VI.- Dynamique des suspensions

L'objet de ce rapport est l'étude des particules en suspension dans la mer. Celles-ci sont advectées et brassées par les mouvements de la mer mais en sus elles sédimentent, c'est-à-dire qu'elles migrent verticalement à travers la masse d'eau. Elles se déposent sur le fond mais peuvent éventuellement être remises en suspension par le brassage turbulent de l'eau.

Dans le cadre du modèle mathématique [Nihoul (1970, 1971)], notre premier objectif est de formuler le terme de migration verticale $\overline{m}_3$ qui apparaît dans les équations tridimensionnelles et d'expliciter la « tension » de fond

$$[\lambda_3 \frac{\partial \overline{\rho_\alpha}}{\partial x_3} - \overline{m_{\alpha,3}}]_{x_3=-h}$$

intervenant dans le modèle bidimensionnel (intégré sur la profondeur).

Si l'on définit v_s comme la vitesse limite de sédimentation (vitesse maximum de sédimentation, atteinte après un temps assez court en eau de mer immobile), le terme de migration verticale pourra se mettre sous la forme

$$\overline{m_{\alpha,3}} = - \overline{\rho_\alpha}\, v_s \quad . \tag{1}$$

Il convient de remarquer que la vitesse de sédimentation ne peut être définie que pour une « famille » de particules. Elle dépend, en effet, de la géométrie et de la densité de la particule.

En ce qui concerne les suspensions retrouvées en Mer du Nord, leur diamètre effectif étant très faible $(< 60\ \mu)$, leur chute sera lente (de l'ordre de 10^{-2} cm/s). En conséquence, la loi de Stokes devrait être applicable [Leliavsky (1961)] soit :

$$v_s = \frac{2}{9}\ \frac{\gamma_\alpha - \rho}{\nu}\ a^2 \quad . \tag{2}$$

où γ_α représente la masse spécifique de la particule, c'est-à-dire le rapport de la masse de la particule à son volume(1), ρ la masse spécifique de

(1) Si l'on définit c_α comme le rapport de la somme des volumes des particules contenues dans un volume d'eau à ce volume d'eau (c_α sera la concentration volumique des particules dans l'eau), alors

$\gamma_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{c_\alpha}$ et l'équation de Stokes pourra s'écrire $v_s = \frac{2}{9}\ \frac{c_\alpha^{-1}\rho_\alpha - \rho}{\nu}\ a^2$.

l'eau de mer et ν la viscosité cinématique de l'eau, a est défini comme étant le rayon effectif de la particule.

Il reste néanmoins que le terme « rayon effectif » est peu clair (les particules sont rarement sphériques). Il serait donc plus prudent de déterminer expérimentalement la vitesse de sédimentation limite de chaque type de particules.

Selon Sayre (1969), la « tension » de fond peut se mettre sous la forme

$$(3) \qquad [\lambda_3 \frac{\partial \overline{\rho_\alpha}}{\partial x_3} + \overline{\rho_\alpha}\ v_s]_{x_3=-h} = -\ \beta\ M + \alpha[\overline{\rho_\alpha}\ v_s]_{x_3=-h} ,$$

α et β étant deux coefficients variant entre 0 et 1 . α représente le coefficient d'absorption des particules par le lit ; il est égal à la probabilité que possède une particule sédimentant de rester sur le lit. β est un coefficient de vitesse d'entraînement défini de telle façon que $\beta\ \Delta t$ soit la probabilité que possède un certain type de particule déposée sur le lit d'être entraînée dans l'eau après un court intervalle de temps Δt . $M(x_1,x_2,t)$ est la masse de sédiments stockée par unité de surface sur le lit.

