



KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN
FAKULTEIT TOEGEPASTE WETENSCHAPPEN
DEPARTEMENT BOUWKUNDE

TWEEDIMENSIONAAL NUMERIEK STROMINGSMODEL VAN HET CONTINENTAAL PLAT VAN DE NOORDZEE

D. MOELANS
R. DE BRUYN

VLIZ (vzw)

VLAAMS INSTITUUT VOOR DE ZEE

FLANDERS MARINE INSTITUTE

Oostende - Belgium

18645



KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN
FAKULTEIT TOEGEPASTE WETENSCHAPPEN
DEPARTEMENT BOUWKUNDE

**TWEEDIMENSIONAAL NUMERIEK STROMINGSMODEL
VAN HET CONTINENTAAL PLAT
VAN DE NOORDZEE**

D. MOELANS
R. DE BRUYN

Voorwoord

Voorliggende tekst is een herwerking van het rapport dat in 1979 geschreven werd en de titel droeg :

TWEEDIMENSIONAAL NUMERIEK MODEL VAN DE NOORDZEE

m.l.v. het windeffect.

Het rekenmodel, zoals het in deze bijgewerkte tekst voorgesteld wordt, is, op enkele details na, volledig gelijk aan het model dat in het rapport van 1979 beschreven werd. Om het model ook te kunnen gebruiken voor een benadering van relatief traag veranderende fenomenen, zoals vereist is voor het onderzoeksproject "ANTAR 02", bleek het noodzakelijk de interpretatie van het rekenschema enigszins aan te passen. Deze interpretatie wordt in de tekst voorgesteld.

Aan deze herwerkte tekst werd meegewerkt door Yu, Claude Le Noir en Rolf De Bruyn. De publikatie werd afgewerkt door Michaël Fettwels en Ivar Hermans. Voor zover de herwerking gebeurde in het raam van het onderzoeksproject "ANTAR 02", gaat het in deze tekst om een onderzoeksresultaat van het Belgisch "Wetenschappelijk onderzoeksprogramma betreffende het Zuidpoolgebied" (Diensten van de Eerste Minister - Programmatie van het Wetenschapsbeleid). De auteurs nemen de wetenschappelijke verantwoordelijkheid ervan op zich.

TWEEDIMENSIONAAL NUMERIEK STROMINGSMODEL VAN HET CONTINENTAAL PLAT VAN DE NOORDZEE

Ir. D. MOELANS

Ir. R. DE BRUYN

Laboratorium voor Hydraulica, Departement Bouwkunde, K.U.Leuven
de Croylaan 2/04, B-3030 HEVERLEE

INLEIDING

Het tweedimensionaal stromingsmodel dat in deze tekst besproken wordt, werd ontwikkeld in het kader van het onderzoek dat in het Laboratorium voor Hydraulica van de K.U.Leuven werd verricht naar de voorspelling van stormvloeden.

Reeds meermaals in de geschiedenis en tegenwoordig steeds frekwenter, treden er langs de zuidelijke kusten van de Noordzee uitzonderlijke stormvloeden op. Deze stormvloeden ontstaan door een gelijktijdig optreden van grote tijhoogten (springtij) en stormopzet (verhoging van het gemiddeld zeepil t.g.v. de wind). Gezien de aanzienlijke materiële schade en het verlies aan mensenlevens die deze stormvloeden veroorzaken is een juiste voorspelling van de te verwachten tijhoogten erg belangrijk.

Deze tekst benadert het modelleren van stromingen in randzeeën (zoals de Noordzee) door numerieke oplossing van de vergelijkingen voor ondiep water met snelheden en waterhoogten als onbekenden. Deze oplossingsmethode vereist de kennis van de randvoorwaarden voor het beschouwde gebied. Het gemis aan voldoende meetgegevens maakt het ontwikkelen van meer gesofisticeerde modellen (zoals driedimensionale modellen) weinig zinvol.

Voor het oplossen van de vergelijkingen wordt gebruik gemaakt van een impliciet eindig-differentieschema. Het gekozen schema is onvoorwaardelijk stabiel, zodat de keuze van de tijdstap enkel afhangt van de gewenste nauwkeurigheid, en niet beperkt wordt door de numerieke stabiliteit, wat de rekentijd ten goede komt.

Het beschreven model laat tevens toe het gebruikte rooster op een willekeurige plaats met een factor drie te verfijnen. Hierdoor kan het belangrijkste gebied van de beschouwde randzee relatief fijner beschreven worden zonder evenwel het aantal punten over gans het bekken drastisch te moeten verhogen.

In het volgende hoofdstuk wordt een wiskundige beschrijving gegeven van het rekenschema. Hoofdstuk II beschrijft de computerimplementatie van het model. Verder worden enkele simulaties besproken, o.a. van het M2 -getij in de Noordzee.

Hoofdstuk I. REKENSHEMA

I.1 Ondiepwatervergelijkingen

De vergelijkingen die door het programma opgelost worden zijn de continuïteits- en bewegingsvergelijkingen voor tweedimensionale onsamendrukbare stromingen :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial [\mu(h+\zeta)]}{\partial x} + \frac{\partial [v(h+\zeta)]}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g \frac{\mu \sqrt{\mu^2 + v^2}}{C^2(h+\zeta)} - f v - \frac{1}{\rho(h+\zeta)} \tau_x = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + g \frac{v \sqrt{\mu^2 + v^2}}{C^2(h+\zeta)} + f \mu - \frac{1}{\rho(h+\zeta)} \tau_y = 0 \quad (3)$$

De andere termen (astronomisch getij, atmosferische druktermen, advectione termen, ...) kunnen in een eerste benadering verwaarloosd worden.

De gebruikte notaties zijn de volgende :

x, y	Cartesische coördinaten (positief oostwaarts, respectievelijk noordwaarts)
t	tijd
h	waterdiepte beneden een willekeurig referentieniveau (positief naar beneden)
ζ	waterhoogte boven hetzelfde referentieniveau (positief naar boven)
u, v	componenten van de gemiddelde horizontale watersnelheid volgens x- en y-as.
g	valversnelling
f	coriolisparameter
ρ	densiteit van het water
C	Chézy-coëfficiënt
τ _x , τ _y	componenten van de oppervlakte-schuifspanning

1.2 "Vervalsing"

Vergelijkingen (1) t.e.m. (3) kunnen met behulp van :

$$z = \zeta \quad (4)$$

$$f_1(u, v) = g \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{c^2(h+z)} - f \cdot v - \frac{1}{\rho(h+z)} \gamma_x \quad (5)$$

$$f_2(u, v) = g \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{c^2(h+z)} + f \cdot u - \frac{1}{\rho(h+z)} \gamma_y \quad (6)$$

korter genoteerd worden als :

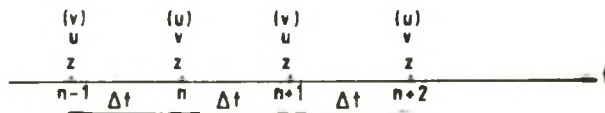
$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(h+z)] + \frac{\partial}{\partial y} [v(h+z)] = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial z}{\partial x} + f_1(u, v) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial z}{\partial y} + f_2(u, v) = 0 \quad (9)$$

Zoals vergelijking (4) aangeeft stelt het symbool z in bovenstaande uitdrukkingen de waterhoogte voor, net zoals het symbool ζ .

Het eindige-differentieschema lost de ondiepwatervergelijkingen op door integratie in de tijd. Figuur 1 stelt de tijdsas voor. In de elk punt n worden de veranderlijken u , v en z berekend. De punten n , $n+1$, ... zijn op een afstand Δt van elkaar gelegen, waarbij Δt de tijdstap voorstelt.



figuur 1

Het volledige stelsel vergelijkingen (7) t.e.m. (9) wordt niet voor elke tijdstap opgelost. Deze werkwijze zou immers weinig interessant zijn, vanwege de relatief lange rekentijden.

Om het aantal bewerkingen enigszins te beperken wordt vaak gebruik gemaakt van een rekenschema waarbij per tijdstap slechts één van de bewegingsvergelijkingen (8) of (9) samen met de continuïteitsvergelijking (7) "impliciet" wordt opgelost. De overblijvende bewegingsvergelijking kan dan telkens "expliciet" worden opgelost.

Zo kan men bijvoorbeeld, indien n even is, bij de overgang van n naar $n+1$ vergelijkingen (7) en (8) samen oplossen, en vergelijking (9) afzonderlijk. Bij de overgang van $n+1$ naar $n+2$ worden vergelijkingen (7) en (9) samen opgelost en vergelijking (8) afzonderlijk.

Deze werkwijze wordt o.a. door Leendertse gevolgd.

Een andere mogelijkheid zou erin bestaan telkens de "expliciete" berekening weg te laten, en afwisselend ofwel (7) met (8) ofwel (7) met (9) op te lossen.

Het rekenschema dat men aldus bekomt is echter niet onvoorwaardelijk stabiel. Om onvoorwaardelijke stabiliteit te bekomen kan men het rekenschema "vervalsen". Een "vervalst" rekenschema wordt hieronder voorgesteld.

a) overgang van n naar $n+1$

Verondersteld wordt dat n even is. De overgang van n naar $n+1$ wordt beschreven met onderstaande "vervalste" vergelijkingen :

$$\frac{z_{i,j}^{n+1} - z_{i,j}^n}{2\Delta t} + \frac{u_{i+1,j}^{n+1} (h+z)_{i+1,j}^n - u_{i,j}^{n+1} (h+z)_{i,j}^n}{\Delta x} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{u_{i+1,j}^{n+1} - u_{i+1,j}^n}{2\Delta t} + g \frac{z_{i+1,j}^{n+1} - z_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{1}{\gamma} (u.v) = 0 \quad (41)$$

$$\frac{v_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j+1}^n}{2\Delta t} = 0 \quad (42)$$

Vergelijking (12) kan herschreven worden als :

$$v_{i,j+1}^{\eta+1} = v_{i,j+1}^{\eta} \quad (13)$$

b) overgang van $n+1$ naar $n+2$

De overgang van $n+1$ naar $n+2$ op zijn beurt wordt beschreven met volgende vergelijkingen :

$$\frac{z_{i,j}^{\eta+2} - z_{i,j}^{\eta+1}}{2\Delta t} + \frac{v_{i,j+1}^{\eta+2} (h+z)_{i,j+1}^{\eta+1} - v_{i,j}^{\eta+2} (h+z)_{i,j}^{\eta+1}}{\Delta y} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\mu_{i+1,j}^{\eta+2} - \mu_{i+1,j}^{\eta+1}}{2\Delta t} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{v_{i,j+1}^{\eta+2} - v_{i,j+1}^{\eta+1}}{2\Delta t} + g \frac{z_{i,j+1}^{\eta+2} - z_{i,j}^{\eta+2}}{\Delta y} + f_2(\mu, v) = 0 \quad (16)$$

Vergelijking (15), genoteerd voor de overgang van $n-1$ naar n , kan herschreven worden als :

$$\mu_{i+1,j}^{\eta} = \mu_{i+1,j}^{\eta-1} \quad (17)$$

c) twee opeenvolgende tijdstappen

Vergelijkingen (13) en (17) kunnen gecombineerd worden met respectievelijk (16) en (11), waarna (12) en (15) overbodig worden. Vergelijkingen :

$$\frac{z_{i,j}^{\eta+1} - z_{i,j}^{\eta}}{2\Delta t} + \frac{\mu_{i+1,j}^{\eta+1} (h+z)_{i+1,j}^{\eta} - \mu_{i,j}^{\eta+1} (h+z)_{i,j}^{\eta}}{\Delta x} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\mu_{i+1,j}^{\eta+1} - \mu_{i+1,j}^{\eta+1}}{2\Delta t} + g \frac{z_{i+1,j}^{\eta+1} - z_{i,j}^{\eta+1}}{\Delta x} + f_1(\mu, v) = 0 \quad (19)$$

beschrijven dezelfde overgang als vergelijkingen (10) t.e.m. (12), en :

$$\frac{z_{i,j}^{\eta+2} - z_{i,j}^{\eta+1}}{2\Delta t} + \frac{v_{i,j+1}^{\eta+2} (h+z)_{i,j+1}^{\eta+1} - v_{i,j}^{\eta+2} (h+z)_{i,j}^{\eta+1}}{\Delta y} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{v_{i,j+1}^{\eta+2} - v_{i,j+1}^{\eta}}{2\Delta t} + g \frac{z_{i,j+1}^{\eta+2} - z_{i,j}^{\eta+2}}{\Delta y} + f_2(\mu, v) = 0 \quad (21)$$

beschrijven dezelfde overgang als (14) t.e.m. (16).

Het tweedimensionaal stromingsmodel dat in deze tekst voorgesteld wordt maakt gebruik van vergelijkingen (18) t.e.m. (21). Formeel wordt niet het hele stelsel, maar enkel de continuïteitsvergelijking vervalst, terwijl de bewegingsvergelijkingen beurtelings om de twee tijdstappen geëvalueerd worden.

De "vervalste" continuïteitsvergelijkingen (18) en (20) zijn, wanneer elke tijdstap op zichzelf beschouwd wordt, inconsistent met de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (7). De resultaten van twee opeenvolgende tijdstappen is echter wel consistent, zoals blijkt na optelling van (18) en (20) tot :

$$\frac{z_{i,j}^{\eta+2} - z_{i,j}^{\eta}}{2\Delta t} + \frac{\mu_{i+1,j}^{\eta+1} (h+z)_{i+1,j}^{\eta} - \mu_{i,j}^{\eta+1} (h+z)_{i,j}^{\eta}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1}^{\eta+2} (h+z)_{i,j+1}^{\eta+1} - v_{i,j}^{\eta+2} (h+z)_{i,j}^{\eta+1}}{\Delta y} = 0 \quad (22)$$

d) bespreking

"Vervalsing" werd doorgevoerd om de stabiliteit van het rekenschema te verbeteren, en tevens het aantal bewerkingen voor elke tijdstap te beperken.

De nauwkeurigheid van het rekenschema wordt echter beperkt door de "vervalsing", aangezien de snelheidscomponenten u en v slechts om de andere tijdstap geëvalueerd worden, of, wat op hetzelfde neerkomt, tussenin gedurende een tijdstap constant verondersteld worden (vergelijkingen (12) en (15)). De tijdstap t is een "maat" voor de onnauwkeurigheid waarmee u en v berekend worden.

De "vervalste" continuïteitsvergelijkingen (18) en (20) berekenen de waterhoogte op respectievelijk oneven en even tijdstappen. Precies vanwege de "vervalsing" - vergelijkingen (18) en (20) zijn niet consistent met differentiaalvergelijking (7) - benaderen de berekende z -waarden de waterhoogte onvoldoende nauwkeurig.

Vergelijking (22) kan suggereren dat de berekende z -waarde op even tijdstappen een goede maat zou zijn voor de waterhoogte, omdat na elke twee tijdstappen aan de oorspronkelijke continuïteitsvergelijking voldaan is. Optelling van uitdrukking (18) en een uitdrukking van het type (20), genoteerd voor de overgang van $n-1$ naar n leidt tot :

$$\frac{z_{i,j}^{n+1} - z_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{\mu_{i+1,j}^{n+1}(h+z)_{i+1,j}^n - \mu_{i,j}^{n+1}(h+z)_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+2}^n(h+z)_{i,j+1}^{n-1} - v_{i,j}^n(h+z)_{i,j}^{n-1}}{\Delta y} = 0 \quad (23)$$

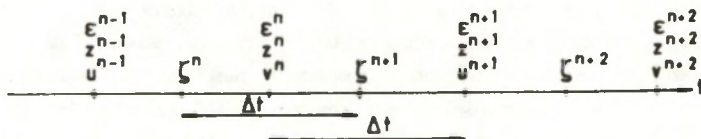
Bovenstaande uitdrukking suggereert op haar beurt dat de berekende z -waarde op oneven tijdstappen een goede maat zou zijn voor de waterhoogte.

Er bestaat geen enkel argument om de "even" z -waarden te verkiezen boven de "oneven" z -waarden als benadering voor de waterhoogte of omgekeerd. Vergelijkingen (22) en (23) geven enkel aan dat voor elk geheel van twee tijdstappen aan de continuïteitsvergelijking voldaan is, m.a.w. dat de verandering van de waterhoogte in de tijd $\Delta z/2\Delta t$ "juist" berekend wordt. Hoe nauwkeurig de waterhoogte zelf door z benaderd wordt is niet meteen duidelijk.

1.3 ζ - ϵ -benadering

In deze benadering worden de snelheidscomponenten u en v , net als in bovenstaande paragraaf, om de andere tijdstap berekend.

De waterhoogte, nu enkel nog met het symbool ζ aangegeven, wordt voor elke tijdstap geëvalueerd, telkens "halverwege" in de tijd tussen een u - en een v -waarde.



figuur 2

Het symbool ϵ staat voor een correctieterm in de continuïteitsvergelijking.

Het symbool z staat voor een hulpveranderlijke, die geen fysische betekenis heeft. Deze hulpveranderlijke wordt verder gedefinieerd als een lineaire combinatie van ζ - en ϵ -waarden.

De plaatsindices i en j worden in deze paragraaf niet genoteerd. Aangenomen wordt dat n even is.

a) overgang van n naar $n+1$

Bij de overgang van tijdstap n naar tijdstap $n+1$ wordt de "onvervalste" continuïteitsvergelijking genoteerd als :

$$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{\Delta [\mu^{n+1} (h + \zeta)^n]}{\Delta x} + \frac{\Delta [v^n (h + \zeta)^{n-1}]}{\Delta y} = 0 \quad (24)$$

of nog :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{\Delta [\mu^{n+1} (h + \zeta)^n]}{\Delta x} + \frac{\Delta [v^n (h + \zeta)^{n-1}]}{\Delta y} + \epsilon^n - \epsilon^n = 0 \quad (25)$$

De correctieterm ε^n wordt zo gekozen dat voldaan is aan :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{\Delta [\mu^{n+1}(h+\zeta)^n]}{\Delta x} + (-1)^n \varepsilon^n = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{\Delta [v^n(h+\zeta)^{n-1}]}{\Delta y} - (-1)^n \varepsilon^n = 0 \quad (27)$$

Deze definitie van de correctieterm ε^n maakt het mogelijk de continuïteitsvergelijking te "splitsen" zonder ze daarom te "vervalsen".

Een hulpveranderlijke z wordt gedefinieerd als :

$$z^{n-1} = \frac{3}{2} \zeta^n - \frac{1}{2} \zeta^{n+1} + \varepsilon^n \Delta t \quad (28)$$

$$z^n = \frac{1}{2} \zeta^n + \frac{1}{2} \zeta^{n+1} - \varepsilon^n \Delta t \quad (29)$$

$$z^{n+1} = -\frac{1}{2} \zeta^n + \frac{3}{2} \zeta^{n+1} + \varepsilon^n \Delta t \quad (30)$$

Het stelsel lineaire vergelijkingen (28) t.e.m. (30) wordt opgelost naar ζ^n , ζ^{n+1} en ε^n :

$$\zeta^n = \frac{z^{n-1} + z^n}{2} \quad (31)$$

$$\zeta^{n+1} = \frac{z^n + z^{n+1}}{2} \quad (32)$$

$$\varepsilon^n = \frac{z^{n-1} - 2z^n + z^{n+1}}{4\Delta t} \quad (33)$$

Uitdrukkingen (31) t.e.m. (33) worden ingevuld in vergelijking (26), rekening houdend met het feit dat n even is :

$$\frac{z^{n+1} + z^n - z^n - z^{n-1}}{4\Delta t} + \frac{z^{n-1} - 2z^n + z^{n+1}}{4\Delta t} + \frac{\Delta[u(h+\zeta)]}{\Delta x} = 0$$

of, na vereenvoudiging :

$$\frac{z^{n+1} - z^n}{2\Delta t} + \frac{\Delta[u^{n+1}(h+\zeta)^n]}{\Delta x} = 0 \quad (34)$$

Vergelijking (34) is formeel gelijk aan vergelijking (18).

