ÉTUDE

DES

Fleuves à Marée

PAR

LÉON BONNET

Ingénieur des Constructions Civiles A.I.G.,
Administrateur Inspecteur général des Services Maritimes de l'Escaut,
Président de l'Association des Ingénieurs sortis des Ecoles Spéciales de Gand.

L'étude des fleuves à marée présente pour la Belgique un intérêt capital, car son port le plus important, Anvers, est situé sur les bords d'un fleuve maritime large et profond, qui aboutit à la Mer du Nord en un endroit où les eaux marnent près de quatre mètres à chaque marée; d'autres ports belges, tels que Gand et Bruxelles, sont raccordés par des canaux maritimes, l'un à l'Escaut devant Terneuzen, l'autre au Rupel, affluent à marée de l'Escaut. Les anciens ports de mer : Bruges et Damme, qui ont connu une splendeur inégalée au XIIIme et au XIVme siècle, devaient leur prospérité au « Zwyn » qui était un fleuve à marée d'une grande puissance hydraulique.

Quand on songe au rôle immense qu'ont joué dans le passé et jouent encore de nos jours les fleuves à marée dans la vie économique de notre peuple, on se rend parfaitement compte de la grande importance que présente pour nous l'étude approfondie et scientifique de ces artères, car c'est elle seule qui peut donner les solutions rationnelles permettant de tenir en vie et d'améliorer ces belles grandes voies d'eau dans lesquelles pénètrent en une immense onde les eaux de la mer. Si cette étude avait pu être faite au XIV^{me} siècle, si les moyens d'action de l'époque avaient été suffisants, Bruges, puis Damme n'auraient pas dû assister impuissantes au déclin, puis à l'anéantissement de leur port de mer. Elles auraient pu lutter victorieusement contre les actions de la nature et changer peut-être les destinées de notre pays. Pourtant des efforts, même désespérés, ont été tenté pour arrêter l'envasement calamiteux du « Zwyn ».

Des ingénieurs de l'époque indiquèrent des solutions hardies et prometteuses de succès ; mais faute d'études scientifiques préparatoires, la vérité complète sur le problème restait cachée et les tentatives faites furent vouées à l'insuccès. Dans cette lutte contre les apports de sable et de vase, un homme se distingua tout spécialement : ce fut Lancelot Blondeel, qui entrevit le bénéfice qu'on pouvait tirer des chasses. Il dressa un projet, qui nous est parvenu sous forme d'un tableau peint, qui est conservé aux archives de Bruges. Ce projet prévoit l'établissement d'un bassin avec écluse de chasse qui devait curer ce qui restait du « Zwyn ». Cette idée ne fut pas réalisée, probablement parce qu'elle n'était pas étayée par des calculs inattaquables ou d'arguments péremptoires basés sur des essais ou l'observation directe des faits.

L'étude scientifique des fleuves à marée ne progressa que lentement et ce, à cause de l'extrême complexité du problème, qui est peut-être le plus compliqué qui se présente en hydraulique fluviale. Nous nous trouvons en effet en présence d'une onde s'engageant dans un cours d'eau, qui a un lit accidenté, dont les largeurs et profondeurs varient sans cesse ; qui débite un courant d'eaux douces d'amont et qui évacue le reliquat de l'onde marée précédente.

D'autre part, les eaux en mouvement transportent des matériaux qui se déposent en formant des hauts fonds et des bancs séparés par des chenaux plus ou moins profonds.

Les attérissements réalisent des sections transversales excessivement variées, dissymétriques qui ne permettent guère l'établissement d'un mouvement un peu uniforme et qui donnent aux phénomènes de frottement un effet dominant.

Malgré toutes ces difficultés, le problème n'effraya pas les savants. Depuis un siècle, ils ont produit des études nombreuses présentant le plus haut intérêt, qui, si elles ne donnent pas la solution complète des marées fluviales et ne se prêtent pas à une application pratique de grand style, jettent néanmoins une vive lumière sur le phénomène compliqué que nous envisageons.

Ces études peuvent être partagées en deux groupes :

Les unes, basées sur l'analyse, qui conduisent à des formules mathématiques d'où l'on peut tirer les lois de la propagation des ondes marées fluviales ;

Les autres, qui cherchent la solution du problème dans l'observation directe des phénomènes de la marée et donnent une interprétation raisonnée de ceux-ci.

Dans les premières études, les savants ont été obligés de simplifier le mouvement des eaux pour le rendre accessible à l'analyse et de s'écarter de la sorte parfois notablement des conditions de la pratique. Ainsi ils admettent un canal de largeur et de profondeur constantes et de longueur indéfinie ; certains ne tiennent pas compte de l'existence d'un débit d'amont et encore moins du reliquat de l'onde marée précédente.

Les savants, dont il faut classer les travaux dans la deuxième catégorie, se basent peu sur une théorie scientifique ; ils tirent leurs lois de l'observation directe des phénomènes de la marée fluviale.

Voici quelques-unes de ces lois.

D'abord celle formulée par Franzius, le grand ingénieur hydraulicien allemand, qui s'illustra par les travaux d'amélioration du Weser.

