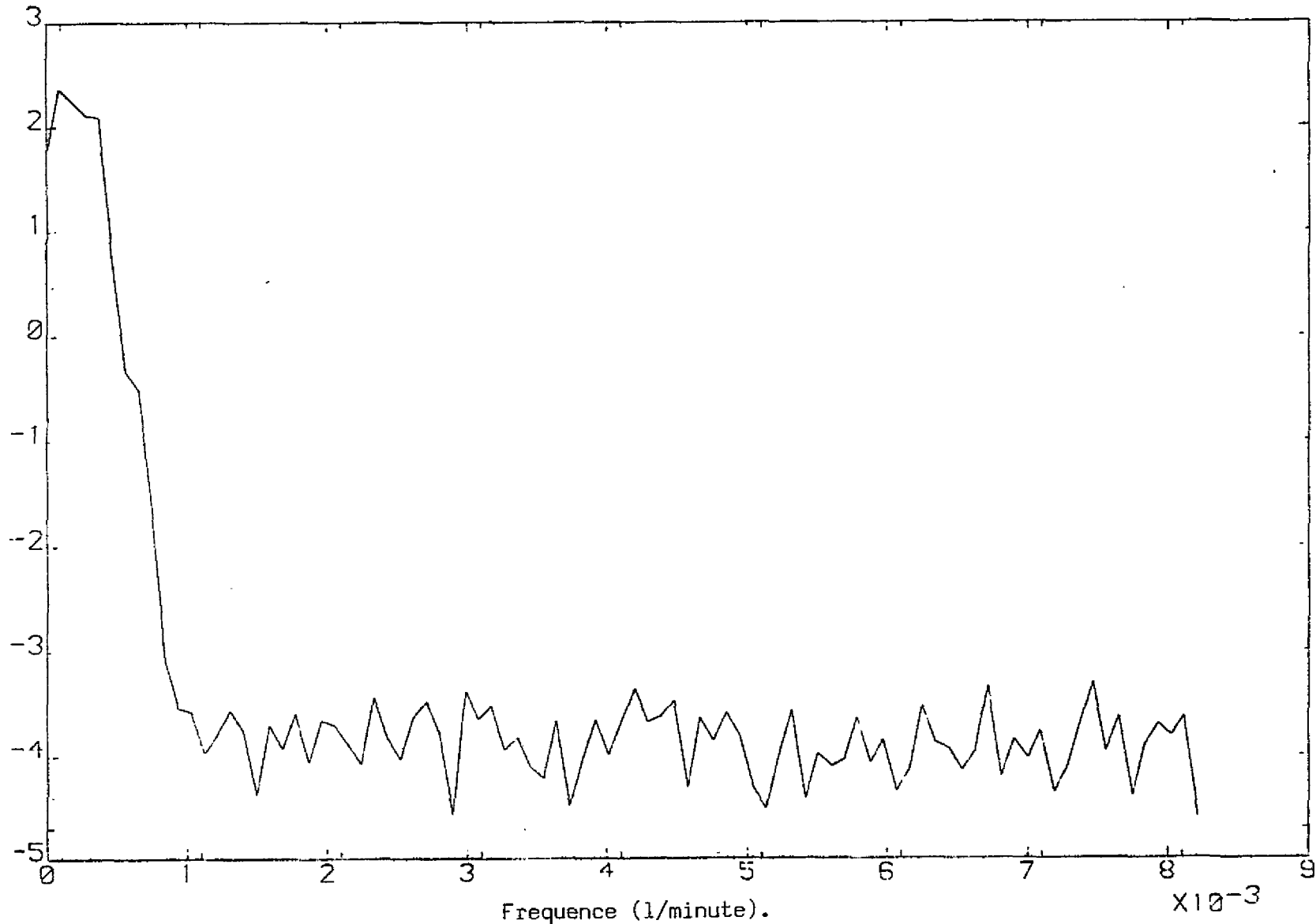


Figure 6e: Densité spectrale de puissance.  
Signal filtré par le filtre de Butterworth  $T_c = 40$  heures.

LOG10

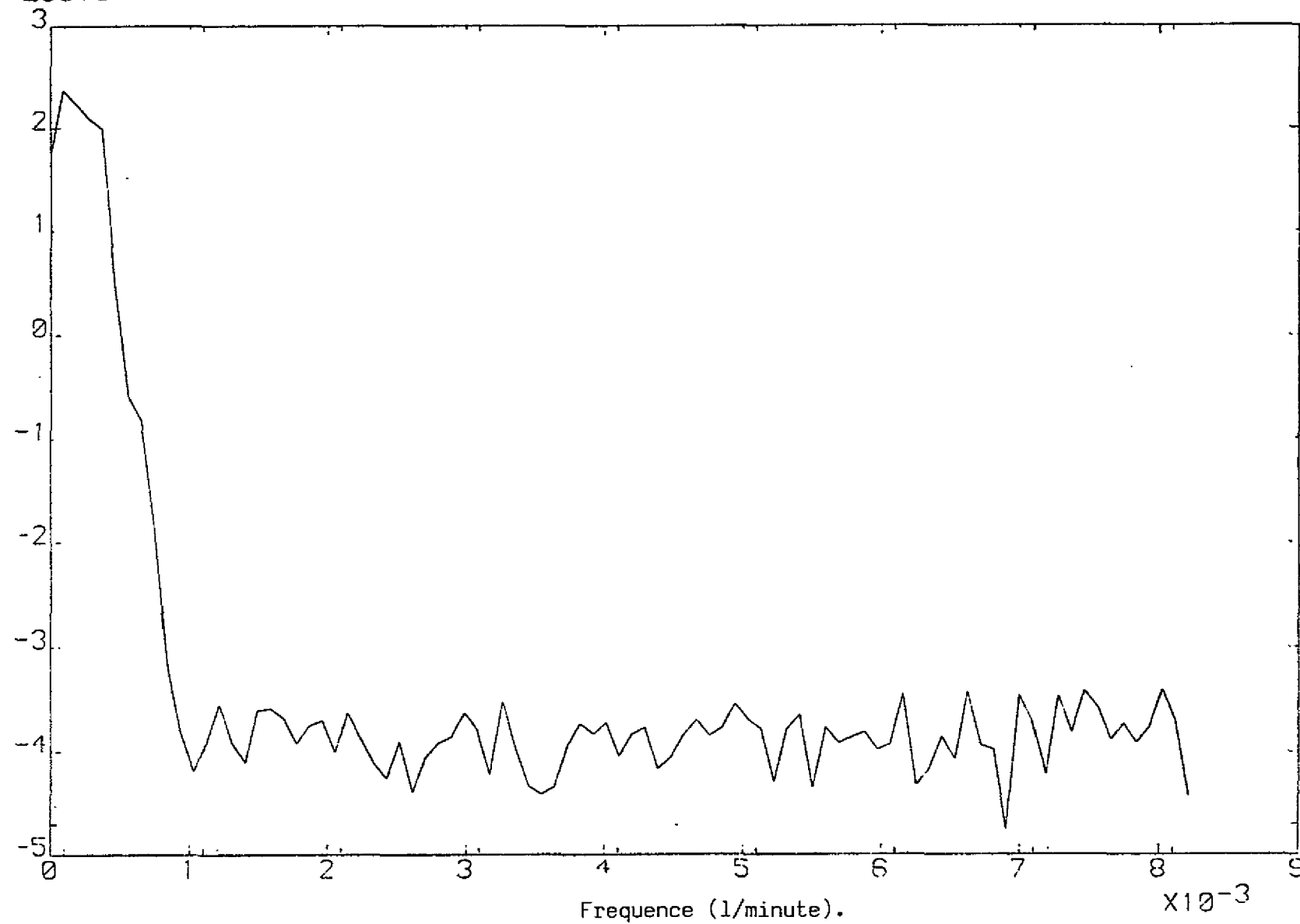


Figure 6f: Densité spectrale de puissance.

Signal filtré par le filtre de Butterworth  $T_c = 42$  heures.

