

Q 625
deel 1

AFGEHANDEL

2e exemplaar

waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

interpolatie waterstanden

verslag voorstudie

Q 625 deel I

augustus 1987

Q0625-1

02.DEC.1987

BIBLIOTHEEK
Waterloepkundig Laboratorium
Postbus 177 - DELFT

2e exemplaar

interpolatie waterstanden

J.R. Moll

verslag voorstudie

Q 625 deel I

augustus 1987

INHOUD

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Doelstellingenanalyse</u>	3
2.1 Meetdoelstellingen.....	3
2.2 Specificaties voor de verwerkingsmethode.....	4
3. <u>Evaluatie van interpolatietechnieken</u>	6
3.1 Inleiding.....	6
3.2 Deterministisch-mathematische methoden.....	8
3.2.1 Lagrange interpolaties.....	9
3.2.2 Kleinste kwadraten aanpassing van polynomen.....	9
3.2.3 Gewogen afstands functies.....	10
3.2.4 Splines.....	10
3.2.5 Samenvatting.....	11
3.3 Deterministisch-fysische methoden.....	11
3.4 Stochastisch-mathematisch methoden.....	12
3.4.1 Tijdreeksmodellen.....	13
3.4.2 Regressiemodellen.....	14
3.4.3 Kriging-interpolaties.....	14
3.4.4 Samenvatting.....	15
3.5 Stochastisch-fysische methoden.....	15
4. <u>Proefberekeningen</u>	18
4.1 Inleiding.....	18
4.2 Schematisatie.....	18
4.3 Toepassing MLR-methode.....	18
4.4 Toepassing WAKFIL.....	19
4.5 Bespreking van de resultaten.....	19
5. <u>Conclusies en aanbevelingen</u>	21
5.1 Conclusies.....	21
5.2 Aanbevelingen.....	22
5.3 Ontwikkelingsstappen.....	24

LITERATUUR

FIGUREN

LIJST VAN FIGUREN

- 1 Primair Peilmeetnet
- 2 Lineaire interpolatie
- 3 Kleinste kwadraten aanpassing van een polynoom
- 4 Schematisatie Westerschelde met 196 vakken
- 5 Schematisatie Westerschelde met 27 vakken
- 6 Interpolatie waterstanden Hansweert met MLR methode
- 7 Calibratie van IMPLIC op waterstanden Hansweert (groot model)
- 8 Interpolatie waterstanden Hansweert met WAKFIL (klein model)

SYMBOLLEN

a_k	coëfficiënt	
c_i, c_{ij}	coëfficiënt	
d	afstand	[L]
f	Coriolis parameter	[T ⁻¹]
$f(.)$	basisfunctie	
g	versnelling van de zwaartekracht	[LT ⁻²]
h	waterstand	[L]
h_H	waterstand Hansweert	[L]
h_V	waterstand Vlissingen	[L]
h_P	waterstand Prosperpolder	[L]
i, j, k, n	indices	
p	orde AR-deel	
p_a	atmosferische druk	[ML ⁻¹ T ⁻²]
q	orde MA-deel	
t	tijd	[T]
t_{akt}	interpolatie tijdstip	[T]
u, v	watersnelheden in x, y richting	[LT ⁻¹]
$w(.)$	afstandsfunctie	
x	plaatsvector, plaatscoördinaat	
x_0	te interpoleren punt	
y	plaatscoördinaat	
z	waarneming	
z^*	interpolator	
A, B	toestandsovergangsmatrices	
C	transformatiematrix	
D	waterdiepte	[L]
G	transformatiematrix	
H	waarneemmatrix	
J	doelfunctie	[L ²]
M_i	coëfficiënten bij splines	
N	aantal waarnemingen	
U	randvoorwaardenvector	
V	waarneemruisvector	[L]

V_w	windsnelheid	[LT ⁻¹]
W	modelruisvector	
X	toestandsvector	
α_i	coëfficiënt	
β_i	coëfficiënt	
γ	windwrijvingscoëfficiënt	
γ_i	coëfficiënt	
δ_i	coëfficiënt	
$\varepsilon(.)$	witte ruis proces	
θ_j	MA-coëfficiënt	
λ	lineaire bodemwrijvingscoëfficiënt	[LT ⁻¹]
$\lambda_k(.)$	gewichtsfunctie	
ϕ_i	AR-coëfficiënt	
ρ_w	dichtheid van water	[ML ⁻³]
Δ_i	interval	[L]

INTERPOLATIE WATERSTANDEN

1. Inleiding

Het beschikbaar hebben van nauwkeurige informatie over de opgetreden en optredende waterstanden in de Rijkswateren is voor de beheerders van groot belang. Dit vindt zijn weerslag in de voor dit doel geleverde meetinspanning. Variaties in de waterstanden t.g.v. getijbeweging, windopzet en afvoergolven van rivieren worden op de voor dit doel ingerichte meetstations geregistreerd. Bij het verwerken van de meet-tijdreeksen kunnen een aantal problemen voorkomen:

- i) Een waterstandsregistratie is onjuist t.g.v. storing in de apparatuur. Hoe wordt dit ontdekt aan de hand van de data?
- ii) Een meetstation is tijdelijk uitgevallen. Hoe wordt het hiaat in het bestand aangevuld?

Het interpreteren van de beschikbare meetgegevens en hun onderlinge samenhang is ook nodig voor het beantwoorden van de vragen:

- iii) Wat is de waterstand in een niet bemeten punt?
- iv) Wat zijn de consequenties van het veranderen van de dichtheid van het waterstandsmmeetnet op de nauwkeurigheid van de resulterende waterstands-informatie?

Door gebruik te maken van de ruimtelijk en temporele samenhang van de waterstanden is m.b.v. interpolatietechnieken een antwoord te geven op de bovenstaande vragen. Binnen Rijkswaterstaat is hiertoe veelal gebruik gemaakt van meervoudige lineaire regressie (MLR-methode).

Ontwikkelingen in de mathematisch/fysische modellering van de waterbeweging en stochastische interpolatie-methoden enerzijds, en de informatica anderzijds, bieden nu alternatieven voor de MLR methode.

Rijkswaterstaat, Dienst Getijdewateren, is geïnteresseerd of het mogelijk is met deze nieuwe methoden nauwkeuriger interpolatie-resultaten te bereiken, en zo ja, of bovendien zo'n methode kan worden geoperationaliseerd voor routinematige toepassing.

Bij brief d.d. 5 maart 1987, kenmerk IOSO/8720280, is het Waterloopkundig Laboratorium door de Dienst Getijdewateren gemachtigd tot het uitvoeren van een

vooronderzoek terzake. In dit rapport worden de resultaten van dit vooronderzoek gepresenteerd. De opbouw is als volgt:

In hoofdstuk 2 wordt de relatie geanalyseerd tussen interpolatienauwkeurigheid en meetdoelstellingen. De nauwkeurigheid van waterstandsinformatie hangt zowel af van de structuur van het meetnet (meetlokaties, meetfrequenties, meetvariabelen) als van de gebruikte interpolatiemethode.

In hoofdstuk 3 worden de uit praktisch oogpunt meest relevante interpolatiemethoden kort besproken en geëvalueerd in het licht van de doelstellingen van dit onderzoek.

Teneinde een indruk te krijgen van de perspectieven van het toepassen van een op de fysica gebaseerde methode wordt in hoofdstuk 4 verslag uitgebracht van de resultaten van een proefberekening. Hier is een 1-dimensionaal waterbewegingsmodel, uitgebreid met een kalmanfilter, toegepast voor het interpoleren van waterstanden op de Westerschelde. De resultaten worden vergeleken met die van de MLR-interpolatiemethode.

De verkregen resultaten geven aanleiding tot het formuleren van enige conclusies. Dit vindt plaats in hoofdstuk 5. In dit zelfde hoofdstuk wordt tenslotte een ontwikkelingspad aangegeven om te komen tot een operationale methode om waterstanden op niet bemeten punten zo goed mogelijk op routinematige basis te kunnen berekenen uit die op wel bemeten punten.

Dit vooronderzoek is uitgevoerd en gerapporteerd door ir. J.R. Moll.

2. Doelstellingenanalyse

2.1 Meetdoelstellingen

Het interpoleren van waterstanden op niet bemeten punten uit geregistreerde meetgegevens elders is voor de beheerder van belang om een compleet overzicht te verkrijgen van de optredende waterstanden in zijn gebied. Dit complete overzicht vormt de informatie die de beheerder hebben wil. De informatie is het resultaat van twee complementaire activiteiten, nl. meten en verwerken.

Bij elke meetinspanning is een verwerkingsmethode te ontwikkelen die optimale informatie oplevert indien de meetdoelstelling (de gewenste informatie) te kwantificeren is, bijvoorbeeld in termen van nauwkeurigheid. Een voorbeeld van een gekwantificeerde meetdoelstelling is: waterstanden in een willekeurig punt van het gebied moeten worden berekend, zodanig dat de verwachte afwijking tussen berekende en in werkelijkheid opgetreden waterstand minimaal is in kleinste kwadraten zin.

Algemene doelstellingen voor het vergaren van waterstandsinformatie zijn:

- het registreren op zich; het vastleggen van de waterstaatkundige toestand
- het verschaffen van basisgegevens voor planvorming
- het analyseren van de gevolgen van ingrepen in het gebied
- het voeren van operationeel beheer (bijv. stuwbeheer) op basis van deze informatie.