« Le principe fondamental de toute régularisation dans la partie maritime d'un fleuve consiste à augmenter le plus possible la force vive de l'onde marée, et par suite, le cube de l'eau à l'entrée et à la sortie et la vitesse de cette eau ».

Nous avons ensuite la loi formulée au Congrès de Paris en 1894 par le même ingénieur.

« Les moyens essentiels et efficaces pour l'amélioration des fleuves à marée sont : la formation d'un lit unique et régulier se rétrécissant progressivement de l'aval vers l'amont et réglé de façon à ne gêner en rien le jeu des marées ; la suppression des îles et des bancs de sable ; le rassemblement des eaux dans un lit mineur encaissé dans des digues basses et l'ouverture du lit le plus grand possible pour l'introduction des hautes mers ».

On peut encore citer la loi très intéressante de Mengin-Lecreulx.

« Je crois, dit-il, qu'il faut élargir ; seulement, je répète ici une observation importante, c'est que le principal élément de transmission de la marée n'est pas la largeur, mais la profondeur. En sorte que dans un fleuve même étroit, si vous étiez sûr d'obtenir une profondeur suffisante, vous auriez une excellente transmission ».

Ces lois, tout en étant clairement formulées, sont d'une application délicate et difficile, parce qu'elles ne mettent pas à la disposition de l'ingénieur une formule analytique qui permet de calculer avec précision les élargissements et les approfondissements qu'il faut apporter au fleuve pour l'améliorer ; d'autre part, elles ne sont pas toujours complètement concordantes ; ainsi les unes attribuent une importance capitale à la largeur, tandis que la loi de Mengin-Lecreulx fait surtout ressortir le rôle joué par la profondeur dans une bonne transmission de l'onde marée.

Feu Canter-Cremer, Ingénieur en chef du Waterstaat néerlandais, qui avait le Nieuwe Waterweg dans ses attributions, a aussi laissé une étude remarquable sur le régime des fleuves à marée, et spécialement de la nouvelle liaison du port de Rotterdam avec la mer. Cet ingénieur fut amené à attribuer le mouvement des alluvions et leur dépôt à la différence de densité qui existe entre les eaux salées venant de la mer et les eaux douces venant de l'amont.

Cette étude peut être consultée avec grand intérêt, chaque fois, comme c'est le cas du Nieuwe Waterweg, que le débit d'amont est très important et comparable au débit du flot. Cette situation ne se présente pas sur l'Escaut maritime. Ainsi à Anvers, le débit moyen des eaux d'amont n'est que de 85 mètres cubes environ, alors que le débit moyen de flot atteint près de 3000 mètres cubes. A l'embouchure de Flessingue, la disproportion est encore plus importante. En cet endroit, le débit moyen des eaux supérieures n'est que 127 mètres cubes environ, alors que le débit moyen de flot mesure 55.000 mètres cubes.

C'est, je pense, M. Bourdelles, Inspecteur général des Ponts et Chaussées de France, qui fit la plus belle étude des fleuves à marée, basée sur l'observation directe des phénomènes. Il la publia sous le titre de « Etude sur le régime de la Marée dans les estuaires et dans les fleuves ».

M. Bourdelles fut amené, dit-il, à faire son travail par suite de l'insuffisance de la théorie et de la crainte que l'hydraulique reste impuissante à résoudre le problème de l'onde marée fluviale qui est influencée par des causes si diverses et surtout par les variations de la longueur, de la largeur, de la profondeur et de la direction des chenaux. Il a préféré diriger son étude dans la voie de l'examen des manifestations de la marée, dans les circonstances les plus caractéristiques de la Nature.

Par l'analyse des faits, qui se passent sur un certain nombre de rivières maritimes, M. Bourdelles a conclu magistralement que dans un fleuve à marée il y a superposition d'un écoulement de pente et d'un mouvement ondulatoire dû à la marée. Le mouvement ondulatoire est l'agent principal de transmission et le générateur essentiel de la vitesse, le mouvement de pente est créé par les obstacles et est d'autant plus important que les résistances sont considérables.

Pour expliquer une série de phénomènes caractéristiques, M. Bourdelles s'empare de l'énergie de l'onde et du frottement. Il fait ressortir et justifie :

1° Le relèvement du lieu géométrique des basses mers en allant de l'aval vers l'amont ;

2° La supériorité de la célérité de l'onde en morte eau sur celle de vive eau, sur certains fleuves, ou au moins, sur une partie de leur parcours maritime, et cela malgré une diminution de l'amplitude de la marée. Cette constatation est en contradiction directe avec la formule théorique donnant la célérité de l'onde qui peut être représentée en première approximation par la formule :

$$C = \sqrt{g\,(H+h)}$$

dans laquelle : C représente la célérité ;
H la profondeur à marée basse ;
h la hauteur de la marée.

Je dois toutefois ajouter que M. Bourdelles avait à sa disposition pour son étude l'ouvrage d'Airy, dont nous parlerons plus loin, dans lequel se trouve la démonstration analytique du principe suivant : « lorsque le lit d'une rivière se contracte brusquement ou s'exhausse rapidement, la hauteur de la marée doit croître, mais elle doit diminuer par suite de l'action du frottement, lorsque le chenal est uniforme ».