LOG10

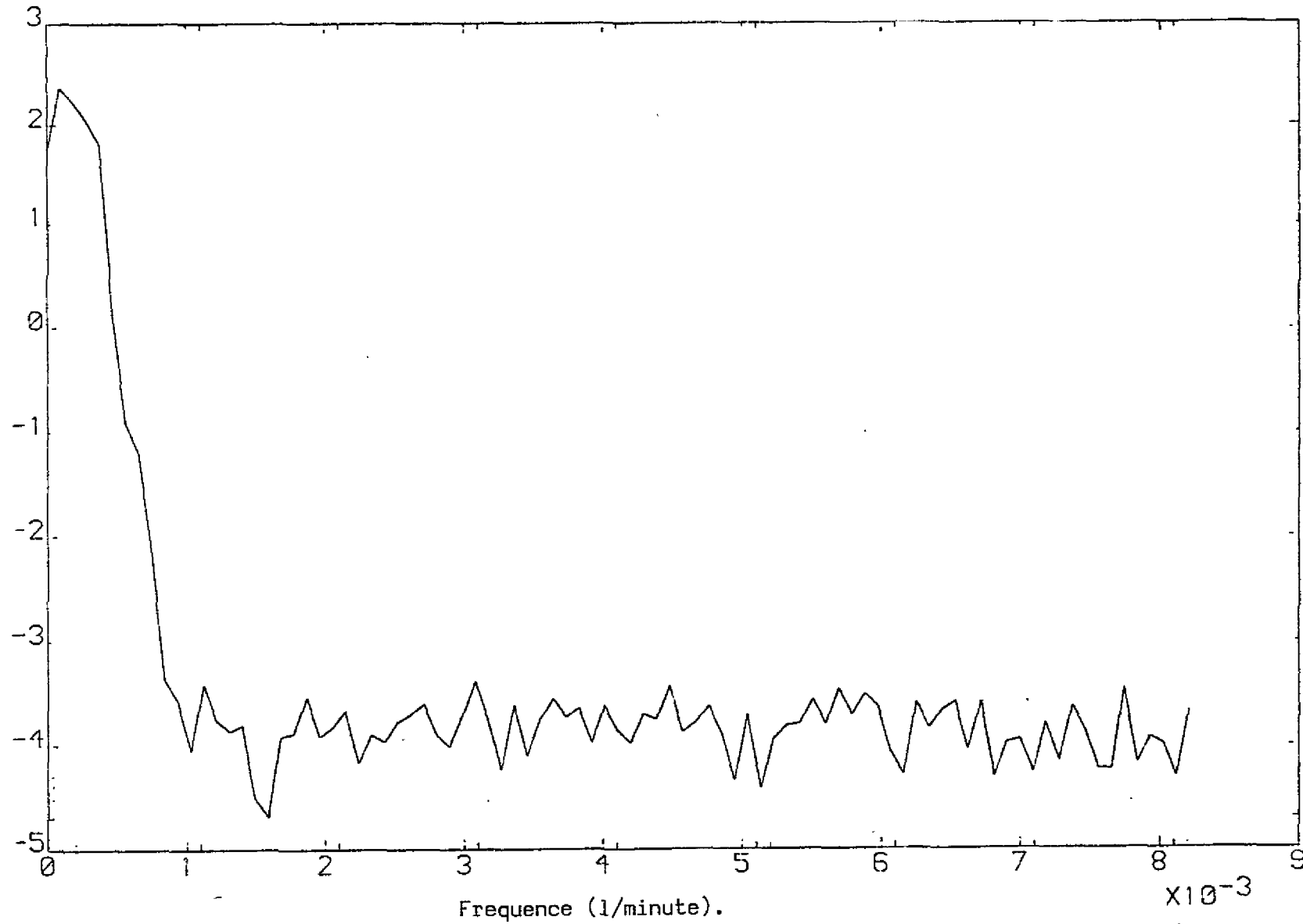


Figure 6g: Densité spectrale de puissance.

Signal filtré par le filtre de Butterworth Tc = 45 heures.

LOG10

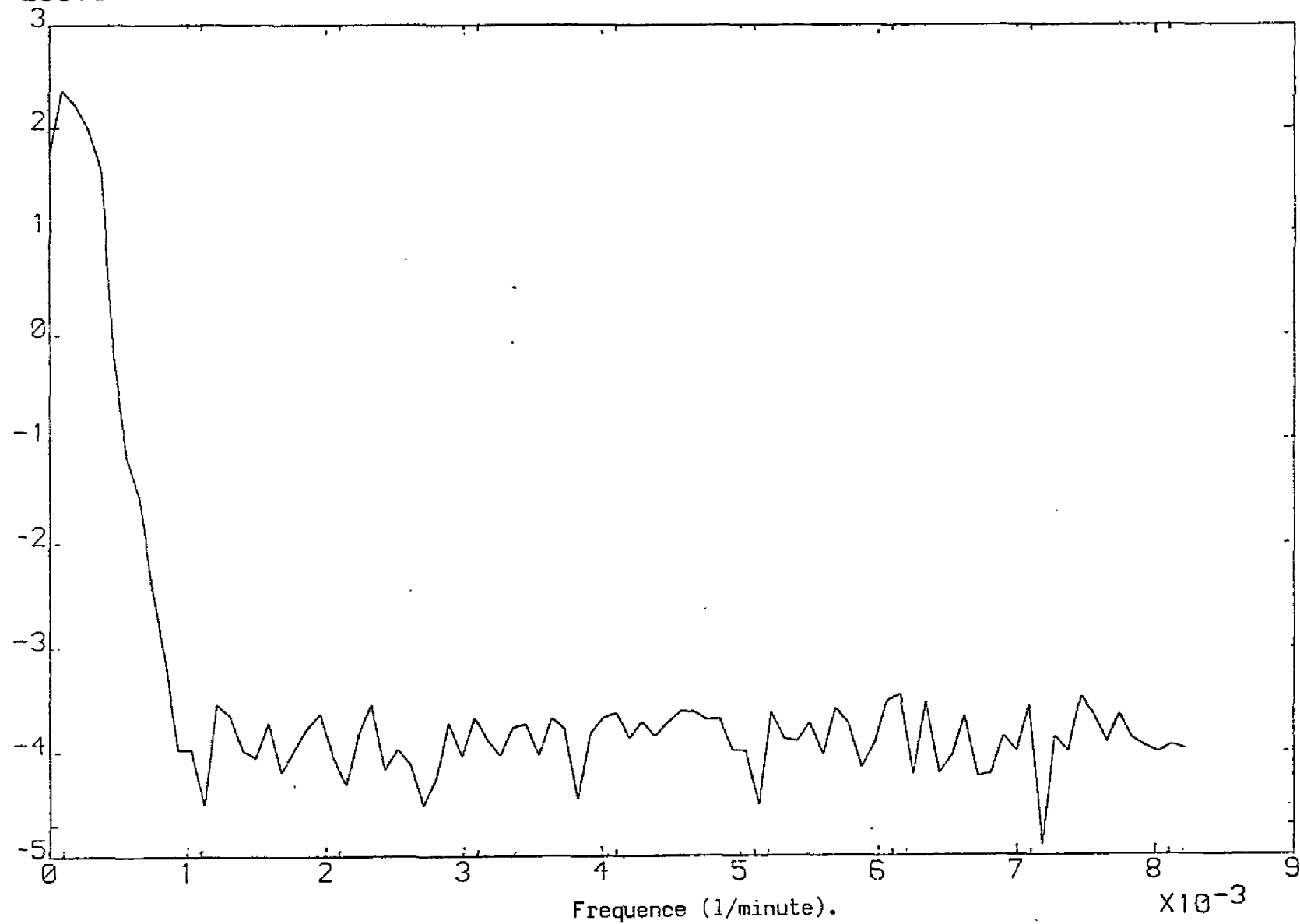


Figure 6h: Densité spectrale de puissance.  
Signal filtré par le filtre de Butterworth  $T_c = 48$  heures.

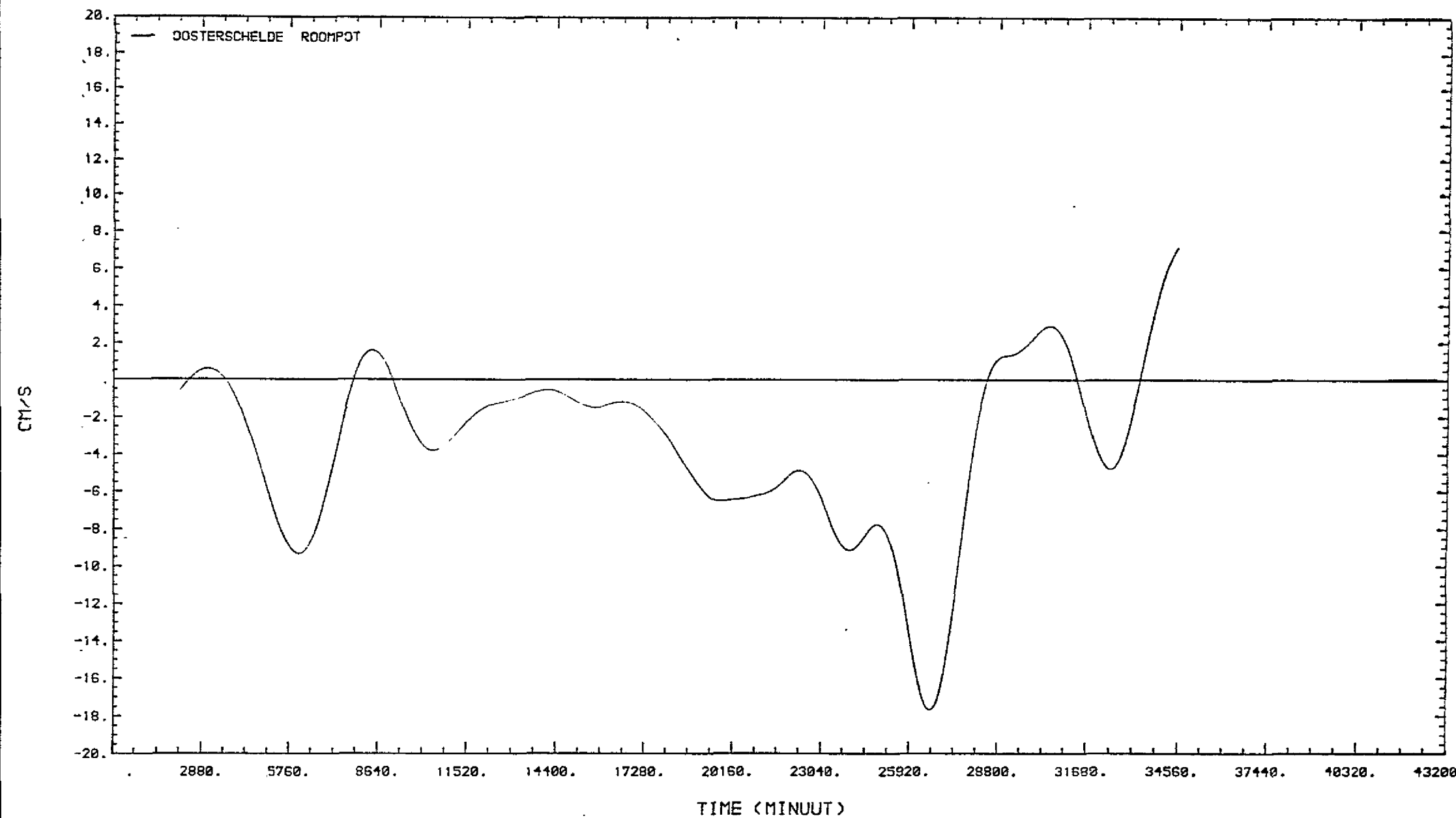


Figure 7a: Vitesse residuelle.  
Filtre de Godin.

