PROGRAMME NATIONAL SUR L'ENVIRONNEMENT PHYSIQUE ET BIOLOGIQUE

Pollution des Eaux

Projet Mer

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU TRANSFERT DE QUANTITE DE MOUVEMENT DE L'ATMOSPHERE A LA MER

par

Jean-Marc VANDEN-BROECK

N 43

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU TRANSFERT DE QUANTITE DE MOUVEMENT DE L'ATMOSPHERE A LA MER

par

Jean-Marc VANDEN-BROECK[1]

Institut de Mathématique - Université de Liège

Summary

According to many authors nearly all the momentum transfered across the air-sea interface enters the wave field. The theory of wave generation remains incomplete.

Using a momentum balance between the atmospheric imput, the non-linear transfer and the dissipation by breaking, we find an expression for the fractional increase in wave energy per radian which is in good agreement with the experiments of Dobson (1971). A new physical interpretation of the roughness length is introduced.

(1) Present address : Department of Applied Mathematics
The University of Adelaïde
South Australia.

INTRODUCTION

L'atmosphère et l'océan constituent deux systèmes étroitement couplés. Toute étude théorique simple des interactions air-mer, commence dès lors par une hypothèse artificielle consistant à découpler arbitrairement ces deux systèmes.

Ainsi, pour étudier le transfert de quantité de mouvement de l'atmosphère vers la mer, on construit tout d'abord un modèle simpliste pour l'atmosphère en rapprochant le problème de la turbulence au dessus d'un champ de vagues de celui de la turbulence au dessus d'une surface rigide caractérisée par une longueur de rugosité z_o. Dans le voisinage de la surface où la contrainte tangentielle τ est constante, on obtient par ce modèle un profil logarithmique de vitesse (Kraus 1967) :

$$(1) \quad \frac{U(Z)}{u^*} = \frac{1}{K} \ln \frac{z}{z_o}$$

$K \sim 0{,}4$ et u^* représentent respectivement la constante de Von-Karman et la vitesse de friction. Le coefficient de drag est défini par la relation

$$(2) \quad C_{10} = \frac{\tau}{\rho_a U_{10}^2} = \frac{u_*^2}{U_{10}^2}$$

ρ_a est la densité de l'air et U_{10} désigne la vitesse du vent mesurée à une hauteur de 10 mètres.

La longueur de rugosité z_o dépend du champ de vagues, lequel est lui-même engendré par le vent.

En se basant sur des considérations dimensionnelles, Charnock (1955) a découplé le système atmosphère-océan en posant :

$$(3) \quad z_o = \alpha \frac{u_*^2}{g}$$

où α est une constante de proportionnalité.

Notons qu'il est à priori étonnant que la rugosité soit indépendante de l'amplitude des grandes vagues.

Les valeurs de α et de C_{10} sont déterminées par mesures expérimentales (1) :

---

(1) Stewart 1974.

$$0,12 < \alpha < 0,35$$

(4)

$$C_{10} = 1,3 \cdot 10^{-3} \pm 20\ \%$$

L'analogie consistant à rapprocher le problème actuel de celui de la turbulence au dessus d'une surface rigide est évidemment imparfaite car une partie de τ est absorbée par les processus de génération de vagues. Il est dès lors plus correct d'aborder le problème en posant :

$$\tau = \tau_t + \tau_w ,$$

où τ_t et τ_w représentent respectivement les vitesses de transfert de la quantité de mouvement vers le courant de dérive et vers les vagues.

Un des problèmes fondamentaux de l'étude des interactions air-mer est de déterminer la valeur du rapport $\frac{\tau_w}{\tau}$.