Il avait aussi pour guide l'ouvrage d'hydraulique de M. Flamant, qui contient une très belle théorie simple et claire du mouvement ondulatoire et notamment sur l'énergie de l'onde. Ceci montre quel précieux auxiliaire constitue la théorie, même établie dans des cas simples, pour donner une explication aux phénomènes naturels des mouvements ondulatoires.

Toujours en analysant les constatations faites dans la nature, M. Bourdelles montre la corrélation qui doit exister entre la largeur et la profondeur à l'embouchure d'un fleuve d'une certaine longueur. Il dit notamment cette belle vérité : « Toutes » choses égales par ailleurs la longueur de l'onde introduite » augmentera avec ces profondeurs, et les largeurs plus ou » moins grandes de la section ne sauraient remédier à leur » insuffisance.

» La forme de la courbe de marée paraît, dans la plupart des » cas, être un indice des facilités plus ou moins grandes que » la propagation de la marée trouve aux embouchures. Quand » cette embouchure est bien disposée, la courbe de marée est » une sinusoïde régulière ; au contraire, elle se déforme quand » l'embouchure présente des seuils sur une partie ou la totalité » de l'embouchure ».

M. Bourdelles finit son ouvrage par une belle analyse du mécanisme de l'onde marée dans laquelle il justifie la position de l'étale de jusant un peu après marée basse et celui de flot un peu après marée haute. Il partage complètement les vues de Mengin-Lecreulx concernant le rôle joué par la largeur et la profondeur d'un fleuve à marée et il termine par cette conclusion magistrale :

« Pour utiliser au mieux l'énergie de l'onde fluviale, il faut » la concentrer, autant qu'il est possible, dans un chenal » unique, rectiligne, long et profond, limité entre deux digues » insubmersibles et ayant des sections voisines de la forme rec- » tangulaire dont l'aire doit décroître progressivement de l'aval » à l'amont, suivant une loi déterminée par les circonstances » locales ».

Nombreux sont les ingénieurs qui ont travaillé dans la même voie que M. Bourdelles. Il m'est impossible d'analyser tous leurs travaux dans le cadre de cette conférence; je dois me borner à citer les noms de quelques-unes des illustrations les plus marquantes de cette partie de la science de l'ingénieur : Comoy, Partiot, de Calligny, Bazin et Belpaire; ce dernier est un de nos plus distingués ingénieurs belges, sorti des Ecoles Spéciales de Gand.

L'étude théorique des fleuves à marée tenta de nombreux savants, mais pour parvenir à résoudre les équations différentielles, auxquelles elle conduit, tous ont dû se placer dans des cas simples ne correspondant pas aux conditions de la pratique. Il a fallu le génie d'un Lorentz pour présenter ces équations sous une forme telle qu'elles puissent convenir à résoudre le problème si compliqué de la fermeture du Zuiderzee.

C'est Airy, le célèbre astronome anglais, qui consacra le premier un important travail analytique à l'étude des ondes en général et des marées fluviales en particulier. Il se place dans l'hypothèse d'un canal à fond horizontal, de largeur uniforme et de longueur indéfinie permettant la propagation de l'onde jusqu'à extinction complète.

Il calcule sans tenir compte du frottement, la hauteur de la marée en un point déterminé du fleuve à un instant déterminé et établit la célérité de l'onde tant à marée haute qu'à marée basse. Airy étudie aussi les modifications qu'il faut faire subir à ces formules quand il existe dans le canal un débit d'amont et que la profondeur varie.

Il tente même de tenir compte du frottement en le supposant proportionnel à la vitesse, et il explique de la sorte la diminution de l'amplitude de la marée à mesure qu'on remonte vers l'amont, sauf si le lit du fleuve présente une contraction déterminée.

De Saint-Venant a suivi la voie indiquée par Brémontier et Partiot. Il suppose que l'onde marée fluviale est le résultat de la superposition d'une série d'ondes de translation très petites qui sont obtenues en faisant agir sur l'eau une force horizontale. Les ondes de l'espèce sont obtenues en projetant un certain volume d'eau dans un canal, ou bien en soulevant momentanément le niveau de l'eau par la fermeture brusque d'un barrage, ou bien encore en déplaçant un corps flottant dans l'eau.

Ces ondes se déplacent au-dessus du niveau primitif de l'eau et sont appelées pour cette raison : ondes positives.

Il y a aussi des ondes de translation négatives. Celles-ci se déplacent en-dessous du niveau primitif de l'eau et sont obtenues notamment en créant brusquement un vide par l'ouverture d'un barrage.

De Saint-Venant a limité son effort à la résolution du même problème que celui qui tenta Airy. Aussi l'application des formules qu'il donne conduit aux mêmes difficultés pratiques que celles qui accompagnent les formules d'Airy.

Lamb, dans son traité « Hydrodynamics » traite également le problème, mais il ne fait faire aucun progrès à la résolution du problème des marées fluviales.

Il fallut l'arrivée de Maurice Levy et de Poincaré pour faire un nouveau pas en avant.

L'étude de Maurice Levy est particulièrement remarquable par le fait qu'il parvint à placer le problème sur un terrain pratique et à donner une solution relativement simple.