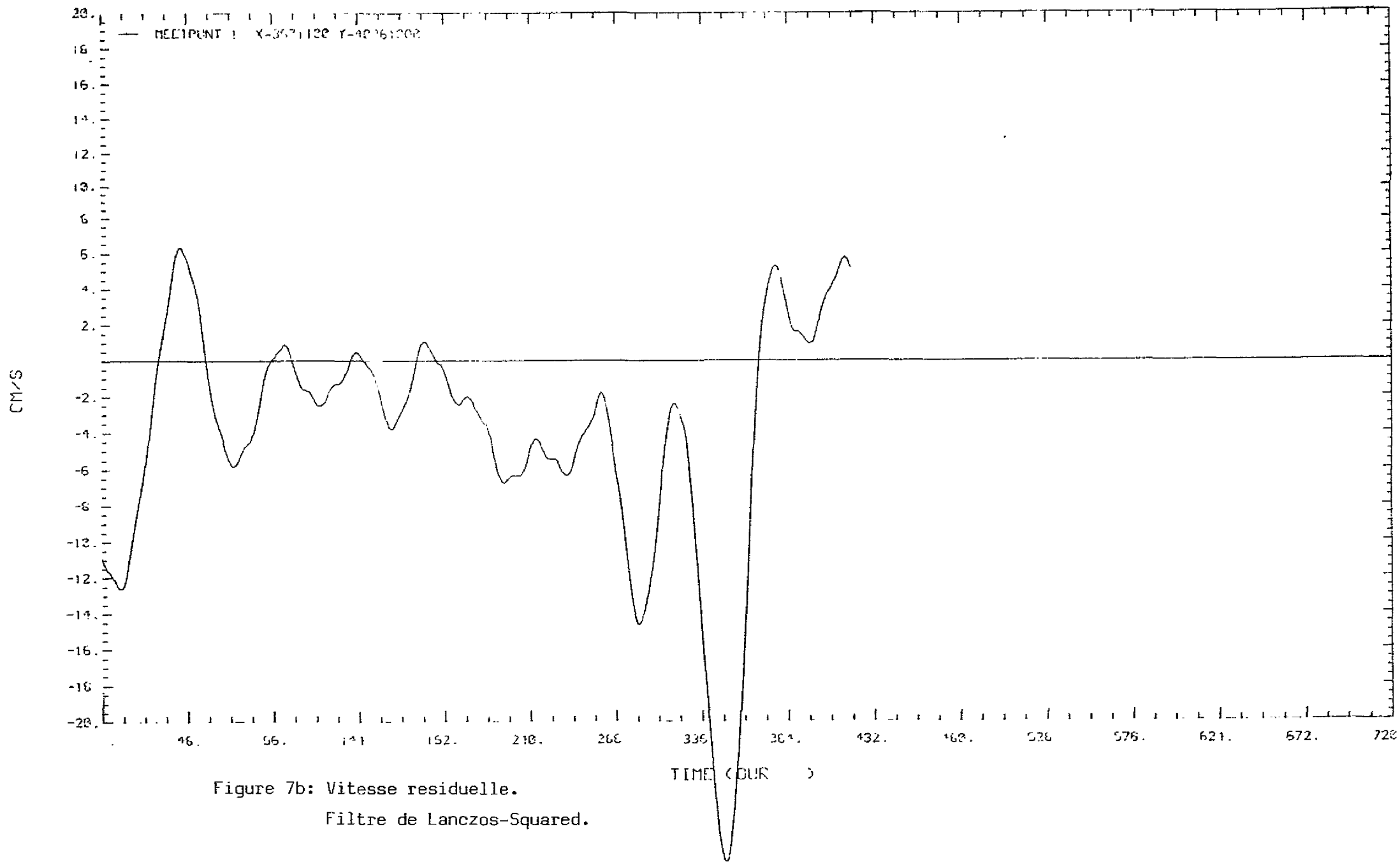


Figure 7b: Vitesse residuelle.  
Filtre de Lanczos-Squared.

CM/S

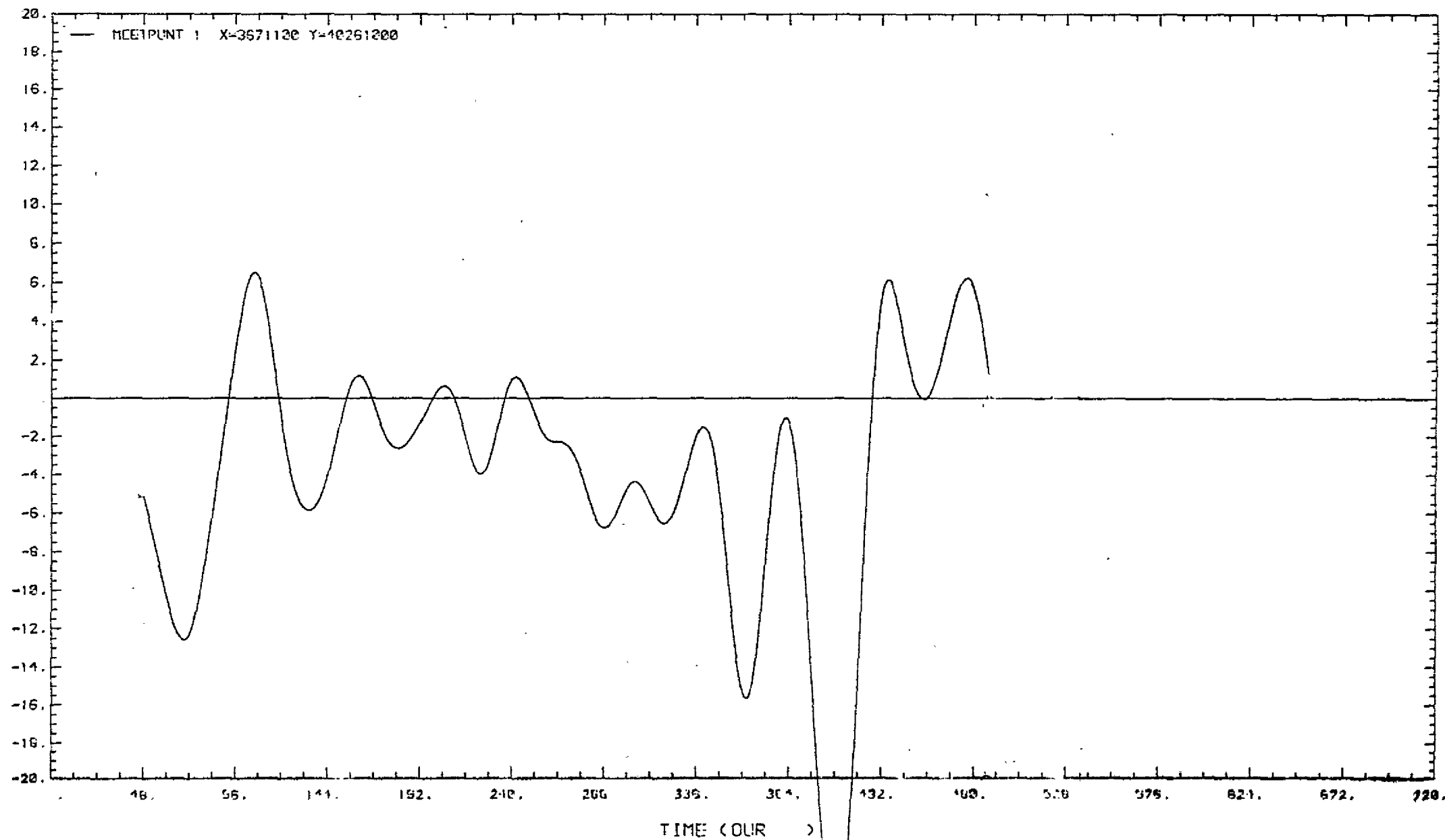


Figure 7c: Vitesse residuelle.  
Filtre de Butterworth  
 $T_c = 36$  heures.

