

Addendum au Progress
Report n° I

Dr. G. PERSOONE
Laboratorium voor
Oecologie
Gent

DESCRIPTION D'UN MODELE MATHEMATIQUE POUR L'ETUDE DE LA POLLUTION
DE LA MER. (*)

Georges PICHOT

Service du Professeur Jacques C. J. NIHOUL
Institut de mathématiques - Université de Liège.

RESUME : Cette note veut répondre au souhait des scientifiques non mathématiciens, d'avoir une définition accessible du modèle mathématique de la pollution. Elle est essentiellement une explicitation sans vecteur, sans opérateur, sans... mathématique de l'article du Professeur Dr. Jacques C.J. NIHOUL, intitulé "A Mathematical Model for the Study of Sea Pollution" (Belgian National - Nato CCMS Program - Progress Report n° I) auquel les personnes désireuses d'une information rigoureuse doivent se référer.

Les modèles mathématiques de pollution envisagés jusqu'à présent visent à la résolution des équations de l'hydrodynamique (appliquées à l'océan), liant les paramètres thermomécaniques (température, vitesse, pression) à une équation décrivant la dispersion d'un polluant non réactif.

Ils sont en mesure par exemple de décrire l'évolution, dans l'espace et le temps, d'une tache de Rhodamine - B. Mais ils ne peuvent pas être utilisés réellement comme modèle prédictif de la pollution puisque, malheureusement, les polluants ne sont pas inertes et que le milieu marin "répond" d'une certaine façon à tout dépôt de polluants. Si, donc, il est indispensable de tenir compte de l'interaction d'un polluant avec le milieu, il est cependant illusoire de vouloir étudier l'évolution de chaque polluant dans chacune de ses réactions. Aussi, nous adoptons la méthode suivante.

(*) Ceci est le résumé d'une communication, exposée au groupe des biologistes, lors de leur réunion du 16 février 1971, au 8, rue de la Science, BRUXELLES.

D'abord, P éléments sont choisis, en fonction de leur importance relative à la pollution (actuellement, ces éléments ne sont pas encore déterminés). Ensuite, chacun des P éléments choisis est réparti par phase; une "phase" se définit comme "une classe de constituants ayant des propriétés similaires en ce qui concerne leur mélange à l'eau de mer". Les phases, prises en considération pour l'instant sont au nombre de cinq :

- I. matières organiques vivantes dans lesquelles les biologistes distinguent trois sous-phases
 - (1. le plancton
 -)
 - (2. le necton
 -)
 - (3. le benthos
2. matières organiques non vivantes
3. matières en solution
4. matières en suspension et matières flottantes
5. sédiments.

La concentration C_{jL} de l'élément j dans la phase L est une variable d'état du système. Il y a, n variables d'état, avec $n = \text{nombre d'éléments} \times \text{nombre de phases}$. Chaque variable d'état est décrite par une équation d'évolution qui exprime ceci : dans un volume arbitraire donné, la variation -dans le temps- d'une variable d'état équivaut à une somme de termes exprimant :

1) ce qui entre dans le volume (ou en sort) par entraînement dû au courant moyen - c'est un terme d'advection.

2) ce qui entre dans le volume (ou en sort) par mélange dû à la turbulence - c'est un terme de diffusion.

3) ce qui entre dans le volume (ou en sort), d'un mouvement propre différent de l'entraînement moyen - c'est un terme de migration. La sédimentation est un exemple de migration verticale et la translation d'un banc de poissons, de migration horizontale.

4) ce qui est déposé dans le volume (ou en est retiré) - c'est un terme de source (ou de puits) considéré comme une donnée: par exemple, on sait qu'un polluant est déversé, par bateau, en un endroit et dans des conditions déterminées.

5) ce qui est créé (ou détruit) au sein même du volume, par interaction avec d'autres éléments contenus dans ce volume. Ce terme est une somme des taux de production de l'élément j dans la phase L , étendue à toutes les réactions capables d'une telle production. Ces taux sont identiquement nuls, lorsqu'ils sont relatifs à des réactions n'impliquant pas un changement de phase, puisqu'elles "conservent" le bilan global de l'élément donné dans la phase donnée.

Les premier et deuxième termes concernent les hydrodynamiciens. Les troisième et cinquième termes doivent être précisés par les études des chimistes, des biologistes et des sédimentologistes. La bonne marche du modèle requiert, finalement, de ceux-ci, des indications sur les vitesses de migration et les taux de production de chacune des variables d'état, en fonction du temps, de l'espace, des paramètres thermomécaniques et des autres variables d'état.

Le modèle mathématique décrit ci-dessus vise à la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles comprenant, outre les équations de l'hydrodynamique appliquées à l'océan, n équations d'évolution relatives aux n variables d'état.

De plus, cette résolution requiert la connaissance de toutes les conditions aux limites; elle est confiée au computer qui, discrétisant l'espace et le temps, calcule par "différence finie" (c'est-à-dire en approximant la valeur de la dérivée d'une fonction en un point à la combinaison linéaire de la valeur de cette fonction en des points voisins déterminés) la distribution spatiotemporelle de chaque variable d'état.