Zo ook worden uitdrukkingen (31) t.e.m. (33) ingevuld in vergelijking (27). Het resultaat wordt vereenvoudigd tot :

$$\frac{z^n - z^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{\Delta[v^n(h+\zeta)^{n-1}]}{\Delta y} = 0 \quad (35)$$

Dit is een uitdrukking van het type (20), doch op een andere tijdstap geëvalueerd.

b) overgang van $n+1$ naar $n+2$

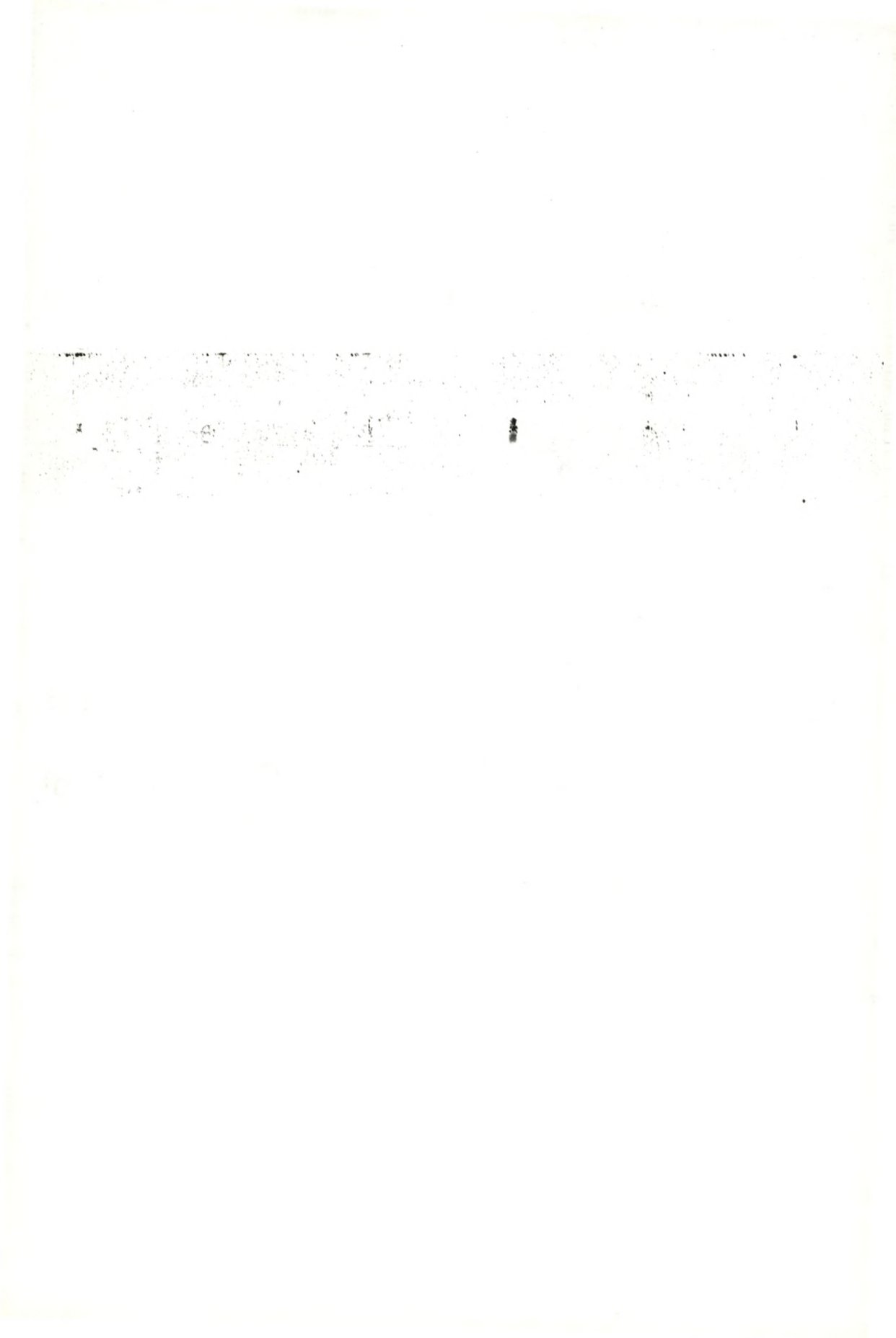
De continuïteitsvergelijking :

$$\frac{z^{n+2} - z^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\Delta[u^{n+1}(h+\zeta)^n]}{\Delta x} + \frac{\Delta[v^{n+2}(h+\zeta)^{n+1}]}{\Delta y} = 0 \quad (36)$$

wordt herschreven met de correctie-term ε^{n+1} en "gesplitst" :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z^{n+2} - z^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\Delta[u^{n+1}(h+\zeta)^n]}{\Delta x} + (-1)^{n+1} \varepsilon^{n+1} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z^{n+2} - z^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\Delta[v^{n+2}(h+\zeta)^{n+1}]}{\Delta y} - (-1)^{n+1} \varepsilon^{n+1} = 0 \quad (38)$$



of, na vereenvoudiging :

$$\frac{z^{n+1} - z^n}{2\Delta t} + \frac{\Delta [\mu^{n+1} (h + \zeta)^n]}{\Delta x} = 0 \quad (46) \equiv (34)$$

Analoog wordt vergelijking (38) herwerkt tot :

$$\frac{z^{n+2} - z^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{\Delta [v^{n+2} (h + \zeta)^{n+1}]}{\Delta y} = 0 \quad (47)$$

Vergelijking (47) is formeel gelijk aan vergelijking (20).

c) twee opeenvolgende tijdstappen

Bij de overgang van n naar $n+1$ worden volgende vergelijkingen opgelost :

$$\frac{z_{i,j}^{n+1} - z_{i,j}^n}{2\Delta t} + \frac{\mu_{i+1,j}^{n+1} [h_{i+1,j} + \frac{1}{2}(z_{i+1,j}^n + z_{i+1,j}^{n+1})] - \mu_{i,j}^{n+1} [h_{i,j} + \frac{1}{2}(z_{i,j}^n + z_{i,j}^{n+1})]}{\Delta x} = 0 \quad (48)$$

$$\frac{\mu_{i+1,j}^{n+1} - \mu_{i+1,j}^{n-1}}{2\Delta t} + g \frac{\frac{1}{2}(z_{i+1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n) - \frac{1}{2}(z_{i,j}^{n+1} + z_{i,j}^n)}{\Delta x} + f_1(\mu, v) = 0 \quad (49)$$

waaruit waarden berekend worden voor :

$$\mu^{n+1}$$

$$z^{n+1}$$

en voor de waterhoogte :

$$\zeta^{n+1} = \frac{z^{n+1} + z^n}{2}$$

Bij de overgang van $n+1$ naar $n+2$ worden volgende vergelijkingen opgelost :

$$\frac{z_{i,j}^{n+2} - z_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{v_{i,j+1}^{n+2} [h_{i,j+1} + \frac{1}{2}(z_{i,j+1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n)] - v_{i,j}^{n+2} [h_{i,j} + \frac{1}{2}(z_{i,j}^{n+1} + z_{i,j}^n)]}{\Delta y} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{v_{i,j+1}^{n+2} - v_{i,j+1}^n}{2\Delta t} + g \frac{\frac{1}{2}(z_{i,j+1}^{n+2} + z_{i,j+1}^{n+1}) - \frac{1}{2}(z_{i,j}^{n+2} - z_{i,j}^{n+1})}{\Delta y} + f_2(u,v) = 0 \quad (51)$$

waaruit waarden berekend worden voor :

$$v^{n+2}$$

$$z^{n+2}$$

en voor de waterhoogte :

$$\zeta^{n+2} = \frac{z^{n+2} + z^{n+1}}{2}$$

In de functies $f(u,v)$ en $f(u,v)$, gedefinieerd in (5) en (6), komt de factor $(h+\zeta)$ voor. Deze wordt genoteerd als $(h+\frac{1}{2}(z^{n+1}+z^n))$ in uitdrukking (49) en als $(h+\frac{1}{2}(z^{n+1}+z^n))$ in uitdrukking (51).

d) bespreking

De ζ - ϵ -benadering, zoals hierboven voorgesteld, heeft het voordeel dat het rekenschema formeel hetzelfde is als het rekenschema dat onder 1.2 besproken werd, en bijgevolg dezelfde gunstige eigenschappen heeft wat betreft rekentijd en onvoorwaardelijke stabiliteit. De nauwkeurigheid van het schema is echter beduidend groter. De ζ - ϵ -benadering interpreteert het rekenschema immers anders :

de veranderlijke z is een **hulpveranderlijke**. Zoals blijkt uit uitdrukkingen (28) t.e.m. (30) en (40) t.e.m. (41) wordt z gedefinieerd als een lineaire combinatie van de waterhoogte op opeenvolgende tijdstappen (ζ -waarden), gecorrigeerd met een ϵ -term

de waterhoogte ζ kan op elke tijdstap onmiddellijk berekend worden als het gemiddelde van de (in de tijd) "aanliggende" z -waarden

in de bewegingsvergelijkingen (19) en (21) moet het symbool z vervangen worden door ζ , d.w.z. door een gemiddelde van "aanliggende" z -waarden

in zeer ondiep water, d.w.z. indien de waterhoogte niet verwaarloosbaar is t.o.v. de waterdiepte h , moet ook in alle vergelijkingen de factor $(h+z)$ vervangen worden door $(h+\zeta)$.

1.4. "Verschoven" puntenrooster

a) grofrooster

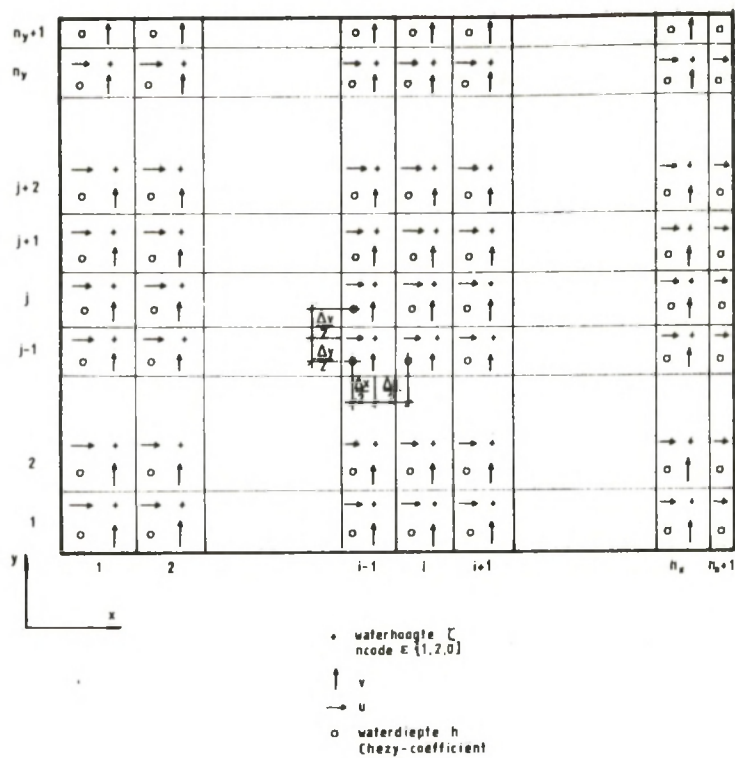
In het gebruikte schema worden de discrete waarden van de veranderlijken u , v en ζ beschreven op een rooster als in figuur 3, waarin wordt aangegeven in welke roosterpunten de verschillende veranderlijken en de gegeven waterdiepte en Chézy-coëfficiënt beschreven worden.

Zoals blijkt uit figuur 1 gaat het om een "verschoven" rooster, waarbij bijvoorbeeld de snelheidscomponenten u en v berekend worden in punten die "halverwege" tussen de waterhoogte-punten gelegen zijn. Een "verschoven" rooster heeft dezelfde nauwkeurigheid als een puntenrooster met viermaal zoveel punten, waarbij alle veranderlijken in elk punt berekend worden.

De plaats- en tijdscoördinaten x , y en t worden in dit rooster op een discrete manier voorgesteld door i , j en n waarbij i, j en n natuurlijke getallen zijn.

Coördinaat i staat voor $i\Delta x$, j voor $j\Delta y$ en n voor $n\Delta t$, waarbij Δx en Δy de maaswijdte van het roosternet voorstellen en Δt de tijdstap.

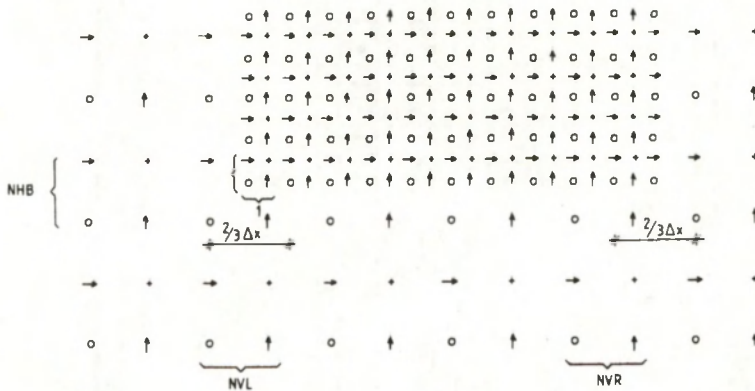
De i -waarde van een u -punt is dezelfde als die van het rechts-aanliggende waterhoogte-punt. Analoog is de j -waarde van een v -punt dezelfde als die van het bovenliggende waterhoogte-punt. Een waterdiepte-punt heeft de i - en j -waarden van het waterhoogte-punt rechtsboven.



figuur 3

b) fijnrooster

Het programma biedt de mogelijkheid het puntenrooster plaatselijk over een rechthoekig gebied te verfijnen zoals geïllustreerd in figuur 4.



figuur 4

De verfijning gebeurt zo dat waterhoogte-punten van het "grofrooster" samenvallen met waterhoogte-punten van het "fijnrooster", zoals aangegeven in figuur 4.

c) uitgewerkt rekenschema

Continuïteitsvergelijking (48) voor de "oneven" tijdstap :

$$\frac{z_{ij}^{n+1} - z_{ij}^n}{2\Delta t} + \frac{u_{i+1,j}^{n+1} (h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u} - u_{ij}^{n+1} (h+\zeta)_{ij}^{n,u}}{\Delta x} = 0 \quad (52)$$

waarbij, wegens het gebruik van een "vershoven" rooster, de som van waterhoogte en waterdiepte in het "snelheidspunt" u benaderd wordt met :

$$(h+\zeta)_{ij}^{n,u} = \frac{1}{2} (h_{ij} + h_{i+1,j} + \zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{ij}^n) \quad (53)$$

wordt herschreven als :

$$-2 \frac{\Delta t}{\Delta x} (h+\zeta)_{i,j}^{n,u} \cdot u_{i,j}^{n+1} + z_{i,j}^{n+1} + 2 \frac{\Delta t}{\Delta x} (h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u} \cdot u_{i+1,j}^{n+1} = z_{i,j}^n \quad (54)$$

of kortweg als :

$$a_{ij}^n u_{ij}^{n+1} + z_{ij}^{n+1} + c_{ij}^n u_{i+1,j}^{n+1} = z_{ij}^n \quad (55)$$

met :

$$a_{ij}^n = -2 \frac{\Delta t}{\Delta x} (h+\zeta)_{i,j}^{n,u} \quad (56)$$

$$c_{ij}^n = +2 \frac{\Delta t}{\Delta x} (h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u} \quad (57)$$

De bewegingsvergelijking (49) in de x-richting :

$$\frac{u_{i+1,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} + g \frac{z_{i+1,j}^n + z_{i,j}^n - z_{i,j}^{n+1} - z_{i+1,j}^{n+1}}{2\Delta x} + g \frac{u_{i+1,j}^{n+1} + u_{i,j}^{n+1}}{2} \frac{\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u}}{C^2(h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u}} - f v_{i+1,j}^{n,u} - \frac{\tau_{x,i+1,j}^n}{\rho(h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u}} = 0 \quad (58)$$

kan herschreven worden als :

$$\begin{aligned} -z_{i,j}^{n+1} + \Delta x \left(\frac{1}{g\Delta t} + \frac{\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u}}{C^2(h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u}} \right) u_{i+1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^{n+1} &= \Delta x \left(\frac{1}{g\Delta t} - \frac{\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u}}{C^2(h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u}} \right) u_{i+1,j}^{n+1} - z_{i+1,j}^n + z_{i,j}^n \\ &+ \frac{2\Delta x}{g} f v_{i+1,j}^{n,u} + \frac{2\Delta x}{\rho g (h+\zeta)_{i+1,j}^{n,u}} \tau_{x,i+1,j}^n \end{aligned} \quad (59)$$

of kortweg als :

$$-z_{i,j}^{n+1} + b_{i+1,j}^n u_{i+1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^{n+1} = d_{i+1,j}^n \quad (60)$$

waarbij gebruik gemaakt wordt van volgende betrekkingen :

$$b_{i+1,j}^n = \Delta x \left(\frac{1}{g \Delta t} + \frac{\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u}}{C^2 (h+z)_{i+1,j}^{n,u}} \right) \quad (61)$$

$$d_{i+1,j}^n = \Delta x \left(\frac{1}{g \Delta t} - \frac{\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u}}{C^2 (h+z)_{i+1,j}^{n,u}} \right) u_{i+1,j}^{n-1} - z_{i+1,j}^n + z_j^n + \frac{2 \Delta x}{g} f v_{i+1,j}^{n,u} + \frac{2 \Delta x}{4g} \frac{\tau_{x,i+1,j}^n}{(h+z)_{i+1,j}^{n,u}} \quad (62)$$

$$(h+z)_{i+1,j}^{n,u} = \frac{1}{2} (h_{i+1,j}^n + h_{i+1,j+1}^n + z_{i+1,j}^n + z_{i,j}^n) \quad (63)$$

$$v_{i+1,j}^{n,u} = \frac{1}{4} (v_{i+1,j}^n + v_j^n + v_{i+1,j+1}^n + v_{i,j+1}^n) \quad (64)$$

$$\sqrt{u^2 + v^2}_{i+1,j}^{n,u} = \sqrt{(u_{i+1,j}^{n-1})^2 + (v_{i+1,j}^{n,u})^2} \quad (65)$$

Op volledig analoge wijze kunnen vergelijkingen (50) en (51) herschreven worden in de vorm (55) en (60).

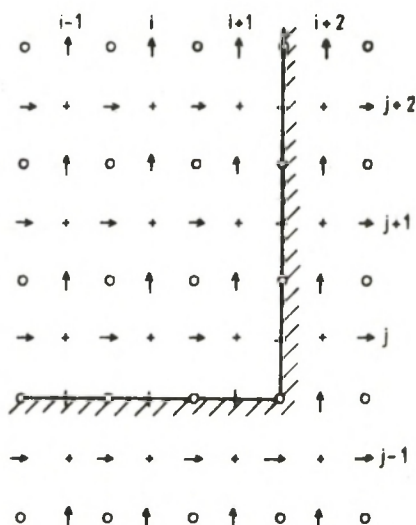
$$a_{i,j}^{n+1} v_{i,j}^{n+2} + z_{i,j}^{n+2} + c_{i,j}^{n+1} v_{i,j+1}^{n+2} = z_{i,j}^{n+1} \quad (67)$$

$$- z_{i,j}^{n+2} + b_{i,j+1}^{n+1} v_{i,j+1}^{n+2} + z_{i,j+1}^{n+2} = d_{i,j+1}^{n+1} \quad (68)$$

1.5 Randvoorwaarden

a) gesloten randen

In het "vershoven" rooster, dat in voorgaande paragraaf werd voorgesteld, wordt verondersteld dat de gesloten randen liggen langs u- of v-punten, naargelang het gaat om een noord-zuid- dan wel om een oost-west-rand (zie figuur 5).



figuur 5

Als randvoorwaarde (ingebouwd in het schema) wordt opgelegd dat de snelheidscomponent loodrecht op de rand nul is. In een punt met plaatscoördinaten i en j langs een gesloten rand heeft dit voor de vergelijkingen (55) en (60) enerzijds, en (67) en (68) anderzijds, volgende gevolgen :

voor een "westelijke" rand valt de eerste term in (55) weg

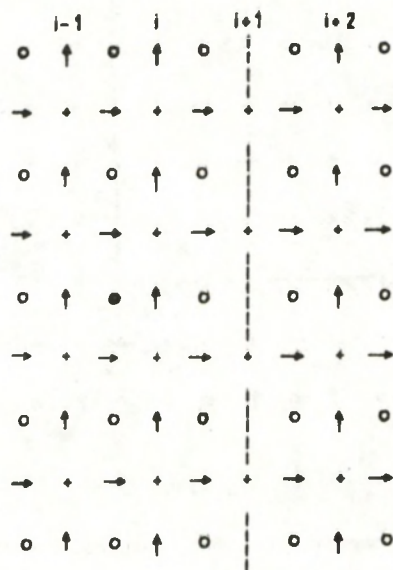
voor een "oostelijke" rand valt de derde term in (55) weg, en is vergelijking (60) niet van toepassing, omdat het waterhoogtepunt met abscis $i+1$ buiten het beschouwde gebied ligt

voor een "zuidelijke" rand valt de eerste term in (67) weg

voor een "noordelijke" rand valt de derde term in (67) weg, en is vergelijking (68) niet van toepassing.

b) open zeeranden

In het "vershoven" rooster wordt verondersteld dat een open rand ligt langs waterhoogte-punten (figuur 6).



figuur 6

Als randvoorwaarde wordt de waterhoogte opgegeven. De continuïteitsvergelijkingen (55) en (67) worden vervangen door respectievelijk :

$$z_{ij}^{n+1} = f_0(t_0 + (n+1)\Delta t)_{ij} \quad (69)$$

$$z_{ij}^{n+2} = f_0(t_0 + (n+2)\Delta t)_{ij} \quad (70)$$

waarbij de functie $f_0(t)$ de opgelegde waterhoogte beschrijft. Voor een punt aan een open noordelijke of oostelijke rand is bovendien respectievelijk vergelijking (60) of (68) niet van toepassing.

Uitdrukkingen (69) en (70) kunnen zonder meer gebruikt worden in de voorgestelde ζ - ϵ -benadering. Aan open zeeranden heeft de hulpveranderlijke z dan wél de betekenis van een waterhoogte, doch met behulp van :

$$\zeta^{n+1} = \frac{z^{n+1} + z^n}{2}$$

wordt de waterhoogte, net zoals voor alle andere punten, op "tussenliggende" tijdstappen berekend.

De correctieterm ϵ is niet van toepassing, omdat er geen continuïteitsvergelijking genoteerd wordt. De hulpveranderlijke z wordt rechtstreeks gedefinieerd door (59) en (60).

In de bewegingsvergelijkingen, genoteerd voor open-randpunten, kan zowel met z als met ζ gerekend worden. Om praktische redenen worden vergelijkingen (49) en (51), of, wat precies hetzelfde is, (60) en (68) uit de ζ - ϵ -benadering behouden.

1.6 Oplossen van de differentievergelijkingen

De differentievergelijkingen die door het schema opgelost worden zijn :

voor de overgang van n naar $n+1$: vergelijkingen (55) en (60), en

voor de overgang van $n+1$ naar $n+2$: vergelijkingen (67) en (68)

De onbekenden die berekend worden zijn enerzijds z en u , anderzijds z en v .