Les considérations théoriques de Phillips (1966) et de Longuet-Higgins (1969b) montrent qu'il est possible de justifier la valeur du coefficient de drag (formule 4) et la formule de Charnock (formule 3) en admettant que la presque totalité de la quantité de mouvement de l'atmosphère est transférée vers les vagues possédant une vitesse de phase c faible. Ainsi dans le cas d'une mer complètement développée, ces deux théories conduisent au résultat

(5) $\tau \sim \tau_w$ pour $c \sim u_*$

Malheureusement, l'expérience (Dobson 1971, Jonswap 1973, Stewart 1961, Stewart 1974) montre que la quantité de mouvement est presque totalement transférée vers les vagues possédant une vitesse de phase correspondant au maximum du spectre de fréquence. Dans le cas d'une mer complètement développée, on a :

(6) $\tau \sim \tau_w$ pour $c \sim U_{10}$.

Ce résultat montre de façon indirecte que la théorie de génération des vagues à partir de laquelle Phillips a développé son calcul est erronée. D'après les expériences de Dobson et notre modèle (voir graphique I), la théorie de Phillips donne des résultats 5 à 8 fois plus faibles que les valeurs réelles (Dobson 1971). La théorie de Longuet-Higgins reste cependant tout-à-fait correcte, car elle ne fait intervenir aucune considération sur la génération des vagues.

De façon générale, on a dès lors, pour une mer complètement développée, la relation :

$$(7) \quad \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\substack{\text{génération}\\ \text{de vagues}}} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{breaking}} \sim \tau u_*$$

où E désigne l'énergie totale du spectre par unité de surface horizontale.

Stewart (1961, 1967, 1974) a montré que la relation expérimentale $\tau \sim \tau_w$ est une conséquence directe du caractère aérodynamiquement rugueux d'un champ de vagues. Le problème n'est cependant pas résolu, car deux difficultés apparamment insurmontables surgissent :

D'une part, Kitaigorodski (1974) envisageant le cas d'une mer complètement développée et supposant à priori que τ_w est transféré vers les vagues possédant une vitesse de phase $c \sim U_{10}$, a démontré que $\frac{\tau_w}{\tau} = 0,05$, ce qui est en contradiction avec la formule expérimentale (6).

D'autre part, l'indépendance de la longueur de rugosité vis-à-vis de l'amplitude des grandes vagues est inexplicable si on admet la formule (6).

Cependant Hasselmann (1974) a montré que des transferts non linéaires d'énergie et de quantité de mouvement des basses fréquences vers les hautes fréquences du spectre de vagues, jouent un rôle non négligeable.

La vitesse à laquelle la quantité de mouvement est transférée de façon non linéaire est donnée par la formule

$$(8) \quad \tau_{NL} = \lambda \rho_w \beta^3 C_o^2$$

où Co est la vitesse de phase correspondant au maximum du spectre de fréquence. ρ_w est la densité de l'eau, β est la constante de proportionnalité de la partie saturée du spectre de fréquence et λ est une constante de l'ordre de 0,16.

Le but poursuivi ici est de montrer que l'introduction des transferts non linéaires de Hasselmann dans un modèle simple permet de concilier les résultats apparamment contradictoires des théories antérieures.

Notre modèle nous permet d'autre part de donner une interprétation physique de la longueur de rugosité en tant que "microéchelle de Kolmogorov" du spectre de vagues.

L'accord entre notre formule théorique pour la génération des vagues et les points expérimentaux de Dobson (1971) est très satisfaisant.

MODELE

I. Cas d'une mer complètement développée.

De façon à concilier les résultats expérimentaux de Dobson, la théorie de Stewart, la formule (7) de Longuet-Higgins et la théorie de Hasselmann, nous proposons le modèle suivant : la quantité de mouvement τ_w est transmise de l'atmosphère aux vagues $c \sim U_{10}$ puis est ensuite transférée (par transfert non linéaire) vers les vagues $c \sim u_*$ où elle est dissipée par "breaking".

On a dès lors :

(9) $\tau_w = \tau_{\text{Non Linéaire}} = \tau_{\text{breaking}}$

Par conséquent,

(10) $\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{breaking}} \sim \tau_w \, u_*$

Cette formule revient à la formule (7) si l'on admet conformément à l'expérience que $\tau_w \sim O(\tau)$.