Dans une première étude, Maurice Levy suppose un canal de longueur indéfinie ayant une largeur et une profondeur constantes dans lequel s'écoule un courant d'eaux supérieures animées d'une vitesse déterminée et où le frottement se fait sentir d'une manière appréciable.

Le savant ingénieur établit pour ce cas les équations générales du mouvement qui sont :

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = - g \sin \mathrm{I} - g \frac{dz}{dx'} - g \frac{\mathrm{F}}{\pi z} \qquad (1)$$

$$\Omega \frac{dx'}{dx} = \Omega_0 \qquad (2)$$

dans lesquelles représente :

t — l'instant considéré ;

z et x' — respectivement la profondeur d'eau et la distance à l'embouchure d'une section du fleuve pour laquelle cette distance à l'instant initial était x ;

I — la pente du fond supposée uniforme ;

F — le frottement par unité de surface ;

Ω — la section mouillée du fleuve au point d'abscisse x' et Ω_0 la section occupée par les mêmes particules fluides à l'instant initial, c'est-à-dire à l'instant où l'abscisse est x.

Si u_0 est la vitesse due à l'écoulement du débit supérieur, x' est lié à x par la formule suivante :

$$x' = x - u_0 t + y$$

dans laquelle y représente le déplacement subi depuis l'instant initial, par la section fluide considérée, par le seul fait de la marée.

On peut d'autre part encore écrire :

$$z = \gamma + h$$

γ étant la profondeur d'eau de régime, dans l'hypothèse où il n'existerait pas de marée et h la variation du niveau de l'eau, positif ou négatif, par suite du phénomène de la marée.

En ce qui concerne le frottement F, Levy admet la forme :

$$F = av + bv^2$$

Pour effectuer l'intégration des deux équations ci-dessus, Maurice Levy suppose la hauteur de la marée à l'embouchure développée sous forme d'ondes harmoniques qui se superposent et qui satisfont à l'équation :

$$h = h_0 \sin n\,(t - \theta)$$

dans laquelle n marque la fréquence et est égale à $2\pi/T$, T étant la durée d'une marée complète ou 12 h. 25, et θ la phase. En prenant pour origine du temps à l'embouchure l'instant θ, l'équation ci-dessus prend la forme

$$h = h_0 \sin nt \tag{3}$$

Le problème qui se pose c'est d'intégrer l'équation (1) ci-dessus de telle manière que pour $x' = 0$, on ait pour h l'expression (3) et pour $x' = \infty$ on ait $h = 0$. Pour résoudre ce problème, Levy recourt aux quantités imaginaires, et il obtient comme résultat d'intégration :

$$h = \mathrm{A}\, e^{(in + mu_o)t - mx} \tag{4}$$

dans laquelle m est obtenu par la résolution de l'équation du deuxième degré.

$$(-in + mu_o)^2 + \omega^2 m^2 - \mathrm{C}\,(in + mu_o) + g' m = 0 \tag{5}$$

dans laquelle toutes les quantités sont connues sauf m.

On a notamment :

$$\mathrm{C} = \frac{g}{\gamma}\,(a \mp 2bu_o)$$

$$g' = \frac{g}{\gamma}\,(-au_o \pm bu_o^2) \qquad \omega^2 = g\gamma$$

Si on prend le cas particulier d'un canal sans débit d'amont $u_o = 0$ et l'équation (5) devient :

$$n^2 = g\gamma m^2 - \frac{g}{\gamma} a\, i\, n \times 0$$

d'où en posant :

$$\frac{g}{\gamma} a = k,$$

on obtient :

$$m^2 = \frac{n}{\gamma g}\,(-n + ik) \tag{6}$$

Cette équation donne deux valeurs pour m, d'où deux solutions possibles. D'ailleurs l'équation générale (5) ci-dessus étant une équation du deuxième degré, donne aussi deux solutions.

Si j'ai tenu à attirer votre attention sur cette forme de l'équation, c'est que le cas simplifié correspond à celui que Lorentz a considéré dans son étude de l'endiguement du Zuiderzee.

Je montrerai plus loin que ce maître de la science est arrivé à la même forme de la valeur de m et je vous indiquerai quel profit il a su en tirer pour résoudre le problème de la marée du Waddenzee, qui précède le Zuiderzee.

La forme finale donnée par Maurice Levy à l'équation (4) ci-dessus est :

$$h = h_0 \, e^{-px'} \sin n \left(t - \frac{q}{n} x' \right) \qquad (7)$$

Il est à remarquer que Maurice Levy n'indique qu'une équation finale bien que la résolution de l'équation (5) donne deux valeurs pour m.

Dans l'équation (7) tout est connu, p et q sont des quantités qui dépendent des coefficients de frottement, de la profondeur du canal, de la fréquence n et de la vitesse des eaux supérieures.

L'équation (7) permet de tirer les conclusions suivantes :

1° La vitesse de propagation de l'onde est égale à $C = n/q$;

2° Le retard de la marée sur la phase correspondante à l'embouchure est mesurée par $q/n \times x'$;

3° La hauteur de la marée décroît suivant uu coefficient d'extinction : $e^{-px'}$.