Er wordt aan herinnerd dat z een **hulpveranderlijke** is. De waterhoogte ζ wordt berekend als het gemiddelde in de tijd van twee "aanliggende z -waarden".

a) algoritme

Voor een constante j en n worden vergelijkingen (55) en (60) voor alle i genoteerd. Dit stelsel kan in matrixvorm geschreven worden als :

$$\begin{matrix} i_0 \\ i_1 \\ i_1 \\ i_1 \\ \vdots \\ i_n \\ i_n \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & c & & & \\ -1 & b & 1 & & \\ & a & 1 & c & \\ & & -1 & b & 1 \\ & & & \ddots & \\ & & & -1 & b & 1 \\ & & & & a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{i_0}^{n+1} \\ \mu_{i_1}^{n+1} \\ z_{i_1}^{n+1} \\ \mu_{i_2}^{n+1} \\ \vdots \\ \mu_{i_n}^{n+1} \\ z_{i_n}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{i_0}^n \\ d_{i_1} \\ z_{i_1}^n \\ d_{i_2} \\ \vdots \\ d_{i_n} \\ z_{i_n}^n \end{bmatrix} \quad (71)$$

Hierin is i_0 het westelijke randpunt en i_n het oostelijke randpunt. Zoals aangegeven in bovenstaande paragraaf valt de term met coëfficiënt c in de eerste vergelijking weg als het punt i_0 op een open westrand ligt, en analoog, als het punt i_n op een open oostrand ligt, valt de term met coëfficiënt a in de laatste vergelijking weg.

Voor elke j en elke n kan een dergelijk stelsel geschreven worden. Deze stelsels zijn echter onderling onafhankelijk en kunnen daarom onafhankelijk van elkaar opgelost worden.

Aangezien de coëfficiëntenmatrix van (71) tridiagonaal is, en bovendien heel wat coëfficiënten 1 of -1 zijn, kan (71) zeer efficiënt opgelost worden met het onderstaand algoritme. Eerst worden hulpgrootheden x en w berekend :

beginwaarden :

$$w_{i_0} = 1 \quad (72)$$

$$x_{i_0} = z_{i_0} \quad (73)$$

recursiebetrekkingen :

$$w_i' = b_i + c_{i-1}/w_{i-1} \quad (74)$$

$$x_i' = d_i + x_{i-1}/w_{i-1} \quad (75)$$

$$w_i = 1 - a_i'/w_i' \quad (76)$$

$$x_i = d_i - a_i' x_i' / w_i' \quad (77)$$

Daarna worden de veranderlijken u en z berekend :

beginwaarde :

$$z_{i\eta}^{n+1} = x_{i\eta} / w_{i\eta} \quad (78)$$

recursiebetrekkingen :

$$\mu_i^{n+1} = (x_i' - z_i^{n+1}) / w_i' \quad (79)$$

$$z_i^{n+1} = (x_i - c_i \mu_{i+1}^{n+1}) w_i \quad (80)$$

Voor elk stelsel, m.a.w. voor elke rij opeenvolgende punten, bestaat het algoritme dus uit twee stappen. In de "voorwaartse" stap wordt in elk z - en u -punt een waarde voor de hulpveranderlijken w en x berekend. In de achterwaartse stap worden hieruit, in omgekeerde volgorde, de z - en u -waarden berekend.

De oplossing van vergelijkingen (67) en (68) in de volgende tijdstap gebeurt volledig analoog.

b) plaatselijke verfijning van het rooster

Zoals reeds aangegeven biedt het rekenschema de mogelijkheid het grofrooster plaatselijk over een rechthoekig gebied te verfijnen, zoals geïllustreerd in figuur 4. Voor het oplossen van de differentievergelijkingen heeft dit enkele gevolgen :

Indien een rij j van het grofrooster volledig buiten het fijnrooster gelegen is, wordt stelsel (71) opgesteld zoals boven aangegeven.

Indien een rij j van het grofrooster gedeeltelijk in het fijnrooster ligt, zijn er geen wijzigingen voor de punten buiten het fijnrooster.

Voor de punten erbinen wordt in de vergelijkingen elke Δx vervangen door $\Delta x/3$, terwijl voor de punten op de linker- en rechterrاند van het fijnrooster enkel in vergelijking (55) Δx vervangen wordt door $2\Delta x/3$. De "afstand" tussen twee opeenvolgende u-punten aan weerszijden van de fijnroostergrens is immers gelijk aan de helft van Δx vermeerderd met de helft van $\Delta x/3$. Vergelijking (60) hoeft niet aangepast te worden, aangezien de "afstand" tussen twee opeenvolgende waterhoogte-punten altijd ofwel geheel buiten ofwel geheel binnen het fijnrooster gelegen is.

Indien de punten van een rij j tot het fijnrooster behoren, maar geen punten zijn van het grofrooster, wordt de waterhoogte voor het eerste en het laatste punt van die rij j berekend door lineaire interpolatie tussen de waarden van de waterhoogte in de dichtstbijgepunten uit de grofrooster.

De berekeningsvolgorde voor de "andere" tijdstap (vertikale aftasting) gebeurt volledig analoog.

De twee roosters worden dus niet afzonderlijk, na elkaar, berekend, maar wel gelijktijdig. Er bestaat m.a.w. niet enkel een koppeling van het grofrooster naar het fijnrooster, maar er wordt omgekeerd ook informatie doorgegeven van het fijnrooster naar het grofrooster.

1.7 Permanente beweging

De oplossingsmethode zoals hierboven voorgesteld betekent in feite een "integratie in de tijd".

In de literatuur wordt doorgaans vermeld dat er geen reden is om aan te nemen dat dergelijke rekenschema's voor tijdsafhankelijke fenomenen ongeschikt zouden zijn voor het berekenen van een toestand van permanente beweging. De berekeningen behouden dan formeel het uitzicht van een integratie in de tijd, doch de facto wordt de toestand van permanente beweging op iteratieve wijze berekend. De "integratie in de tijd" heeft

in dat geval geen andere betekenis dan een iteratie, waarbij de tijdstap Δt kan beschouwd worden als een overrelaxatiefactor.

Volgens Yanenko geldt dit ook als gebruik gemaakt wordt van "gesplitste" of "vervalste" rekenschema's. Hieronder wordt aangetoond dat, voor problemen van permanente beweging, enkel de $\{-\epsilon\}$ -benadering betekenisvol is.

a) z-benadering

Indien de veranderlijke z de betekenis heeft van een waterhoogte, moet, in geval van permanente beweging, voldaan zijn aan :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (81)$$

Voor een probleem van permanente beweging geeft het rekenschema volgende resultaten :

$$z_{ij}^{n+2} = z_{ij}^n \quad (82)$$

$$z_{ij}^{n+1} = z_{ij}^{n-1} \quad (83)$$

maar wegens vergelijking (18) :

$$z_{ij}^{n+1} \neq z_{ij}^n \quad (84)$$

en wegens vergelijking (20) :

$$z_{ij}^{n+2} \neq z_{ij}^{n+1} \quad (85)$$

Aan de "vervalste" continuïteitsvergelijkingen (18) en (20) kan immers slechts voldaan zijn als (84) en (85) gelden. Dit blijkt duidelijk als vergelijkingen (18) t.e.m. (21) herschreven worden als :

$$\frac{z_{i,j}^{\text{oneven}} - z_{i,j}^{\text{even}}}{2\Delta t} + \frac{\mu_{i+1,j}^{\text{even}} (h+z)_{i+1,j}^{\text{even}} - \mu_{i,j}^{\text{even}} (h+z)_{i,j}^{\text{even}}}{\Delta x} = 0 \quad (86)$$

$$g \frac{z_{i+1,j}^{\text{oneven}} - z_{i,j}^{\text{oneven}}}{\Delta x} + f_1(\mu, v) = 0 \quad (87)$$

$$\frac{z_{i,j}^{\text{even}} - z_{i,j}^{\text{oneven}}}{2\Delta t} + \frac{v_{i,j+1}^{\text{oneven}} (h+z)_{i,j+1}^{\text{oneven}} - v_{i,j}^{\text{oneven}} (h+z)_{i,j}^{\text{oneven}}}{\Delta y} = 0 \quad (88)$$

$$g \frac{z_{i,j+1}^{\text{even}} - z_{i,j}^{\text{even}}}{\Delta y} + f_2(\mu, v) = 0 \quad (89)$$

Bovenstaande uitdrukkingen (86) t.e.m. (89) zijn geldig zodra de toestand van permanente beweging (op iteratieve wijze) berekend is. In deze uitdrukkingen werden de bovenindices weggelaten voor de (in de tijd) constante waarden van de snelheidscomponenten u en v . De termen in $\Delta u/\Delta t$ en $\Delta v/\Delta t$ werden weggelaten. Aangezien de tweede term in continuïteitsvergelijkingen (86) en (88) verschilt van nul, moet ook :

$$z_{i,j}^{\text{even}} \neq z_{i,j}^{\text{oneven}} \quad (90)$$

Ofschoon beide benaderingen, z^{even} en z^{oneven} aan voorwaarde (81) voldoen, blijkt uit uitdrukking (90) dat z^{even} - en z^{oneven} - waarden van elkaar verschillen. Hieruit volgt dat onmogelijk beide z -waarden, z^{even} en z^{oneven} een nauwkeurige benadering geven van de "echte" waterhoogte. Door het gebruik van ofwel z^{even} ofwel z^{oneven} in de bewegingsvergelijkingen (87) en (89) worden ook de snelheidscomponenten u en v verkeerd begroot.

Het verschil tussen twee (in de iteratie) onmiddellijk op elkaar volgende z -waarden is een "maat" voor de onnauwkeurigheid van de berekeningen. Deze onnauwkeurigheid is rechtstreeks afhankelijk van de Δt -waarde. Voor grote waterdiepten ($h \gg z$) is deze afhankelijkheid lineair :

$$|z_{ij}^{\text{even}} - z_{ij}^{\text{oneven}}| = 2 \cdot \Delta t \cdot h_{ij} \left| \frac{\Delta u}{\Delta x} \right|_{ij} = 2 \cdot \Delta t \cdot h_{ij} \left| \frac{\Delta v}{\Delta y} \right|_{ij}$$

wegens uitdrukkingen (18) en (20).

Indien de z -benadering aangehouden wordt, kan een toestand van permanente beweging onmogelijk nauwkeurig berekend worden, precies omdat de continuïteitsvergelijking "vervalst" wordt.

b) ζ - ϵ -benadering

Aangezien de ζ - ϵ -benadering formeel gelijk is aan de z -benadering, is het resultaat van de berekeningen eveneens van de vorm :

$$\mu^{\eta+1} = \mu^{\eta-1} = \mu \quad (92)$$

$$v^{\eta+2} = v^{\eta} = v \quad (93)$$

$$z^{\eta+1} = z^{\eta-1} = z^{\text{oneven}} \quad (94)$$

$$z^{\eta+2} = z^{\eta} = z^{\text{even}} \quad (95)$$

Uit (31) t.e.m. (33) en (43) t.e.m. (45) wordt berekend dat :

$$\sum^{\text{even}} = \sum^{\text{oneven}} = \frac{\sum^{\text{even}} + \sum^{\text{oneven}}}{2} \cdot \sum \quad (96)$$

$$E^{\text{even}} = \frac{\sum^{\text{oneven}} - \sum^{\text{even}}}{2\Delta t} \cdot E \quad (97)$$

$$E^{\text{oneven}} = \frac{\sum^{\text{even}} - \sum^{\text{oneven}}}{2\Delta t} \cdot -E \quad (98)$$

Vergelijkingen (48) t.e.m. (51) kunnen, voor het geval van permanente beweging, herschreven worden als :

$$E_{ij} + \frac{\mu_{i+1,j}(h+\zeta)_{i+1,j} - \mu_{ij}(h+\zeta)_{ij}}{\Delta x} = 0 \quad (99)$$

$$g \frac{\zeta_{i+1,j} - \zeta_{ij}}{\Delta x} + f_1(\mu, v) = 0 \quad (100)$$

$$-E_{ij} + \frac{v_{i,j+1}(h+\zeta)_{i,j+1} - v_{ij}(h+\zeta)_{ij}}{\Delta y} = 0 \quad (101)$$

$$g \frac{\zeta_{i,j+1} - \zeta_{ij}}{\Delta y} + f_2(\mu, v) = 0 \quad (102)$$

De ζ - ϵ -benadering maakt het mogelijk met het voorgestelde rekenschema een toestand van permanente beweging te berekenen door gebruik te maken van de hulpveranderlijke z die een lineaire combinatie is van de waterhoogte ζ en een correctieterm ϵ .

Uitdrukkingen (99) en (101) illustreren de "fysische betekenis" van de correctieterm : ϵ staat voor dat gedeelte van $\Delta u / \Delta x$ en van $\Delta v / \Delta y$ dat niet gecompenseerd wordt door $\frac{1}{2} \Delta z / \Delta t$ (zie ook bijvoorbeeld uitdrukkingen (25) t.e.m. (27)).

De correctieterm ϵ maakt het mogelijk de continuïteitsvergelijking te splitsen zonder ze te vervalsen.

c) bespreking

De ζ - ϵ -benadering maakt dat het voorgestelde rekenschema niet enkel geschikt is voor de berekening van tijds afhankelijke fenomenen, zoals getijdegolven, doch ook voor de berekening van een toestand van permanente beweging.

Bovendien kunnen ook "traagveranderende" fenomenen met het rekenschema benaderd worden, evenals stromingen waarbij de veranderingen van de snelheid in de tijd of in de ruimte veel belangrijker zijn dan de veranderingen in de tijd van de waterhoogte.

In het bijzonder kan hierbij gedacht worden aan verschijnselen waarvan de tijdsschaal groter is dan die van de (dagelijkse en halfdagelijkse) getijden, bijvoorbeeld de beweging van ijsmassa's op een randzee. Voor deze beweging is de aandrijvende kracht het windveld, de tijdsschaal is van de orde van enkele dagen, zodat de getijdenstromingen verwaarloosbaar zijn.

Hoofdstuk II. COMPUTERIMPLEMENTATIE

Er bestaan meerdere implementaties van het model, o.a. een zeer volledige versie op de IBM main-frame-computer van het Universitair Rekencentrum en een beperkte versie op de HP-1000-minicomputer van het Departement Bouwkunde. Het model wordt ook geïmplementeerd op een HP-Vectra-microcomputer.

Deze tekst beschrijft de IBM-versie. Het programma is geschreven in FORTRAN IV.

De stroomschema's van het hoofdprogramma worden in bijlage gegeven.

II.1 Uitvoer

Het model kan drie types uitvoer voortbrengen :

a. uitvoer op schijfgeheugens :

Het model kan de volledige beschrijving van de gebruikte roosters en de topografie van het beschouwde gebied bewaren in een schijfbestand voor hergebruik in volgende simulaties (zie ook hierboven).

Op een willekeurige tijdstap (in de praktijk meestal de laatste) kunnen de ogenblikkelijke waarden van de snelheidscomponenten u en v , evenals die van de hulpveranderlijke z , weggeschreven worden op een schijfbestand. Dit bestand kan voor een volgende simulatie ingelezen worden als beginvoorwaarde. Op die manier kan het aantal "koude starten" beperkt worden.

b. gedrukte uitvoer :

Vanaf een gegeven tijdstap drukt het model voor elke volgende tijdstap Δt en/of u - en/of v -waarden af voor een door de gebruiker opgegeven aantal roosterpunten.

c. grafische uitvoer :

De hoeveelheid informatie die door het model berekend wordt is zo groot dat een grafische voorstelling ervan de enige aanschouwelijke manier is om een (kwalitatief) inzicht te krijgen in het bestudeerde fenomeen.

Bij het ontwerp van het model werd daarom grote aandacht besteed aan het ontwerpen van procedures voor grafische uitvoer. Het model kan vier soorten tekeningen produceren zowel voor het grof- als voor het fijnrooster :

- (1) driedimensionale voorstelling van ogenblikkelijke waterhoogten.
De gebruiker bepaalt zelf op welke tijdstappen deze tekeningen gemaakt worden.
- (2) isolijnen-voorstelling van ogenblikkelijke waterhoogten.
Deze figuren stellen dezelfde gegevens voor als de driedimensionale voorstelling. Ze geven een meer kwantitatief beeld, echter ten koste van een grotere abstractie. Ook hier bepaalt de gebruiker op welke tijdstappen de isolijnen getekend worden.
- (3) ogenblikkelijke snelheidsvectoren.
Deze figuren geven een duidelijk en volledig beeld van de watersnelheden, zowel in grootte als in richting, over gans het beschouwde (grof- of fijn-) rooster.
- (4) cotidale en corange lijnen.
Deze voorstelling van de maximale waterhoogten in elk punt, samen met de faseverschuiving van deze maxima vat alle beschikbare informatie over waterstanden in één enkele getijperiode samen op een overzichtelijke en gecondenseerde manier.

11.2 Invoer

a) vereiste gegevens

Het rekenmodel heeft volgende gegevens nodig :

- definitie van grof- en fijnrooster :
afmetingen van het grofrooster, positie van het fijnrooster in het grofrooster, roosterparameters Δx en Δy , Chézy-coëfficiënt, coriolisparameter.
- beschrijving van de topografie :
ligging van gesloten en open randen in grof- en fijnrooster, waterdiepte in elk punt van grof- en fijnrooster.
Deze topografische gegevens kunnen eventueel, samen met de Chézy-coëfficiënt en de coriolisparameter op een afzonderlijk schijfgeheugen gestockeerd worden.

- beschrijving van de begintoestand : het model biedt hier twee mogelijkheden :
 Als begintoestand (beginvoorwaarde) kan de rusttoestand opgelegd worden, d.i. de veranderlijken u , v en ζ (formeel : de veranderlijken u en v , en de hulpveranderlijke z) krijgen de waarde nul in alle punten van het rooster. Gezegd wordt in dat geval dat het model "koud" gestart wordt.
 Een volledige begintoestand kan ook gelezen worden van een bestand op een schijfgeheugen. Dit bestand wordt gecreëerd tijdens een vorige berekening met het model, door op een gegeven tijdstap de ogenblikkelijke waarden van de snelheidscomponenten u en v en van de hulpveranderlijke z op het schijfbestand te schrijven. In dat geval spreekt men van een "warme" start van het model.
- de gewenste duur en de tijdstap van de simulatie.
- de gewenste uitvoer (zie paragraaf II.1).
- de gegevens voor de berekening van de waterstanden op de open zeeranden, en voor de berekening van de windschulfspanning.

b) organisatie van de invoer

Hieronder wordt aangegeven op welke manier de vereiste gegevens ingevoerd moeten worden. Waar nodig wordt de fortran-naam van veranderlijken gebruikt. Een lijst van de veranderlijken met hun fortran-naam en hun betekenis volgt onder II.7. De gegevens worden "geformateerd" ingelezen. Het gebruikte formaat wordt hieronder telkens vermeld.

- (1) eerste lijn :
 symbolengroep 'TOPO', gevolgd door :
 indien de topografische gegevens van de "gewone" invoereenheid gelezen worden : het cijfer 0
 indien de topografische gegevens van een schijfbestand gelezen worden : het nummer van het bedoelde bestand
 formaat : A4, I2

- (2) tweede lijn (indien 'TOPO 0' opgegeven werd) :
 de afmetingen van het grofrooster NX en NY, de coördinaten van de randen van het fijnrooster NVL, NVR, NHB en NHT, de grofroosterparameters x en y, het kwadraat van de Chézycoëfficiënt C2, en de coriolisparameter F.
 formaat : 6I3, 3F10.0, F10.6
- (3) (indien 'TOPO 0' opgegeven werd) :
 NCODE-cijfers voor het grofrooster, 40 gegevens per lijn
 formaat : 40I2
 waterdiepten (H) voor het grofrooster, 20 gegevens per lijn
 formaat : 20F4.0
 NCODE-cijfers voor het fijnrooster, 40 gegevens per lijn
 formaat : 40I2
 waterdiepten (H) voor het fijnrooster, 20 gegevens per lijn
 formaat : 20F4.0
- (4) tweede lijn (indien niet 'TOPO 0' opgegeven werd), of de lijn onmiddellijk onder het laatste waterdieptegegeven :
 indien de topografische gegevens bewaard moeten worden op een schijfbestand : 'KEEP', gevolgd door het nummer van het bedoelde bestand
 indien de topografische gegevens afgedrukt moeten worden : 'PRNT', gevolgd door het nummer van de drukeenheid
 indien de topografische gegevens niet bewaard noch afgedrukt moeten worden : 'NOKP 0'
 formaat : A4,I2
- (5) volgende lijn :
 'DELT', gevolgd door de grootte van de tijdstap, uitgedrukt in seconden
 formaat : A4,F76.4
- (6) volgende lijn :
 'TMAX', gevolgd door het aantal te berekenen tijdstappen
 formaat : A4,I4
- (7) volgende lijn :
 indien "warm" gestart wordt : 'INIT', gevolgd door het nummer van het schijfbestand waarvan de gegevens voor de warme start gelezen worden
 indien "koud" gestart wordt : 'INIT 0'
 formaat : A4,I2

- (8) volgende lijn :
 indien rekenresultaten bewaard moeten worden voor een volgende "warme start" : 'KEEP', gevolgd door het nummer van het bestand waarop de resultaten geschreven moeten worden, en het nummer van de tijdstap (meestal de laatste) waarop die resultaten weggeschreven moeten worden
 indien geen rekenresultaten bewaard moeten worden : 'NOKP 0 0'
 formaat : A4,I2,I4
- (9) volgende lijn :
 'PRNT', gevolgd door :
 het aantal roosterpunten waarvoor ζ -waarden afgedrukt moeten worden
 het aantal roosterpunten waarvoor u-waarden afgedrukt moeten worden
 het aantal roosterpunten waarvoor v-waarden afgedrukt moeten worden
 het nummer van de tijdstap waarop begonnen wordt resultaten af te drukken
 formaat : A4, 3I3, I4
- (10) volgende lijn(en) (indien ζ - en/of u- en/of v-waarden afgedrukt moeten worden) :
 coördinaten van de roosterpunten waarvoor ζ -waarden afgedrukt moeten worden, twintig (tienmaal twee) gegevens per lijn
 formaat : 20I4
 coördinaten van de roosterpunten waarvoor u-waarden afgedrukt moeten worden, twintig (tienmaal twee) gegevens per lijn
 formaat : 20I4
 coördinaten van de roosterpunten waarvoor v-waarden afgedrukt moeten worden, twintig (tienmaal twee) gegevens per lijn
 formaat : 20I4
 met coördinaten wordt hier bedoeld : "Indices" in de betreffende matrices Z0 en Z1, U en V (zie verder onder II.3)
- (11) volgende lijn :
 'PLOT', gevolgd door :
 het aantal tijdstappen waarop een driedimensionale voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het grofrooster
 het aantal tijdstappen waarop een driedimensionale voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het fijnrooster
 het aantal tijdstappen waarop een isolijnenvoorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het grofrooster

het aantal tijdstappen waarop een isolijnenvoorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het fijnrooster
 het aantal tijdstappen waarop de ogenblikkelijke snelheidsvectoren getekend moeten worden voor het grofrooster

het aantal tijdstappen waarop de ogenblikkelijke snelheidsvectoren getekend moeten worden voor het fijnrooster

het aantal (0 of 1) gewenste tekeningen van de cotidale en corange lijnen voor het grofrooster

het aantal (0 of 1) gewenste tekeningen van de cotidale en corange lijnen voor het fijnrooster

formaat : 14, 813

(12) volgende lijn(en) (indien er tekeningen gemaakt moeten worden van één of meerdere types) :

de breedte van de tekening(en) in cm en de nummers van de tijdstappen waarop een driedimensionale voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het grofrooster

formaat : F10.1, 1014

de breedte van de tekening(en) in cm en de nummers van de tijdstappen waarop een driedimensionale voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het fijnrooster

formaat : F10.1, 1014

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en de nummers van de tijdstappen waarop een isolijnenvoorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het grofrooster

formaat : F10.1, 1014

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en de nummers van de tijdstappen waarop een isolijnenvoorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogten getekend moet worden voor het fijnrooster

formaat : F10.1, 1014

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en de nummers van de tijdstappen waarop de ogenblikkelijke snelheidsvectoren getekend moeten worden voor het grofrooster

formaat : F10.1, 1014

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en de nummers van de tijdstappen waarop de ogenblikkelijke snelheidsvectoren getekend moeten worden voor het fijnrooster

formaat : F10.1, 1014

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en het nummer van de tijdstap waarop begonnen wordt de maximale waterhoogten en de faseverschuivingen te bewaren voor het grofrooster
 formaat : F10.1, I4

de afstand op de tekening in cm tussen twee opeenvolgende roosterpunten en het nummer van de tijdstap waarop begonnen wordt de maximale waterhoogten en de faseverschuivingen te bewaren voor het fijnrooster
 formaat : F10.1, I4

- (11) volgende lijn (indien één of meer tekeningen gemaakt moeten worden) :
 breedte van één tekening in cm
 hoogte van één tekening in cm
 hoogte van het tekenblad in cm
 formaat : 3F5.1

- (12) volgende lijn :
 aantal tijdstappen in één periode
 formaat : I4

- (13) volgende lijnen :
 amplitude (in meter) en faseverschuiving (in radialen) voor elk punt aan een open zeerland, in de volgorde voorzien door de functie-procedure f_0 .
 formaat : 2F7.3

- (14) volgende lijn :
 windsnelheid (in m/s), windrichting (in radialen, een hoek wordt positief gerekend in tegenuurwijzerzin vanaf de x-as) en aantal tijdstappen gedurende dewelke de wind (lineair) aangroeit tot de hiervoor vermelde waarden
 formaat 2F10.6, I4

11.3 Grofrooster en fijnrooster

De dimensies van het grofrooster worden bepaald door de parameters NX en NY , het aantal waterhoogterooosterpunten in respectievelijk x - en y -richting.