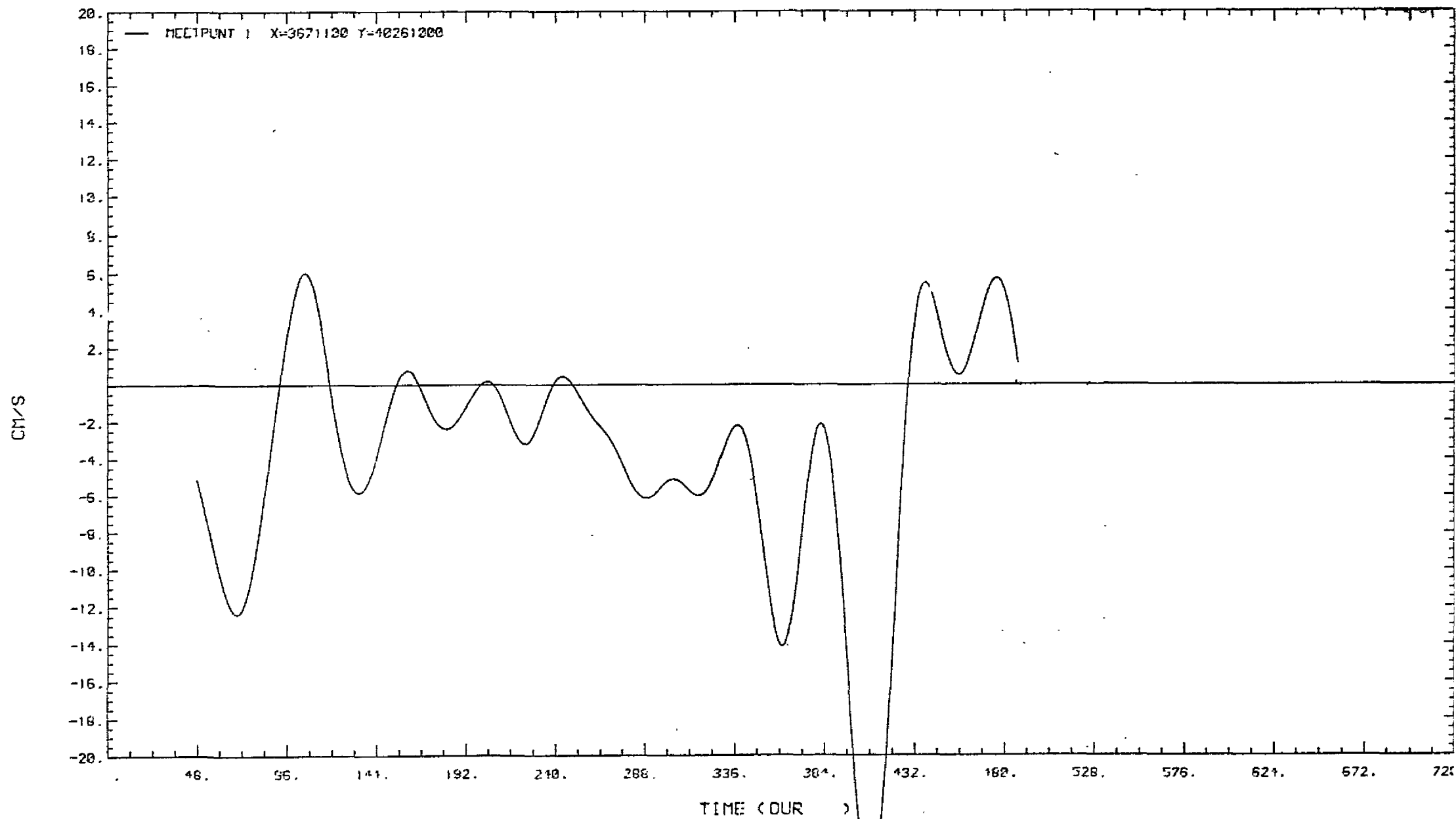


Figure 7d: Vitesse residuelle.  
Filtre de Butterworth  
Tc = 40 heures.

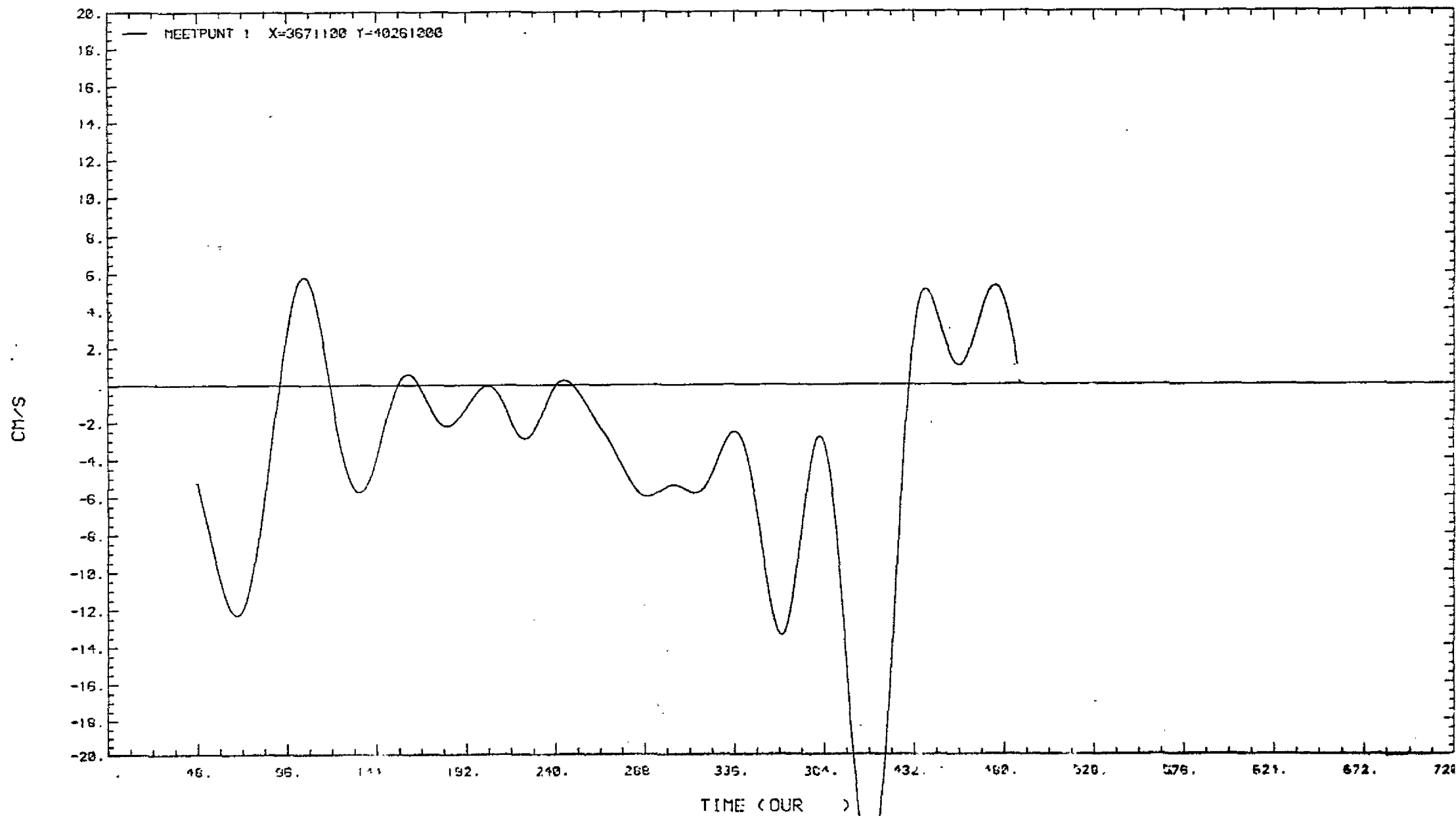


Figure 7e: Vitesse residuelle.  
Filtre de Butterworth  
 $T_c = 42$  heures.

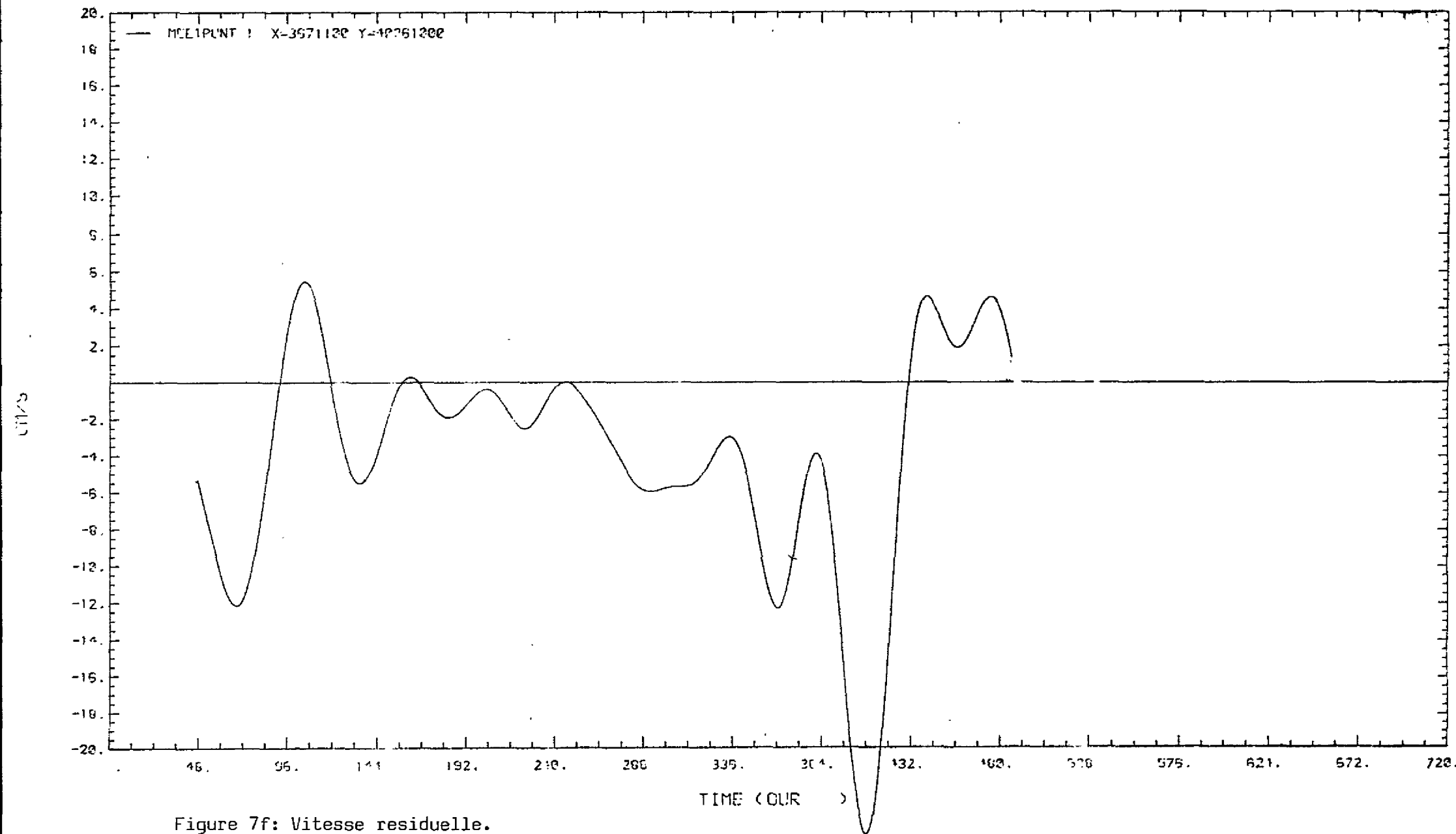


Figure 7f: Vitesse residuelle.  
Filtre de Butterworth  
 $T_c = 45$  heures.