Si on néglige les interactions et les sources internes afin de mettre le phénomène de sédimentation en évidence, on peut écrire l'équation d'évolution de la concentration intégrée R_α sous la forme :

$$(4) \qquad \frac{\partial R_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \lambda_1 \frac{\partial R_\alpha}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \lambda_2 \frac{\partial R_\alpha}{\partial x_2} + \beta\ M - \alpha\ v_s\ \rho_\alpha(x_1,x_2,-h,t) .$$

Nous disposons en outre de l'équation de conservation de la masse des sédiments déposés sur le lit :

$$(5) \qquad \frac{\partial M}{\partial t} = \alpha\ v_s\ \rho_\alpha(x_1,x_2,-h,t) - \beta\ M(x_1,x_2,t) .$$

Enfin la conservation de la masse totale à la fois pour les matières en suspension et pour les sédiments s'écrira :

$$(6) \qquad \iint_D R_\alpha\ dx_1\ dx_2 + \iint_D M(x_1,x_2,t)\ dx_1\ dx_2 = \mathcal{M}(t)$$

où $\mathcal{M}(t)$ est la masse totale de particules contenues dans le domaine D étudié, à l'instant t .

En supposant connus les paramètres λ_1 , λ_2 , β , α et la concentration ρ_α au fond, les équations (4) et (5) permettent de résoudre le système.

L'équation (6), issue de la somme de (4) et (5), ne peut servir que de vérification de l'exactitude ou de la précision des calculs.

Sayre a résolu ce problème dans le cas des rivières (écoulement bidimensionnels en x_1 et x_3) ceci pour différentes valeurs de α et β comprises entre 0 et 1 .

Les cas limites sont particulièrement développés par Hutlu Sümer (1971) :

$\alpha = 0$ et $\beta = 1$: aucune particule ne se dépose et tous les sédiments sont remis en suspension ;

$\alpha = 1$ et $\beta = 0$: toutes les particules sédimentent et sont absorbées par le lit, il n'y a pas d'entraînement de particules du fond dans l'écoulement ;

$\alpha = 0$ et $\beta = 0$: le lit se comporte comme une barrière réfléchissante.

Sayre et Hutlu Sümer utilisent à cette fin la méthode des moments d'Aris qui ne demeure valable que si :

1) les coefficients tels que λ , v_s , α et β ainsi que v ne varient pas de façon significative avec la concentration de suspension ;

2) les conditions initiales du problème peuvent être raisonnablement approximées comme une source instantanée de suspension qui seront uniformément réparties sur une section ;

3) le domaine d'étude peut être approximé par un écoulement uniforme à deux dimensions.

En réalité, seule la première hypothèse est impérative. Or, étant donné la faible concentration en suspensions rencontrée en Mer du Nord (de 10 à 100 mg/l), cette première condition est toujours vérifiée.

Le problème le plus difficile est donc la connaissance des différents coefficients intervenant dans les équations.

Etude des coefficients et paramètres λ_1 , λ_2 , λ_3 , v_s , $\rho_\alpha(x_1,x_2,-h,t)$, α et β

1.- Les coefficients de diffusion turbulente des particules

Ils ont été définis par Elder [cf. Graf (1971)] tels que

(7) $$\lambda_i \frac{\partial \overline{\rho_\alpha}}{\partial x_i} = - \overline{\hat{\rho}_\alpha \hat{v}_i} .$$

Bowles et al.[cf. Bowden (1962)] trouvent dans la Manche des valeurs de

$$\lambda_1 \sim 18 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\lambda_2 \sim 1{,}1 \text{ m}^2/\text{s}$$

pour des courants moyens de 5,15 m/s . Ils attribuent les valeurs élevées de ces coefficients à l'effet de cisaillement associé au gradient vertical de vitesse dans les courants de marée.

2.- Les paramètres λ_3 et $\rho_\alpha(x_1,x_2,-h,t)$

ρ_α au fond est une condition aux limites nécessaire. Il peut être soit mesuré, soit approché par une relation le liant à d'autres paramètres physiques.

Le terme λ_3 n'intervient pas directement dans nos équations. Cependant, sa connaissance permettrait de déplacer le problème de la connaissance de ρ_α au fond par celle du gradient de concentration près du fond. En effet, par définition

$$[\lambda_3 \frac{\partial \overline{\rho_\alpha}}{\partial x_3} + \overline{\rho_\alpha} \, v_s]_{x_3=-h} = \alpha \, [\overline{\rho_\alpha} \, v_s]_{x_3=-h} - \beta \, M .$$

D'après Bowden, λ_3 serait de l'ordre de 1 m^2/s sur le fond. Sa valeur serait sensiblement le double en surface.