De dimensies van het fijnrooster worden bepaald door de westgrens NVL , de oostgrens NVR , de zuidgrens NHB en de noordgrens NHT , alle uitgedrukt in grofrooster-coördinaten, d.i. de passende waarden voor i en j van de grenslijnen.

Beide roosters zijn per definitie rechthoekig van vorm.

De grofroosterparameters Δx en Δy geven de afstand aan tussen twee naburige "gelijknamige" punten (bijvoorbeeld twee naburige waterhoogte-punten) in het grofrooster. Deze parameters moeten door de gebruiker opgegeven worden.

De overeenkomstige fijnroosterparameters (in het programma als $DELXS$ en $DELYS$ genoteerd) worden door het programma berekend als :

$$DELXS = 1/3 \Delta x$$

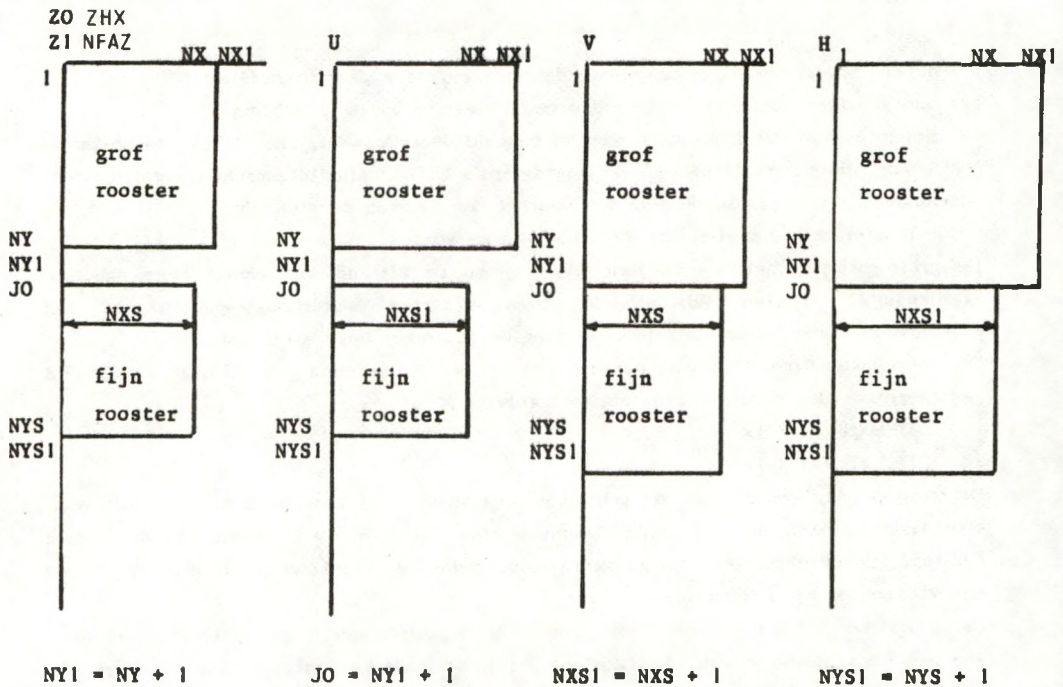
$$DELYS = 1/3 \Delta y$$

De tijdstap Δt , wordt door de gebruiker opgegeven. De waterhoogte ζ wordt voor elke tijdstap berekend, de snelheidscomponenten u en v slechts om de andere tijdstap. De berekeningen zijn zo georganiseerd dat u berekend wordt voor de oneven en v voor de even tijdstappen.

De grafische uitvoer noteert bij elke tekening die een "ogenblikkelijke" situatie voorstelt het nummer van de tijdstap. Bij de gedrukte uitvoer wordt, naast het nummer van de tijdstap, ook de tijd aangegeven in uren, minuten en seconden. De aangegeven tijd geldt voor de berekende waterhoogte, en ligt "halverwege" tussen de aangegeven tijdstap en de vorige. De waarden die gedrukt worden voor de snelheidscomponenten zijn telkens de laatstberekende.

De snelheidscomponenten u en v en de waterdiepte h worden in het inwendige geheugen genoteerd in gelijknamige matrices. Voor de hulpveranderlijke z zijn twee matrices $Z0$ en $Z1$, respectievelijk voor de even en de oneven tijdstappen, nodig. De matrices ZMX en $NFAZ$ bevatten de maximale waterhoogte en de faseverschuiving in elk punt van grof- en fijnrooster.

Bovenvermelde matrices bevatten telkens zowel de waarden voor het grofrooster als die voor het fijnrooster. De waarden voor het fijnrooster worden in rijen "achter" die van het grofrooster genoteerd, zoals geïllustreerd in figuur 7.



figuur 7

Voor een punt dat zowel tot het grofrooster als tot het fijnrooster behoort kunnen de coördinaten omgerekend worden met behulp van onderstaande betrekkingen (hoofdletters verwijzen naar het grofrooster, kleine letters naar het fijnrooster) :

$$1 = (1 - NVL) * 3 + 1$$

$$J = (J - NHB) * 3 + JO$$

$$I = (1 - 1)/3 + NVL$$

$$J = (j - j_0)/3 + NHB$$

Wegens het gebruik van een "vershoven" rooster (zie boven) bevat het grofrooster één rij méér v-waarden en h-waarden dan u-waarden of ζ -waarden. Daarom geldt voor J0, de eerste rij fijnroosterwaarden :

$$JO = NY + 2$$

Verder geldt (zie figuur 7) :

$$NX1 = NX + 1$$

$$NY1 = NY + 1$$

Indien NXS het aantal waterhoogtepunten voorstelt op een rij van het fijnrooster en NYS het rangnummer is van de laatste waterhoogterij van het fijnrooster (figuur 7), dan geldt bovendien :

$$NXS1 = NXS + 1$$

$$NYS1 = NYS + 1$$

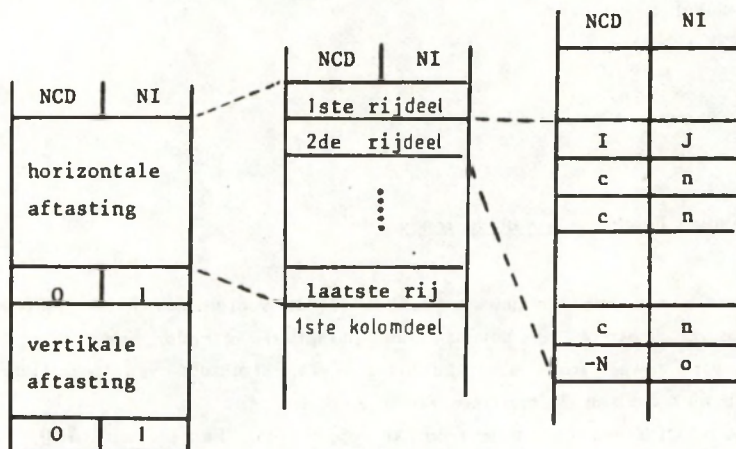
11.4 Inwendige beschrijving van de topografie

De topografie van het beschouwde bekken wordt voorgesteld in de matrix NCODE. Zoals voor de matrices in bovenstaande paragraaf vermeld, bevat ook NCODE de gegevens van zowel grof- als fijnrooster. De structuur van deze matrix is te vergelijken met die van de matrices Z0 en Z1.

De matrix NCODE wordt door de gebruiker opgegeven. Een element (i,j) van NCODE heeft de waarde :

- 0 indien het ζ -punt met coördinaten i en j buiten het beschouwde gebied ("op het land") ligt
- 1 indien het ζ -punt met coördinaten i en j op een open zeerand ligt
- 2 indien het ζ -punt binnen de randen van het beschouwde gebied ligt.

Bovenstaande beschrijving is de meest eenvoudige voor de gebruiker van het model. Voor het rekenschema zelf is deze beschrijving echter weinig efficiënt. Daarom wordt ze in het begin van de berekening door het model omgezet naar een inwendige code, die bewaard wordt in twee vectoren NCD en NI. Deze code wordt geïllustreerd in figuur 8.



Hierin betekenen :

I, J : coördinaten van het eerste Σ -punt in de rij (of kolom)

c = 1 indien NCODE = 2, behalve indien het om het eerste punt gaat

= 2 eerste punt en NCODE = 2

= 3 NCODE = 1

= 4, 5, 6, 7, 8, 9 duiden verschillende mogelijke situaties aan op de rand van het fijn rooster

n : aantal punten waarvoor dezelfde c geldt.

N : totaal aantal Σ -punten op de rij (of kolom)

figuur 8

Met "rijdeel" of "kolomdeel" wordt verwezen naar een aaneengesloten reeks roosterpunten die alle tot het beschouwde bekken behoren. Rijdelen en kolomdelen worden van elkaar gescheiden door één of meer nullen in de NCODE-matrix, of door een rij- of kolomeinde van het puntenrooster. Verder hebben de symbolen in figuur 8 volgende betekenis :

i, j coördinaten van het eerste Σ -punt van een rij- of kolomdeel.

c codecijfer

n aantal opeenvolgende Σ -punten met hetzelfde codecijfer c

N totaal aantal ζ -punten van het rij- of kolomdeel

0,1 scheiden verschillende rij- en kolomdelen van elkaar indien gebruikt zoals aangegeven in figuur 8.

Het codecijfer c kan waarden aannemen van 1 t.e.m. 9. Punten die deel uitmaken van het grofrooster kunnen slechts het codecijfer 1, 2 of 3 hebben. De betekenis van deze codecijfers volgt hieronder :

- 1 roosterpunt met NCODE-cijfer 2 én dit punt is niet het eerste punt van een rij- of kolomdeel
- 2 eerste punt van een rij- of kolomdeel én het NCODE-cijfer van dit eerste punt is 2
- 3 roosterpunt met NCODE-cijfer 1 (open zeerand)

In paragraaf 1.6 werd onder b) reeds vermeld dat voor rijen of kolommen die tot het fijnrooster behoren doch geen deel uitmaken van het grofrooster de waterhoogte in het eerste en laatste ζ -punt berekend wordt door lineaire interpolatie tussen de dichtstbij gelegen ζ -punten uit het grofrooster. Indien echter één van de "dichtstbij gelegen" ζ -punten niet tot het bekken behoort (op het "land" ligt) kan de interpolatie niet op de gewone wijze gebeuren. Codecijfers 4 t.e.m. 9 geven aan op welke wijze deze interpolatie moet gebeuren voor een eerste of laatste punt van een fijnroosterrij j :

$$4 \quad z_{ij} = 2/3 \, z_{i,j+1} + 1/3 \, z_{i,j+2}$$

$$5 \quad z_{ij} = 1/3 \, z_{i,j+1} + 2/3 \, z_{i,j+2}$$

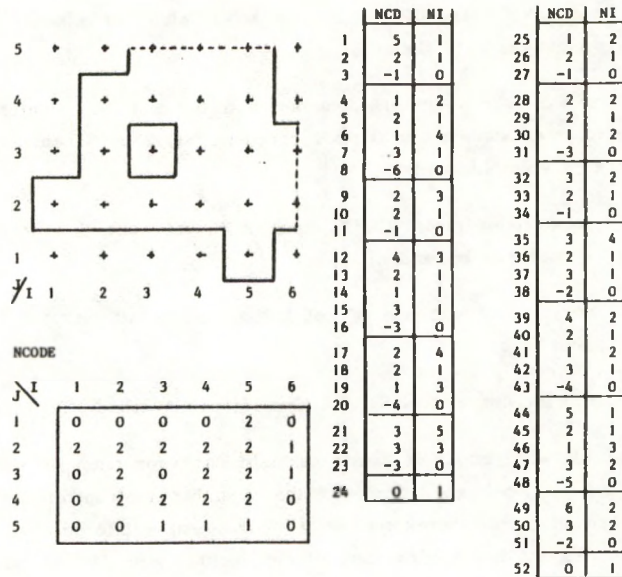
$$6 \quad z_{ij} = z_{i,j+2}$$

$$7 \quad z_{ij} = z_{i,j+1}$$

$$8 \quad z_{ij} = z_{i,j+1}$$

$$9 \quad z_{ij} = z_{i,j+2}$$

In het voorbeeld van figuur 9 zouden codecijfers 4, 6 en 8 betrekking kunnen hebben op het eerste of laatste punt van rij 6 en codecijfers 5, 7 en 9 op het eerste of laatste punt van rij 5.



figuur 9

II.5 Functie-procedures

a) opgelegde waterstanden

Telkens het hoofdprogramma een open zeerand ontmoet (codecijfer 3), wordt functie-procedure F0 opgeroepen om de opgelegde waterhoogte in het betreffende punt en voor de tijdstap van de berekening te bepalen. Deze functieprocedure bevat informatie over het getijde in de betreffende punten en is dus specifiek voor elke toepassing. De eventueel nodige (getij)gegevens worden gelezen bij de eerste oproep.

b) windschulffspanning

Telkens het hoofdprogramma de hulpveranderlijken x en w bepaalt voor de bewegingsvergelijking, wordt functieprocedure FWINDX (op oneven tijdstappen) of FWINDY (op even tijdstappen) opgeroepen om de windschulffspanning in het betreffende punt te bepalen. Deze functieprocedures zijn specifiek voor elke toepassing. De eventueel nodige gegevens worden door de functieprocedure FWINDX gelezen bij de eerste oproep.

c) andere

Naast de reeds vermelde functieprocedures zijn er nog andere, die niet opgeroepen worden door het hoofdprogramma, doch door de tekenprocedures :

- | | |
|-------|--|
| FUN1G | wordt opgeroepen bij het maken van de driedimensionale voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogte; de functiewaarde voor een gegeven punt is de waterhoogte ζ in het betreffende roosterpunt voor de tijdstap van de berekening |
| FUN2G | wordt opgeroepen bij het maken van de isolijnen-voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogte; de functiewaarde voor een gegeven punt is zijn NCODE-waarde en wordt aangewend om de rand van het bekken te tekenen |
| FUN3G | wordt opgeroepen bij het maken van de isolijnen-voorstelling van de ogenblikkelijke waterhoogte; de functiewaarde voor een gegeven punt is de waterhoogte ζ voor de tijdstap van de berekening |
| FUN4G | wordt opgeroepen bij het tekenen van de cotidale en corange lijnen; de functiewaarde voor een gegeven punt is de maximale waterhoogte |
| FUN5G | wordt opgeroepen bij het tekenen van de cotidale en corange lijnen; de functiewaarde voor een gegeven punt is de faseverschuiving |

Het symbool G in de naam van deze functieprocedures verwijst naar het grofrooster. Voor punten die tot het fijnrooster behoren worden analoge functieprocedures gebruikt. Deze hebben het symbool S in hun naam i.p.v. het symbool G .

II.6 Procedures

a) bij het hoofdprogramma

Voor de inwendige beschrijving van de topografie maakt het hoofdprogramma gebruik van de procedure COD, die eveneens bereikt wordt langs de oproepen WRCOD, WRCDN, RDCOD en INITCD.

Het algoritme dat de differentievergelijkingen oplost maakt gebruik van procedure WRXW om de hulpveranderlijken x en w in de betreffende vectoren te bewaren, en van procedure WRC om de coëfficiënten c te bewaren.

b) voor de gedrukte uitvoer

Telkens wanneer voor een bepaalde tijdstap rekenresultaten (snelheidscomponenten of waterhoogtewaarden) gedrukt worden, wordt vooraf procedure WRTIM opgeroepen om de overeenkomstige tijd, uitgedrukt in uren, minuten en seconden, te berekenen en af te drukken.

c) voor de grafische uitvoer

Naargelang van de aard van de tekening worden andere procedures gebruikt :

PLZ3G genereert de driedimensionale voorstelling van ogenblikkelijke waterhoogten voor het grofrooster. Deze procedure maakt gebruik van PLT3D en IPLOT. PLZ3S doet hetzelfde voor het fijnrooster.

PLZIG genereert de isolijnen-voorstelling van ogenblikkelijke waterhoogten voor het grofrooster. Deze procedure maakt gebruik van ISO, CONF, PLITG, GRAFK, PLTLF en PLTLB. PLZIS doet hetzelfde voor het fijnrooster, maar maakt daarbij gebruik van PLITS i.p.v. van PLITG.

PLUVG genereert de tekening van de ogenblikkelijke snelheidsvectoren.

PLZMG genereert de tekening van de cotidale en corange lijnen. Deze procedure maakt gebruik van ISO, CONF, PLITG, GRAFK, PLTLF en PLTLB. PLZMS doet hetzelfde voor het fijnrooster, maar maakt daarbij gebruik van PLITS i.p.v. van PLITG.

Gemeenschappelijk voor de vier bovenvermelde procedures die de grafische uitvoer genereren voor het grofrooster en de overeenkomstige procedures voor het fijnrooster zijn de procedures PLCNTL om voor elke volgende tekening een "oorsprong" te definiëren op het tekenblad en PLTIM om het nummer van de tijdstap bij de betreffende tekening te noteren. PLTIM wordt uiteraard niet opgeroepen door PLZMG en PLZMS, waarin geen ogenblikkelijke waarden worden afgebeeld.

