Natuurwet. Tijdschr.	63	1981	p. 35-48	6 tab.	Gent, 1-11-1982

VERGELIJKENDE STUDIE VAN ENKELE GRANULOMETRISCHE PARAMETERS EN HUN BEREKENINGSMETHODES

R. ROTTHIER*
M. DE DECKER**
G. DE MOOR***

KORTE INHOUD

In dit artikel wordt nagegaan in hoever grafische parameters en parameters berekend uit de momentenmethode een zelfde beeld van de korrelgrootteverdeling geven. Er wordt een vergelijking gemaakt tussen parameters berekend in de ϕ-schaal en die in de metrische schaal. Daaruit blijkt dat het gebruik van de ϕ-schaal tot grove verkeerde interpretaties kan leiden. De betekenis van de entropie als schaal-onafhankelijke grootheid wordt nagegaan. Twee interpolatiemethoden (lineaire en *spline*- interpolatie) worden geëvalueerd.

ABSTRACT. — *Comparative study of a few granulometric parameters and their calculation methods.*

Graphical parameters are compared to those obtained by the method of moments in order to control if both present the same picture of grain-size distribution. Parameters calculated in the ϕ-scale are compared to those calculated in the metric scale. It seems that the use of the ϕ-scale may lead to erroneous interpretations. The significance of the entropy as a scale-independent quantity has been studied. Two interpolation techniques (linear and spline) are evaluated.

* R. ROTTHIER, dr. wiskunde, wetenschappelijk medewerker verbonden aan het B.T.K.-project nr. 12 373.

** M. DE DECKER, lic. aard- en delfstofkunde, wetenschappelijk medewerker verbonden aan het B.T.K.-project nr. 12 373.

*** G. DE MOOR, dr. sc., geassocieerd hoogleraar, Laboratorium voor Fysische Aardrijkskunde en Regionale Bodemkunde (dir.: Prof. dr. R. TAVERNIER), Rijksuniversiteit Gent, Krijgslaan 281, 9000-Gent.

RÉSUMÉ. — *Etude comparative de quelques indices granulométriques et leurs modes de calcul.*

Les auteurs comparent les indices graphiques pour la granulométrie avec ceux obtenus par la méthode des moments. En plus une comparaison est faite entre les indices calculés avec l'échelle ϕ et ceux calculés avec l'échelle métrique. Il en résulte que l'application de l'échelle ϕ puisse mener à des interprétations erronées. Les auteurs évaluent la signification de l'entropie comme valeur indépendante d'une échelle spécifique ainsi que deux techniques d'interpolation (linéaire et "spline").

1. INLEIDING

Gedurende de laatste decennia werd veel aandacht besteed aan granulometrische parameters. Om het verloop van de korrelverdeling weer te geven, worden de gegevens meestal voorgesteld op een semi-logaritmische grafiek met als logaritmische as, de ϕ-schaal. Uitgaande van deze voorstelling worden dan een aantal parameters berekend, de zogenaamde grafische parameters.

Na het algemeen verspreid geraken van computers werd meer en meer gebruik gemaakt van een alternatieve methode, de momentenmethode, om het verloop van de korrelgrootteverdeling te beschrijven.

Het doel van deze studie is de signifikantie van de grafische parameters af te wegen tegenover die bekomen uit de momentenmethode.

Naast de meest gebruikte parameters gemiddelde, standaardafwijking, kurtosis en scheefheid, wordt ook de entropie berekend om de betekenis van deze grootheid te testen. Verder wordt ook de bruikbaarheid van de min of meer kunstmatige ϕ-schaal nagegaan.

Tenslotte wordt de invloed van de gekozen interpolatietechniek op de verschillende parameters nagegaan. Hiertoe worden twee interpolatiemethoden, de lineaire en de *spline*-interpolatie met elkaar vergeleken.

2. WERKWIJZE

Bij de berekening van de granulometrische parameters kunnen twee verschillende werkwijzen gevolgd worden, de grafische methode en de meer mathematisch gerichte momentenmethode.