3.- Vitesse de sédimentation

Nous citerons quelques ordres de grandeur donnés par Mc Cave (1970).

Diamètre en	8	10	12	14	16	18	20
Vitesse $v_s \times 10^5$ m/s	1,8	2,8	4,1	5,5	7,2	9,2	11,3

Postma et Sheldon (cf. Mc Cave) donnent une valeur moyenne pour v_s de $4 \cdot 10^{-5}$ m/s avec une valeur maximum de 10^{-4} m/s . Ces valeurs sont données pour des particules de densité 1700 kg/m^3 .

4.- Les coefficients α et β

L'absorption par le lit et la remise en suspension des sédiments sont déterminées par l'état de la couche limite sur le fond et devraient pouvoir être reliées aux tensions de cisaillement exercées sur le fond.

Il apparaît [d'après Mc Cave (1970, 1971)] que le processus de dépôt peut cesser totalement pour une valeur critique de la vitesse de cisaillement $u_* = 1{,}5 \, . \, 10^{-2}$ m/s .

Dans la partie sud de la Mer du Nord, l'effet le plus important des vagues a lieu 10 à 20 % du temps et induit des vitesses maximum près du fond de 0,3 à 0,4 m/s . Il semblerait donc que les suspensions déposées soient remises en suspension uniquement par l'effet des vagues pendant 10 à 20 % du temps.

C'est une combinaison de l'effet des vagues et des courants de marée sur le fond qui détermine la valeur des coefficients α et β pour un type donné de suspension.

Le déplacement des particules sur le fond devrait également intervenir dans la mesure où il modifie la nature du sédiment remis en suspension après un certain temps suivant son dépôt. Cependant, pratiquement, ce phénomène est négligeable car les vitesses de transport sur le fond sont très faibles et n'ont d'influence que sur une échelle de temps considérablement plus grande que celle que nous considérons.

Conclusion

Il est nécessaire de connaître au même instant la répartition des concentrations et celle des vitesses.

Les marges d'erreur doivent être indiquées dans toutes les mesures.

Dans toutes les études modernes sur la dynamique des sédiments en suspension apparaît la vitesse de sédimentation v_s . Il est donc important :

- soit de déterminer directement ce paramètre ;
- soit de mesurer à la fois le diamètre effectif de ces particules et leur masse spécifique.

L'établissement d'un relevé des fonds par l'intermédiaire d'un boomer permettrait de connaître la nature des sédiments en place et d'approximer le terme M (masse des sédiments en place par unité de surface).

Enfin, des études du mouvement des sédiments par l'intermédiaire de marqueurs faciliteraient beaucoup la description du phénomène et l'établissement du modèle mathématique.

Références

BOWDEN (K.F.), (1962), *Turbulence*, in *The Sea*, London, pp. 802-825.

GRAF (W.H.), (1971), *Hydraulics of Sediment Transport*, Mc Graw-Hill, New York.

LELIAVSKY (S.), (1961), *Précis d'hydraulique fluviale*, Dunod, Paris.

MC CAVE, (1970), *Deposition of fine grained suspended sediment from tidal currents*, in *J. of Geophys. Res.*, vol. 75, n° 21.

(1971), *Wave effectiveness at the sea bed and its relationship to bedforms and deposition of mud*, in *J. of Sedimentary Petrology*, vol. 41, n° 7, pp. 89-96.

HUTLU SÜMER, (1971), *Quatorzième congrès de l'association internationale de recherches hydrauliques, Sujet A5*, pp. 33-35 ; *Sujet A10*, pp. 77-85.

NIHOUL (J.C.J.), (1970), *Mathematical Model for the Study of Sea Pollution*, Programme national belge sur l'environnement physique et biologique, Report N 1.

(1971), *Mathematical Model*, in *Proc. ICES - Meeting on pollution in the North Sea*, Lowestoft, March 25-26, 1971.

SAYRE, (1969), *Dispersion of soft particles in open channel flow*, in *J. of Hydraulics Division*, May 1969, pp. 1010-1038.