II.7 Lijst van de gebruikte veranderlijken

Hieronder volgt een lijst van de veranderlijken die in het **hoofdprogramma** gebruikt worden. Veranderlijken die enkel in de procedures voorkomen staan niet in deze lijst

BBOUND	logische statement-functie, die aangeeft of een gegeven roosterpunt op de zuidrand van het fijnrooster ligt
C	vector die de coëfficiënten c van de continuïteitsvergelijking bevat
CODE	character-veranderlijke die gebruikt wordt bij het afdrukken van de vorm van het bekken
C2	kwadraat van de Chézy-coëfficiënt
DELT	tijdstap Δt , uitgedrukt in seconden
DELX	roosterparameter, uitgedrukt in meter; deze parameter is, behalve aan de rand van het fijnrooster, steeds gelijk aan één van onderstaande parameters :
DELXG	grofroosterparameter Δx , uitgedrukt in meter
DELXS	fijnroosterparameter, uitgedrukt in meter, en gelijk aan $1/3 \Delta x$
DELY	roosterparameter, uitgedrukt in meter; deze parameter is, behalve aan de rand van het fijnrooster, steeds gelijk aan één van onderstaande parameters :
DELYG	grofroosterparameter Δy , uitgedrukt in meter
DELYS	fijnroosterparameter, uitgedrukt in meter, en gelijk aan $1/3 \Delta y$
DELI	$2 \cdot \text{DELT} / \text{DELX}$

DEL1G	2. * DELT/DELXG
DEL1S	2. * DELT/DELXS
DEL2	1. / (G*DELT)
DEL3	2. * DELT/DELY
DEL3G	2. * DELT/DELYG
DEL3S	2. * DELT/DELYS
DEL4	2. * F * DELX / G
DEL4G	2. * F * DELXG / G
DEL4S	2. * F * DELXS / G
DEL5	2. * F * DELY / G
DEL5G	2. * F * DELYG / G
DEL5S	2. * F * DELYS / G
DEL6	2. * DELX / (G*RHO)
DEL6G	2. * DELXG / (G*RHO)
DEL6S	2. * DELXS / (G*RHO)
DEL7	2. * DELY / (G*RHO)
DEL7G	2. * DELYG / (G*RHO)
DEL7S	2. * DELYS / (G*RHO)
DIG	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de isolijnenvoorstelling voor het grofrooster
DIS	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de isolijnenvoorstelling voor het fijnrooster
DMG	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de voorstelling van de cotidale en corange lijnen voor het grofrooster
DMS	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de voorstelling van de cotidale en corange lijnen voor het fijnrooster
DVG	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de voorstelling van de snelheidsvectoren voor het grofrooster, tevens schaalfactor voor de getekende snelheidsvectoren : een getekende snelheidsvector met lengte DVG geeft aan dat de snelheid in het betreffende roosterpunt gelijk is aan 1 m/s
DVS	afstand, uitgedrukt in cm, tussen twee aangrenzende roosterpunten in de voorstelling van de snelheidsvectoren voor het fijnrooster, tevens schaalfactor voor de getekende snelheidsvectoren : een getekende snelheidsvector met lengte DVS geeft aan dat de snelheid in het betreffende roosterpunt gelijk is aan 1 m/s

D3G	breedte, uitgedrukt in cm van de driedimensionale voorstelling van de waterhoogte voor het grofrooster
D3S	breedte, uitgedrukt in cm van de driedimensionale voorstelling van de waterhoogte voor het fijnrooster
F	coriolisparameter
FAZ	faseverschuiving $FAZ = 360./(\text{MAXT}-\text{MAXPL})$
G	valversnelling
H	matrix voor de waterdiepte
HH	hulpveranderlijke : stelt de som voor van waterhoogte en waterdiepte
I	oost-west-coördinaat
IC	index voor de vector C
ICODE	vector die de linker open zeerland beschrijft (enkel gebruikt voor het continentaal-platmodel)
IH	hulpveranderlijke, gebruikt bij het opstellen van de inwendige code voor de topografie
II	hulpveranderlijke voor de berekeningen
III	dummy-veranderlijke
INSTR	character-veranderlijke om opdrachten van de gebruiker te lezen
IPR	index voor de vectoren NUPRI ,NUPRJ, NVPRI, NVPRJ, NZPRI en NZPRJ
IVTG	index in de vector NVPLG
IVTS	index in de vector NVPLS
IWX	index in de vectoren W en X
IZITG	index in de vector NZIPLG
IZITS	index in de vector NZIPLS
IZ3TG	index in de vector NZ3PLG
IZ3TS	index in de vector NZ3PLS
II	hulpveranderlijke in de berekeningen : $I + 1$
I2	hulpveranderlijke, gebruikt bij het afdrukken van de topografie
J	noord-zuid-coördinaat
JH	hulpveranderlijke, gebruikt bij het opstellen van de inwendige code voor de topografie
JHM	hulpveranderlijke, gebruikt bij het opstellen van de inwendige code voor de topografie
JJ	hulpveranderlijke voor de berekeningen

JJJ	dummy-veranderlijke
J1	hulpveranderlijke
	in de berekeningen : $J + 1$
KBIGX	logische statementfunctie die een fijnroostercoördinaat omrekent naar de overeenkomstige grofroostercoördinaat
KBIGY	logische statementfunctie die een fijnroostercoördinaat omrekent naar de overeenkomstige grofroostercoördinaat
KSMALX	logische statementfunctie die een grofroostercoördinaat omrekent naar de overeenkomstige fijnroostercoördinaat
KSMALY	logische statementfunctie die een grofroostercoördinaat omrekent naar de overeenkomstige fijnroostercoördinaat
LBOUND	logische statementfunctie, die aangeeft of een gegeven roosterpunt op de westrand van het fijnrooster ligt
LDEV	hulpveranderlijke in de oproep van de PLOTS-procedure
MAXPL	tijdstap waarop begonnen wordt met het berekenen en bewaren van maximale waterstanden en faseverschuivingen
MAXT	tijdstap die het einde van de berekeningen aangeeft
MINPR	tijdstap waarop begonnen wordt met het afdrukken van berekende waarden
MXNX	bovengrens voor het aantal roosterpunten op een enkele rij
MXNY	bovengrens voor de som van het aantal roosterpunten op een enkele kolom van het grofrooster én het aantal roosterpunten op een enkele kolom van het fijnrooster
N	element uit de NI-vector (zie boven : inwendige beschrijving van de topografie)
NAMF	veranderlijke die gebruikt wordt bij het lezen van de opdrachten van de gebruiker
NB	blanco
NBR	logische veranderlijke die aangeeft of een gegeven punt op een rand van het fijnrooster ligt
NC	element uit de NCD-vector (zie boven : inwendige beschrijving van de topografie)
NCD	vector, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCG1	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCG2	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie

NCH1	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCH2	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCL1	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCL2	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NCODE	matrix die de beschrijving van de topografie bewaart, zoals die door de gebruiker is opgegeven
NCP	"vorige" waarde van NC
NC1	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NC2	hulpveranderlijke, gebruikt voor de inwendige beschrijving van de topografie
NDEL T	'DEL T' : leidt de opgegeven tijdstap in
NFAZ	matrix die de faseverschuivingen bewaart
NFIN	nummer van het bestand dat gebruikt wordt om de gegevens voor een "warme start" te lezen of te schrijven
NH	vector, gebruikt voor het afdrukken van de waterdiepte in het beschouwde bekken
NHB	grofroostercoördinaat van de zuidrand van het fijnrooster
NHT	grofroostercoördinaat van de noordrand van het fijnrooster
NINIT	'INIT' : gegevens voor een "warme start" hoeven al dan niet van een bepaald bestand gelezen te worden
NKEEP	'KEEP' : topografie of rekenresultaten voor een "warme start" moeten op een bepaald bestand bewaard worden
NLIMX	aantal roosterpunten van één rij waarvan de NCODE-waarde of de waterdiepte gedrukt wordt
NLIMY	aantal roosterpunten van één kolom waarvan de NCODE-waarde of de waterdiepte gedrukt wordt
NMAXPL	NMXPLG + NMXPLS
NMXPLG	aantal (1 of 0) gewenste tekeningen van cotidale en corange lijnen voor het grofrooster
NMXPLS	aantal (1 of 0) gewenste tekeningen van cotidale en corange lijnen voor het grofrooster
NNOKP	'NOKP' : topografie of rekenresultaten voor een "warme start" hoeven niet bewaard te worden

NPIC	hulpveranderlijke voor de tekenprocedures
NPLOT	'PLOT' : leidt de tekenopdrachten van de gebruiker in
NPRNT	'PRNT' : leidt de drukopdrachten van de gebruiker in
NT	nummer van de tijdstap
NTIN	nummer van de tijdstap waarop de rekenresultaten voor een "warme start" worden weggeschreven
NTMAX	'TMAX' : leidt het opgegeven aantal tijdstappen in
NTOP	'TOPO' : leidt het codegetal in dat aangeeft waar de topografische gegevens gelezen moeten worden
NU	' U'
NUPR	aantal punten (kleiner dan 19) waarvoor u-waarden worden gedrukt
NUPRI	vector van de oost-west-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een u-waarde gedrukt wordt
NUPRJ	vector van de noord-zuid-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een u-waarde gedrukt wordt
NV	' V'
NVL	grofroostercoördinaat van de westrand van het fijnrooster
NVPLG	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een tekening gemaakt wordt van de snelheidsvectoren voor het grofrooster
NVPLS	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een tekening gemaakt wordt van de snelheidsvectoren voor het fijnrooster
NVPR	aantal punten (kleiner dan 19) waarvoor v-waarden worden gedrukt
NVPRI	vector van de oost-west-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een v-waarde gedrukt wordt
NVPRJ	vector van de noord-zuid-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een v-waarde gedrukt wordt
NVR	grofroostercoördinaat van de oostrand van het fijnrooster
NVTG	aantal elementen in NVPLG
NVTS	aantal elementen in NVPLS
NX	aantal ζ -punten op één rij van het grofrooster
NXGMI	$NX - 1$
NXS	aantal ζ -punten op één rij van het fijnrooster
NXSMI	$NXS - 1$
NXS1	$NXS + 1$
NX1	$NX + 1$
NY	aantal ζ -punten op één kolom van het grofrooster

NYGM1	NY - 1
NYS	aantal ζ -punten op één kolom van het fijnrooster, vermeerderd met NY1
NYSM1	NYS - 1
NYS1	NYS + 1
NY1	NY + 1
NZIPLG	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een isolijnenvoorstelling getekend wordt voor het grofrooster
NZIPLS	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een isolijnenvoorstelling getekend wordt voor het fijnrooster
NZITG	aantal elementen in NZIPLG
NZITS	aantal elementen in NZIPLS
NZPR	aantal punten (kleiner dan 19) waarvoor ζ -waarden worden gedrukt
NZPRI	vector van de oost-west-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een ζ -waarde gedrukt wordt
NZPRJ	vector van de noord-zuid-coördinaat van de verschillende punten waarvoor een ζ -waarde gedrukt wordt
NZ3PLG	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een driedimensionalevoorstelling van de waterhoogte getekend wordt voor het grofrooster
NZ3PLS	vector die de nummers van de tijdstappen bewaart waarop een driedimensionalevoorstelling van de waterhoogte getekend wordt voor het fijnrooster
NZ3TG	aantal elementen in NZ3PLG
NZ3TS	aantal elementen in NZ3PLS
N1	' 1'
N2	' 2'
N894	hulpveranderlijke, onderbreekt de berekeningen wanneer twintig maal een "negatieve" (d.w.z. beneden de zeebodem) waterhoogte gevonden werd
PREVC	waarde van het "vorige" element in de vector C
PREVW	waarde van het "vorige" element in de vector W
PREVX	waarde van het "vorige" element in de vector X
PRVS	hulpveranderlijke, bewaart een "vorige" u- of v-waarde
PRVZ0	hulpveranderlijke, bewaart een "vorige" z-waarde
PRVZ1	hulpveranderlijke, bewaart een "vorige" z-waarde
PRVZ2	hulpveranderlijke, bewaart een "vorige" z-waarde
PRVZ3	hulpveranderlijke, bewaart een "vorige" ζ waarde

Q	hulpveranderlijke, bewaart een tussenresultaat
Q1	hulpveranderlijke, bewaart een u- of v-waarde voor een aangrenzend roosterpunt
Q2	hulpveranderlijke, bewaart een z-waarde voor een aangrenzend roosterpunt
Q3	hulpveranderlijke, bewaart een z-waarde voor een aangrenzend roosterpunt
Q4	hulpveranderlijke, bewaart een z-waarde voor een aangrenzend roosterpunt
RBOUND	logische statementfunctie, die aangeeft of een gegeven roosterpunt op de oostrand van het fijnrooster ligt
RHO	dichtheid van water
U	matrix die de u-waarden bewaart
V	matrix die de v-waarden bewaart
VV	hulpveranderlijke, bewaart een "plaatsgemiddelde" snelheid
W	vector die de hulpveranderlijke w bevat
X	vector die de hulpveranderlijke x bevat
ZMX	matrix die de maximale waterhoogten bewaart
Z0	matrix die de z-waarden, berekend op de even tijdstap, bewaart
Z1	matrix die de z-waarden, berekend op de oneven tijdstap bewaart

II.8 Dimensies

Naargelang van de omvang van het beschouwde bekken en van de grootte van de roosterparameters Δx en Δy moeten de dimensies van de veranderlijken (geheugen-reservatie) aangepast worden. Hieronder wordt aangegeven hoe de dimensies bepaald moeten worden in functie van NX en NY - het aantal kolommen en rijen van het grofrooster - en van NVL, NVR, NHB en NHT - de grofroostercoördinaten van de randen van het fijnrooster.

De informatie van deze laatste gegevens is gemakkelijker te gebruiken indien zij genoteerd wordt in de vorm :

$$J0 = NY + 2$$

$$NXS = (NVR - NVL) * 3 + 1$$

$$NYS = (NHT - NHB) * 3 + J0$$

$$NXMAX = \text{het maximum van NX en NXS}$$

$$NYMAX = \text{het maximum van NY en (NYS - J0 + 1)}$$

De getalwaarde van NXMAX en van NYS wordt als "data" geïnitieerd en bewaard onder de namen MXNX en MXNY.

In onderstaande lijst wordt telkens de naam van de veranderlijke links genoteerd. Rechts worden de dimensies aangegeven :

C	(NYS)
CODE	(NXMAX) indien NXMAX kleiner is dan 66, zoniet dient de waarde 66 gebruikt te worden (vanwege de beperkte breedte van een lijn)
H	(NXMAX+1, NYS+1)
ICODE	(NYS)
NCODE	(NXMAX, NYS)
NFAZ	(NXMAX, NYS)
NH	(NXMAX) indien NXMAX kleiner is dan 66, zoniet dient de waarde 66 gebruikt te worden (vanwege de beperkte breedte van een lijn)
U	(NXMAX+1, NYS)
V	(NXMAX, NYS+1)
W	(2 * NYS + 1)
X	(2 * NYS + 1)
ZMX	(NXMAX, NYS)
Z0	(NXMAX, NYS)
Z1	(NXMAX, NYS)

Voor de veranderlijken IX, IY en NPEN (of NP) die in de procedures PLT3D en IPLOT gebruikt worden kunnen eveneens de dimensies berekend worden

IX (NXMAX + NYMAX - 1)

IY (NXMAX + NYMAX - 1)

NPEN (of NP) (NXMAX + NYMAX - 1)

Voor andere veranderlijken is het niet meteen duidelijk hoe groot zij genomen moeten worden, omdat de vereiste geheugenruimte niet enkel bepaald wordt door het aantal roosterpunten in grof- en fijnrooster, doch ook door de geometrie van het bestudeerde bekken.

De dimensie van de vectoren NCD en NI (beide hebben dezelfde dimensie) die gebruikt worden om de inwendige beschrijving van de topografie te bewaren kan "experimenteel" bepaald worden : wanneer het rekenmodel gebruikt wordt om voor het eerst berekeningen te doen voor een bepaald bekken, kiest men de dimensie van NCD en NI "zeer groot" (bijvoorbeeld twintig maal de som van NYS en NXMAX). In de uitvoer wordt aangegeven hoeveel geheugenruimte nuttig gebruikt werd, en zo nodig kunnen de dimensies daarna aangepast worden.

Het maatgetal voor de dimensie van NCD en NI wordt als "data" in de procedure COD geïnitieerd en bewaard onder de naam MAXICD.

II.9 Stopcode

In een aantal gevallen worden de berekeningen door het programma zelf onderbroken, bijvoorbeeld wanneer de gegevens niet op de gelijke wijze worden meegedeeld. In dergelijke gevallen krijgt de voortijdige beëindiging een "stopcode" mee. Deze stopcode geeft enige verklaring voor de onderbreking :

00001	De symbolengroep 'TOPO' voor de gegevens die betrekking hebben op de beschrijving van de topografie werden niet op de verwachte plaats aangetroffen
00002	De dimensiedefinitie van de vectoren NCD en NI is onvoldoende
00003	De laatste opdracht van het gedeelte van de gegevens dat betrekking heeft op de beschrijving van de topografie wordt niet ingeleid door één van de symbolengroepen 'KEEP', 'NOKP' of 'PRNT'
00004	De symbolengroep 'DELT' voor de opgave van de tijdstap werd niet op de verwachte plaats aangetroffen
00005	De symbolengroep 'TMAX' voor de opgave van het aantal tijdstappen werd niet op de verwachte plaats aangetroffen
00006	De symbolengroep 'INIT' voor het getal dat aangeeft of de start "koud" of warm is werd niet op de verwachte plaats aangetroffen
00007	De symbolengroep 'PRNT' voor de drukopdrachten werd niet op de verwachte plaats aangetroffen
00008	Er werd twintig maal een "negatieve" (d.w.z. beneden de zeebodem) waterhoogte berekend
00009	Komt niet voor
00010	De symbolengroep 'PLOT' voor de tekenopdrachten werd niet op de verwachte plaats aangetroffen
00011	Geen van de symbolengroepen 'KEEP' of 'NOKP' die aangeven of er al dan niet rekenresultaten bewaard moeten blijven voor een volgende "warme start" werd op de verwachte plaats aangetroffen
00012	Het opgegeven aantal roosterpunten is groter dan voorzien bij de geheugenreservatie

Hoofdstuk III. TOEPASSINGEN

In dit hoofdstuk wordt kort vermeld voor welke bekkens het rekenmodel gebruikt werd. Een volledige bespreking van de simulaties en de resultaten wordt in deze tekst niet gegeven.

III.1 Noordzee

a) beschrijving

Zoals reeds aangegeven in de inleiding werd het model ontwikkeld in het raam van het onderzoek naar geschikte hulpmiddelen om extreme waterstanden langs de zuidelijke Noordzee te voorspellen. Het model werd voor het eerst gebruikt voor de simulatie van de M2 -component van het getij in de Noordzee.

De beschrijving van de roosters, zoals die hieronder volgt, verwijst naar waterhoogte-roosterpunten, de roosterpunten voor andere grootheden worden bepaald zoals aangegeven onder 1.4, de paragraaf over het "verschoven" puntenrooster.

Voor de beoogde toepassing wordt het Noordzeebekken beschreven met een grofrooster van 41 rijen en 40 kolommen. De maaswijdte is dezelfde voor noord-zuid- en oost-west-richtingen : $\Delta x = \Delta y = 24187.5$ m.

De roosterkolom met volgnummer 18 valt samen met de meridiaan van 2°OL . De onderste rij van het rooster, met volgnummer 1, ligt op $50^{\circ}40'\text{NB}$, de bovenste rij, met volgnummer 41, op $59^{\circ}24'\text{NB}$.

Het fijnrooster is begrepen tussen kolommen 14 en 26 en rijen 1 en 11 van het grofrooster.

De waterdiepten voor het bekken werden afgelezen van de "Admiralty Charts" nummers 2182A, 2182B en 2182C.

De M2 -getijperiode van (ongeveer) 12 uur en 25 minuten werd benaderd met 100 tijdstappen van elk 447 seconden, zodat voor één getijperiode 100 maal de waterhoogte berekend wordt, 50 maal de u-component van de snelheid en 50 maal de v-component.

Als randvoorwaarde wordt aan de open zeeranden een getijgolf opgelegd van de vorm :

$$f(x,y,nt) = A(x,y) * \sin(2\pi * nt/100 - f(x,y))$$

waarin $A(x,y)$ de amplitude en $f(x,y)$ de faseverschuiving in een gegeven punt voorstellen, en nt het nummer van de tijdstap.

b) simulatie van het getij

De drie amfidromische punten in de Noordzee, worden goed teruggevonden. Ook de verdeling van de cotidale lijnen, zoals die door het model berekend wordt, vertoont een goede overeenkomst met de werkelijkheid.

Wat de corange lijnen betreft, kan opgemerkt worden dat de maximale waterstanden in het model zowat overal te laag liggen.

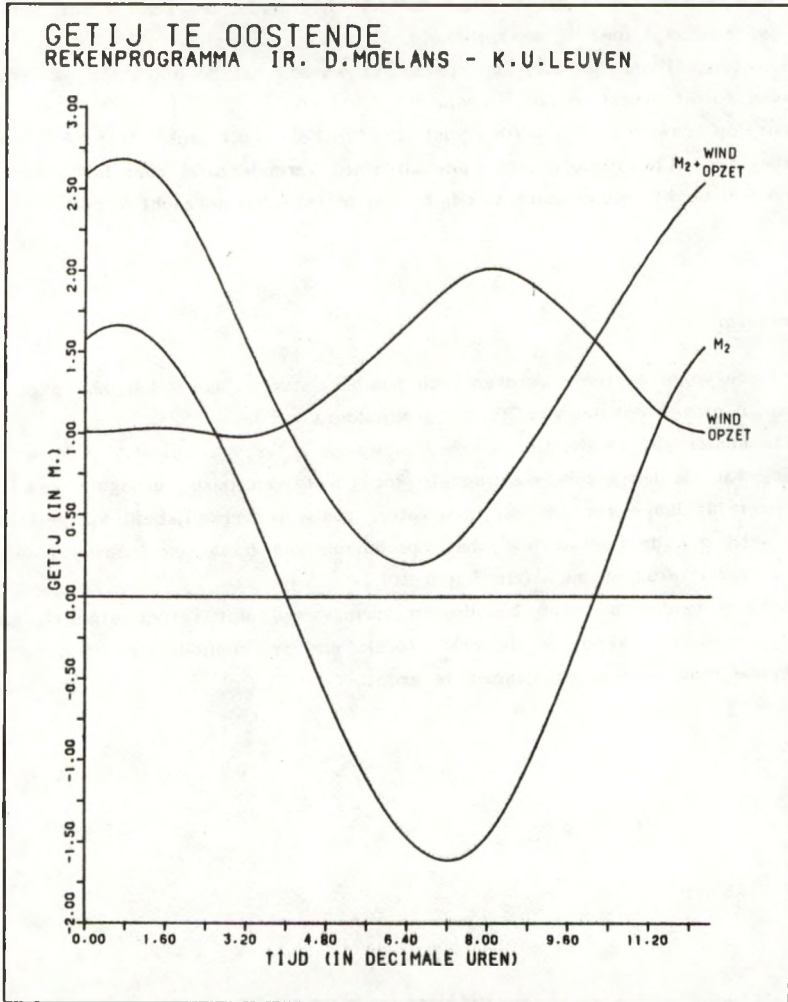
Er dient op gewezen te worden dat het model nooit echt "afgelijkt" werd, dat bijvoorbeeld de Chézy-coëfficiënt constant werd verondersteld voor het gehele bekken, en dat enkel de M2 -component van het getij in rekening gebracht werd.

c) windterm

Er werd een volgende reeks berekeningen gemaakt waarin, naast het M2 -getij, ook een constante noordwestenwind van 20 m/s gesimuleerd werd.