Op de grafische methode gebeurde reeds veel onderzoek, een goede bespreking van de ontwikkelingen op dit gebied vindt men in FOLK (1966). Een groot voordeel van deze grafische methode is dat men de vier belangrijkste parameters, gemiddelde, standaardafwijking, scheefheid en kurto-

Tabel I. Grafische parameters volgens INMAN, Mc CAMMON, FOLK & WARD, berekend met percentielen in de ϕ-schaal.
Indices graphiques d'après INMAN, Mc CAMMON, FOLK & WARD calculés avec les percentiles de l'échelle ϕ.
Graphic parameters after INMAN, Mc CAMMON, FOLK & WARD, calculated with percentiles in the ϕ-scale.

maat / voor	INMAN	Mc CAMMON	FOLK & WARD
gemiddelde	$\frac{\phi_{16} + \phi_{84}}{2}$	$\frac{\phi_{10} + \phi_{30} + \phi_{50} + \phi_{70} + \phi_{90}}{5}$	$\frac{\phi_{16} + \phi_{50} + \phi_{84}}{3}$
standaard-afwijking	$\frac{\phi_{16} - \phi_{84} - 2\phi_{50}}{84 - 16}$	$\frac{\phi_{70}+\phi_{80}+\phi_{90}+\phi_{97}-\phi_{3}-\phi_{10}-\phi_{20}-\phi_{30}}{9,1}$	$\frac{\phi_{84} - \phi_{16}}{4} + \frac{\phi_{95} - \phi_{5}}{6,6}$
scheefheid	$\frac{\phi_{16} + \phi_{84} + 2\phi_{50}}{84 - 16}$		$\frac{\phi_{84} + \phi_{16} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{84} - \phi_{16})} + \frac{\phi_{95} + \phi_{5} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{95} - \phi_{5})}$
kurtosis	$\frac{\phi_{95} - \phi_{5} - \phi_{84} + \phi_{16}}{\phi_{84} - \phi_{16}}$		$\frac{\phi_{95} - \phi_{5}}{2,44(\phi_{75} - \phi_{25})}$

Tabel II. Parameters bepaald volgens de momentenmethode.
Indices définis d'après la méthode des moments.
Parameters defined by the moments method.

gemiddelde	$\mu = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} x \ f(x) \ dx$	(1)
	waarbij $N = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ dx$	
	$f(x)$: differentiële distributiefunctie.	
standaardafwijking	$\sigma = \left(\frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \ f(x) dx\right)^{1/2}$	(2)
scheefheid	$Sk = \dfrac{\left(\frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^3 \ f(x) dx\right)}{\sigma^3}$	(3)
kurtosis	$K = \dfrac{\left(\frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^4 \ f(x) dx\right)}{\sigma^4}$	(4)

sis, zonder al te grote moeilijkheden snel kan berekenen. Een belangrijk nadeel is het feit dat men slechts gebruik maakt van een beperkt aantal percentielen waaruit dan ook een zekere mate van onnauwkeurigheid voortvloeit. Verder is het ook niet erg duidelijk wat de betekenis is van de aldus berekende waarden.

Bij de momentenmethode kan men een grote nauwkeurigheid bereiken en het nadeel van de langdurige berekeningen kan opgeheven worden door gebruik te maken van een computer. Tegenwoordig wordt de computer trouwens vaak ingeschakeld bij het berekenen van de grafische parameters. De snelheid van berekenen wordt daardoor nauwelijks verhoogd terwijl de nadelen bewaard blijven.

Om de bruikbaarheid van de verschillende parameters en de onderscheiden methodes te testen, werd een computerprogramma opgesteld. Er werden twee reeksen testfuncties gekozen: Gaussfuncties voor de ϕ-schaal en χ^2-functies voor de μm-schaal. Aan de hand van dit programma werden de grafische parameters volgens Inman, Mc Cammon en Folk & Ward berekend, zoals gegeven door volgende formules (in tabel I). De percentielen werden berekend met lineaire interpolatie.

Daarna werden het gemiddelde, de standaarddeviatie, de scheefheid en de kurtosis bepaald met de momentenmethode volgens de formules uit tabel II.