Dans notre modèle, nous supposons en fait que l'énergie et la quantité de mouvement extraites de l'atmosphère sont transmises par une cascade de processus non linéaires des grandes vagues $c \sim U_{10}$ vers les petites $c \sim u_*$ où elles sont dissipées par breaking.
Il y a dès lors analogie entre notre modèle et la théorie des microéchelles de Kolmogorov pour la turbulence (e.g. H. Tennekes and J.L. Lumley, 1972). En effet, dans la théorie de Kolmogorov, l'énergie extraite de l'écoulement moyen est transférée sous la forme d'une cascade d'énergie des gros tourbillons vers les petits tourbillons où elle est dissipée par viscosité.

Dans notre cas, l'accélération de la pesanteur g est le paramètre de dissipation par breaking : g joue en fait le même rôle que la viscosité cinématique dans la théorie de Kolmogorov.

En vertu de la formule (10), le flux d'énergie transféré dans le spectre (énergie par unité de surface horizontale, de masse et de temps) est donnée par

(11) $\varepsilon \sim \gamma \, u_*^3$

où $\gamma = \dfrac{\tau_w}{\tau}$

Nous admettrons conformément à l'expérience dans la suite du raisonnement que $\gamma \sim O(1)$. Comme par définition d'un état de mer complètement développé, la vitesse à laquelle l'énergie est dissipée par breaking est égale à la vitesse à laquelle l'énergie est extraite de l'atmosphère ; l'analogie entre notre modèle et la théorie de Kolmogorov est complète.

La longueur de rugosité est dès lors la "longueur de Kolmogorov" du spectre de vagues.

On a donc :

$$z_o \doteq \frac{(\varepsilon)^{\frac{2}{3}}}{g} \sim \frac{u_*^2}{g}$$

Nous retrouvons donc par ce raisonnement simple la formule (3) de Charnock. L'indépendance de z_o vis-à-vis de l'amplitude des grandes vagues est une conséquence directe des transferts non linéaires.
En vue de tester la validité de notre modèle, calculons directement γ à l'aide des formules (2), (8) et (9) :

(12) $\gamma = \dfrac{\tau_w}{\tau} = \dfrac{\lambda \, \rho_w \, \beta^3}{\rho_a \, C_{10}}$

Introduisant les valeurs numériques

$$(13) \begin{cases} \beta \sim 1{,}3 \, . \, 10^{-2} \\ C_{10} \sim 10^{-3} \\ \dfrac{\rho_a}{\rho_w} = 1{,}3 \, . \, 10^{-3} \\ \lambda = 0{,}16 \end{cases}$$

on a

(14) $\gamma \sim 0{,}3$.

On peut penser cependant qu'il existe des phénomènes de breaking supplémentaires pour des vitesses de phase supérieures à u_* mais néanmoins nettement inférieures à U_{10} en vertu de notre interprétation de z_o . Il faut donc regarder cette valeur de γ comme une borne inférieure.

Il est clair d'autre part que τ_w ne peut pas dépasser τ - γ a donc une borne supérieure égale à 1.

On a donc :

(15) $0{,}3 \leq \gamma \leq 1$

II. Mer se développant sous l'action du vent

Suivant l'idée de Kitaigorodsky (1974) nous proposons de représenter, en première approximation, le spectre de fréquence des vagues non complètement développées par la formule

(16) $$F(\sigma) = \begin{cases} \beta\ g^2\ \sigma^{-5} & \text{pour} \quad \sigma \geq \sigma_o \\ 0 & \text{pour} \quad \sigma < \sigma_o \end{cases}$$

où $\sigma_o = \dfrac{g}{C_o(t)}$ est une fonction du temps.

La quantité de mouvement τ_w transférée de l'atmosphère au champ de vagues, est partiellement absorbée par la croissance du spectre vers les basses fréquences. La quantité de mouvement restante est alors transférée de façon non linéaire vers les petites vagues où elle est dissipée par breaking.