Voor het realiseren van deze doelstellingen zijn in Nederland verscheidene meetnetten operationeel. Een meetnet bestaat uit een verzameling meetstations, waarop met een vastgestelde frekwentie één of meerdere variabelen worden bemonsterd. Van groot belang voor de waterstanden in de Rijkswateren is het Monitoring Systeem Waterhoogten (MSW), zie Fig. 1. Voor dit meetnet en de in bovenstaand voorbeeld gekwantificeerde meetdoelstelling is het mogelijk te onderzoeken welke verwerkingsmethode (interpolatiemethode) optimaal is. De gevolgde aanpak is ook op andere meetnetten toepasbaar.

2.2 Specificaties voor de verwerkingsmethode

Aan de te ontwikkelen interpolatiemethode zijn een aantal eisen te stellen:

- * maximale nauwkeurigheid (meetdoelstelling)
- * robuustheid bij uitval van één of meerdere stations
- * robuustheid bij extreme fysische omstandigheden
- * on-line inzetbaarheid
- * routinematige inzetbaarheid
- * operationeelheid

Achtereenvolgens bespreken we deze eisen.

Maximale nauwkeurigheid is een eis, die te toetsen is in specifieke situaties, niet in het algemeen. Zo kan interpolatiemethode I_1 duidelijk nauwkeuriger zijn dan methode I_2 in situatie S_a , maar kan in situatie S_b geen verschil in prestatie te vinden zijn. Voor het volledig onderzoeken van de nauwkeurigheid van verschillende interpolatiemethoden is per meetnet en per gekwantificeerde meetdoelstelling een klassificatie nodig van relevante situaties. Per situatie kunnen dan de te behalen nauwkeurigheden worden geevalueerd. Voor het onderzoeken van de nauwkeurigheid is het voorts alleen mogelijk gemeten standen af te leiden uit buurmeetpunten. Het verifiëren van interpolatieresultaten op in het geheel niet bemeten punten is alleen mogelijk door ad-hoc ter plekke te gaan meten.

Robuustheid bij uitval meetstations is te onderzoeken door uitval te simuleren op historische bestanden. Alleen als er randpunten uitvallen zijn er problemen te verwachten bij een aantal interpolatiemethoden: een mathematisch-fysisch model is niet te gebruiken zonder opgegeven randvoorwaarden.

Robuustheid bij extreme omstandigheden is ook te onderzoeken m.b.v. historisch materiaal. Interpolatiemethoden die deze extreme fysische condities op enigerlei wijze verdisconteren, hetzij via gebruik van fysische wetten, hetzij via gebruik van statistische relaties die geijkt zijn op o.a. deze extreme omstandigheden, zullen naar verwachting betere resultaten opleveren dan andere interpolatiemethoden.

On-line inzetbaarheid is een praktische eis betrekking hebbende op de reken-techniek, rekensnelheid en rekenapparatuur. Onder on-line rekenen verstaat men het rekenen in real-time, hetgeen in ons geval inhoudt dat waterstanden $\{ h(t) \mid t < t_{akt} \}$ gebruikt kunnen worden in de interpolatie.

Bij off-line rekenen mag gebruik gemaakt worden van $\{ h(t) \mid t \leq t_{akt} \wedge t \geq t_{akt} \}$
Hierbij is t_{akt} het interpolatietijdstip.

Routinematige inzetbaarheid is een praktische eis gerelateerd aan automatische gegevensverwerking en het gebruik van de methode in een omgeving waar de aanwezigheid van hooggekwalificeerd personeel niet nodig is. In principe is het mogelijk met een gebruikersvriendelijke invoer en uitvoer elke methode aan deze eis te laten voldoen.

Operationeelheid is een eis betrekking hebbende op het ontwikkelingsstadium van de methode. Met uitzondering van MLR-methode is momenteel geen methode operationeel voor het interpoleren van waterstanden bij Rijkswaterstaat.

Op eisen ten aanzien van computerapparatuur en rekensnelheid wordt in dit rapport niet nader ingegaan.

Het incidenteel gebruik versus routinematig (in de zin van continu) gebruik vraagt (praktische) aandacht bij interpolatiemethoden die gebaseerd zijn op de mathematisch/fysische vergelijkingen. Bij incidenteel gebruik moet namelijk rekening gehouden worden met het zo genaamde 'inslingeren' van het model ten gevolge van een onvolledig bekende beginsituatie.

3. Evaluatie van interpolatietechnieken

3.1 Inleiding

Allereerst definiëren we wat verstaan wordt onder een interpolatiemethode:

Een interpolatiemethode is een eenduidige procedure om uit een gegeven aantal waarnemingen $z(x_1), \dots, z(x_n)$ van een functie $z(x)$ een benadering $z^*(x_0)$ te berekenen voor $z(x_0)$, waarbij $z(x_0)$ niet waargenomen is.

Hierbij is x een vector gedefinieerd op een gebied G .

Bij het interpoleren van waterstanden is de dimensie van x in de regel maximaal 3 (2 plaatscoördinaten en 1 tijdcoördinaat).

Voor het interpoleren van waterstanden zijn in principe een groot aantal interpolatiemethoden beschikbaar. Het gebruik van een specifieke methode vereist soms dat aan bepaalde voorwaarden voldaan is, zoals:

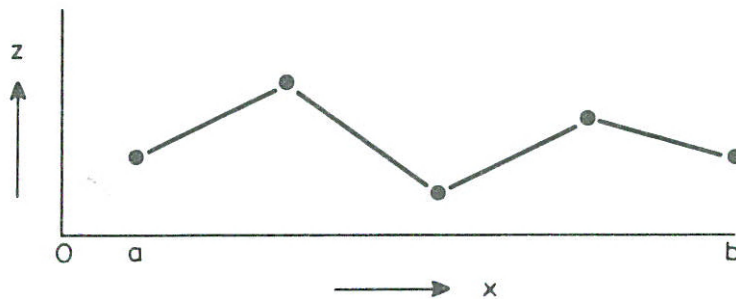
- waarnemingen van een variabele op verschillende tijdstippen zijn onderling onafhankelijk en te beschouwen als trekkingen uit een zekere populatie;
- waarnemingen zijn niet behept met waarneemfouten;
- de niet-stationaire waterbeweging in het stelsel open leidingen waarin geïnterpoleerd moet worden wordt bevredigend beschreven door de 1-dimensionale St. - Venant vergelijkingen.

Ook dienen er soms keuzes gemaakt te worden bij het toepassen van een bepaalde methode zoals:

- het aantal n ($n < N$) meetpunten, te betrekken in de procedure;
- de orde van de te gebruiken interpolatiepolynomen;
- statistische drempels t.a.v. tolerantie en significantie van regressoren.

Ter illustratie een aantal (1-dimensionale) voorbeelden

Voorbeeld 1



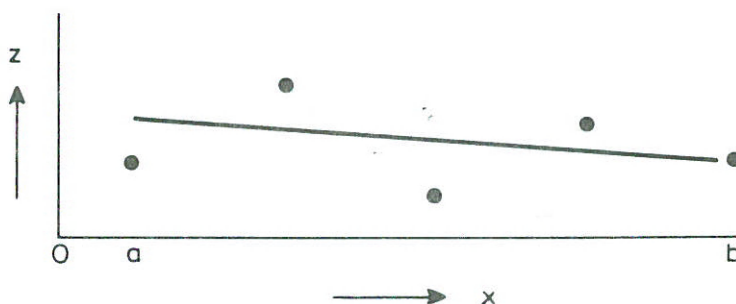
Figuur 2.

In Figuur 2 is het resultaat van een lineaire interpolatie te zien. Als voorwaarden zijn gesteld:

- de interpolator is continu
- de interpolator is exact in de meetpunten.

Bij gebruik van een polynoominterpolatiemethode is voorts gekozen voor een polynoom van orde 1.

Voorbeeld 2



Figuur 3.

In Figuur 3 is het resultaat geschetst van een kleinste kwadraten aanpassing van een polynoom.

Als voorwaarden zijn hier gesteld:

- de interpolator is kontinu differentieerbaar
- de interpolator hoeft niet exact te zijn.

Gekozen is voorts voor een polynoom van orde 1.

In dit hoofdstuk worden interpolatietechnieken besproken die toegepast kunnen worden bij het interpoleren van waterstanden. Het overzicht omvat de meest relevante hedendaagse methoden. De bespreking van een techniek beperkt zich tot het vermelden van de gebruikte concepten, de van belang zijnde voorwaarden voor toepassing, en de eventueel te maken keuzes. Een bespreking wordt afgesloten met een evaluatie van het perspectief voor toepassing in een volgende fase van dit onderzoek in het licht van de in hoofdstuk 2 uitgewerkte doelstellingen.

Bij de bespreking van de technieken wordt de volgende indeling gebruikt:

1. Deterministische interpolatie technieken.

Aan de tot deze groep behorende technieken liggen uitsluitend deterministisch mathematische of fysische concepten en voorwaarden ten grondslag.

2. Stochastische interpolatie technieken.

Hierbij speelt een zeker waarschijnlijkheidsmodel of statistisch model een essentiële rol.

Binnen elk van deze twee groepen is een nader onderscheid te maken: in interpolatiemethoden waarbij aan fysische wetten voldaan wordt, en in interpolatiemethoden waarbij dat niet het geval is.

3.2 Deterministisch-mathematische methoden

Achtereenvolgens worden besproken:

- Lagrange interpolaties
- Kleinste kwadraten aanpassing van polynomen
- Gewogen afstands functies
- Splines

3.2.1 Lagrange interpolaties

De benaderende interpolatiefunctie $z^*(.)$ wordt geschreven als lineaire com-

binatie van N bekende basisfuncties $f_k(x)$.