Om bovenstaande integraties uit te voeren, werd zowel een lineaire als een *spline*-interpolatietechniek gebruikt. Voor een verdere beschrijving van de gevolgde methode wordt verwezen naar paragraaf 3.

Om de bruikbaarheid van de ϕ-schaal te testen, werden de uit de momentenmethode bekomen parameters, zowel berekend in de ϕ-schaal als in de μm-schaal. Dit leidde tot verrassende resultaten die besproken worden in paragraaf 5.

Een andere grootheid die berekend werd is de entropie (S):

$$S = \Sigma_i f_i \ell n f_i \tag{5}$$

waarbij de som loopt over alle klassen en f_i gegeven wordt door

$$f_i = \frac{\text{gewichtsprocent in de klasse}}{100} \tag{6}$$

Door deze definitie is S onafhankelijk van de gekozen schaal (ϕ of μm).

3. MOMENTENMETHODE

Bij de momentenmethode rijzen er twee fundamentele problemen. Een eerste probleem is de interpolatie tussen de verschillende klassegrenzen, een tweede is het probleem van de open eindklassen.

3.1. Interpolatietechnieken

Veruit de eenvoudigste manier van interpoleren is lineair. Bij deze techniek bekomt men steeds een stijgende cumulatieve distributiefunctie maar uiteraard laat de nauwkeurigheid, zeker bij een klein aantal klassen, te wensen over.

Een alternatieve interpolatietechniek, die de continuïteit van de functie zelf en haar eerste twee afgeleiden waarborgt, is de *spline*-interpolatie (FORSYTHE, MALCOLM & MOLER, 1977). Ze heeft echter het nadeel dat men niet noodzakelijk een monotoon stijgende cumulatieve distributiecurve vindt, zodat het gebruik van deze methode steeds met de grootst mogelijke omzichtigheid dient te gebeuren.

3.2. Open eindklassen

Het probleem van de open eindklassen kan op verschillende wijzen benaderd worden. Men kan bijvoorbeeld de klassen sluiten door het invoeren van een onder- en (of) bovengrens. Dat dit een tamelijk ruwe en arbitraire benadering is, ligt voor de hand.

Daarom werd geopteerd voor een andere aanpak. In de begin- en eindpunten werd een exponentiële functie van de gedaante Ae^{-Bx} gepast. In het geval van de lineaire interpolatie werden de onbekenden A en B bepaald door de exponentiële continu aan te passen aan de differentiële distributiefunctie. In het geval van de *spline*-interpolatie werden de onbekenden bepaald, rekening houdend met de eis dat de exponentiële moest gaan door de 2 punten aan de uitersten van de cumulatieve distributiefunctie. De *spline*-functies werden dan zo gekozen dat ze continu aansluiten bij de exponentiëlen. Hierbij dient opgemerkt dat het probleem van de open klassen grotendeels te wijten is aan het gebruik van de Φ-schaal. Bij gebruik van de μm-schaal kan de ondergrens gelijk gesteld worden aan nul; als bovengrens kan een zeef gekozen worden waarop bijna geen korrels meer blijven liggen.

Om de bijdrage van de exponentiëlen in de open klassen tot de verschillende momenten te berekenen, dienen integralen van het volgende type berekend te worden:

$$I_n = ax^n e^{-bx} dx$$

Dit gebeurt het eenvoudigst met volgende recursiebetrekking:

$$I_n = \frac{a}{b} x^n e^{-bx} + \frac{n}{b} I_{n-1}$$

rekening houdend met

$$I_o = \frac{a}{-b} e^{-bx}$$

Uit de praktijk bleek dat het invoeren van deze exponentiëlen goede resultaten opleverde.

4. GRAFISCHE PARAMETERS VERSUS PARAMETERS BEREKEND UIT DE MOMENTENMETHODE

In tabel III worden de grafische parameters vergeleken met de parameters verkregen uit de momentenmethode, beide gebaseerd op lineaire interpolatie.