Selon notre modèle :

(17) $$\tau_{\text{breaking}} = \tau_{\text{non linéaire}} = \lambda\ \rho_w\ \beta^3\ C_o^2$$

Par conséquent :

(18) $$\gamma\ \rho_a C_{10}\ U_{10}^2 = \tau_{\substack{\text{croissance}\\ \text{du spectre}}} + \tau_{\text{non linéaire}}$$

La quantité de mouvement et l'énergie pour la totalité du spectre et par unité de surface horizontale, sont données par :

$$(19)\begin{cases} M = \rho_w \, g \int_0^\infty \frac{F(\sigma)}{C} \, d\sigma \\ E = \rho_w \, g \int_0^\infty F(\sigma) \, d\sigma \end{cases}$$

Introduisant la formule (17) dans les expressions (19), on trouve :

$$(20)\begin{cases} M = \frac{\beta \, \rho_w}{3} \, \frac{C_o^3}{g} \\ E = \frac{\beta \, \rho_w}{4} \, \frac{C_o^4}{g} \end{cases}$$

D'autre part :

$$(21) \quad \tau_{\substack{\text{croissance} \\ \text{du spectre}}} = \frac{dM}{dt} = \frac{\beta \, \rho_w}{4} \, C_o^2 \, \frac{1}{\sigma_o E} \, \frac{dE}{dt}$$

Substituant (17) et (21) dans (18) , on obtient :

$$\gamma \, \rho_a \, C_{10} \, U_{10}^2 = \frac{\beta \, \rho_w}{4} \, C_o^2 \, \frac{1}{\sigma_o E} \, \frac{dE}{dt} + \lambda \, \rho_w \, \beta^3 \, C_o^2$$

Posant

$\xi = \frac{1}{\sigma_o E} \frac{dE}{dt}$ et introduisant les valeurs numériques (13), on a :

$$(22) \quad \xi = \frac{\rho_a}{\rho_w} \left(\gamma \; 0,3 \, \frac{U_{10}^2}{C_o^2} - 0,08 \right)$$

Nous avons donc ainsi obtenu une formule théorique pour l'accroissement d'énergie par génération de vagues en tenant compte des transferts non linéaires de Hasselmann.

COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

En vue d'étudier le transfert d'énergie et de quantité de mouvement de l'atmosphère vers les vagues, Dobson (1971) a effectué tout un ensemble de mesures expérimentales correspondant à divers états de mer. Chaque groupe de mesures représenté à la figure 1 correspond à des valeurs fixées de la vitesse du vent, du fetch et de la profondeur (Dobson, 1971).

En vertu de notre modèle, tous les points expérimentaux doivent se situer entre les courbes décrites par l'équation (22) pour les bornes inférieure et supérieure du paramètre γ (voir équation 15).

Pour faciliter la comparaison, la fonction ξ a été exprimée en fonction de $\frac{c}{u_*}$ à l'aide de la formule (2).

Le graphique montre qu'il en est ainsi pour la presque totalité des points situés dans la région $\xi > 0$. Les points de la région $\xi < 0$ ne sont pas décrits par notre modèle car ils ne correspondent pas à un transfert d'énergie de l'atmosphère aux vagues.

Dobson a d'autre part déterminé expérimentalement un ordre de grandeur de γ pour les différents groupes.
Les groupes 4a et 4b sont caractérisés par des γ plus faibles que les autres groupes. Ceci s'explique aisément à l'aide de notre modèle, car les points de ces groupes sont les plus voisins de la courbe $\gamma = 0,3$.

Dans le cas particulier du groupe 6 , Dobson a effectué une mesure plus précise et a montré que :

$$\gamma = 0,8 \pm 30\ \%$$

Cette valeur est en parfait accord avec la théorie et constitue un argument en faveur de notre modèle.