In het geval van Lagrange-interpolatie kiest men hiervoor polynomen, bijv: - $(1, x, x^2 \dots)$:

$$z^*(x) = \sum_{k=1}^n a_k f_k(x) \quad (3.1)$$

Door te eisen dat de functie $z^*(x)$ exact door de meetpunten gaat worden de waarden van de coëfficiënten a_k vastgelegd:

$$\sum_{k=1}^n a_k f_k(x_j) = z_j \quad j=1, \dots, N \quad (3.2)$$

Evaluatie:

Een specifiek bezwaar van deze methode vormt het feit dat bij grote N polynomen van hoge orde gebruikt worden, waardoor ongewenste opslingeringen in $z^*(x)$ kunnen ontstaan. Voorts kan het stelsel (3.2) slecht geconditioneerd zijn.

3.2.2 Kleinste kwadraten aanpassing van polynomen

De benaderende interpolatiefunctie $z^*(.)$ wordt nu geschreven als polynoom van graad n ($n < N$):

$$z^*(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 \dots + c_n x^n \quad (3.3)$$

De coëfficiënten worden gevonden door minimalisatie van

$$J = \sum_{k=1}^n [z(x_k) - z^*(x_k)]^2 \quad (3.4)$$

Evaluatie:

Deze methode is niet exact en kan de gebruiker ervan voor een probleem stellen als de interpolator z^* een waarde geeft in een meetpunt die afwijkt van een betrouwbaar veronderstelde meetwaarde.

3.2.3 Gewogen afstands functies

De te interpoleren funktiewaarde wordt geschreven als lineaire combinatie van de gemeten waarden:

$$z^*(x) = \sum_{k=1}^n \lambda_k(x) z(x_k) \quad (3.5)$$

waarbij de gewichten $\lambda_k(x)$ als volgt gekozen worden:

$$\lambda_k(x) = \frac{w(|x - x_j|)}{\sum_{i=1}^n w(|x - x_i|)} \quad (3.6)$$

Voor de functie $w(d)$ wordt gekozen: $1/d$ of $1/(d+1)$ of $1/d^2$ o.i.d.

Evaluatie:

Deze methode heeft als bezwaar dat de configuratie van de meetpunten het resultaat van een interpolatie in sterke mate bepaalt. Door bijvoorbeeld op een punt twee keer te meten wordt het gewicht van de daar verkregen meetwaarde verdubbeld.

3.2.4 Splines

In het (klassieke) univariate geval wordt een interval $[0,a]$ onderverdeeld in subintervallen, begrenst door meetpunten.

Een kubische 'spline' wordt gedefinieerd over elk deelinterval als een 3^e graads polynoom dat continu aansluit, ook in 1^e en 2^e afgeleide, op de splines in de aangrenzende deelintervallen. Stel $x_{i-1} < x < x_i$, dan

$$z^*(x) = M_{i-1} \frac{(x_i - x)^3}{6 \Delta_i} + M_i \frac{(x - x_{i-1})^3}{6 \Delta_i} + \frac{(x_i - x)}{\Delta_i} z(x_{i-1}) + \\ - M_{i-1} \Delta_i \frac{(x_i - x)^2}{\Delta_i} + \frac{(x - x_{i-1})}{\Delta_i} z(x_i) - M_i \Delta_i \frac{(x - x_{i-1})^2}{6 \Delta_i} \quad (3.7)$$

waarin: $\Delta_i = x_i - x_{i-1}$
 $M_i = z''(x_i)$

Voor de randpunten x_1 en x_n moeten aanvullende keuzen gemaakt worden (t.a.v. M_1 en M_n).

Evaluatie

Het werken met lage orde polynomen en het stellen van continuïteitseisen aan de spline-interpolatoren en de afgeleiden ervan levert meestal een bevredigend interpolatieresultaat, zie bijvoorbeeld Mizumura (1985). Het toepassen van splines in multivariate problemen kan via gebruik van een tensorprodukt (de Boor, 1978).

3.2.5 Samenvatting

Er zijn verschillende deterministisch-mathematische interpolatiemethoden beschikbaar met elk specifiek sterke en zwakke kanten. Zie bijvoorbeeld ook Gambolati en Volpi (1979), Philip en Watson (1986). Een algemeen bezwaar tegen alle genoemde methoden is het veronachtzamen van de fysica bij toepassing in waterstandsinterpolaties.

3.3 Deterministisch-fysische methoden

Uitgangspunt bij deze groep van interpolatiemethoden is de geldigheid van fysische wetten, en wel met name de continuïteitsvergelijking en de bewegingsvergelijking. De methoden binnen deze groep onderscheiden zich van elkaar door de vereenvoudigingen die toegepast zijn op de basisvergelijkingen, zie bijv. Batchelor (1970):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} - fv + \lambda \frac{u}{D} - \gamma \frac{V_w^2 \cos \psi}{D} + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p_a}{\partial x} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial y} + fu + \lambda \frac{v}{D} - \gamma \frac{V_w^2 \sin \psi}{D} + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p_a}{\partial y} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Du)}{\partial x} + \frac{\partial(Dv)}{\partial y} = 0 \quad (3.10)$$

h	=	waterstand
u, v	=	watersnelheid in x en y - richting
D	=	waterdiepte
f	=	Coriolis parameter
λ	=	lineaire bodemwrijvingscoëfficiënt
γ	=	wind wrijvings coëfficiënt
V_w	=	wind snelheid
ρ_w	=	dichtheid van water
p_a	=	atmosferische druk
g	=	versnelling van de zwaartekracht

Een belangrijk onderscheid is er bijvoorbeeld in 1-dimensionale en 2-dimensionale modellen. Het gebruik van de vergelijkingen (3.8) t/m (3.10) in de praktijk komt neer op het langs numerieke weg oplossen ervan op een plaatstijd rooster. Door het plaats rooster fijn genoeg te kiezen is zo een waterstand op een niet-bemeten punt te interpoleren.

Evaluatie

Het gebruik van deze methode vraagt relatief veel inspanning. Eerst moet de geometrie van de bodem worden opgemeten en geschematiseerd. Vervolgens moet het rekenmodel gecalibreerd worden op een aantal geselecteerde perioden. Daarbij worden de waarden geschat voor de empirische coëfficiënten λ en γ . Bij het toepassen van de methode in een operationele omgeving moet rekening gehouden worden met het zo genaamde 'inslingerverschijnsel' van het model, en mogelijke variaties in de waarden van λ en γ , (bijvoorbeeld ten gevolge van duinvorming op de bodem). Zeker bij het gebruik van een 2-dimensionaal numeriek model moet voorlopig een zwaar beroep gedaan worden op main-frame computerfaciliteiten. Qua interpolatienauwkeurigheid scoren deze methoden in principe hoog.

3.4 Stochastisch-mathematisch methoden

In deze benadering worden meetresultaten gezien als realisaties van een stochastisch proces. Door de eigenschappen van dit stochastisch proces te analyseren is een model op te stellen voor de structuur van het proces. Dit model kan worden gebruikt voor het schatten van ontbrekende waarnemingen, met andere woorden voor interpolaties. Achtereenvolgens worden besproken:

- tijdreeksmodellen
- regressie-modellen
- kriging interpolaties

3.4.1 Tijdreeksmodellen

Een reeks equidistante geordende waarnemingen (ordering naar tijd of naar plaats) kan worden geanalyseerd met technieken uit de tijdreeksanalyse. Niet-stationaire componenten worden verwijderd en van de resulterende stationaire reeks wordt een model opgesteld voor de correlatiestructuur. Een voorbeeld is een ARMA-model (Box and Jenkins, 1970).

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - \dots - \phi_p z_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.11)$$

De orde van het model (waarden van p en q) en de waarden van de parameters ϕ_1 t/m ϕ_p en θ_1 t/m θ_q worden geschat uit de gegeven reeks waarnemingen $\{z_t\}$. De reeks $\{\varepsilon_t\}$ is een witte ruis reeks. Een ontbrekende waarneming x_0 wordt geïnterpoleerd door hiervoor de verwachting in te vullen.

Een uitbreiding van bovenstaand model is het inbouwen van een adaptieve parameterschatting, zie bijv. Moll (1986). Dit biedt in principe de mogelijkheid het model zich aan te laten passen aan zich wijzigende fysische omstandigheden. Ook kunnen hierdoor de beperkingen van het gebruik van een lineair model enigszins worden opgevangen.

Een apart te vermelden voorbeeld van een tijdreeksmodel is een getijmodel. Bij het ontwikkelen van een getijmodel staat het analyseren van de niet-stationaire getij-komponenten centraal. Het getij is op te vatten als de resultante van periodische krachten, samenhangend met de beweging der hemellichamen. Het schatten van de grootte van de getij-komponenten voor een gegeven meetlokatie voor waterstanden vindt plaats met behulp van lange tijdreeksen, zie bijv. Gerritsen (1986). Ondanks de duidelijk aanwezige fysische basis voor zo'n getijmodel is hier gekozen voor een behandeling ervan als tijdreeksmodel.