Het rekenmodel gaf kwalitatief goede resultaten. De gesimuleerde "storm" had een verhoging van de berekende waterhoogte tot gevolg, en deze verhoging was beduidend belangrijker bij laagwater dan bij hoogwater, zoals in werkelijkheid vastgesteld wordt. Verder werd ook de "defasering", het opschuiven van hoog- en laagwater in de tijd, door het model teruggevonden (zie figuur 10).

Het Noordzee-model in boven beschreven vorm, werd niet verder afgelijkt, omdat de omvang van het bekken te beperkt bleek en de onmiddellijke invloed van de aandrijvende randvoorwaarden daarom te groot.



figuur 10

III.2 Continentaal plat van de Noordzee

Omdat de omvang van het bekken in het oorspronkelijke Noordzee-model te beperkt bleek, werd het bekken uitgebreid.

De maaswijdte van 24187.5 meter bleef behouden, doch naar het zuiden toe werden 11 rijen toegevoegd, naar het noorden toe 9 rijen. De zuidgrens van het "uitgebreide" bekken ligt ter hoogte van Brest, de noordgrens te noorden van de Shetland-eilandengroep. De westgrens van het bekken valt grotendeels samen met de grens van het continentaal plat. Naar het oosten toe werden het Kattegat en het Skagerrak in de beschrijving opgenomen.

Het grofrooster is opgebouwd met 61 rijen en 70 kolommen. De kolom met volgnummer 41 valt samen met de meridiaan van 2°OL .

Het fijnrooster wordt begrensd door kolommen 26 en 49 en rijen 2 en 22 van het grofrooster. Het beschrijft de zuidelijke Noordzee en het Kanaal.

In een eerste simulatie werd enkel de M2 -getijcomponent als randvoorwaarde opgelegd. De berekeningen toonden kwalitatief goede resultaten, doch op dit ogenblik is het nog niet mogelijk de resultaten ook kwantitatief te evalueren.

Hiertoe moet eerst het continentaal-plat-model grondig afgelijkt worden, en moeten ook andere componenten van het getij ingerekend worden. Aan de grenzen van het continentaal plat zijn de andere componenten immers niet langer te verwaarlozen naast de M2 -component, en de verregaande vereenvoudiging die gemaakt werd door enkel de M2 -component op te leggen heeft ongetwijfeld belangrijke gevolgen voor de berekende grootheden.

De achteraan opgenomen figuren geven een overzicht van de resultaten van de M2 -getijsimulatie met het model.

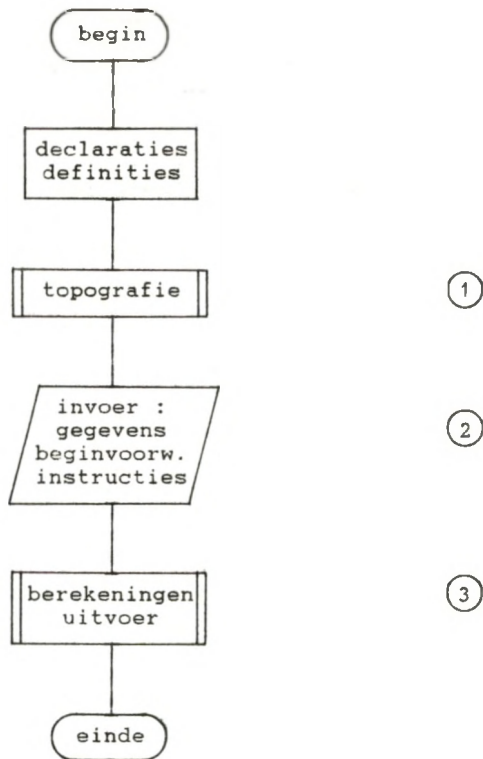
III.3 Andere toepassingen

Naast de bovenvermelde toepassingen werden ook, zij het tot nu toe enkel met een zeer ruwe benadering, enkele berekeningen gemaakt voor de Straat van Taiwan, met eveneens kwalitatief bevredigende resultaten.

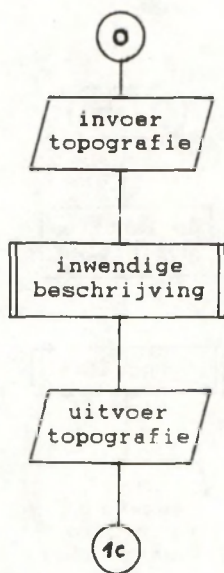
Het is de bedoeling in de nabije toekomst het rekenmodel dat in deze tekst besproken is aan te wenden voor verdere simulaties van getijden, al dan niet gecombineerd met het windeffect, in verschillende bekkens.

Op de eerste plaats wordt hierbij gedacht aan het verder afijken van zowel het continentaal-plat-model als het Taiwan-model.

Tevens zal het rekenmodel gebruikt worden om de stromingen te beschrijven in het Zuidpoolgebied, meer bepaald in de Weddellzee, onder invloed van de wind en de (plaatselijk) bovenliggende ijsmassa. Dit maakt deel uit van het onderzoeksproject "ANTAR 02" van het Belgisch "Wetenschappelijk Onderzoeksprogramma betreffende het Zuidpoolgebied" (Diensten van de Eerste Minister - Programmatie van het Wetenschapsbeleid).