La théorie de Maurice Levy laisse toutefois dans l'ombre le relèvement du niveau moyen du fleuve qui est beaucoup plus fort dans la nature que le relèvement dû à l'écoulement du débit d'amont. Cette théorie ne résout non plus pas le problème de l'accroissement de l'amplitude de la marée constatée sur certains fleuves, notamment sur l'Escaut, quand on s'éloigne de l'embouchure.

Maurice Levy a amélioré sa première théorie en résolvant le cas d'un fleuve à marée de largeur lentement variable. Il arrive aux mêmes équations que celles établies pour un canal de largeur uniforme, mais les équations contiennent une pente de fond fictive I′ et un coefficient de frottement fictif b_2 déterminé comme suit :

$$\left.\begin{aligned} \sin \mathrm{I} + \frac{2\alpha\gamma}{3} &= \sin \mathrm{I}' \\ \frac{\alpha\gamma}{3} \pm b_1 &= b_2 \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

expressions dans lesquelles :

$$\alpha = \frac{1}{d} \log \frac{l_1}{l_0}$$

et b_1 est le coefficient de frottement dans l'hypothèse où celui-ci est proportionnel au carré de la vitesse.

En ce qui concerne l_0 et l_1, c'est la largeur du fleuve à l'embouchure et à la distance d où la marée s'éteint.

Pour passer des vitesses obtenues aux vitesses réelles, et des profondeurs calculées aux profondeurs véritables, il faut faire usage des formules suivantes :

$$u = \mathrm{V}\left(\frac{l_0}{l}\right)^{1/3} \qquad\qquad z = \mathrm{Z}\left(\frac{l_0}{l}\right)^{2/3}$$

dans lesquelles :

V et Z représentent respectivement les vitesses et les profondeurs calculées ;

u et z représentent respectivement les vitesses et les profondeurs vraies et l_0 et l les largeurs respectives à l'embouchure, et au point considéré.

Ces formules montrent qu'en cas d'étranglement du fleuve, la vitesse réelle croit dans le rapport $\left(\frac{l_0}{l}\right)^{1/3}$ et la profondeur dans le rapport de $\left(\frac{l_0}{l}\right)^{2/3}$

Cette nouvelle méthode marque un progrès sérieux sur la première, car elle laisse entrevoir le relèvement du niveau moyen du fleuve, puisque les profondeurs réelles comparées à celles obtenues par la résolution des deux équations fondamentales du mouvement croissent plus rapidement vers marée haute que vers marée basse.

Il serait intéressant de voir appliquer la théorie de Maurice Levy à un cas concret et de montrer ce qu'elle donne dans la pratique.

L'étude théorique des fleuves à marée, n'a non plus laissé indifférent les Ingénieurs belges.

Notre savant professeur Massau a étudié la question ; le professeur Haerens a aussi tenté de résoudre le problème ; feu Mertens a donné une formule simple pour la variation de la largeur d'un fleuve à marée et feu Van Brabandt a établi scientifiquement diverses caractéristiques importantes des ondes fluviales.

Personnellement j'ai fait une étude sur les fleuves à marée. J'ai montré qu'en partant des lois établies par Boussinesque et Flamant pour les ondes de translation, on peut établir des formules simples pour le calcul des sections, des amplitudes et des débits. D'autre part, j'ai indiqué qu'en faisant intervenir la notion du courant de retour produit par l'usure de l'onde marée sous l'action du frottement, il est possible de trouver des formules donnant le relèvement du niveau moyen du fleuve et permettant de calculer les vitesses de propagation. Toutes ces formules donnent des résultats concordants à quelques pour cents près, avec les observations faites sur l'Escaut maritime et ses affluents soumis à marée. Elles sont applicables chaque fois qu'un fleuve est suffisamment long pour recevoir une onde marée complète. La théorie établie présente le grand avantage de permettre le calcul direct des sections transversales d'un fleuve à marée dans l'hypothèse d'une vitesse moyenne constante, ou bien, dans celle d'une vitesse moyenne variable d'une section à l'autre suivant une loi déterminée qu'on se fixe à l'avance.

Je ne vous parlerai pas plus longuement de cette étude, car je dépasserais le temps que je me suis assigné pour vous entretenir d'un sujet aussi étendu que celui des marées fluviales. Je me permets de vous renvoyer aux *Annales des Travaux publics*, qui ont publié mon mémoire en 1922 et 1923, pour obtenir des renseignements plus complets.

Je passerai à présent à l'exposé d'une étude récente, qui a reçu une application pratique chez nos voisins du Nord.

Je veux parler de la théorie établie par Lorentz pour étudier les transformations de la marée du Waddenzee par suite des travaux d'endiguement du Zuiderzee.

Lorentz part des équations fondamentales de l'hydrodynamique, qui expriment la relation existant entre l'accélération des particules fluides et les forces agissantes, ainsi que de l'équation de continuité du liquide.