LEGENDE DE LA FIGURE

Points expérimentaux de Dobson :

⊖ groupe 1.

○ groupe 2a.

◦ groupe 2b.

☆ groupe 3.

□ groupe 4a.

▣ groupe 4b.

△ groupe 6.

—— courbes limites obtenues par le modèle théorique.

---- courbe obtenue par Phillips (1966)

BIBLIOGRAPHIE

BARNETT et al. 1973. Measurements of Wind Wave Growth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Woods Hole Oceanographic Institution. Contribution n°2911.

CHARNOCK, H. 1955. Wind Stress on a Water Surface. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 81, 639-642.

DOBSON, F.W. 1971. Measurements of Atmospheric Pressure on Wind Generated Sea-Waves. J. Fluid Mech. 48, 1, 91-127.

HASSELMANN, K. 1974. On the Spectral dissipation of Ocean Waves due to White Capping. Boundary Layer Meteorol. Vol.6, 107.

KITAIGORODSKY, S.A. & ZASLAVSKY, M.M. 1974. A Dynamical Analysis of the Drag condition at the Sea Surface. Boundary Layer Meteorol. Vol. 6, 53.

KRAUS, E.B. 1967. Advances in Geophysics. 1 2, 213.

LONGUET-HIGGINS, M.S. 1969b. On wave breaking and the equilibrium spectrum of wind generated waves. Proc. Roy. Soc. A310 151-159.

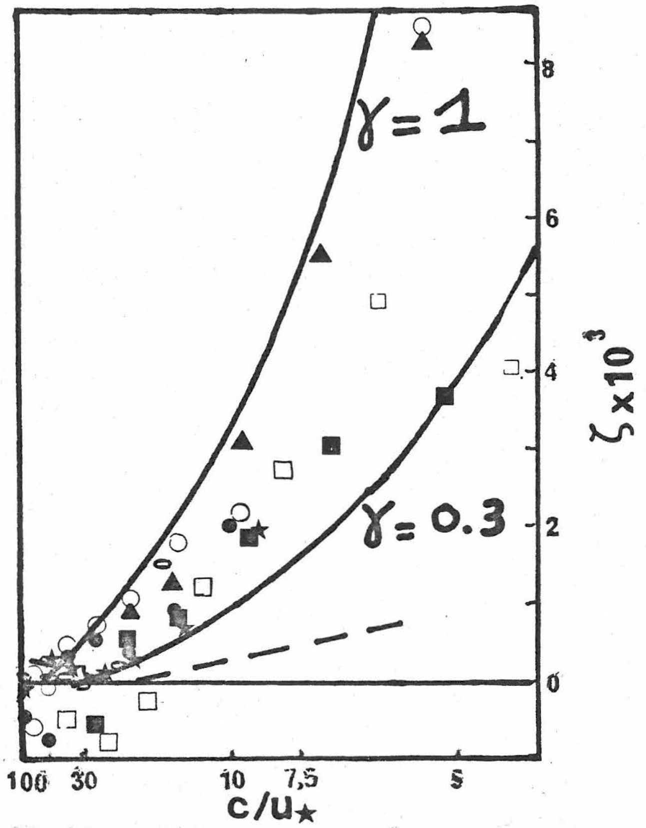
PHILLIPS, O.M. 1966. The Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge Univ. Press, London and New York.

STEWART, R.W. 1961. The Wave Drag of Wind over Water. J. Fluid Mech. 10, 189.

STEWART, R.W. 1967. Mechanics of the Air-Sea Interface. Phys. Fluids Suppl. 10 S47.

STEWART, R.W. 1974. The Air-Sea Momentum Exchange.Boundary-layer Meteorol. Vol. 6, 151.

TENNEKES, H. & J.L. LUMLEY. 1972. A first course in turbulence. The M.I.T. Press.


γ = 1
γ = 0.3
8
6
4
2
0
ζ x10³
100
30
10
7,5
5
c/u★