Evaluatie

Aangezien plaats-reeksen van waterstanden in de regel niet equidistant zijn is het alleen zinvol hier tijdreeksen te beschouwen. Zie voor een behandeling van

plaats-reeksen bijvoorbeeld Bennett (1979). Het niet gebruiken van waarnemingen in buurpunten maakt een tijdreeks methode minder efficiënt voor het interpoleren in een operationele omgeving. Er zijn geen ervaringen bekend met het gebruik van een adaptieve parameterschatting in tijdreeksmodellen voor waterstandsinterpolaties. In principe is het mogelijk een tijdreeksmodel via de zogenaamde exogene variabelen (variabelen in buurpunten) uit te breiden tot ARMAX-model. Een dergelijk type model wordt echter in de volgende sectie als regressie-model beschreven.

3.4.2 Regressiemodellen

Een te interpoleren waarde wordt berekend als (doorgaans) lineaire combinatie van waarden in buurpunten, waarbij eventueel tijdverschuivingen kunnen worden toegepast (Draper en Smith, 1966):

$$z_t(x_0) = c_0 + c_{10}z_t(x_1) + c_{11}z_{t-1}(x_1) + \dots + c_{no}z_t(x_n) \dots + c_{nd}z_{t-d}(x_n) \quad (3.12)$$

De orde van het meervoudig regressie-model en de waarden van de coëfficiënten $c_0, c_{10} \dots c_{nd}$ worden bepaald door lange meetreeksen van de betreffende waarnemstations met elkaar te correleren. Via een kleinste kwadraten-aanpassing wordt uiteindelijk de regressie-vergelijking opgesteld.

Evaluatie

De methode blijkt in de praktijk zeer geschikt om ontbrekende waarnemingen uit buurpunten aan te vullen. Het interpoleren op andere punten dan meetstations is niet mogelijk. Het kan voorkomen dat de methode bij zware stormen minder goede resultaten oplevert indien de coëfficiënten geschat zijn op een lange periode waarin relatief weinig stormen voorkomen.

3.4.3 Kriging-interpolaties

Het interpoleren van waterstanden in een 2-dimensionaal gebied waarbij op een willekeurig aantal punten meetstations staan is mogelijk met behulp van kriging. Zie bijvoorbeeld Bastin en Gevers (1985), of Moll (1986). Kriging is een 2-steps procedure. Eerst wordt op basis van een gegeven realisatie van het

(stationair verondersteld) stochastisch veld de ruimtelijke correlatiestructuur geschat. Dit kan zowel bij veronderstelde isotropie als bij veronderstelde anisotropie. Het stochastisch model voor de ruimtelijke correlatie wordt gebruikt bij het interpoleren van het volledige 2-dimensionale gebied. De resulterende interpolatiefunctie heeft de volgende vorm:

$$z^*(x_0) = \sum_{k=1}^n \lambda (|x_k - x_0|) z(x_k) \quad (3.13)$$

De functies λ worden berekend uit de correlatiefunctie. Kriging levert in theorie een lineaire zuivere schatter die optimaal is in kleinste kwadraten zin. Tevens wordt een schatting voor de variantie van $z^*(x_0)$ verkregen.

Evaluatie

Het ruimtelijk correlatiemodel wordt opgesteld op basis van slechts één realisatie; er wordt geen acht geslagen op de tijds-dimensie. In de praktijk blijkt echter vaak dat er grote verschillen zijn te constateren tussen op verschillende tijdstippen geïdentificeerde correlatiemodellen voor het zelfde gebied. Voorts blijkt ook dat de grootte van de geschatte interpolatiefouten sterk afhangt van de configuratie van de meetpunten, evenals bij de methode van gewogen afstandsfuncties. Een aantrekkelijke kant van de methode is echter de mogelijkheid op een willekeurig punt in een 2-dimensionaal gebied te interpoleren, waarbij in alle gevallen een indicatie van de grootte van de interpolatiefout meeberekend wordt.

3.4.4 Samenvatting

De besproken stochastisch-mathematische methoden hebben als kenmerk dat de fysica niet expliciet wordt gebruikt. Het gebruik van empirisch-statistische relaties leidt echter toch vaak tot bevredigende interpolatieresultaten. Tijdreeksmodellen zijn niet geschikt voor ruimtelijke waterstandsinterpolaties. Regressiemodellen interpoleren uitsluitend op de meetstations. Krigingmethodes veronachtzamen de tijdsdimensie, maar leveren naast een ruimtelijke interpolatie tevens een schatting van de interpolatiefouten.

3.5 Stochastisch-fysische methoden

Een mathematisch/fysisch model als beschreven met vgl. (3.8) tot en met (3.10)

wordt nu beschouwd als goede benadering van de werkelijkheid. Het verschil tussen model en werkelijkheid, de zo genaamde 'modelfout', wordt beschreven als stochastisch proces. Een meestal gemaakte keuze voor de beschrijving van deze 'modelfout' of 'systeemruis' is de beschrijving als normaal verdeeld witte ruis proces met zekere intensiteit. Na diskretisatie leidt dit tot de volgende vergelijking:

$$A X (t+1) = B X (t) + C U (t+1) + G W (t+1) \quad (3.14)$$

Hierin is:

$X (t)$ = toestandsvector
 $U (t)$ = randvoorwaardenvector
 $W (t)$ = modelruisvector
 A, B = toestandsovergangsmatrices
 C, G = transformatiematrices

Deze schrijfwijze behoeft enige toelichting. De waterstanden en watersnelheden op de roosterpunten worden opgenomen in de zo genaamde toestandsvector. De inhoud van deze vector vat de actuele informatie samen die nodig is om de in de tijd variërende waterbeweging te kunnen volgen. In principe kunnen ook de actuele waarden van wrijvingsfactoren worden opgenomen in de toestandsvector. De verandering in de tijd wordt beschreven via de inhoud van de toestandsovergangsmatrices A en B . Voorts is van belang een vector van externe inputs (randvoorwaarden) $U(t)$. De systeemruis $W (t)$ completeert de beschrijving.

Bij het gebruik van mathematisch/fysische modellen zoals in par. 3.3 wordt de actuele toestand berekend uit een gegeven begintoestand en de optredende randvoorwaarden. De stochastische uitbreiding ervan, zoals hier gepresenteerd, maakt het mogelijk gebruik te maken van een tweede informatiebron om deze actuele toestand te schatten, en wel die van de waarnemingen in het gebied. Modelmatig wordt dit beschreven met:

$$Z (t) = H \cdot X (t) + V (t) \quad (3.15)$$

Hierin is:

$Z(t)$ = waarnemingsvector

H = waarneemmatrix

$V(t)$ = waarneemruis

Als model voor de waarneemruis wordt vaak een normaal verdeeld witte ruis proces gehanteerd.

Door gebruik te maken van data-assimilatietechnieken zoals Kalman Filtering is het mogelijk deze twee informatiebronnen te combineren en een schatting te verkrijgen van de actuele toestand. Bij gegeven modellen voor systeem- en waarneemruis berekent het Kalman Filter tevens de variantie van de toestand-schatting, waaruit een betrouwbaarheidsinterval is af te leiden.

Evaluatie

De interpolatieprocedure stemt in belangrijke mate overeen met die uit paragraaf 3.3: er wordt geïnterpoleerd op de gridpunten. Een belangrijk verschil is echter het gebruik van de actuele waarnemingen, waardoor deze stochastisch-fysische methode bij uitstek geschikt is voor on-line interpolaties, zie Moll en Crebas (1986). Er zijn echter wat praktische bezwaren tegen het gebruik van deze aanpak in een routinematige omgeving. Het is namelijk noodzakelijk voor elk gebied waar deze methode toegepast zal gaan worden eerst een schematisatie te ontwikkelen. Voorts vraagt het operationaliseren van het stochastisch-fysisch model ook de nodige inspanning. Bij het gebruik van zo'n model in de praktijk is een main-frame computer doorgaans onontbeerlijk. Het uitvoeren van 2-dimensionale interpolaties [Heemink, 1986] lukt alleen voor laag-dimensionale toestandsvectoren zonder supercomputer. Ook verdient het gebruik van een tijdinvariant filter, waarvan de karakteristieken eenmalig off-line zijn te berekenen, aanbeveling, gezien de beperkingen van de computers.

4. Proefberekeningen

4.1 Inleiding

Om de prestaties van een tweetal methoden voor het interpoleren van waterstanden te kunnen vergelijken is een proefberekening uitgevoerd. De meervoudige lineaire regressie methode (MLR) en een Kalman Filter methode zijn toegepast voor het interpoleren van waterstanden op de Westerschelde. Het doel van de berekening was het interpoleren van de waterstand van Hansweert $h_H(t)$ op basis van de gemeten standen te Vlissingen, Terneuzen, Bath en Prosperpolder uit de periode tot 6 uur ervoor. De keuze van het proefgebied is bepaald door de beschikbaarheid van een schematisatie van de bodemgeometrie. De MLR-methode is nu operationeel bij Rijkswaterstaat. Toepassing ervan levert een referentieresultaat op. De keuze van een stochastisch-fysische methode is tot stand gekomen op basis van de overweging dat inbreng van de fysica bij voorkeur onderzocht diende te worden, en door de beschikbaarheid van het rekenmodel WAKFIL. WAKFIL bestaat uit het 1-dimensionale waterbewegingsmodel IMPLIC en een Extended Kalman Filter.