Globaal genomen kan men stellen dat, voor het gemiddelde en voor de

Tabel III. Grafische parameters versus parameters berekend uit de momentenmethode.
Indices graphiques comparés aux indices calculés par la méthode des moments.
Graphic parameters versus parameters computed by the moments method.
Inm = INMAN; Mc Cam = Mc CAMMON; F & W = FOLK & WARD;
Mom = moment.

parameter / distributie	maat voor gemiddelde				maat voor standaarddeviatie				maat voor scheefheid				maat voor kurtosis			
	Inm	Mc Cam	F & W	Mom	Inm	Mc Cam	F & W	Mom	Inm	Mc Cam	F & W	Mom	Inm	Mc Cam	F & W	Mom
Gauss																
1	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,02	1,01	1,02	0,00	—	0,00	-0,09	0,70	—	1,00	2,92
2	2,00	1,98	2,00	2,03	1,99	2,01	2,00	2,05	0,00	—	0,01	0,25	0,66	—	1,00	3,55
3	2,00	2,00	2,00	2,00	0,75	0,73	0,74	0,73	0,00	—	0,00	-0,04	0,63	—	1,05	3,00
4	2,00	2,01	2,00	2,00	0,51	0,53	0,53	0,54	0,01	—	0,00	-0,01	0,77	—	1,05	3,02
5	2,03	2,01	2,02	2,02	0,34	0,35	0,33	0,35	0,07	—	0,05	-0,04	0,56	—	0,90	3,26
χ^2																
1	1,84	1,67	1,60	1,84	2,82	2,96	2,93	3,26	0,25	—	0,32	1,54	0,78	—	1,12	7,11
2	2,27	2,22	2,21	2,26	1,32	1,32	1,33	1,37	0,14	—	0,17	0,80	0,66	—	1,02	4,22
3	1,70	1,68	1,66	1,71	1,10	1,14	1,13	1,16	0,11	—	0,16	0,74	0,73	—	1,05	4,09
4	1,31	1,28	1,28	1,31	0,99	1,00	1,01	1,02	0,11	—	0,13	0,60	0,71	—	1,05	3,65
5	1,01	0,96	0,97	0,98	0,87	0,90	0,89	0,91	0,12	—	0,13	0,46	0,76	—	1,05	3,23

standaarddeviatie, alle methodes equivalente resultaten opleveren en zeker dezelfde tendensen vertonen.

Bij het vergelijken van de scheefheid en de kurtosis van de verschillende methodes moet men een onderscheid maken tussen de Gauss-distributies en de X^2-distributies. Terwijl bij de Gauss-verdelingen de grafische parameters grotendeels overeenstemmen met de parameters verkregen uit de momentenmethode, is dit helemaal niet meer het geval bij de X^2-verdelingen. Hierbij kunnen we aannemen dat de parameters verkregen uit de momentenmethode een accuraat beeld geven van de exacte scheefheid en kurtosis, vermits ze dit ook gaven bij de Gauss-verdeling, zonder daarbij te steunen op enig specifiek kenmerk van deze distributie.

Het valt op dat de grafische kurtosis en scheefheid weinig gevoelig zijn, vergeleken met die verkregen uit de momentenmethode.

Men kan opmerken dat, voor de Gauss-verdeling, de scheefheid bij Inman en bij Folk & Ward niet exact 0,00 is en dat de kurtosis verschilt met 0,65 respectievelijk 1,00. Dit is te wijten aan het verlies aan informatie ten gevolge van het opsplitsen in een beperkt aantal klassen.

5. ϕ VERSUS μm

Om de bruikbaarheid van de logaritmische ϕ-schaal te testen, werd de momentenmethode toegepast op distributies waarvan de verschillende parameters gekend waren. Als distributies werden X^2-functies en Gauss-functies gekozen.