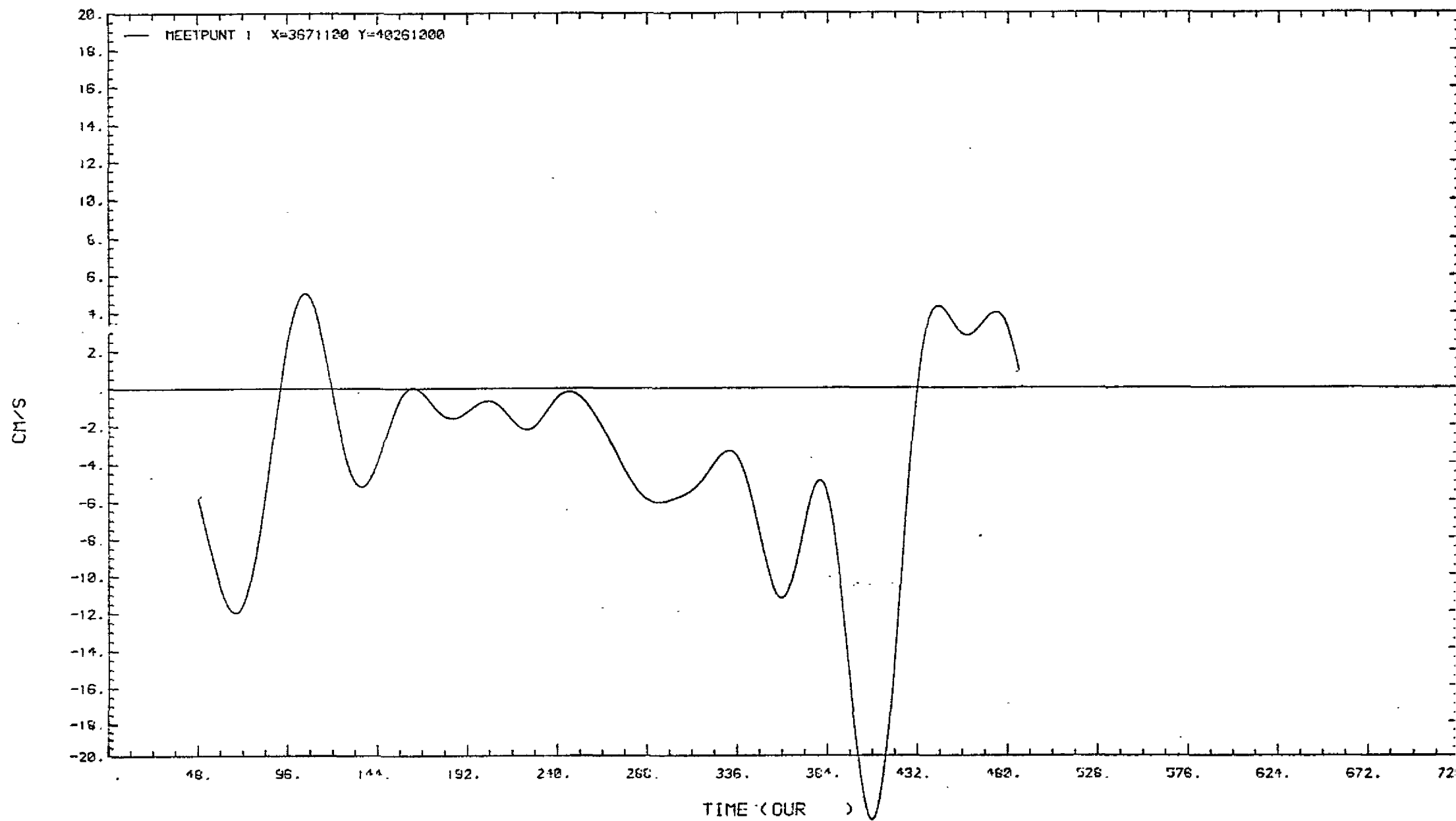


Figure 7g: Vitesse residuelle.  
Filtre de Butterworth  
Tc = 48 heures.

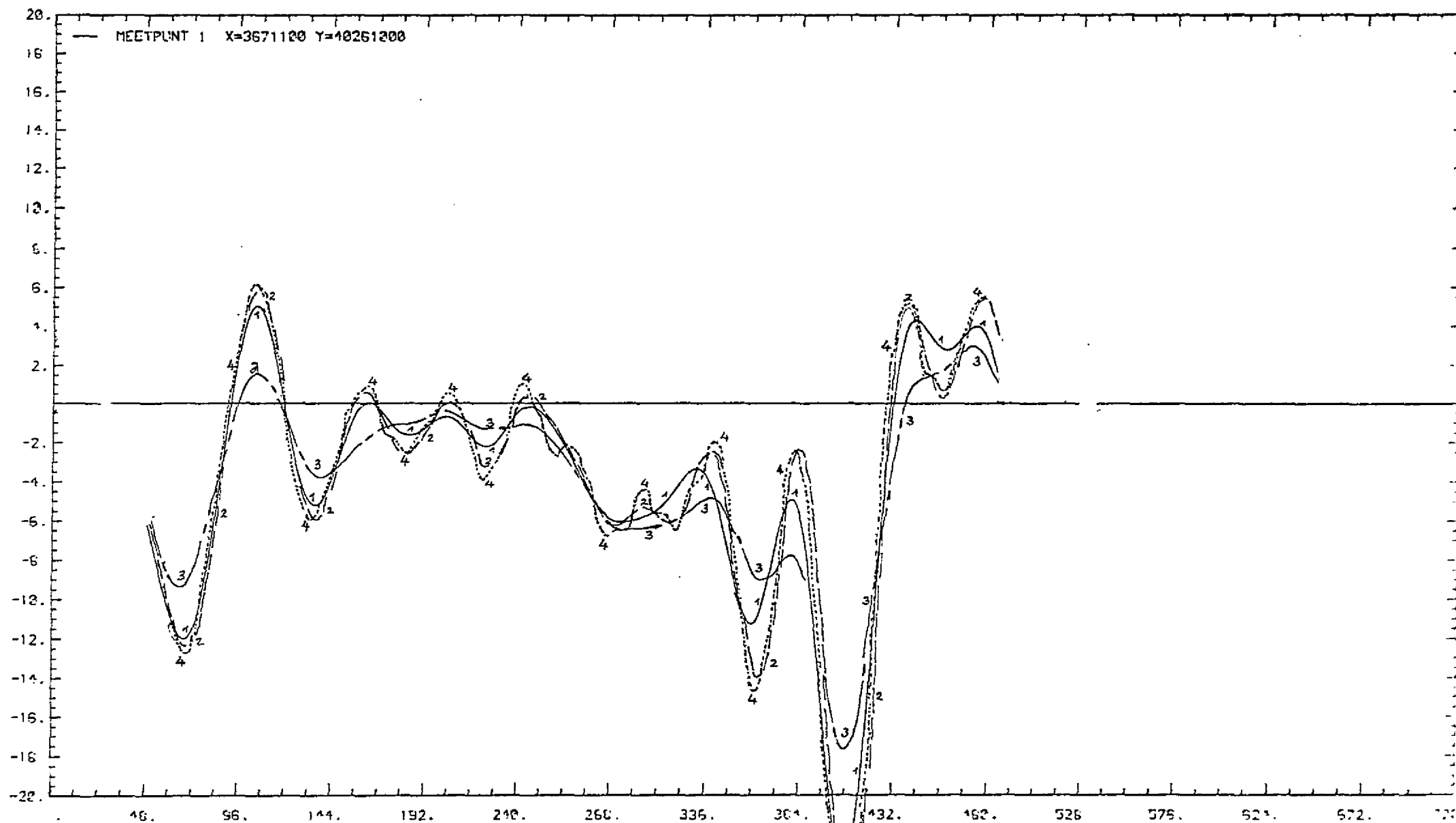


Figure 7h: Vitesse résiduelle  
 Filtre de Butterworth (— 1 —  $T_c=48$  heures)  
 Filtre de Godin (— 3 — ) Filtre de Lanczos-Squared (.... 4 .....) (— 2 —  $T_c=40$  heures)