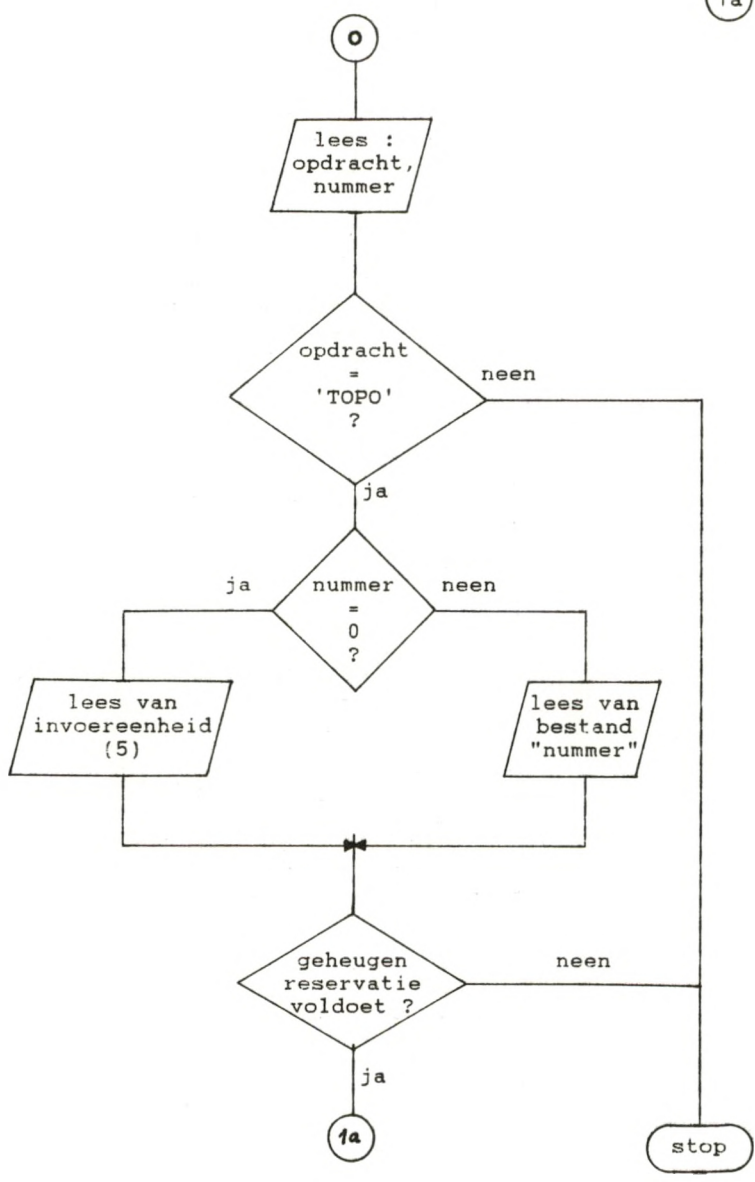
1



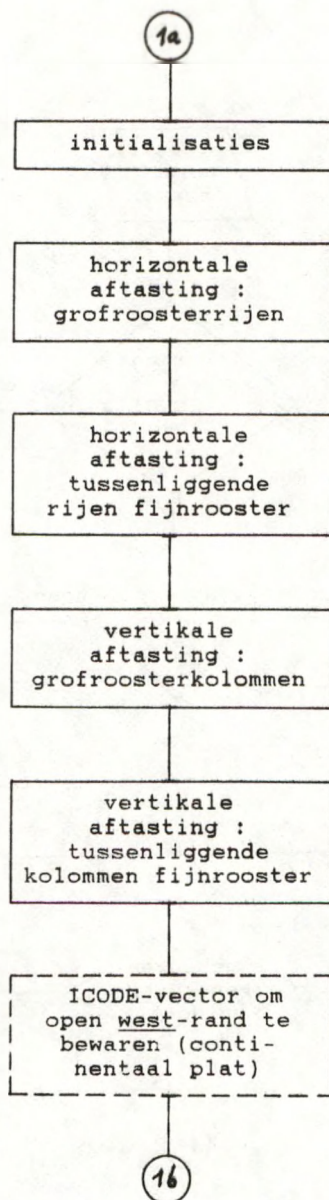
1a

1b

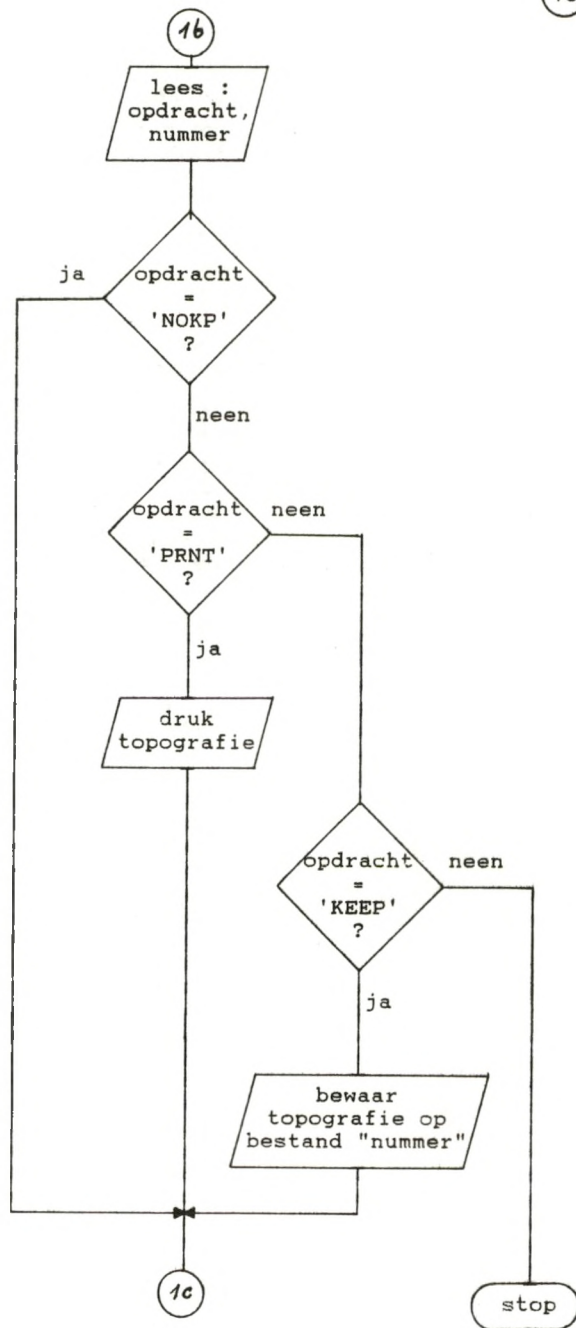
1c

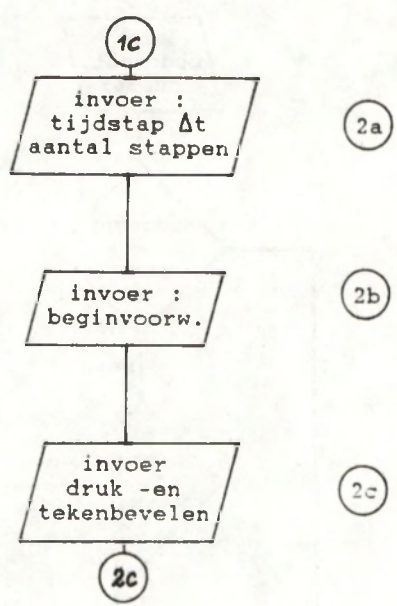


1b

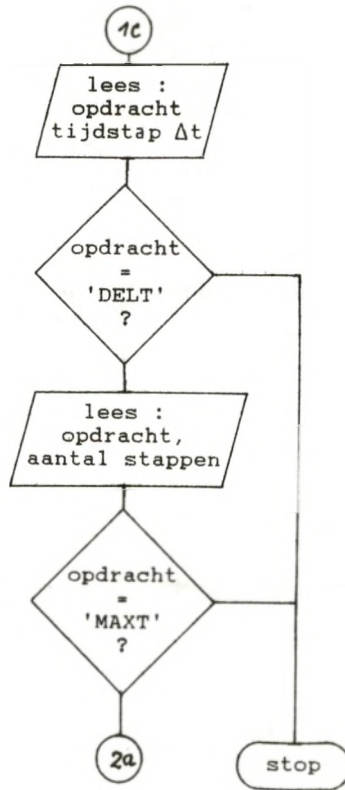


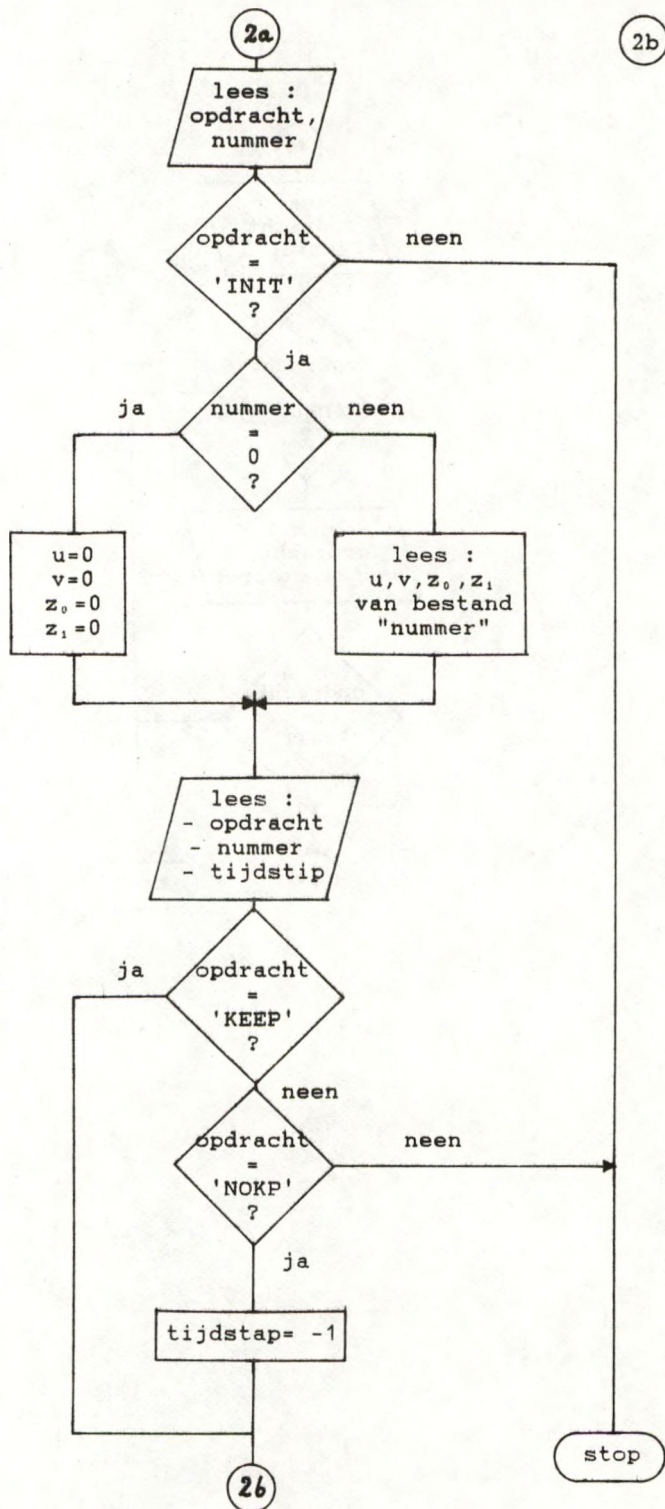
1c





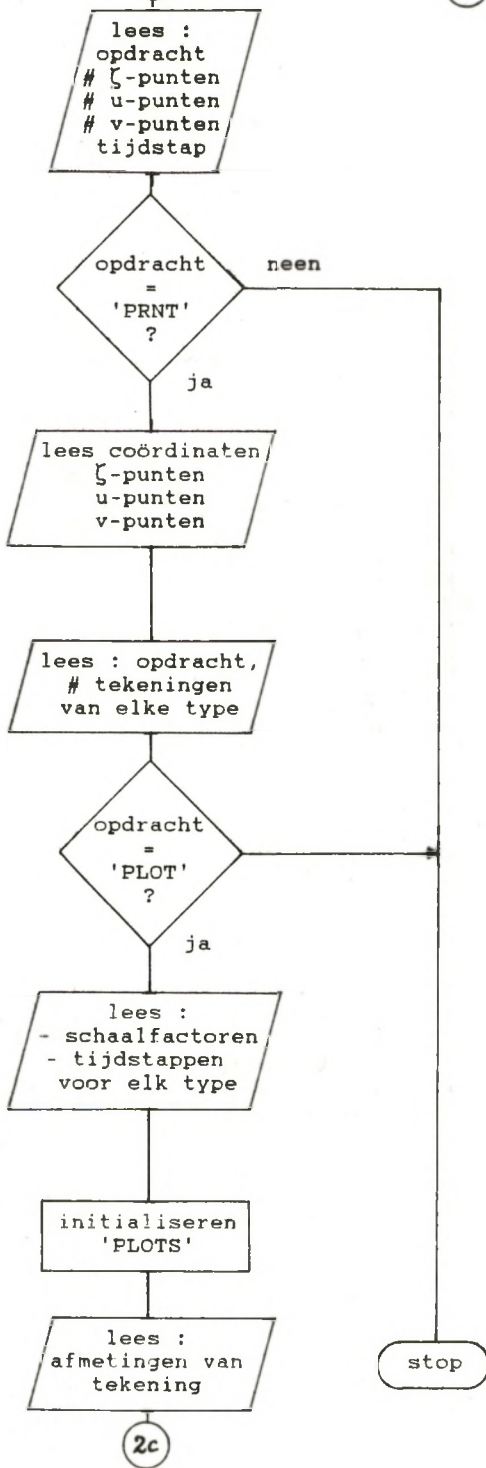
2a

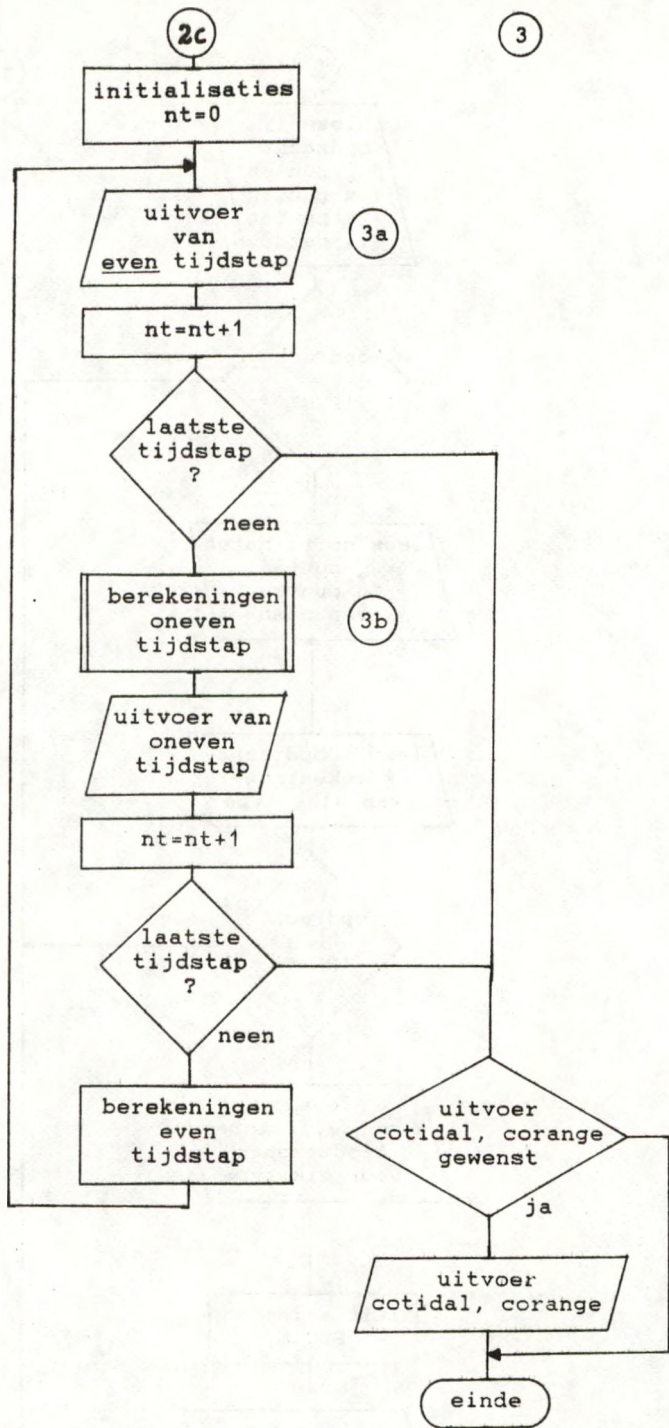


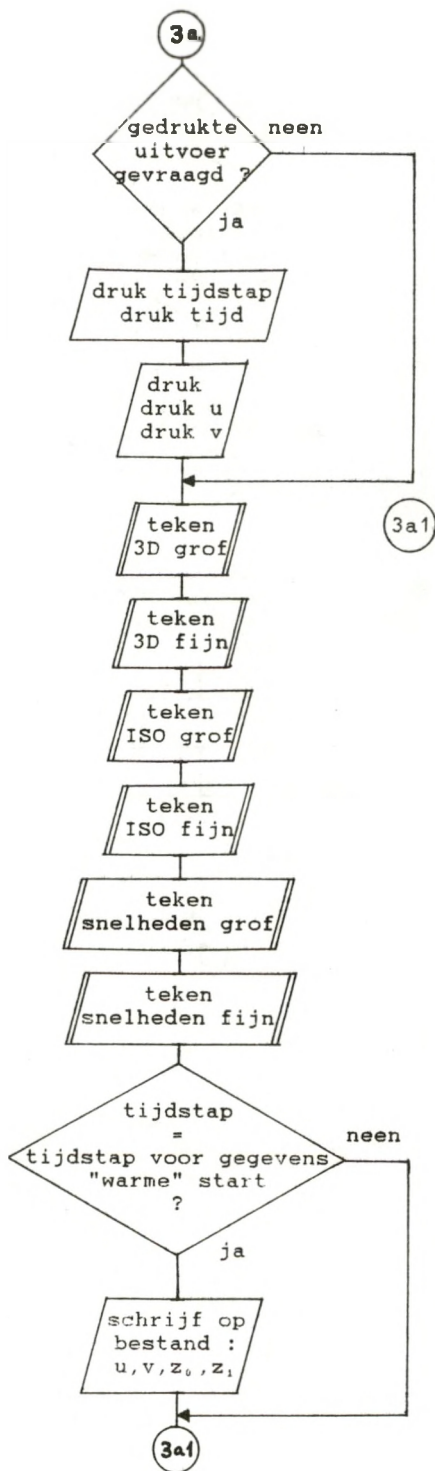


2b

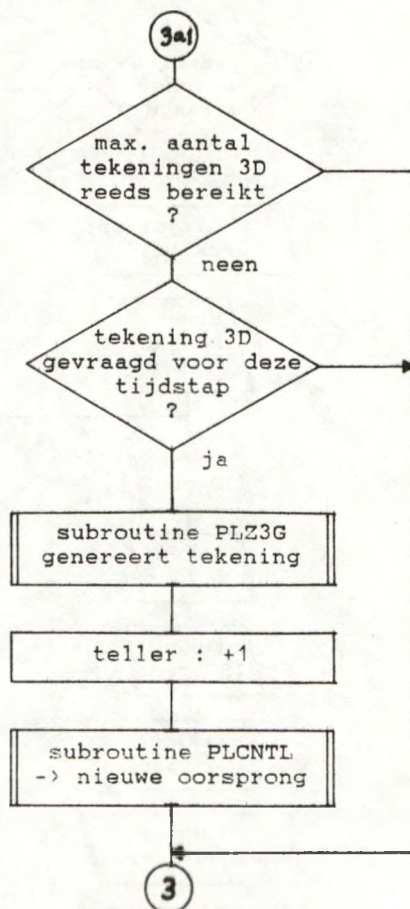
2c





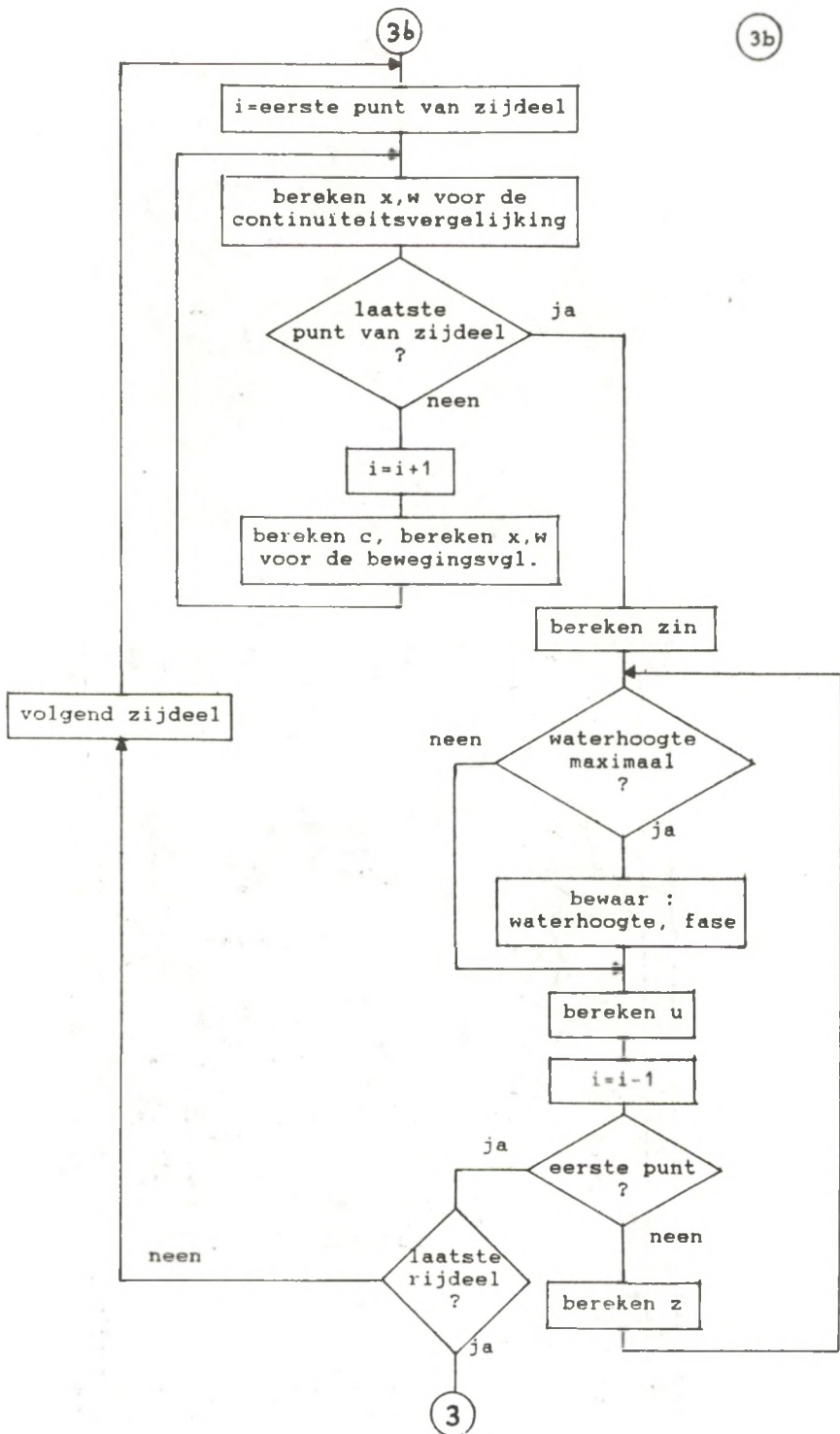


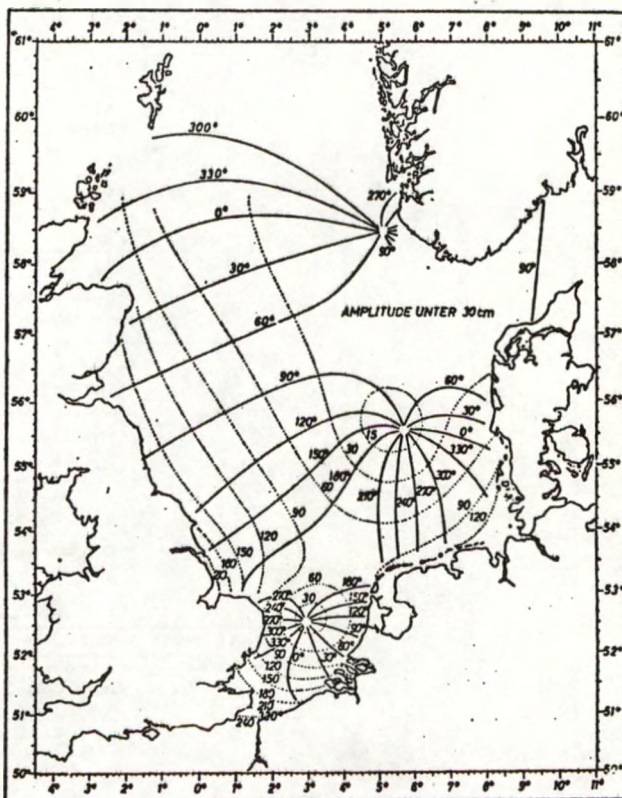
3a

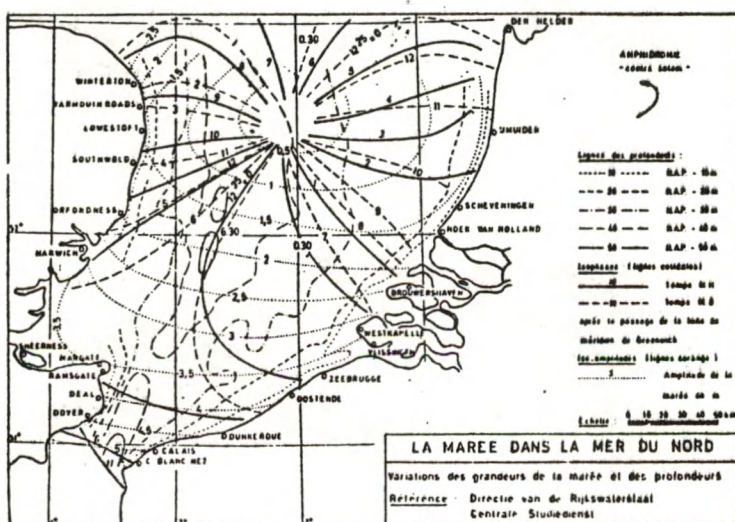
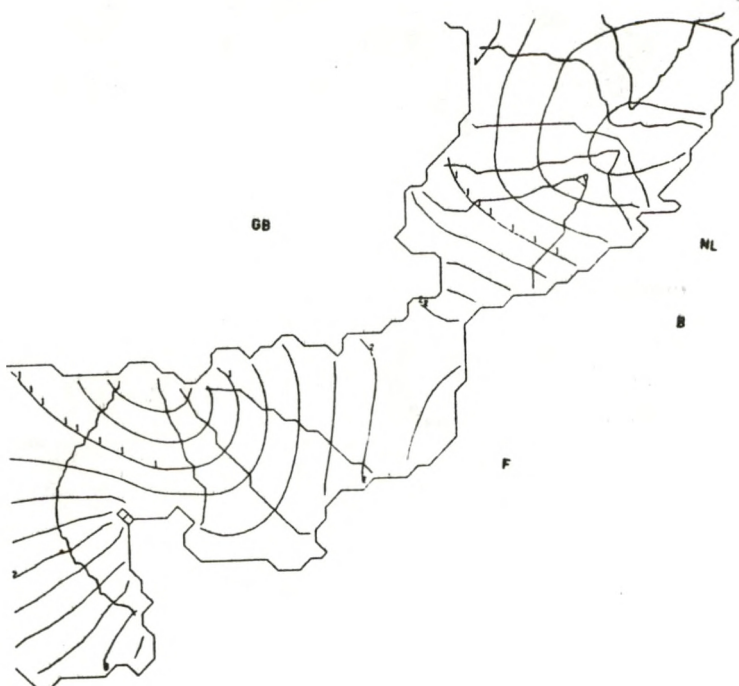


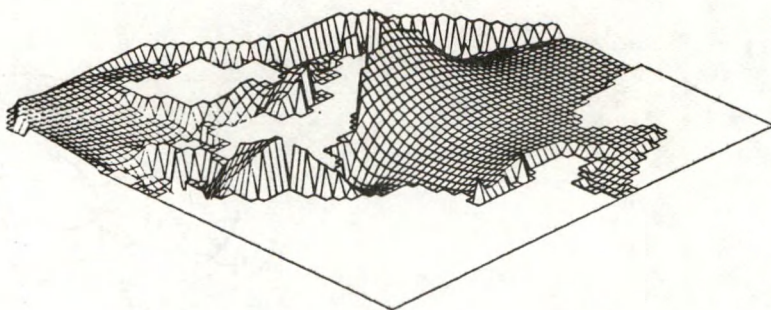
3b

3b

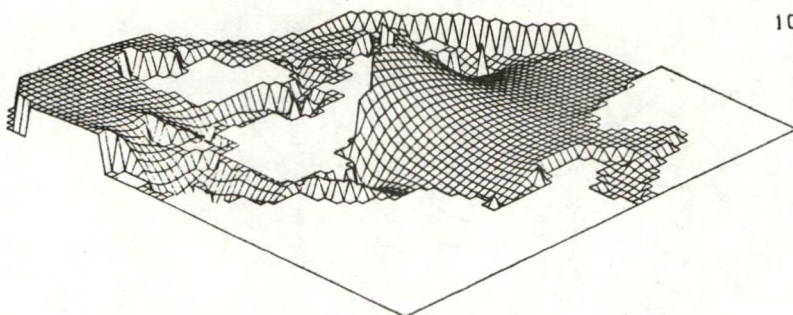




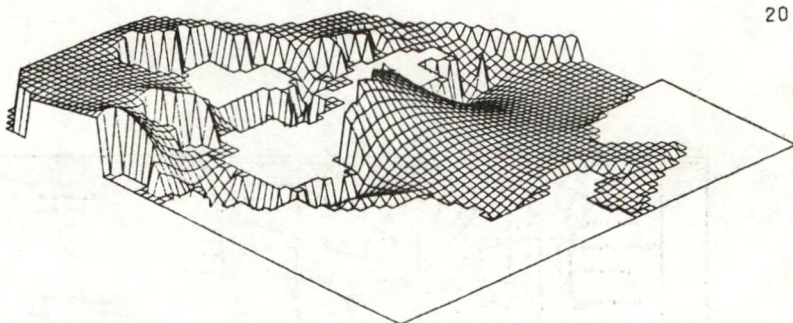




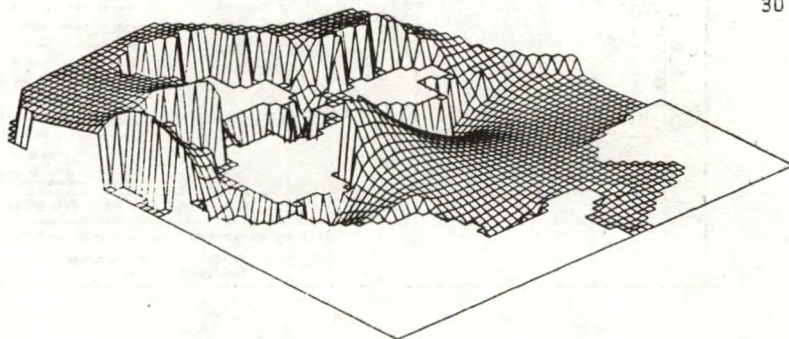
10



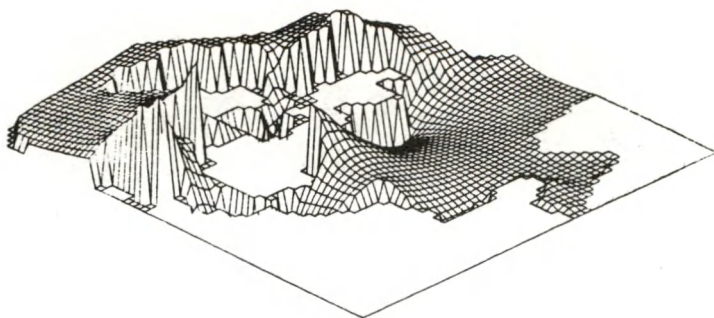
20



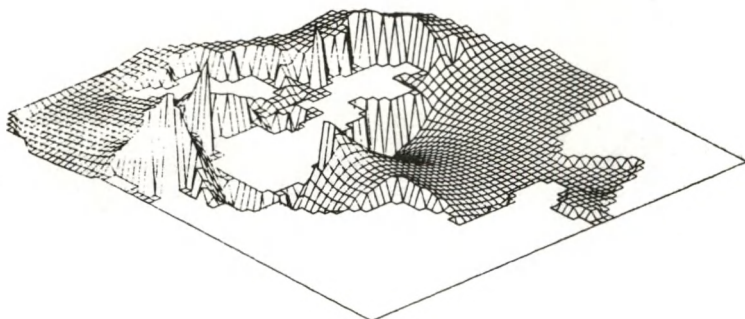
30



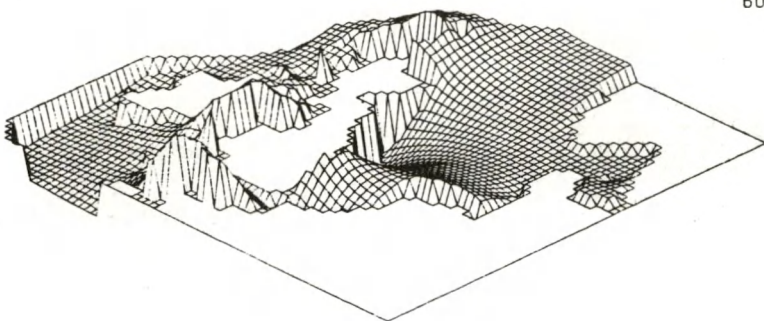
40



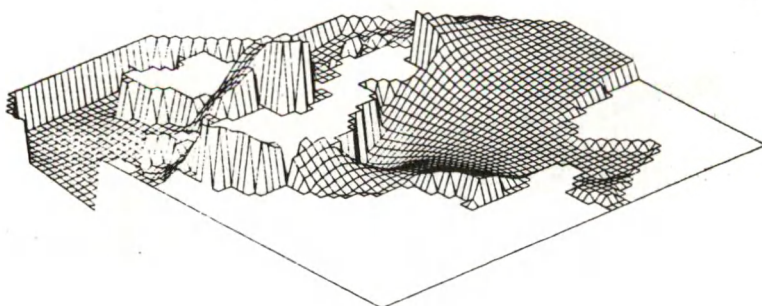
50



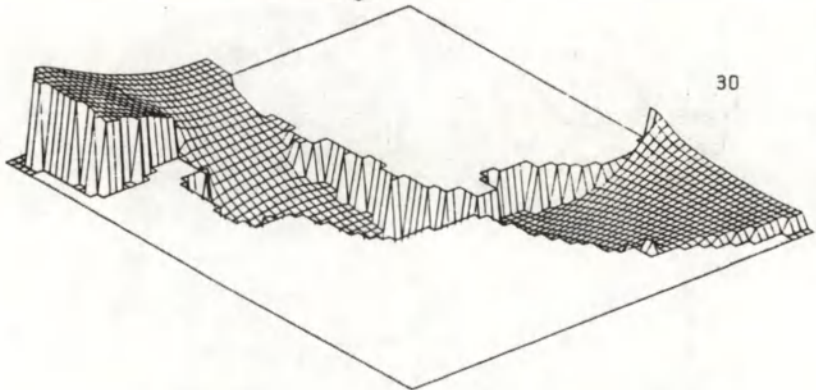
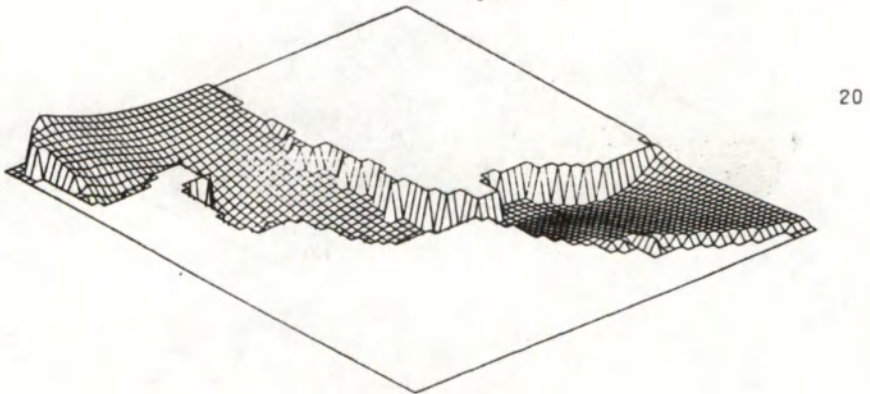
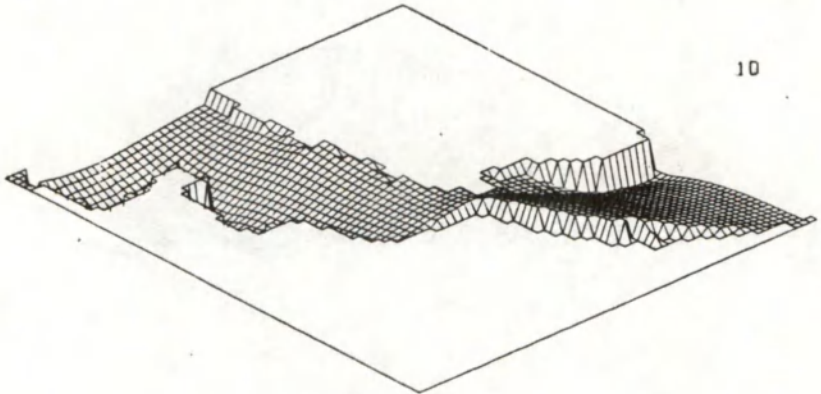
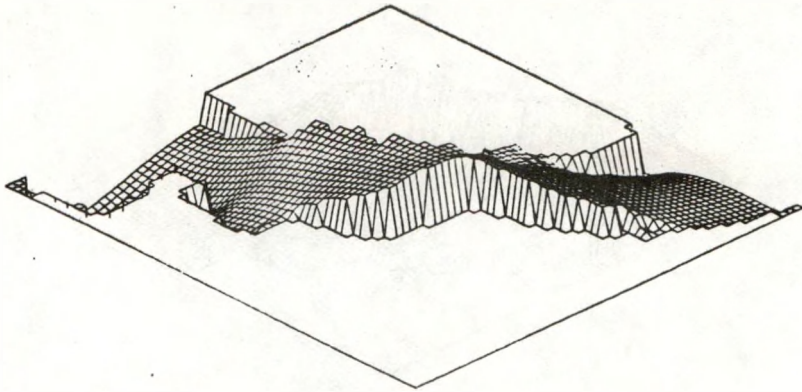
60