De Gauss-functies werden gecentreerd rond 2 ϕ met een standaarddeviatie van respectievelijk 2; 1; 0,7; 0,5 en 0,3 ϕ. De berekende waarden voor het gemiddelde en de standaarddeviatie vindt men terug in tabel IV. Uit deze tabel blijkt dat, waar de waarde in ϕ constant blijft op 2, zijnde 250 μm, de berekende waarde in μm varieert van 256 μm tot 551 μm. Dit betekent dat, als men de berekeningen uitvoert in de ϕ-schaal en daarna omrekent naar de μm-schaal, men fouten maakt die zeer aanzienlijk kunnen worden en in dit geval tot 100 % oplopen.

Uit het verloop van de standaarddeviatie blijkt dat, zowel in de ϕ-, als in de μm-schaal, de sortering dezelfde tendens vertoont. Dat dit niet steeds het geval is, wordt aangetoond met het voorbeeld van tabel IV.

In tabel IV staan eveneens voor verschillende gekende X^2-functies het gemiddelde en de standaarddeviatie berekend in de ϕ-schaal. De sortering vertoont een tegengestelde tendens in de μm-schaal t.o.v. de ϕ-schaal, althans voor de eerste 4 waarden. Voorts blijkt ook dat het gemiddelde van 1,8 ϕ voor de laatste waarde totaal verkeerd is. De oorzaken van deze

Tabel IV. ϕ versus μm.

Parameter / distributiefuncties	gemiddelde			standaarddeviatie	
	exacte waarde (ϕ)	omgerekende waarde (μm)	berekende waarde (μm)	exacte waarde (ϕ)	berekende waarde (μm)
Gauss					
1	2	250	551	2	748
2	2	250	326	1	271
3	2	250	286	0,7	159
4	2	250	269	0,5	105
5	2	250	256	0,3	64
	exacte waarde (μm)	omgerekende waarde (ϕ)	berekende waarde (ϕ)	exacte waarde (μm)	berekende waarde (ϕ)
2					
1	300	1,74	2,3	245	1,3
2	400	1,32	1,7	283	1,2
3	500	1,00	1,3	316	1,0
4	600	0,74	1,0	346	0,9
5	1000	0,00	1,8	1000	3,3

verschillen liggen voor de hand. Indien men een uniforme distributie voorstelt in één klasse nl. van 1000 μm tot 2000 μm, dan ligt het gemiddelde op 1500 μm; voert men echter de omrekening uit langs de ϕ-schaal dan ligt dit op 1414 μm. Dit wordt nog duidelijker als men ziet dat in de ϕ-schaal de spreiding van de uniforme distributie tussen 1000 en 2000 μm dezelfde is als die tussen 1 en 2 μm. Redenerend in de ϕ-schaal zou men dus moeten zeggen dat beide monsters even goed gesorteerd zijn.

Uit wat voorafgaat volgt dat de ϕ-schaal steeds met de grootste omzichtigheid moet gebruikt worden, vermits de conclusies getrokken met behulp van deze schaal soms diametraal staan tegenover diegene die volgen uit het gebruik van de μm-schaal. Het is dus aan te raden de berekeningen uit te voeren in de μm-schaal, die toch een getrouwer beeld geeft van de werkelijke distributie.

6. ENTROPIE

Uit de definitie (5) volgt dat de entropie steeds negatief is. Deze grootheid is onafhankelijk van de gekozen schaal (μm of ϕ) en is zeer eenvoudig te berekenen. Uit tabel V volgt dat voor de Gauss-distributies de entropie dezelfde tendens volgt als de spreiding. Dit gaat helemaal niet op voor de χ^2-verdelingen. Ook valt op dat bij een stijgend aantal klassen de entropie daalt. Dit betekent dat men voor het vergelijken van de entropie van twee verschillende monsters steeds hetzelfde aantal klassen moet hebben. Om dat te verhelpen, zou men de volgende definitie kunnen invoeren:

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ell n f(x)\, dx$$

hetgeen dan weer als nadeel heeft dat die definitie afhankelijk is van de gebruikte interpolatiemethode en ook van de gebruikte schaal. Die werkwijze verleent aan de grootheid wel een meer fysische betekenis.