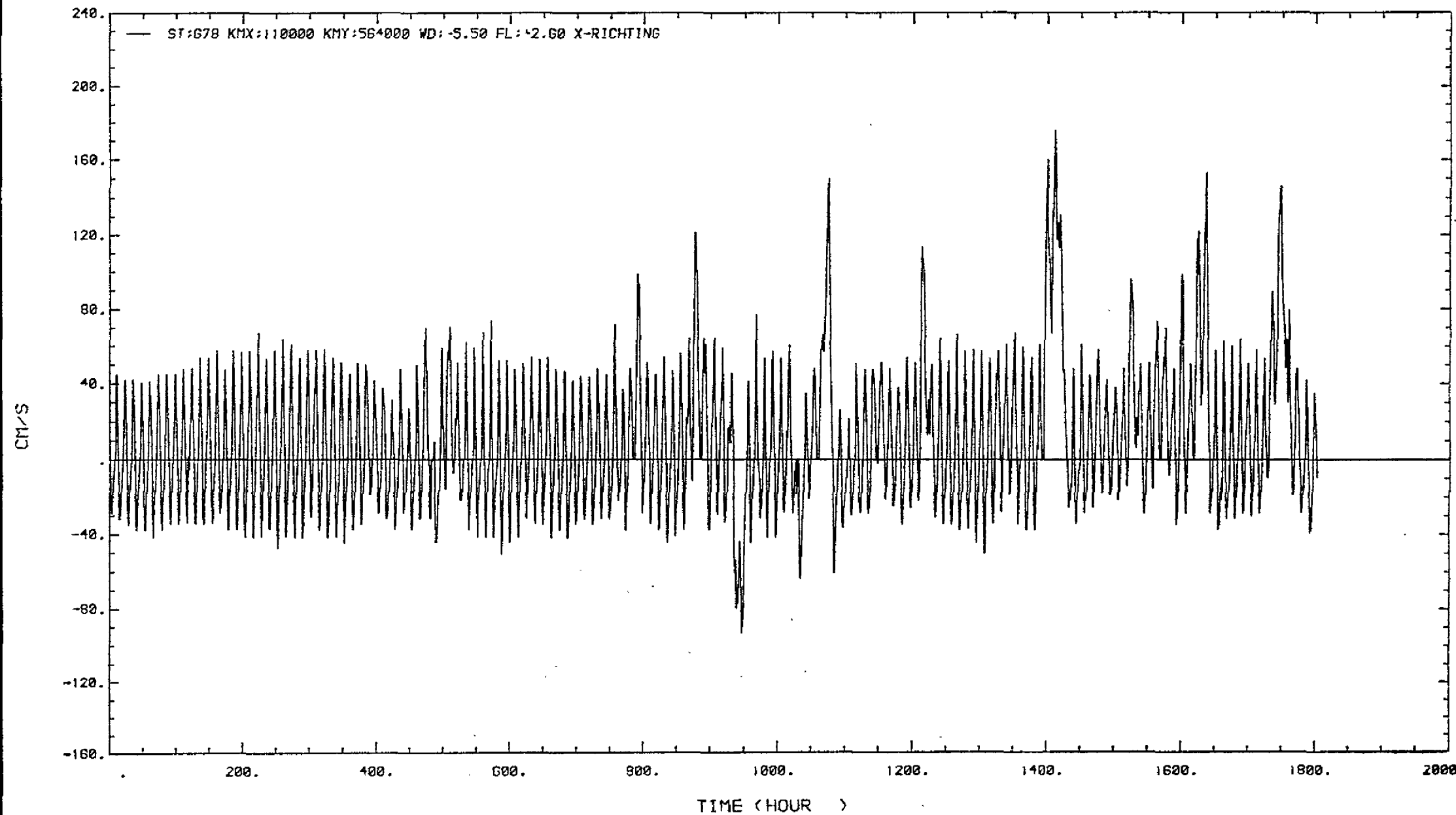


FIG: 8<sup>a</sup> REGISTRATION DE LA VITESSE DU COURANT. COMPOSANTE LE LONG DE LA COTE

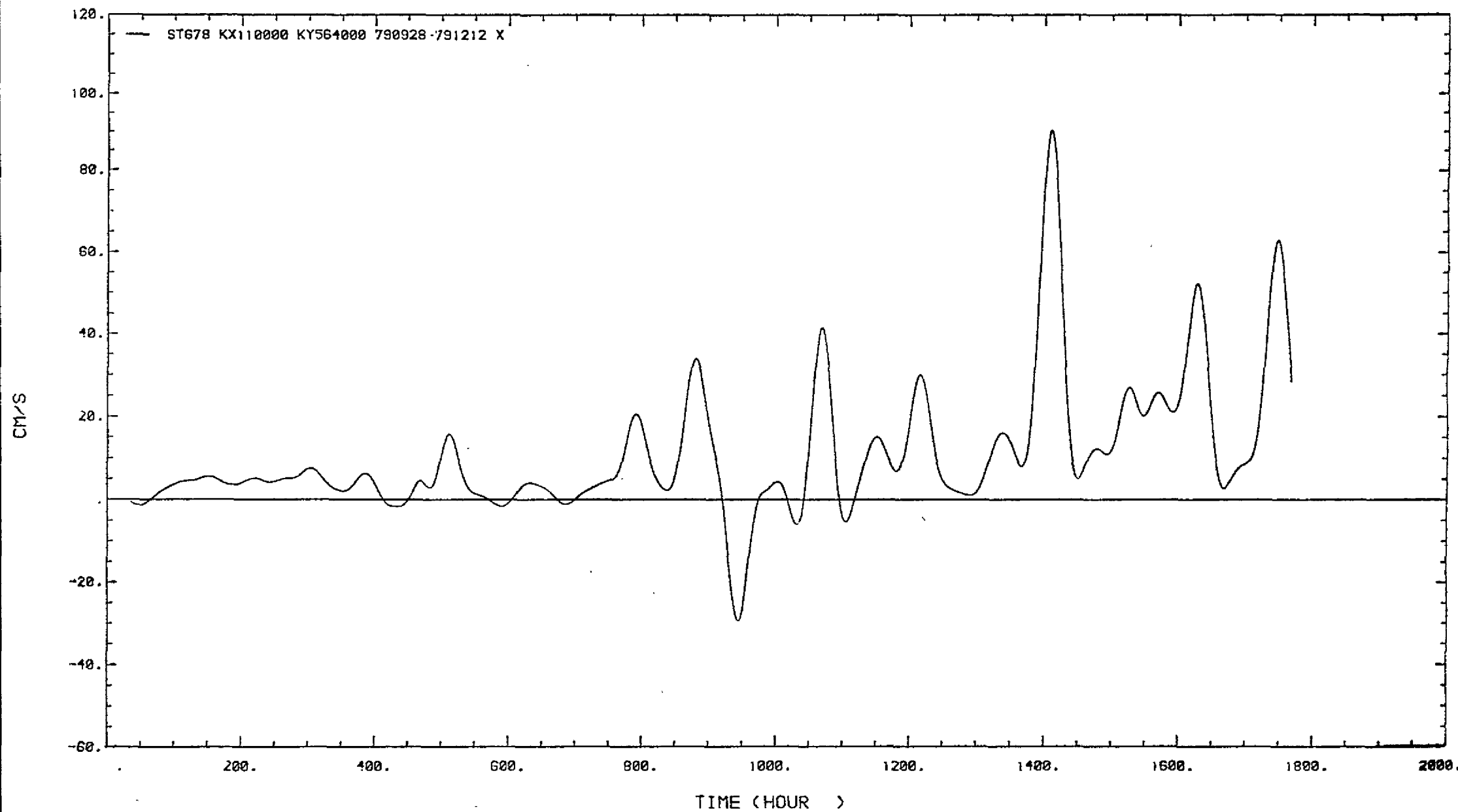


FIG: 8<sup>b</sup> COURANT RESIDUEL. COMPOSANTE LE LONG DE LA COTE

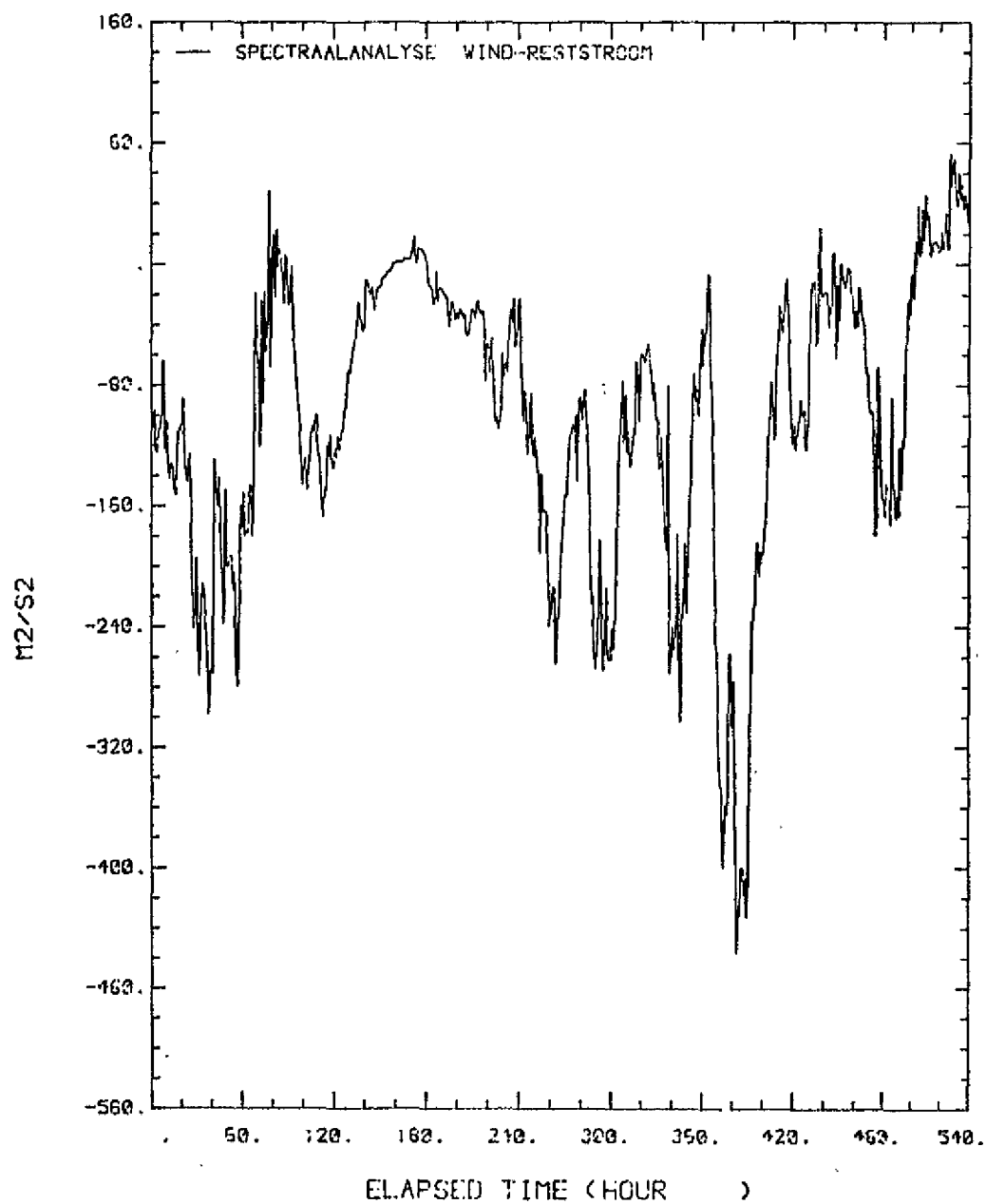


Figure 9: Facteur de la contrainte du vent.