Parmi les forces agissantes, Lorentz néglige l'attraction des astres dont l'action sur les eaux du Zuiderzee et du Waddenzee est négligeable. Dans une première approximation, Lorentz néglige également l'action de la rotation de la terre, qui produit une force horizontale appelée « force de Coriolis » et qui est perpendiculaire à la vitesse de l'eau. Lorentz indique néanmoins comment on peut en tenir compte et comment cette correction permet d'obtenir pour les calculs des résultats plus concordants avec la réalité.

Lorentz néglige enfin la force centrifuge qui se manifeste en courbe et qui est proportionnelle au carré de la vitesse. C'est la force de Bernouilli qui pousse l'eau de l'endroit du canal où il y a une grande vitesse à l'endroit où il y a une vitesse plus faible.

Lorentz ne conserve ainsi que la gravité, le frottement et subsidiairement la force du vent dont il ramène l'effet à une inclinaison qui augmente celle de la surface de l'eau. Il obtient de la sorte les deux équations fondamentales :

$$\frac{dq}{dt} = - lg\gamma \frac{dh}{dx} - l\gamma W \qquad (1)$$

$$\frac{dq}{dx} = - l \frac{dh}{dt} \qquad (2)$$

dans lesquelles représente :

q — le débit;

l — la largeur du canal;

γ — la profondeur moyenne du canal;

h — la variation du niveau par rapport à un plan horizontal d'équilibre;

x — la distance du point considéré à l'origine du fleuve;

t — l'instant considéré ;

W — les résistances de frottement.

Lorentz admet le mouvement sinusoïdal pour la variation du niveau de l'eau à l'embouchure du canal. Dans ces conditions l'amplitude et le débit à l'origine du canal peuvent être représentés par :

$$h = h_0 \cos (nt - \varphi) \qquad (3)$$

$$q = l_0 v_0 \cos (nt - \psi) \qquad (4)$$

dans lesquelles :

h et q représentent respectivement la variation du niveau de l'eau et du débit à l'embouchure;

h_0 et v_0 sont les hauteurs et vitesses maxima;

φ et ψ sont les angles de phase du mouvement et des vitesses, c'est-à-dire le retard sur l'instant choisi comme origine du temps.

n est la fréquence du mouvement et est égale à $\frac{2\pi}{T}$, T étant égal à 12 h. 25'.

Lorentz a donné à W la forme kv, k étant une constante. Dans ces conditions l'équation (1) devient :

$$\frac{dq}{dt} = - l \gamma g \frac{dh}{dx} - k v \times l \gamma$$

ou

$$\frac{dq}{dt} + kq = - l \gamma g \times \frac{dh}{dx} \tag{5}$$

En donnant au frottement la forme kv, Lorentz admet que le frottement soit proportionnel à la première puissance de la vitesse, alors que toutes les expériences faites montrent que le frottement est plutôt proportionnel au carré de la vitesse et peut être représenté sous la forme : $\frac{g v^2}{C^2 \gamma}$

C étant la constante d'Eitelwein.

Un des grands mérites de Lorentz, c'est d'avoir montré que cette substitution peut être faite, si la constante k est déterminée de telle manière que le travail négatif de la résistance de frottement, mesurée sous la forme kv pendant une période complète de la marée est rendu égal au travail négatif de la résistance réelle pendant la même période.

Il est donc posé la condition suivante :

$$k \int_{-\frac{\pi}{2n}}^{+\frac{\pi}{2n}} v^2 \, dt = \frac{g}{C^2 \gamma} \int_{-\frac{\pi}{2n}}^{+\frac{\pi}{2n}} v^3 \, dt$$

En introduisant la notion de la vitesse moyenne du courant, qui n'est pas connue à *priori*, mais qu'on peut choisir avec un grand degré d'exactitude par l'examen des vitesses réelles observées dans la nature, on obtient pour k, la valeur suivante :

$$k = \frac{8}{3\pi} \times \frac{g v_m}{C^2 \gamma}$$

Le problème ainsi posé, permet d'intégrer facilement les équations différentielles (1) et (2) et de faire concorder les résultats du calcul avec ceux de l'observation.

Lorentz recourt également aux quantités imaginaires pour opérer les intégrations.

Les équations finales auxquelles il arrive sont :

$$h = a\, e^{int+ux} \tag{7}$$

$$q = c\, e^{int+ux} \tag{8}$$

u et c étant déterminé par les deux équations :

$$u\, c = -\, i\, n\, l\, a \tag{9}$$

$$(in+k)\, c = -\, l\, \gamma\, g\, u\, a \tag{10}$$

d'où

$$u^2 = \frac{n}{g\gamma}(-n+ik) \qquad c = -\frac{i\, l\, n}{u}\, a \tag{11}$$

Remarquons ici que u^2 a exactement la même forme que celle que nous avons fait ressortir des équations établies par Maurice Levy.

La première formule (11), comme je l'ai déjà dit, conduit à deux solutions : pour l'une u est positif, pour l'autre u est négatif. Ceci montre qu'il y a deux états de mouvement possible, et comme la résistance a été prise simplement proportionnelle à la vitesse, il est permis de supposer que les deux états existent simultanément dans les conditions suivantes :

Soit pour l'une des solutions la hauteur de la marée : h_1 et pour la seconde : h_2. Soient q_1 et q_2 les valeurs correspondantes du débit de la marée.