Tabel V. Entropie - *Entropy.*

distributiefunctie	Entropie	
Gauss		
aantal klassen	12	20
1	-2,43	-2,90
2	-2,23	-2,71
3	-1,96	-2,51
4	-1,70	-2,32
5	-1,32	-1,93
χ^2		
aantal klassen	15	20
1	-2,54	-2,74
2	-2,45	-2,75
3	-2,29	-2,67
4	-2,09	-2,53
5	-2,38	-2,76

7. LINEAIRE VERSUS *SPLINE*-INTERPOLATIE

In de literatuur worden verschillende interpolatiemethoden voorgesteld. Twee ervan werden door ons toegepast om hun onderlinge waarde af te meten. In de eerste plaats werd gekozen voor een gewone lineaire

Tabel VIa. Lineaire versus *spline*-interpolatie bij enkele Gauss-distributies.
Interpolation linéaire comparée à l'interpolation spline *chez quelques distributions gaussiennes.*
Linear versus spline interpolation of some Gauss distributions.

distributiefunctie / Parameters	aantal klassen	GS1	GS2	GS3	GS4	GS5
gemiddelde exact		2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Lineaire Interpolatie	12	2,03	2,00	2,00	2,00	2,02
	20	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Spline-Interpolatie	12	2,05	2,01	2,00	2,00	2,00
	20	2,01	2,00	2,00	2,00	2,00
Standaard-deviatie exact		2,00	1,00	0,70	0,50	0,30
Lineaire Interpolatie	12	2,05	1,02	0,73	0,54	0,35
	20	2,00	1,02	0,72	0,52	0,31
Spline-Interpolatie	12	2,20	2,01	0,70	0,50	0,29
	20	2,07	1,00	0,70	0,50	0,30
Scheefheid exact		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Lineaire Interpolatie	12	0,25	-0,09	-0,04	-0,01	-0,04
	20	0,02	-0,04	-0,01	0,00	0,00
Spline-Interpolatie	12	0,26	0,06	0,01	0,02	-0,20
	20	0,12	0,00	0,02	0,01	0,03
Kurtosis exact		3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
Lineaire Interpolatie	12	3,55	2,92	3,00	3,02	3,26
	20	3,02	2,06	3,19	3,22	2,99
Spline-Interpolatie	12	4,48	3,18	2,93	2,96	3,33
	20	3,76	2,93	2,96	3,01	2,59

interpolatietechniek omdat deze eenvoudig is en het monotoon stijgend karakter van de cumulatieve distributiefunctie onmiddellijk in aanmerking genomen wordt. Als tweede methode werd geopteerd voor een *spline*-interpolatie omdat deze de continuïteit van de cumulatieve functie

Tabel VIb. Lineaire versus *spline*-interpolatie bij enkele X^2-distributies.
Interpolation linéaire comparée à l'interpolation spline *chez quelques distributions* X^2.
Linear versus spline interpolation of some X^2*-distributions.*

distributie-functie / Parameter	aantal klassen	X1	X2	X3	X4	X5
gemiddelde (m) exact		300	400	500	600	1000
Lineaire	15	308,7	415,8	522,9	634,4	910,5
Interpolatie	20	302,4	404,6	506,4	609,0	960,7
Spline-	15	298,3	396,4	495,2	594,7	968,4
Interpolatie	20	299,8	399,5	498,4	601,0	990,8
Standaard-deviatie (m) exact		245	283	316	346	1414
Lineaire	15	274	325	371	411	1098
Interpolatie	20	254	296	334	366	1234
Spline-	15	237	270	306	332	1294
Interpolatie	20	244	281	314	350	1362
Scheefheid exact		1,63	1,41	1,26	1,15	2,82
Lineaire	15	2,19	1,89	1,64	1,37	1,84
Interpolatie	20	1,81	1,58	1,44	1,34	2,07
Spline-	15	1,36	1,06	1,11	1,02	2,45
Interpolatie	20	1,59	1,35	1,21	1,25	2,61
Kurtosis exact		7	6	5,4	5	15
Lineaire	15	10,49	7,99	6,17	4,71	7,43
Interpolatie	20	8,30	6,96	6,26	5,77	8,40
Spline-	15	4,87	3,92	4,81	4,77	11,48
Interpolatie	20	6,44	5,39	4,90	5,59	12,69

en haar eerste twee afgeleiden verzekert. Dit impliceert dat de differentiële distributiefunctie, die in feite van het grootste belang is voor alle berekeningen, zo getrouw mogelijk zal benaderd worden. Voor de half-open klassen werd de techniek met de exponentiële gebruikt, zoals uiteengezet in paragraaf 3. Bij de *spline*-interpolatie werd er daarenboven ook voor gezorgd dat de differentiële distributiefunctie in deze eindpunten continu bleef.