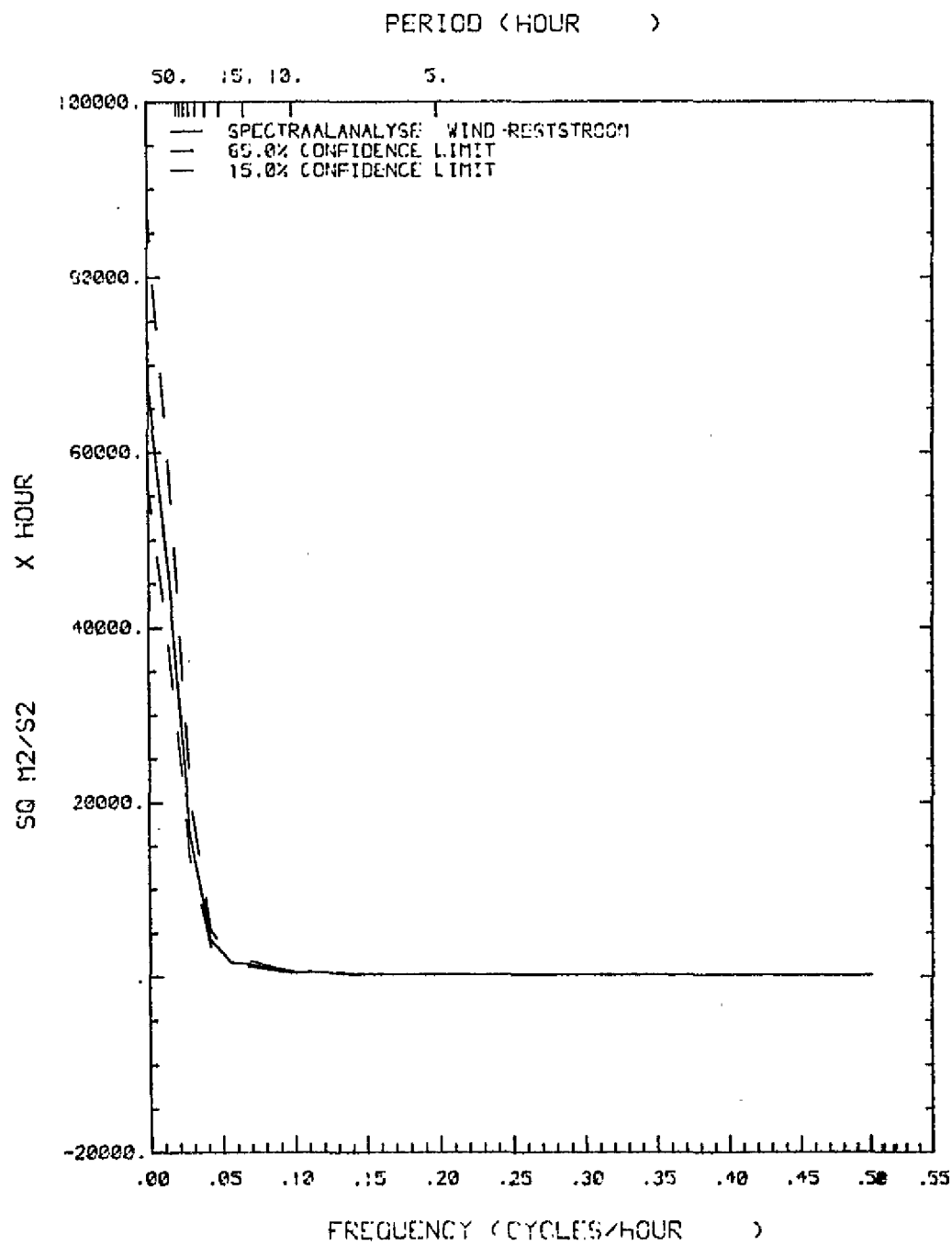


Figure 10: Densité spectrale.  
Facteur de la contrainte du vent.

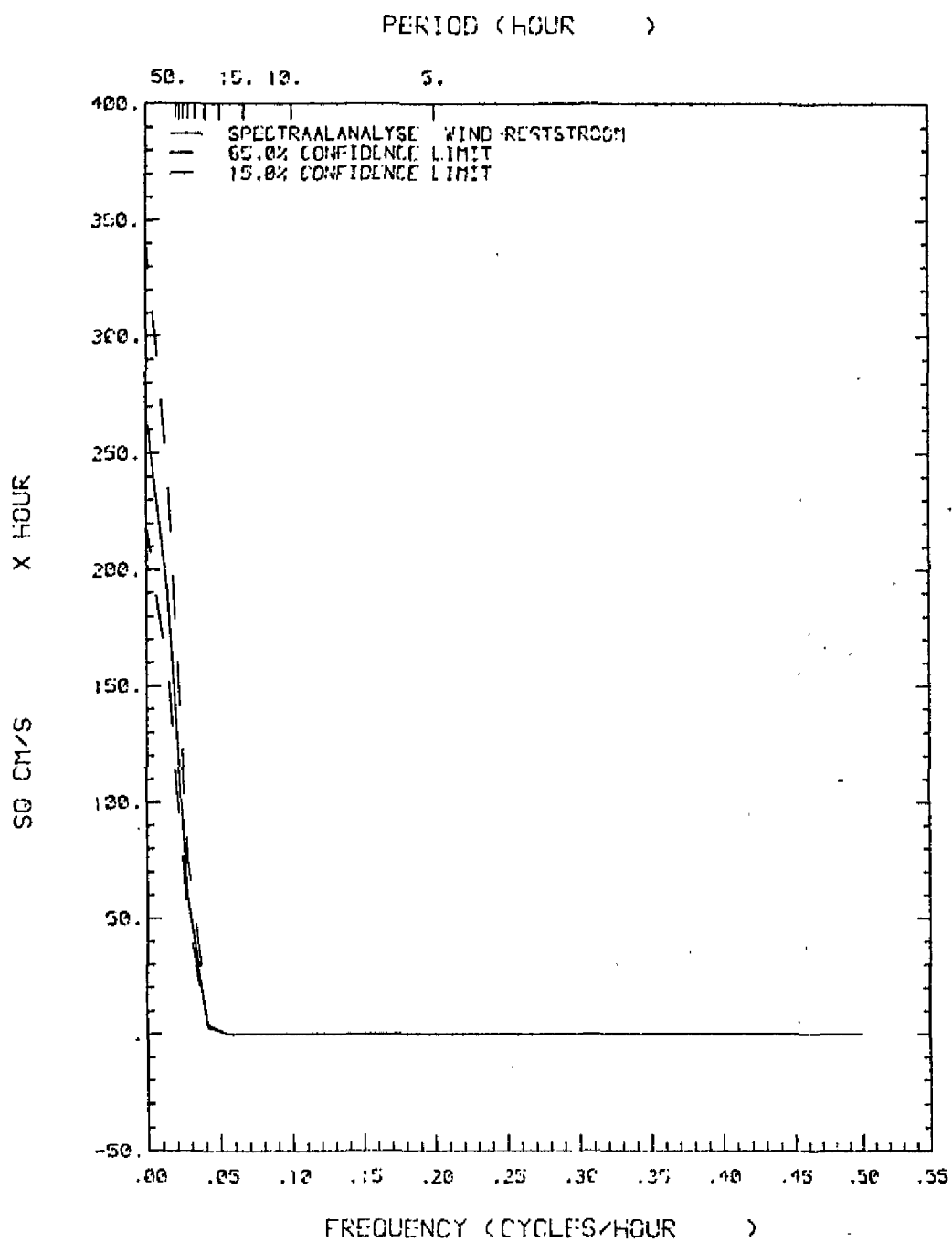


Figure 11: Densite spectrale.  
Vitesse residuelle.