La hauteur résultante et le débit résultant de la marée sont égaux à :

$$h = h_1 + h_2$$

et

$$q = q_1 + q_2$$

et les équations fondamentales du mouvement sont :

$$h = a\, e^{int+ux} + a'\, e^{int-ux} \tag{13}$$

$$q = \frac{i\, l\, n}{u}(-a e^{int+ux} + a' e^{int-ux}) \tag{14}$$

a et a' étant déterminés par la condition qu'à l'origine h et q sont égaux à h_0 et q_0 ou bien par la condition qu'à l'embouchure $h = h_0$ et à l'extrémité de la partie maritime $q = 0$.

Par le fait que l'amplitude h est composée de deux termes, qui proviennent de la superposition de deux ondes, on entrevoit la possibilité de l'accroissement de la hauteur de la marée malgré l'existence du facteur d'extinction des ondes.

Lorentz a tiré profit de cette notion de l'existence de deux ondes se mouvant en sens contraire pour démontrer qu'un élargissement ou un étranglement brusque du canal produit une onde qui se déplace en sens contraire de l'onde principale. La production de cette nouvelle onde amène un accroissement d'amplitude en cas d'étranglement et une diminution en cas d'élargissement.

Dans l'établissement des équations données ci-dessus, il est supposé que le chenal a une section rectangulaire uniforme sur toute son étendue. Ce cas ne se présentait guère dans les études du Waddenzee; on se trouvait plutôt en présence d'une série de canaux parallèles de largeurs et de profondeurs différentes ayant des coefficients de résistance k différents. Lorentz a corrigé les équations établies ci-dessus pour le cas compliqué qui se présente réellement dans la nature. A cet effet, il a admis que l'échange transversal des eaux entre les différents canaux se fait sans résistance, c'est-à-dire que le plan d'eau est horizontal sur toute la largeur du tronçon considéré. Quant aux hauts fonds, on leur suppose une profondeur nulle, de sorte qu'ils n'interviennent pas dans les équations du mouvement; il ne faut en tenir compte que dans les équations de continuité parce qu'ils débitent ou reçoivent de l'eau transversalement sans résistance.

Lorentz démontre que dans ce cas général la valeur de u^2 est égale à :

$$u^2 = \frac{l\,n}{\Sigma \dfrac{l\,g\,\gamma}{-\,n + ik}}$$

Dans le sens de la longueur, les chenaux choisis sont aussi le plus souvent irréguliers et ne peuvent s'étendre sur une grande longueur si on veut leur conserver une section uniforme.

Il faut donc les partager en plusieurs tronçons, chacun ayant son profil propre et ses équations propres du genre de celles définies plus haut.

Dans ce cas, la résolution du problème dépend de celle de toutes les équations établies pour les différents tronçons considérés. Ces calculs sont extrêmement longs et fastidieux, surtout que les premiers calculs doivent être faits avec une vitesse *moyenne* v_m que l'on ne connait pas, mais qu'on se donne et qui doit correspondre, à la vérification, avec celle qui résulte des calculs.

Quand la discordance entre les deux vitesses est trop forte, il faut recommencer les calculs avec une vitesse corrigée. Normalement la correspondance des deux vitesses peut être obtenue après un seul calcul d'essai.

Lorentz donne comme formule de la célérité :

$$C = \sqrt{g\,(\gamma + h)}\;\frac{\sqrt{\cos \delta}}{\cos {}^1/_2\,\delta}$$

δ étant défini par la relation tg $\delta = k/n$.

Quand les profondeurs sont grandes $\dfrac{\sqrt{\cos \delta}}{\cos {}^1/_2\,\delta}$ tend vers l'unité et on obtient la formule simple généralement employée en première approximation. Quand les profondeurs sont petites, ce rapport tend vers $^1/_2$, c'est la même conclusion à laquelle je suis arrivé dans mon étude des marées fluviales, qui m'a conduit, pour la valeur de la célérité, à la formule suivante :

$$C = \sqrt{g\,(\gamma+h)}\,\frac{\gamma+h}{\gamma+2h}$$

La théorie de Lorentz, très jolie pour la résolution d'un problème tel que celui du Waddenzee, ne convient toutefois pas sans une sérieuse mise au point pour les fleuves à marée parce qu'elle suppose un niveau moyen différant peu de l'horizontalité, ce qui était le cas pour le Waddenzee.

Cette théorie marque toutefois un sérieux progrès sur tout ce qui a été fait précédemment dans ce genre de travaux, parce qu'elle se prête à une application pratique qui s'est révélée concordante avec la réalité, après la fermeture du Zuiderzee.

En Allemagne, l'étude théorique des fleuves à marée a également donné lieu à la publication de quelques mémoires intéressants.

Il faut citer en premier lieu l'ouvrage de Franzius, illustre ingénieur qui se fit connaître par les travaux d'amélioration du Weser inférieur.

On trouve ensuite un mémoire de Oeltjen sur le calcul des axes instantanés d'une rivière à marée. Ce mémoire fut ensuite complété par Reinecke.