4.2 Schematisatie

De beschikbaar gestelde schematisatie van het gebied bestond uit 196 vakken, gebaseerd op de gemeten bodemligging van 1981 (zie Figuur 4), waarin ook het belangrijkste deel van de Schelde bovenstrooms bevat was. Dit grote aantal vakken is niet te verwerken in het programma WAKFIL, waarin per tijdstap met matrices van orde 392 gemanipuleerd zou moeten worden. Op basis van de beschikbare gegevens is een grovere schematisatie opgezet, bestaande uit 27 vakken (Figuur 5). Deze schematisatie omvat alleen het Nederlandse deel van de Westerschelde. Als bovenstroomse rand is aanvankelijk gekozen de gemeten waterstand bij Prosperpolder; als benedenstroomse rand de gemeten waterstanden bij Vlissingen en Breskens. Later is ook gerekend met een debiet-randvoorwaarde bovenstrooms.

4.3 Toepassing MLR-methode

Allereerst is een regressievergelijking gecalibreerd op basis van de gemeten uurstanden in 1983:

$$h_H(t) = c + \alpha_0 h_V(t) + \alpha_1 h_V(t-1) + \dots + \alpha_6 h_V(t-6) + \varepsilon(t) \quad (4.1)$$

De standaardafwijking van $\varepsilon(t)$ bedroeg 5,3 cm.

De gevonden waarden voor de parameters: $c, \alpha_0 \dots \alpha_6, \beta_0 \dots \beta_6$ zijn gebruikt om $h_H(t)$ te "voorspellen" in de periode 10-11 februari 1984.

Het resultaat is geplot in Figuur 6.

4.4 Toepassing WAKFIL

Voor interpoleren van de waterstanden bij Hansweert met WAKFIL is allereerst een calibratie uitgevoerd van IMPLIC voor de periode: 10-11 februari 1984 voor de grote schematisatie (196 vakken) zie Figuur 7.

Deze calibratie was nodig omdat er verschillen waren te constateren tussen de metingen en de modelresultaten volgens Rijkswaterstaat (1985). Deze verschillen bestonden uit een kleine faseverschuiving ($\frac{1}{2}$ uur) tussen model en werkelijkheid. Vervolgens is de schematisatie van 27 vakken geijkt, waarbij de ruwheidsparameters een waarde kregen. Het gebruik van de gemeten waterstand bij Prosperpolder als bovenstroomse randvoorwaarde gaf geen bevredigende resultaten. Verbeteringen zijn bereikt door hiervoor in de plaats het bovenstrooms debiet te nemen, zoals berekend in het IMPLIC-model met 196 vakken. Door ook de Schelde bovenstrooms van Prosperpolder in de kleine schematisatie op te nemen zijn verdere verbeteringen te verwachten. Vervolgens is een berekening uitgevoerd met het Kalman Filter voor de periode 10-11 februari 1984. Hierbij zijn meetgegevens van Terneuzen en Bath gebruikt.

De resultaten zijn weergegeven in Figuur 8.

4.5 Bespreking van de resultaten

Allereerst moet opgemerkt worden dat de berekeningen slechts betrekking hebben op één, vrij korte, tijdsperiode. De omstandigheden tijdens deze periode zijn voorts betrekkelijk normaal.

De resultaten van de MLR berekening zijn goed (Figuur 6). Gelet op de normale omstandigheden was dit te verwachten. Tijdens extreme omstandigheden kunnen de resultaten minder goed uitvallen.

Gebruik van de IMPLIC-schematisatie van 196 vakken leidt tot redelijke resultaten (Figuur 7). Gelet op de in Rijkwaterstaat (1985) verkregen ijkresultaten zijn verbeteringen zeker mogelijk. Gezien de doelstelling van de proefberekening is echter weinig inspanning gestoken in het verbeteren van deze modelijking. Een goed gecalibreerd IMPLIC-model kan in principe ook tijdens extreme condities goede interpolaties berekenen.

De resultaten van WAKFIL op basis van de schematisatie van 27 vakken zijn niet bevredigend (Figuur 8). Dit wordt in de eerste plaats veroorzaakt door het feit dat een bovenstroomse randvoorwaarden niet beschikbaar is. Zowel aan het gebruik van een gemeten waterstand als aan het gebruik van een met een ander model berekend debiet kleven bezwaren.

In de tweede plaats is de onderliggende IMPLIC-schematisatie van 27 vakken niet geijkt.

Tenslotte vormen de IMPLIC-resultaten met de schematisatie van 196 vakken een bovengrens voor wat met WAKFIL haalbaar is. Verbeteringen zijn echter mogelijk door de bovenstroomse rand in België te leggen, zoals ook bij de grote IMPLIC-schematisatie gebeurd is, en door de resulterende schematisatie zorgvuldig te calibreren.

Ook in extreme omstandigheden kan een gecalibreerd WAKFIL-model goede interpolaties leveren.

Doel van de proefberekening was het vergelijken van de prestaties van de MLR-methode en WAKFIL, teneinde een kwalitatieve indicatie te verkrijgen van de mogelijkheden ervan. Gelet op de korte berekeningsperiode, de tijdens deze periode aanwezige normale omstandigheden, en bovendien gelet op de problemen met betrekking tot de randvoorwaarden en de calibratie van WAKFIL, is het doen van uitspraken ten aanzien van de interpolatienauwkeurigheid van de methoden in het algemeen niet mogelijk. Het MLR-model interpoleert uitsluitend waterstanden in meetpunten, WAKFIL kan zowel waterstanden als debieten uitvoeren op alle knooppunten van de schematisatie van Figuur 5.

5. Conclusies en aanbevelingen

5.1 Conclusies

De in de vorige hoofdstukken besproken aspecten van interpolatiemethoden voor waterstanden geven aanleiding tot het trekken van een aantal conclusies.

Bij hoofdstuk 2:

- * het vergelijken van perspectieven van verschillende methoden voor het interpoleren van waterstanden is alleen zinvol als de situatie waarin ze moeten worden toegepast duidelijk vastgelegd is en de meetdoelstellingen gekwantificeerd zijn.
- * het toetsen van de prestaties van een interpolatiemethode in een praktijk-situatie is alleen mogelijk als er meetgegevens van het te interpoleren punt beschikbaar zijn.
- * interpolatiemethoden zijn in de regel aan te passen in situaties dat een meetstation uitvalt; uitval van een station op de rand van een gebied kan bij gebruik van een mathematisch-fysische methode tot grote problemen leiden.
- * het interpoleren van waterstanden bij extreme condities zal naar verwachting beter gaan met voor die condities gecalibreerde methoden.
- * indien er voldoende in geïnvesteerd wordt zijn alle in dit verslag behandelde interpolatiemethoden geschikt te maken voor routine-matige toepassing in een on-line verwerking.
- * alleen de MLR-methode is momenteel operationeel.

Bij hoofdstuk 3:

- * de deterministisch-mathematische interpolatiemethoden als beschreven in paragraaf 3.2 hebben als bezwaar dat er op geen enkele wijze rekening gehouden wordt met het feit dat het om waterstanden gaat. Empirische resultaten (statistiek) en fysica worden veronachtzaamd. Een voordeel van deze methoden is de hanteerbaarheid.
- * de deterministisch-fysische interpolatiemethoden als beschreven in paragraaf 3.3 hebben als bezwaar dat er grote initiële inspanningen nodig zijn eer ze voor een concrete situatie toepasbaar zijn. Het gebruik van een mainframe-computer is voor 2-dimensionale interpolaties noodzakelijk. Een voordeel is de mogelijk te bereiken nauwkeurigheid.

- * de stochastisch-mathematisch interpolatiemethoden als besproken in paragraaf 3.4 hebben als bezwaar het gemis van de fysica. Tijdreeksmodellen en regressiemethoden interpoleren voorts uitsluitend op één lokatie, die bovendien intensief bemeten is (geweest). De momenteel beschikbare varianten van kriging-interpolaties verdisconteren tijdsafhankelijke effecten niet of onvoldoende. Een positief punt voor deze groep methoden vormt de reeks bevredigende ervaringen, bijvoorbeeld die van Rijkswaterstaat met de MLR-methode.
- * de stochastisch-fysische interpolatie methoden als besproken in paragraaf 3.5 hebben dezelfde voor- en nadelen als de deterministisch-fysische. Voor het uitvoeren van on-line berekeningen zijn deze methoden echter te verkiezen, gelet op de mogelijkheid actuele meetinformatie direct te verwerken.

Bij hoofdstuk 4:

- * De MLR-methode lijkt zeer geschikt voor het interpoleren van waterstanden in buurstations, bijvoorbeeld bij stationsuitval.
- * De resultaten met het WAKFIL-model zijn nog niet bevredigend. Dit wordt primair veroorzaakt door onvoldoende ijking van de fysische schematisatie van 27 vakken.
- * Gelet op het feit dat de schematisatie met 196 vakken aanzienlijk betere ijkresultaten opleverde (Rijkswaterstaat, 1985) zijn de perspectieven voor de op de fysica gebaseerde interpolatiemethoden onverminderd aanwezig.
- * Mede gelet ook op de korte rekenperiode is het trekken van conclusies t.a.v. de prestaties van de MLR-methode en WAKFIL voor het gestelde interpolatie probleem (interpoleren van de waterstand bij Hansweert) niet mogelijk.
- * De uitgevoerde proefberekening heeft nadere informatie opgeleverd t.a.v. de te verwachten inspanningen voor het ontwikkelen van een operationeel inzetbare methode voor het op routinematige basis interpoleren van waterstanden.

5.2 Aanbevelingen

In de opdrachtomschrijving wordt de nauwkeurigheidseis sterk benadrukt. De nauwkeurigheid van de MLR-methode kan worden vergeleken met die van een alternatieve methode, zowel tijdens normale, als tijdens extreme condities. Concreet kan dit worden onderzocht voor de situatie van 1-dimensionale problemen aan de hand van het gekozen voorbeeld in de proefberekening.