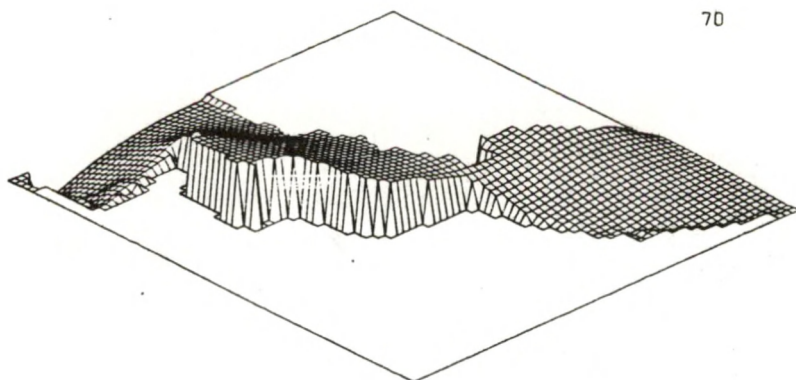
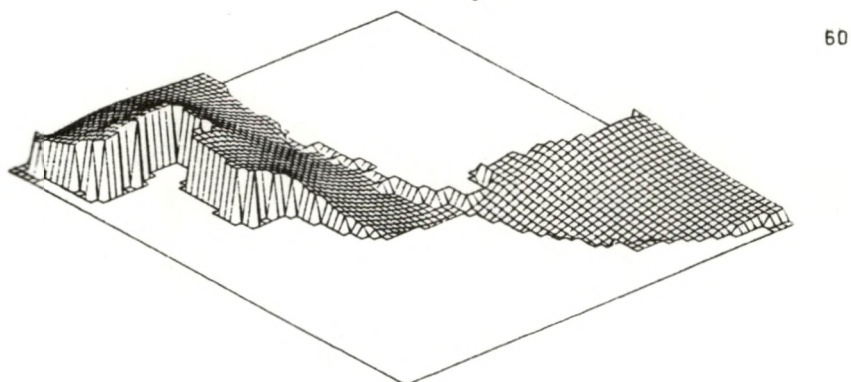
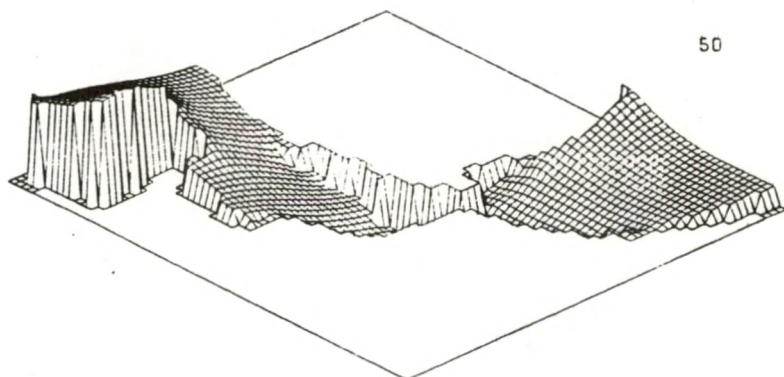
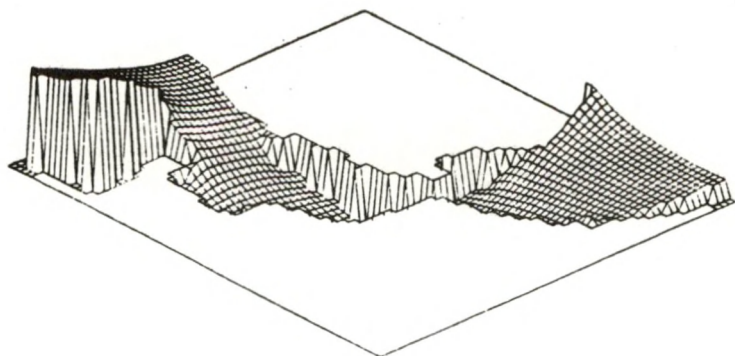


70



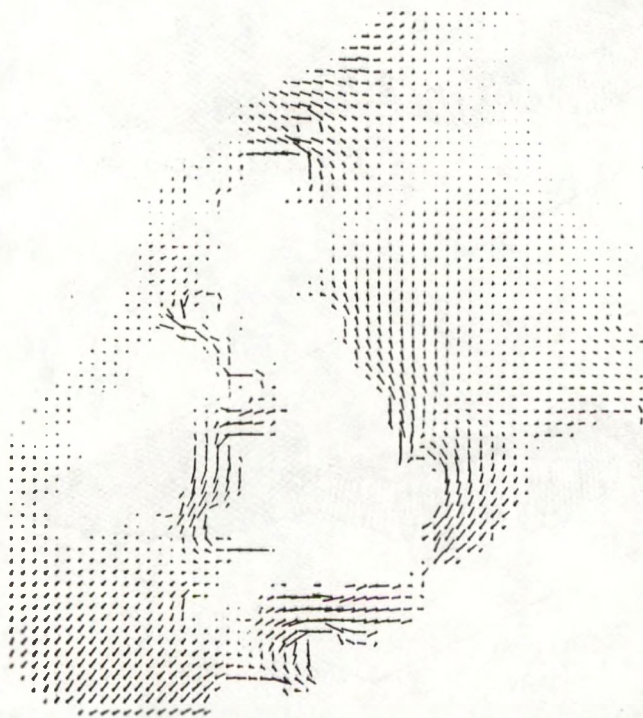
80







02 02 55



02 02 55



04 02 07



04 02 07



06 08 46



06 08 46



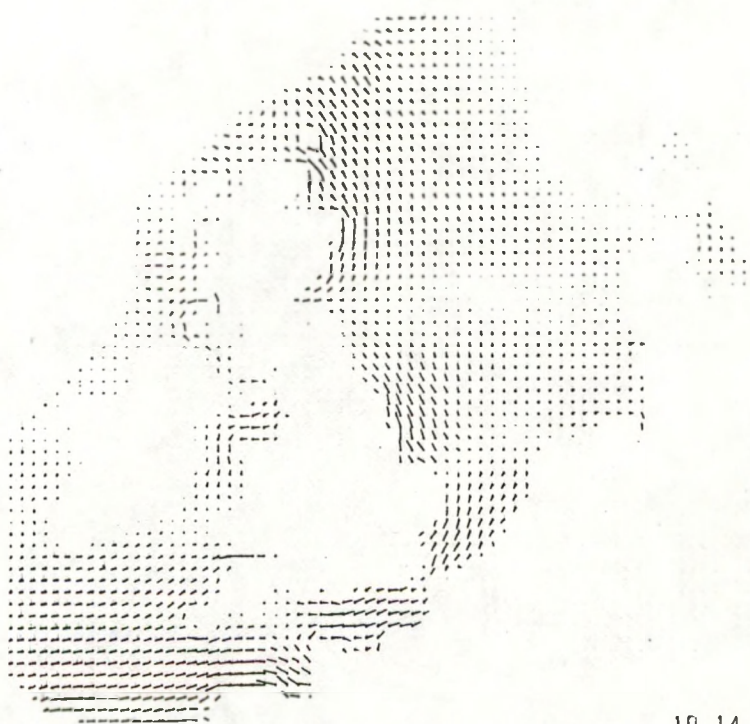
08 15 25



08 15 25



10 14 37



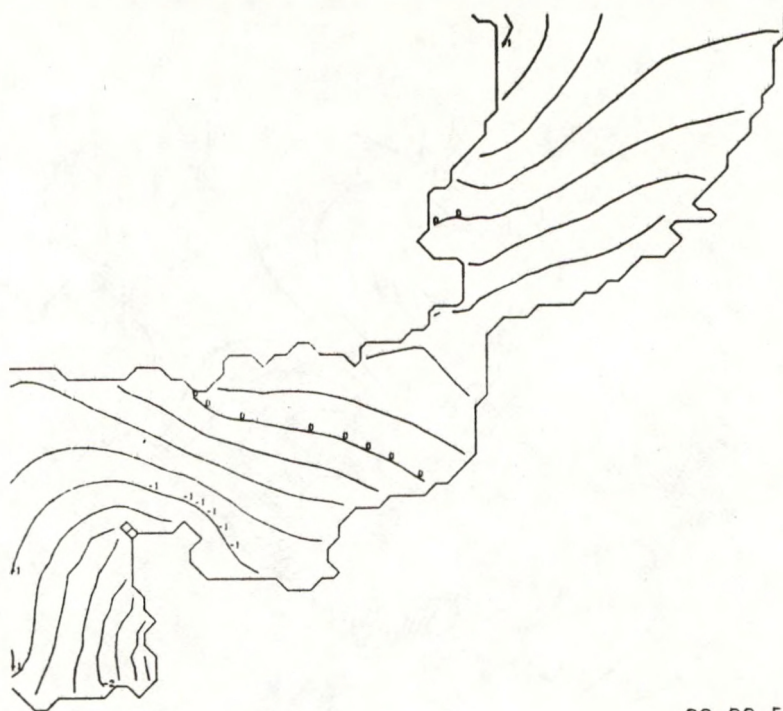
10 14 37



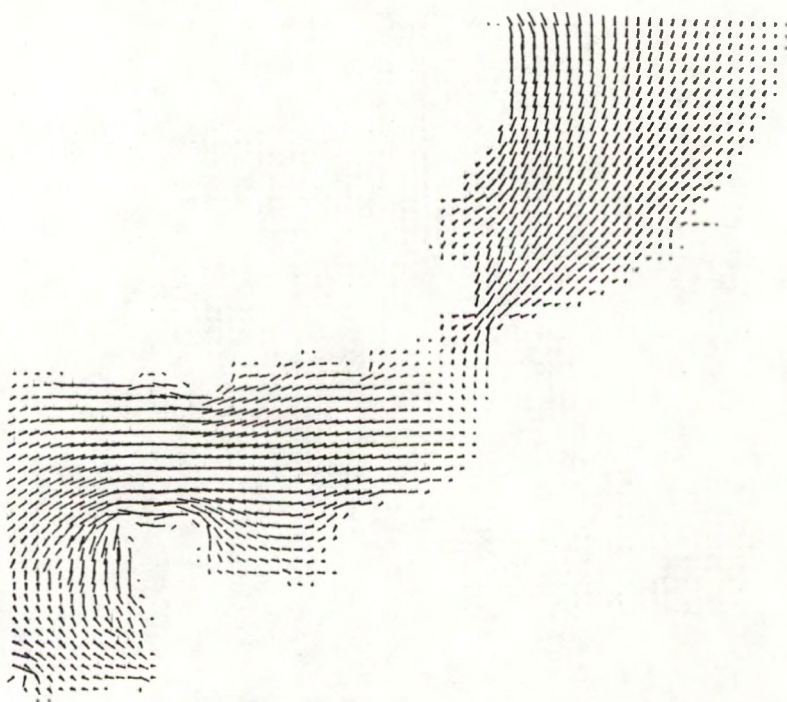
12 21 16



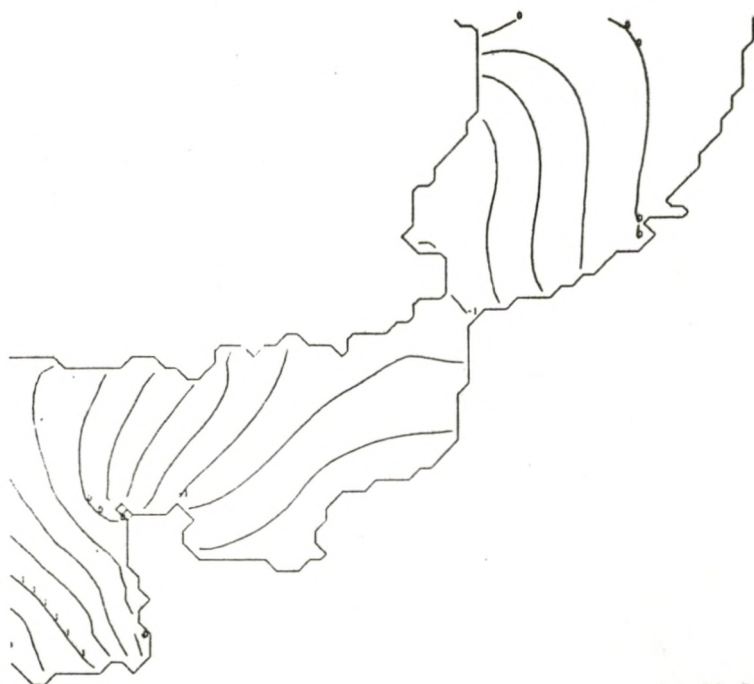
12 21 16



02 02 55



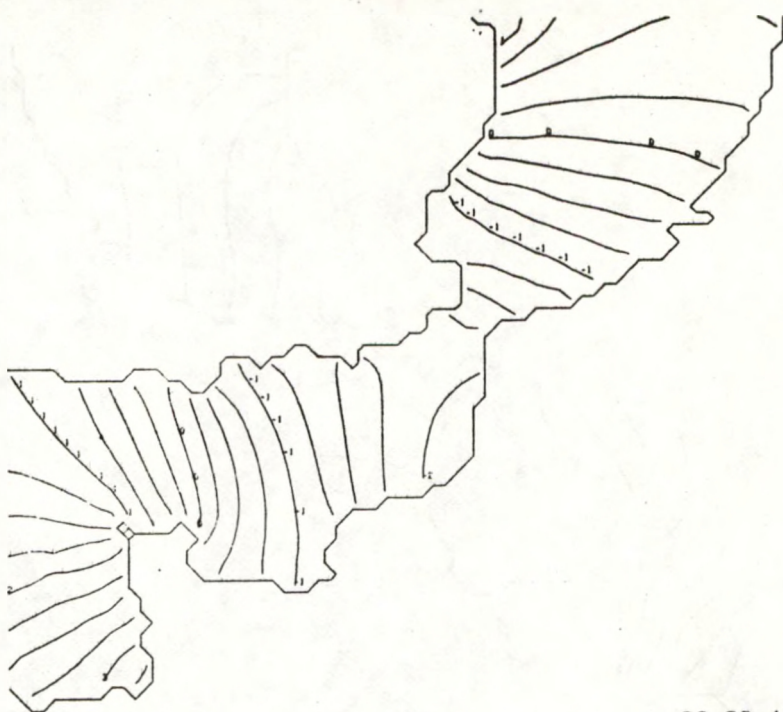
02 02 55



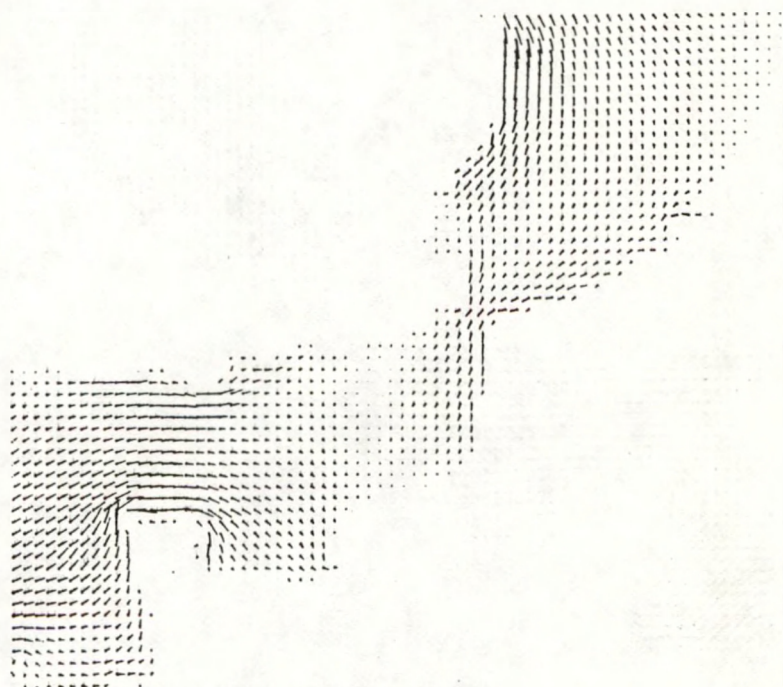
04 02 07



04 02 07



06 08 46



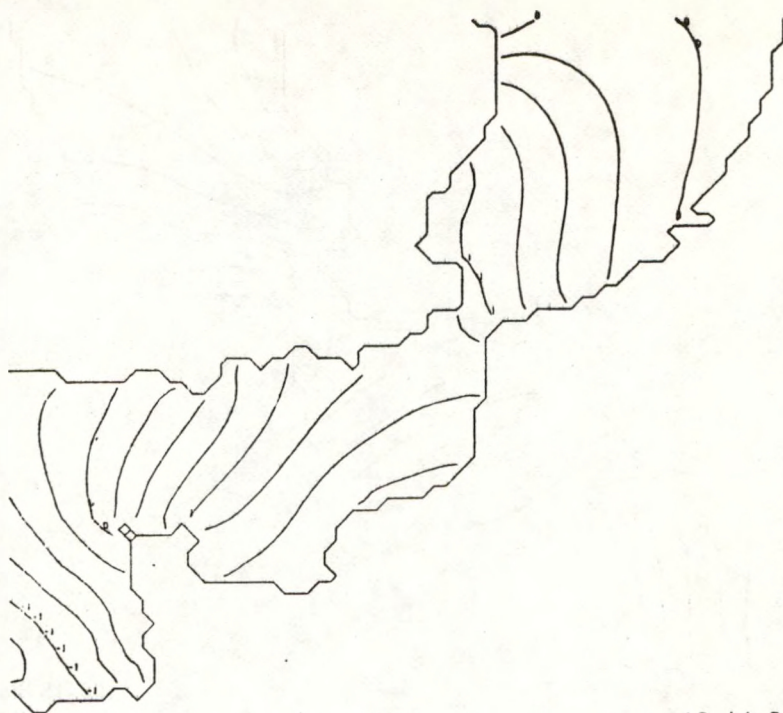
06 08 46



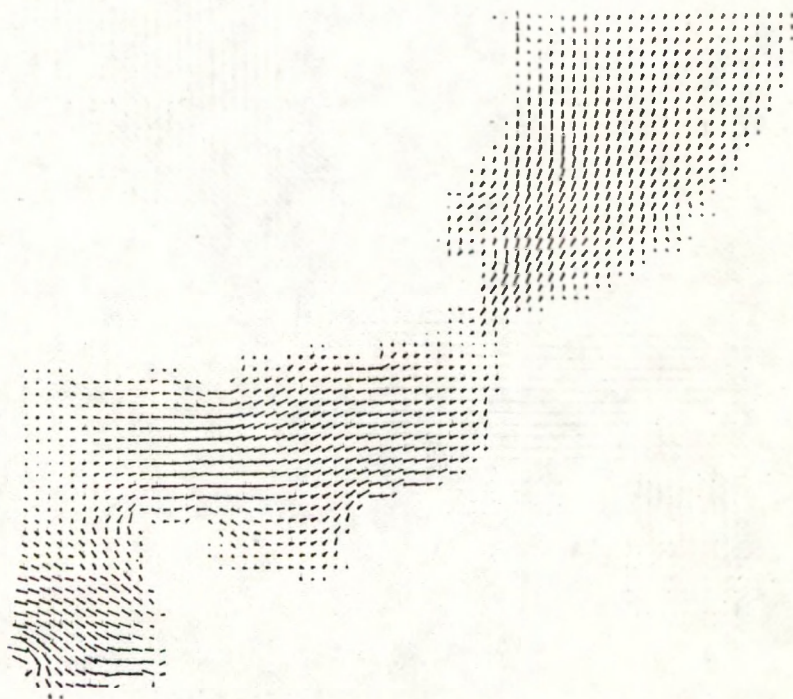
08 15 25



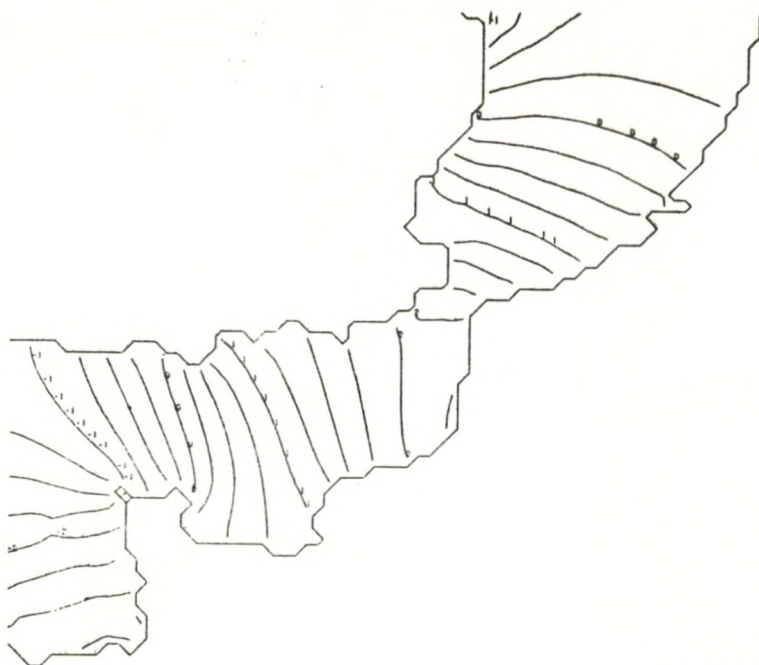
08 15 25



10 14 37



10 14 37



12 21 16



12 21 16