Oeltjen traite le problème en se donnant le débit d'amont et la courbe de marée à l'embouchure du fleuve. Il pose les deux équations fondamentales :

$$J = J_r + J_a \qquad (1)$$

$$Q_1 = Q_2 + \Delta s \times h \qquad (2)$$

dans lesquelles :

J est la pente du fleuve, à un instant donné;

J_r — la pente due aux résistances du fleuve;

J_a — la pente correspondant à l'accélération de la vitesse de l'eau;

Q_1 — le débit au profil 1 ;

Q_2 — le débit au profil immédiatement voisin 2 ;

Δs — la surface de l'eau entre les deux profils ;

h — la chute ou l'ascension de l'eau pendant une seconde.

Pour J_r, Oeltjen admet la formule :

$$v = c \sqrt{R\, J_r}$$

dans laquelle v est la vitesse moyenne entre les deux profils considérés, R le rayon moyen du fleuve et c une constante en rapport avec les résistances du fleuve.

Après transformations des équations (1) et (2) Oeltjen obtient une équation finale, qui se prête à un calcul pratique mais long des axes instantanés des rivières à marée. La méthode implique toutefois la connaissance préalable de la vitesse v, qui en fait est une inconnue. Oelten tourne la difficulté en se donnant cet élément par comparaison avec ce qui se produit sur le fleuve étudié.

Si la résolution de l'équation de mouvement et de celle de continuité donne une vitesse totalement différente de celle qu'on s'est donnée à l'avance, il faut recommencer le calcul avec une vitesse mieux appropriée jusqu'à obtenir une concordance satisfaisante.

La méthode de l'Ingénieur Oeltjen-Reinecke a été appliquée au Weser et à l'Eider, et cela avec plein succès.

Un autre mémoire intéressant est celui de Docteur Krey qui analyse par calcul l'influence d'un étranglement et d'un élargissement d'un fleuve à marée. Il arrive également à la conclusion donnée par d'autres auteurs qu'un étranglement produit une onde qui se superpose à l'onde principale en augmentant sa hauteur et qui se meut en sens inverse de l'onde principale. Un élargissement produit une onde négative qui diminue l'amplitude de l'onde principale et qui se meut dans le même sens que celle-ci.

Krey déduit également de son étude qu'une onde marée fluviale qui est arrêtée par un barrage a, en cet endroit, une amplitude double de celle qu'elle aurait si le barrage n'existait.

Cette même propriété est ressortie de mon étude sur la marée fluviale de l'Escaut et se vérifie parfaitement à Gentbrugge.

D'autres mémoires allemands pourraient encore être cités, mais ils ont une moins grande envolée scientifique ou sont trop basés sur les faits de l'observation.

Et maintenant que pouvons-nous conclure. Nous venons de voir que l'étude théorique des fleuves à marée a fortement préoccupé les ingénieurs et les savants dans nombre de pays. Notre exposé a permis de nous rendre compte des progrès sérieux réalisés de cette matière et de voir qu'en Belgique, Hollande, Allemagne et d'autres pays encore on a fait des applications pratiques remarquables des théories établies.

Nous pouvons dès lors conclure qu'une brèche sérieuse a été faite dans le mur formidable, hérissé de difficultés, qui entourait le mystère du phénomène des marées fluviales. Il est certain que cette brèche s'élargira dans la suite jusqu'au jour proche où tous les problèmes de la marée fluviale seront traités avec le même souci scientifique que les autres questions de l'hydraulique fluviale. On pourra alors remiser définitivement au musée du souvenir les méthodes empiriques basées sur les lois incertaines de l'observation directe des faits. Cette heure sonnera la retraite définitive des défaitistes de la science qui avancent à tout propos que la marée fluviale est un problème insoluble. Et pourquoi le serait-il ? Ne s'agit-il pas d'un phénomène qui se reproduit régulièrement deux fois par jour suivant des caractéristiques bien déterminées qui dépendent de forces parfaitement connues ?

Pourquoi ce phénomène ne serait-il pas régi par des lois susceptibles d'être transcrites en formules analytiques ? La solution du problème se trouvera d'autant plus aisément, si l'homme de science confiné dans son cabinet d'étude travaille en collaboration étroite avec l'ingénieur qui se trouve en présence des problèmes de la pratique.

L'étude scientifique des marées fluviales peut encore être facilitée dans l'avenir par l'intervention de ce précieux auxiliaire qu'est le laboratoire de recherches hydrauliques.

Cet institut permettra de réaliser à échelle réduite le modèle complet d'un fleuve maritime, d'y créer la marée dans les conditions de similitude voulue avec ce qui est observé dans la nature; d'apporter ensuite au modèle les modifications désirées et de vérifier si la marée se propage suivant les conditions données par le calcul scientifique.

Une nouvelle ère va donc s'ouvrir qui apportera à la science une moisson nouvelle et abondante de résultats précieux pour la technique de l'ingénieur.

J'exprime l'espoir que nos ingénieurs sortis des Ecoles Spéciales de Gand se distinguent brillamment dans cette lutte nouvelle qui commence et qu'ils amèneront au jour des études savantes sur la propagation des marées fluviales qui rehausseront le lustre de notre chère Ecole de Génie Civil de Gand et de l'Association des Ingénieurs formés par cette école.

LÉON BONNET.