Aanbeveling 1:

- * Kwantificeer de nauwkeurigheid van de MLR-methode voor het interpoleren van de waterstand bij Hansweert in normale en tijdens extreme condities.

Aanbeveling 2:

- * Verbeter de ijking van de in de proefberekening gebruikte WAKFIL-schematisatie en kwantificeer de te bereiken interpolatie nauwkeurigheid.

Aanbeveling 3:

- * Kwantificeer de nauwkeurigheid die te bereiken is met de IMPLIC-schematisatie van 196 vakken.

Een beperking van de MLR-methode is het feit dat uitsluitend in waarneemstations wordt geïnterpoleerd. Van interesse is of er eenvoudige, maar nauwkeurige, interpolatiemethoden zijn die waterstanden in niet-bemeten punten kunnen leveren.

Aanbeveling 4:

- * Kwantificeer de nauwkeurigheid van spline-interpolaties voor het berekenen van niet-bemeten waterstanden door de resultaten te vergelijken met die van een mathematisch/fysisch model.

Het gebruik van WAKFIL is gelimiteerd tot schematisaties van beperkte omvang. In WAKFIL is een tijdsafhankelijk Extended Kalman Filter geïmplementeerd. Door IMPLIC uit te breiden met een lineair tijdsinvariant filter is echter een grote besparing te realiseren op de computerbelasting, aangezien zo'n filter eenmalig off-line is te berekenen, eventueel via snelle filter algoritmes, vergelijk Heemink (1986).

Aanbeveling 5:

- * Het ontwikkelen van een tijdsinvariant Kalman Filter voor grote IMPLIC-schematisaties, waardoor on-line toepassingen ook voor grote schematisaties binnen bereik komen.

In plaats van het gebruik van een Kalman Filter voor assimilatie van actuele meetwaarden is ook het gebruik van alternatieve, rekenextensievere, technieken te overwegen.

Aanbeveling 6:

- * Het onderzoeken van de mogelijkheden een IMPLIC-model uit te breiden met een eenvoudige data-assimilatietechniek en het evalueren van de resultaten hiermee bij het interpoleren van de waterstanden bij Hansweert.

Voor het interpoleren in 2-dimensionale wateroppervlakken is door Heemink (1986) een methode gekozen in het verlengde van Aanbeveling 5.

Aanbeveling 7:

- * Het onderzoeken welke perspectieven er zijn om de door Heemink ontwikkelde methode voor het koppelen van een 2-dimensionaal waterbewegingsmodel aan een Kalman Filter geschikt te maken voor gebruik bij het interpoleren van waterstanden in routinematige omgeving.

Ook in het geval van 2-dimensionale interpolatieproblemen is het mogelijk alternatieve data-assimilatietechnieken toe te passen voor het verwerken van actuele meetgegevens.

Aanbeveling 8:

- * Onderzoek de perspectieven voor het ontwikkelen van zo'n eenvoudige 2-dimensionale assimilatietechniek om te kunnen gebruiken in combinatie met een mathematisch-fysisch model voor het interpoleren van waterstanden.

5.3 Ontwikkelingsstappen

De momenteel operationele MLR-methode heeft twee beperkingen:

- er wordt uitsluitend in meetstations geïnterpoleerd.
- de fysica is er niet direct in betrokken

De eerste beperking is op te vangen door een MLR-berekening te laten volgen door een tweede berekening, met een andere methode, waarbij ook niet-meetpunten een waarde krijgen. Het gebruik van spline-methodes lijkt hier aantrekkelijk.

Een mathematisch-fysisch model kent beide beperkingen niet.

In combinatie met een data-assimilatietechniek voor het verwerken van actuele waarnemingen zou zo'n methode een alternatief voor de MLR-methode kunnen vormen voor de interpolatie van waterstanden.

De eerste ontwikkelingsstap is dan:

1. Nauwkeurighedsanalyse

Dit omvat het uitvoeren van aanbevelingen 1,2 ,3 en 4.

Indien het mogelijk blijkt met op de fysica gebaseerde methoden interpolatieresultaten te bereiken van vergelijkbare nauwkeurigheid als die uit de MLR-methode is de volgende ontwikkelingsstap:

2. Ontwikkeling 1-dimensionale data-assimilatietechniek

Dit omvat het uitvoeren van aanbevelingen 5 of 6.

Hierna volgt:

3. Het operationaliseren van de interpolatietechniek voor 1-dimensionale problemen.

Dit omvat vooral informatica-technische ontwikkelingen.

Voor 2-dimensionale interpolatieproblemen resteren tenslotte de stappen 4 en 5:

4. Ontwikkeling 2-dimensionale data-assimilatietechniek.

Dit omvat het uitvoeren van aanbevelingen 7 of 8.

5. Operationaliseren van de interpolatietechniek voor 2-dimensionale problemen.

Dit omvat zware informatica-technische ontwikkelingen.

LITERATUUR

Bastin, G. en Gevers, M., 1985.

Identification and optimal estimation of random fields from scattered point-wise data