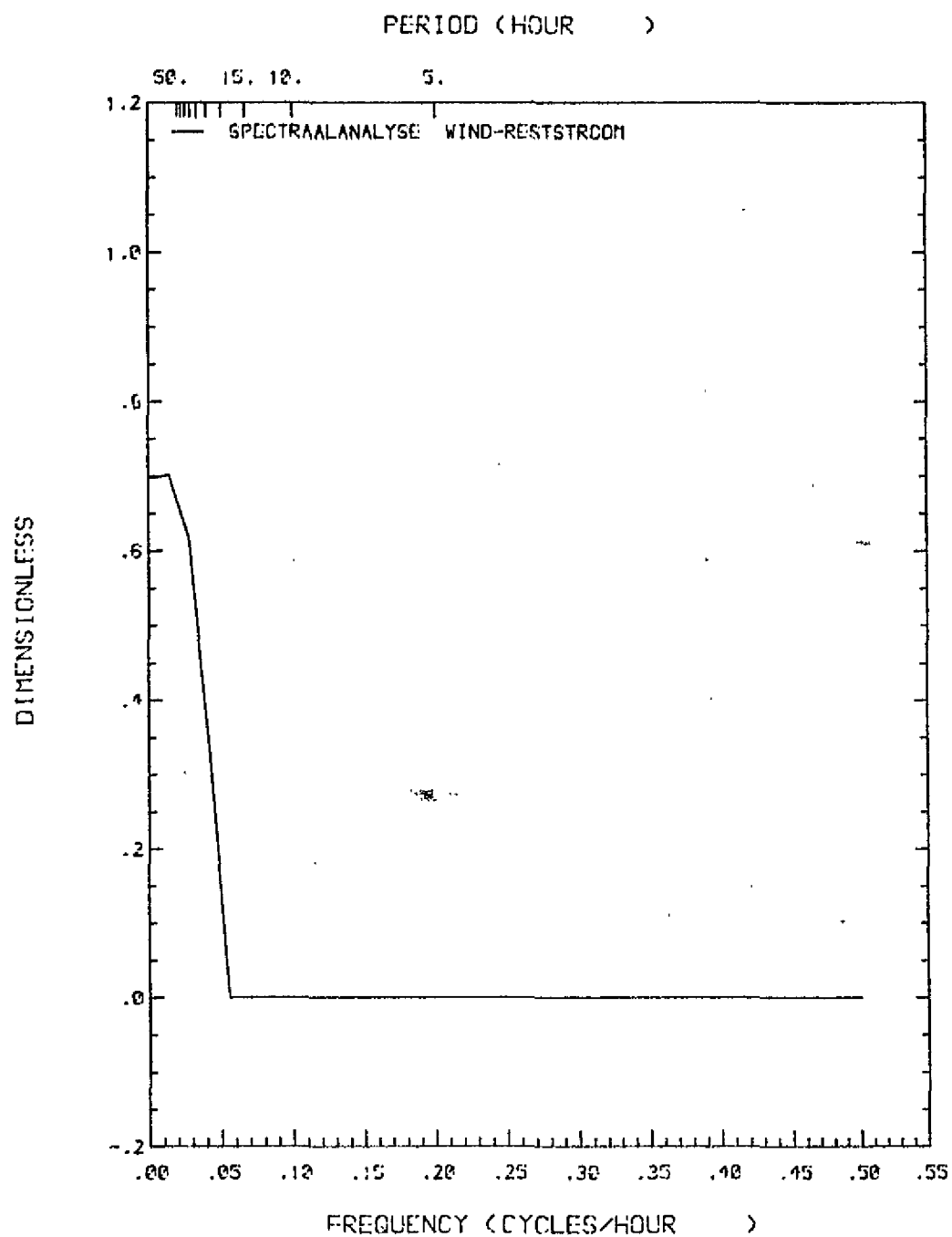


Figure 12: Carre de la fonction de coherence entre la contrainte du vent et la vitesse residuelle.

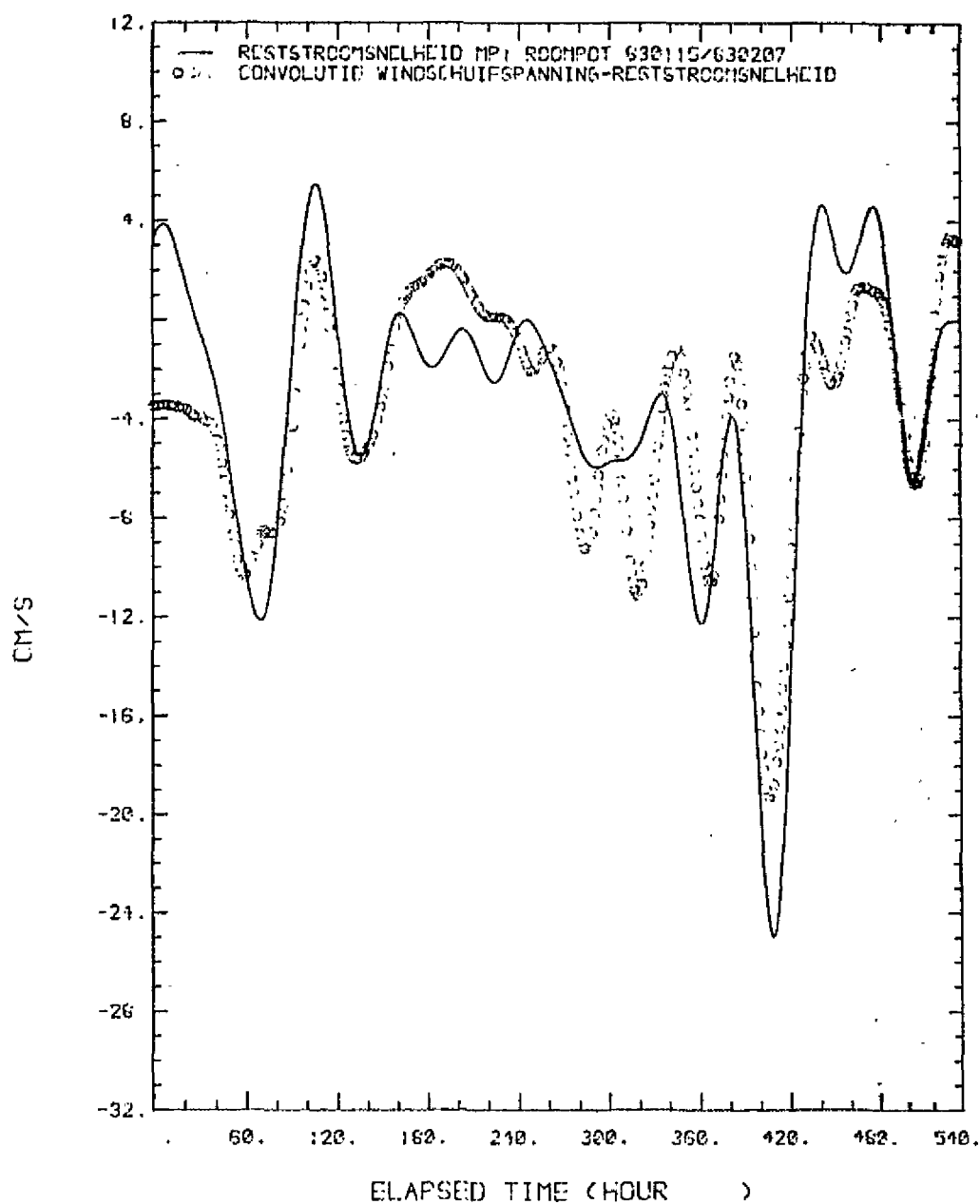


Figure 13: — Vitesse residuelle donnée apres filtrage.  
 o o o Vitesse residuelle par convolution de la  
 contrainte du vent.

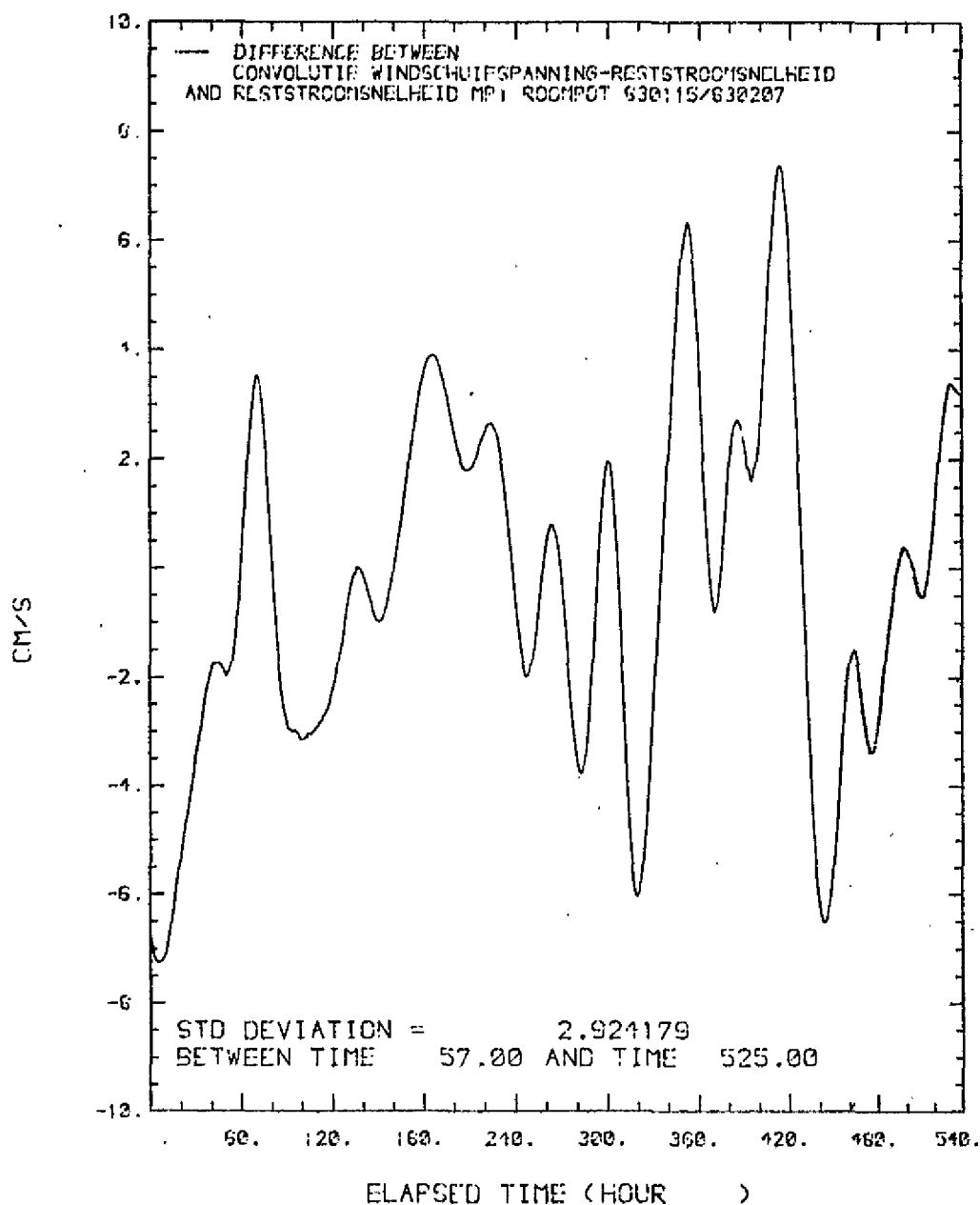


Figure 14: Difference entre vitesse residuelle donnée et celle calculée par convolution de la contrainte du vent.