In tabel VIa vindt men de resultaten in de Φ-schaal van beide interpolatiemethoden toegepast op een aantal Gaussianen. De berekeningen werden uitgevoerd zowel voor 12 als voor 20 klassen. Men ziet duidelijk dat de parameters berekend m.b.v. de *spline*-interpolatie niet zo verschillen van die berekend m.b.v. de lineaire interpolatie. Het minst nauwkeurig is de scheefheid en in meerdere mate nog de kurtosis. Ook valt op dat de resultaten merkelijk beter worden als het aantal klassen toeneemt en als de spreiding kleiner wordt.

In tabel Vb werden de resultaten in de μm-schaal voor een aantal X^2-functies weergegeven. De berekeningen werden zowel voor 15 als voor 20 klassen uitgevoerd. Ook hier merkt men dat de waarden beter worden bij een stijgend aantal klassen, onafhankelijk van de gebruikte interpolatiemethode. De *spline*-interpolatie levert duidelijk betere resultaten dan de lineaire, zeker wat het gemiddelde en de standaarddeviatie betreft. Dit is ook het geval voor scheefheid en kurtosis. Hiervoor leveren beide methoden echter minder betrouwbare resultaten op. In tegenstelling tot de resultaten berekend in de Φ-schaal is er hier wel een merkbaar verschil tussen de *spline*- en de lineaire interpolatie. Dit is een gevolg van de veel bredere klassen bij het gebruik van de μm-schaal. Toch dient opgemerkt te worden dat de *spline*-interpolatie een zeldzame keer aanleiding gaf tot een negatieve kurtosis, terwijl men normaal een zeer kleine positieve waarde zou verwachten. Dit zou een gevolg kunnen zijn van numerische onnauwkeurigheden ingevoerd door het werken met getallen met een eindig aantal beduidende cijfers.

Als conclusie zou men kunnen stellen dat, indien men gebruik maakt van de Φ-schaal, men het best kan werken met de lineaire interpolatie. *Spline*-interpolatie geeft de beste resultaten in de μm-schaal.

8. BESLUIT

Uit deze studie volgt dat, waar de distributie afwijkt van de normale Gauss-verdeling, de grafische parameters minder nauwkeurige resultaten opleveren dan de parameters berekend uit de momentenmethode. Dit geldt in grotere mate voor de scheefheid en de kurtosis dan voor de standaarddeviatie en het gemiddelde.

Het is ten zeerste aan te raden om de berekeningen in de μm-schaal uit te voeren daar het gebruik van de Φ-schaal tot grove interpretatiefouten kan leiden.

Verder blijkt dat voor berekeningen in de Φ-schaal lineaire interpolatie ruim voldoende is, voor de berekeningen in de μm-schaal wordt best een *spline*-interpolatie gebruikt.

Tenslotte dient opgemerkt dat de nauwkeurigheid recht evenredig is met het aantal klassen, dus hoe meer klassen, hoe nauwkeuriger de resultaten.

REFERENTIES

ABROMOWITZ, M. & STEGUN, I.A. (1970). *Handbook of Mathematical functions,* 1046 p. Washingon: U.S. Government printing office.

FOLK, R.L. (1966). A review of grain-size parameters *Sedimentology* 6, 73-93.

FORSYTHE, G.E., MALCOLM, M.A. & MOLER, C.B. (1977). *Computer methods for mathematical computations,* 255 p. Englewood Cliffs (New Jersey): Prentice-Hall.

(Ingekomen 14 februari 1982).