Automatica vol 24, 2, pag. 139 - 155

Batchelor, G.K., 1970

An introduction to fluid dynamics

Cambridge University Press, Cambridge

Bennett, R.J., 1979

Spatial time series

Pion Ltd, Norwich

Boor, C. de, 1978

A practical guide to splines

Springer Verslag, Berlin

Box, G.E.P., en G.M. Jenkins, 1970

Time series analysis, forecasting and control

Holden-day, San Francisco

Draper, N.R. en H. Smith, 1966

Applied Regression Analysis

John Wiley, New York

Gambolati, G. en G. Volpi, 1979

A conceptual deterministic analysis of the Kriging technique in Hydrology

Water Resources Research 15, 3, pag. 625 - 629

Gerritsen, H., 1986

Getijsis - a tidal analysis and prediction program package

Waterloopkundig Laboratorium

Heemink, A.W., 1986

Storm surge prediction using Kalman Filtering

Proefschrift Twente University

Moll, J.R., 1986

Stochastische modellering van de waterkwaliteit van de Zuid-Nederlands Noord-zee

Waterloopkundig Laboratorium rapport R 2176

Moll, J.R., en Crebas, J.I., 1986

WAKFIL - theorie

Waterloopkundig Laboratorium rapport R2336

Mizumara, K., 1985

Estimation of hydraulic data by spline functions

Journal of Hydraulic Engineering Vol 111, 9, pag. 1219 - 1225

Philip, G.M. en D.F. Watson, 1986

Automatic interpolation methods for mapping piezometric surfaces

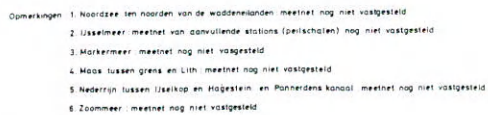
Automatica, vol 22, 6, pag. 753 - 756

Rijkswaterstaat, 1985

IJkingen en verificatie van IMPLIC voor het Scheldebekken

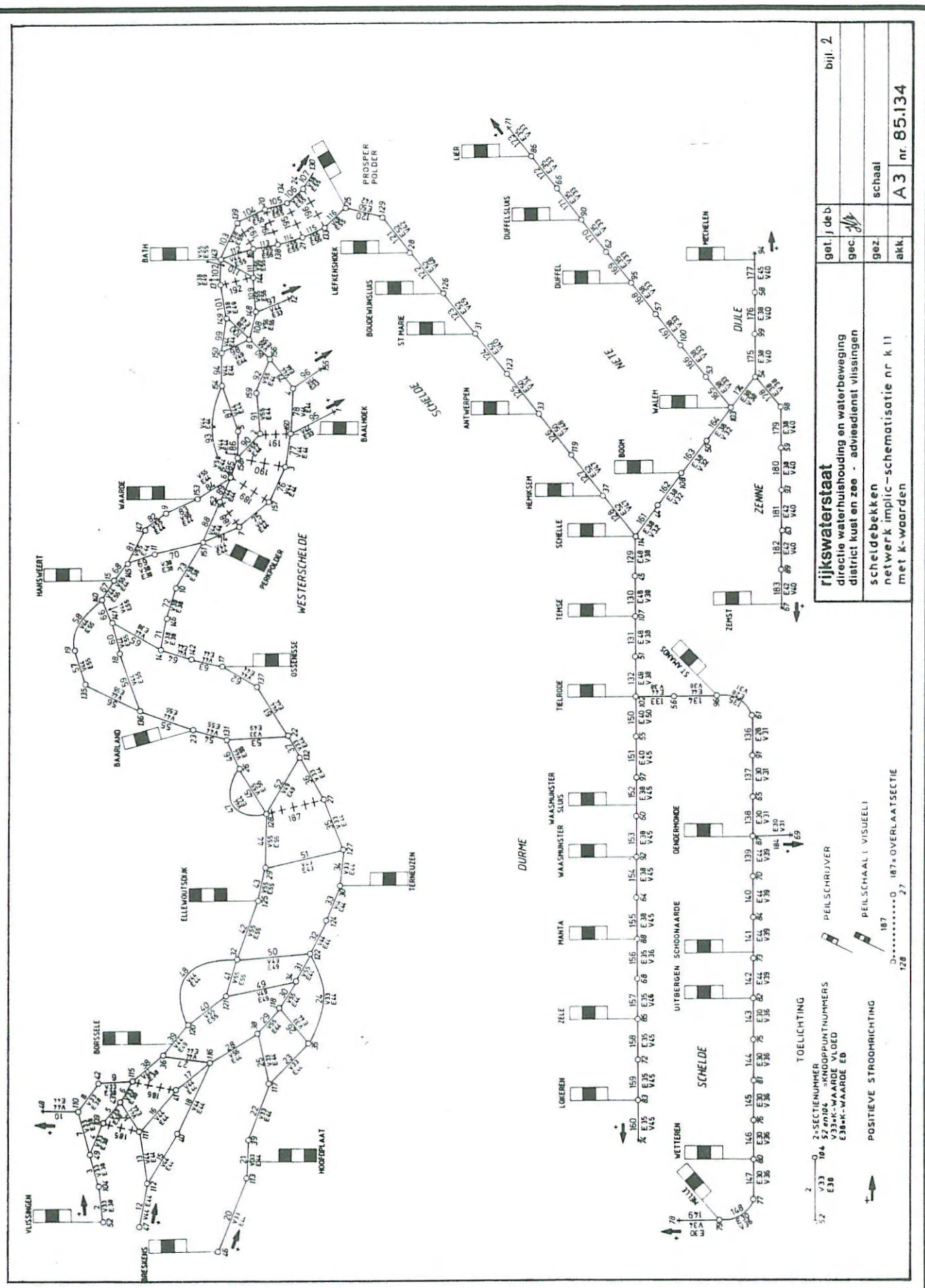
Nota Rijkswaterstaat, WWKZ. 85. V006

PEILSCHRIJVER	!	
VASTE PEILSCHAAL	!	
DELFZIJL	!	KERNMEETSTATION
OUDE SCHILD	!	
WIJKE	!	AANVULLEND STATION



OVERZICHT PRIMAIR PEILMEETNET
per 1-1-1986

rijkswaterstaat	1977	jan	1978		
overal getuigenissen: invalide vertaling	IOS B1			86.010	



IMPLIC - SCHEMATISATIE WESTERSCHELDE
MET 196 VAKKEN

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Q 625

FIG. 4

rijkswaterstaat		get. j. de b.	bijl. 2
directie waterhuishouding en waterbeweging		gec. <i>[handwritten]</i>	
district kust en zee - adviesdienst vliissingen		gez.	
scheldebekken		akk.	
netwerk implic-schematisatie nr. k. 11			
met k-waarden			
		schaal	A3
			nr. 85.134

TOELICHTING

2-SECTIENUMMER
52 en 104 = KNOOPPUNTNUMMERS
V33 = K-WAARDE VLOED
E38 = K-WAARDE EB

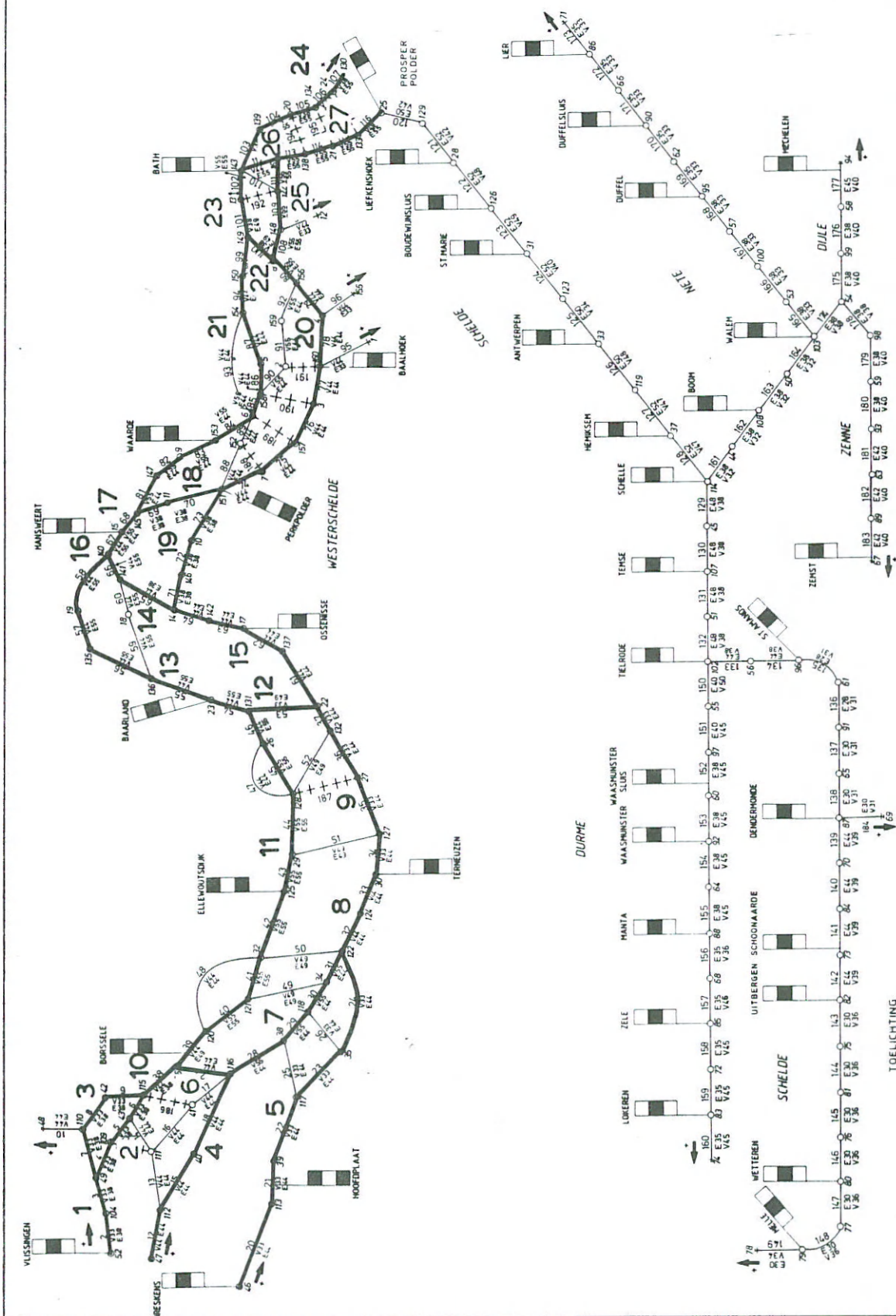
PEILSCHRIJVER

PEILSCHAAK I VISUEELI

POSITIEVE STROOMRICHTING

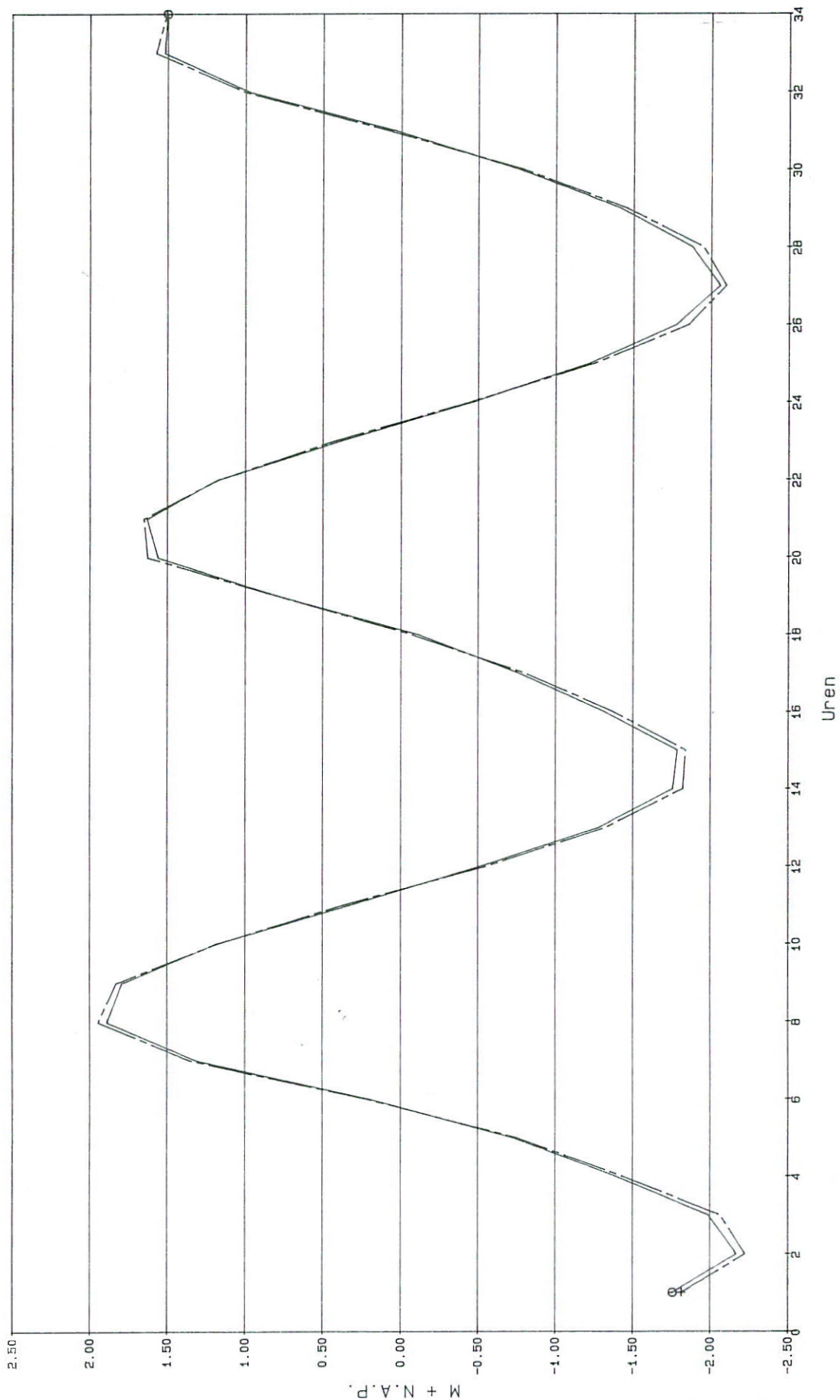
0.....0 187 = OVERLAATSECTIE

128 27



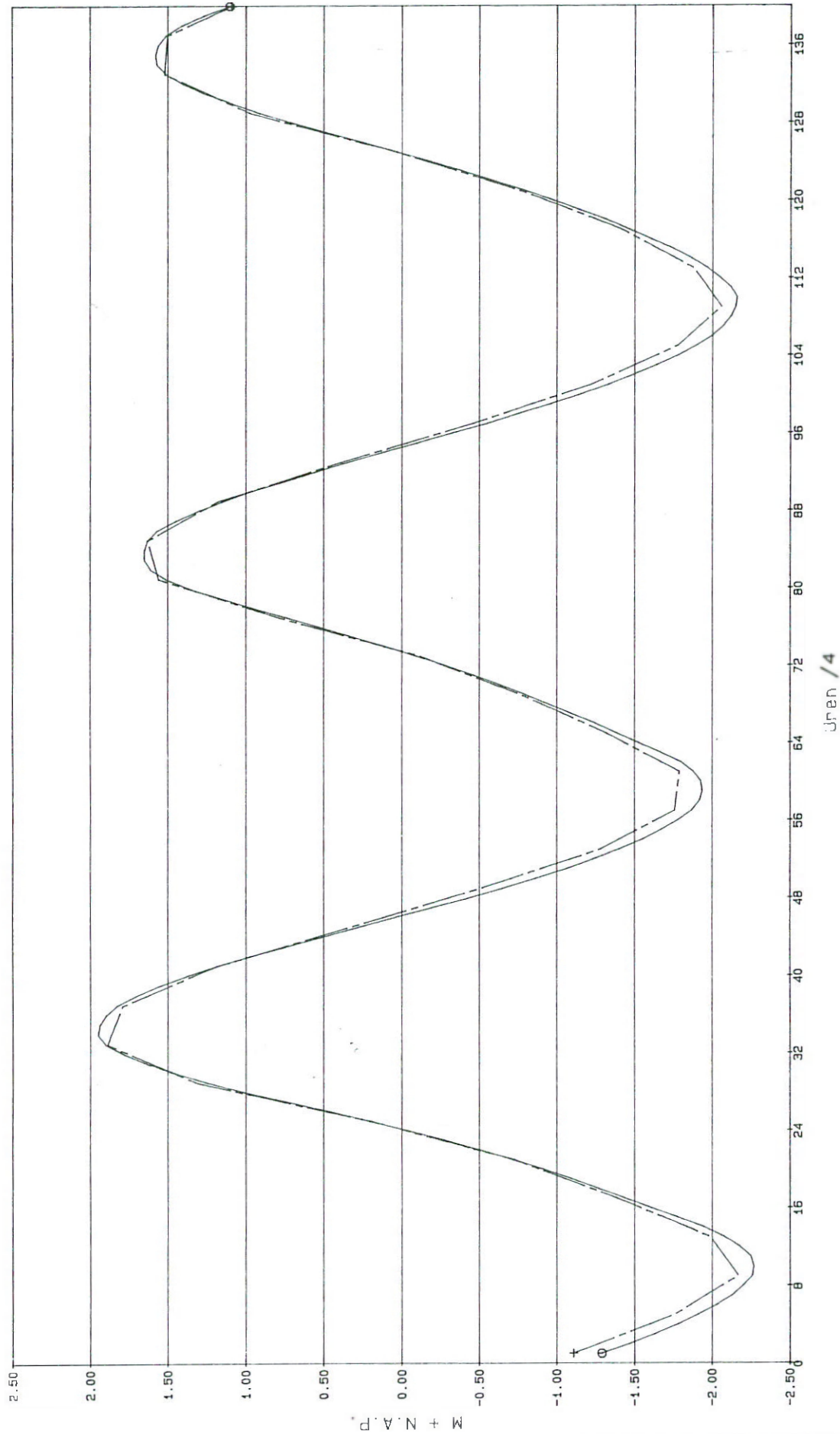
rijkswaterstaat		get. j deb	bijl. 2
directie waterhuishouding en waterbeweging		gec. <i>[handwritten]</i>	
district kust en zee - adviesdienst vliissingen		gez.	schaal
scheldebekken		akk.	A3
netwerk implic-schematisatie nr k 11			nr. 85.134
met k-waarden			

IMPLIC - SCHEMATISATIE WESTERSCHDELDE
MET 27 VAKKEN

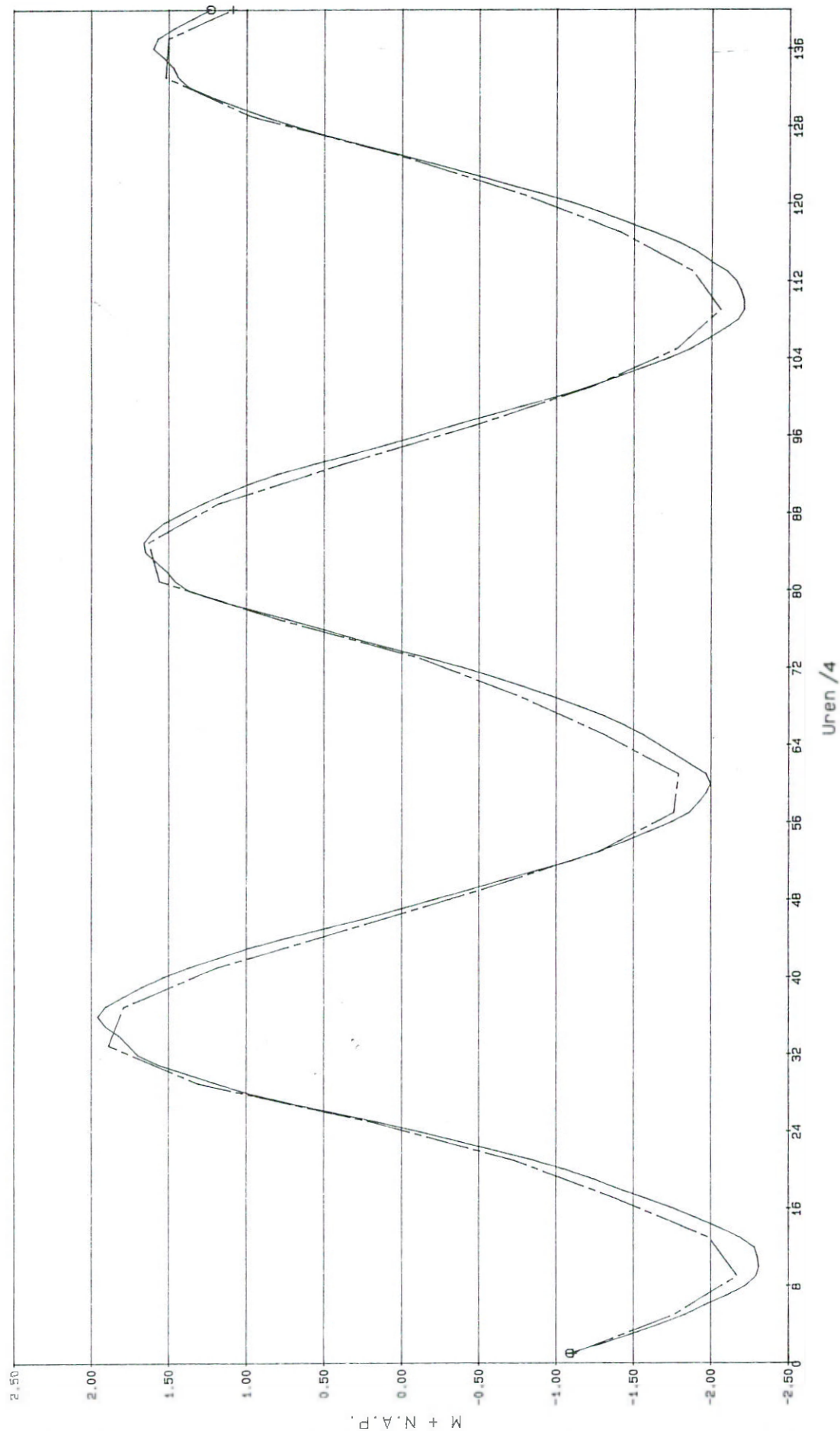


○ — Waarneming
 + - - - Verwachting

Hansweert, waarneming vs. verwachting Periode 10-2-1984 12 h/ 11-2-1984 22 h	MLR	
	WESTERSCHELDE	
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM		Q 625
		FIG. 6



Waterstandsverloop Hansweert Periode 10-2-1984 12 h / 11-2-1984 23 h		IMPLIC
	GROOT MODEL	
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM		Q 625
		FIG. 7



Berekind
 Gemeten

Waterstandsverloop Hansweert Periode 10-2-1984 12 h / 11-2-1984 23 h	WAKFIL
	KLEIN MODEL
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	Q 625
	FIG. 8

p.o. box 177

2600 mh delft

the netherlands