TRAITÉ
DE NAVIGATION.

Ouvrages de MARINE sous presse chez le même Libraire.

Recueil complet des Tables utiles à la Navigation, traduit de l'anglais de John-William Norie, Professeur d'Hydrographie à Londres; précédé d'un Abrégé de Navigation pratique, contenant ce qui est nécessaire et indispensable à toutes les classes de marins, enrichi de plus, d'un Vocabulaire des termes les plus usités dans la Marine; le tout extrait des meilleurs Auteurs Français, Anglais, Espagnols, etc., recueilli, mis en ordre et augmenté de Remarques et Observations nouvelles, par P. A. Viollaine, ex-Commissaire de Marine, Professeur de Mathematiques et de Navigation, etc. 1 vol. in-8. (Sous presse, pour paraître le 15 décembre 1814), chez le même Libraire.

ROMME, correspondant de l'Académie des Sciences de Paris et de l'Institut de France, Professeur de Mathématiques et d'Hydrographie au port de Rochefort, l'ART DE LA MARINE, ou Principes et Préceptes généraux de l'art de construire, d'armer, de manœuvrer et de conduire des vaisseaux; seconde édition entièrement refondue et considérablement augmentée par l'auteur, &c., 1 vol. in-4., avec planches. (Pour paraître fin de Janvier 1815.

CONNAISSANCE DES TEMPS à l'usage des Astronomes et des Navigateurs, publiée par le Bureau des Longitudes de France, pour l'année 1817.

Outre un Assortiment considérable de livres de Mathématiques, de Physique, d'Astronomie, etc., que le même Libraire est connu pour tenir spécialement, on trouve aussi chez lui un grand nombre d'ouvrages sur la MARINE, dont il distribue le Catalogue *gratis* aux personnes qui lui en font la demande.

TRAITÉ
DE NAVIGATION;

Par BEZOUT.

NOUVELLE ÉDITION,

Revue et augmentée de Notes et d'une Section supplémentaire où l'on donne la manière de faire les Calculs des Observations, avec des nouvelles Tables qui les facilitent;

Par M. DE ROSSEL,

Ancien Capitaine de Vaisseau; Directeur-Adjoint du Dépôt général de Cartes, Plans, et Archives de la Marine et des Colonies; Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes de France.

PARIS,

Mme Ve Courcier, Imprim.-Lib., pour les Mathématiques et la Marine, quai des Augustins, n° 57.

Novembre 1814.

PRÉFACE DE L'ÉDITEUR.

Le but de M. Bezout, en publiant à la suite de son Cours, le *Traité de Navigation*, dont on donne une nouvelle édition, était de faire voir la facilité avec laquelle on pouvait expliquer toutes les pratiques de la Navigation par le seul secours des principes de l'Arithmétique et de la Géométrie, en y comprenant les deux Trigonométries. Les suffrages universels qu'il a obtenus, font assez connaître le succès avec lequel il a rempli la tâche qu'il s'était imposée. Son *Traité de Navigation* sert à présent à l'instruction des marins de toutes les classes; et s'il laisse quelque chose à desirer, ce ne peut être qu'à l'égard de la pratique des calculs des observations que l'on fait en mer, qui a fait de très-grands progrès depuis la publication du *Cours de Mathématiques* à l'usage des Gardes du pavillon et de la marine. On a cru rendre un service aux navigateurs, en réunissant dans une Section supplémentaire, placée à la fin de l'ouvrage, tous les calculs qui y ont rapport, et en ajoutant à la suite des tables que M. Bezout a publiées, de nouvelles tables d'un usage plus commode, et qui, ayant été calculées d'après les théories les plus récentes, procureront une plus grande précision dans les résultats.

A l'époque où M. Bezout a écrit son *Traité de*

Navigation, les distances de la lune au soleil et aux étoiles n'étaient pas insérées comme elles l'ont été depuis dans la *Connaissance des Temps*. On était obligé, après avoir corrigé la distance observée, de calculer la différence en longitude des deux astres, et de conclure la longitude de la lune, de celle du soleil. Cette longitude obtenue par l'observation, et comparée à celle des tables, donnait la longitude terrestre par une opération analogue à celle que l'on pratique, lorsqu'on emploie directement les distances. Les calculs étaient beaucoup plus longs : on a donné dans la Section supplémentaire ceux qui sont les plus usités. La méthode que l'auteur enseigne pour corriger la distance des effets de la parallaxe et des réfractions, est une méthode d'approximation, qui peut devenir embarrassante par des distinctions de cas, et a de plus l'inconvénient de ne pas comporter toujours une précision suffisante, parce que l'auteur s'est borné aux deux premières corrections. Comme ces sortes de Méthodes ont quelques avantages, on en a donne une de M. Mendoza-Rios, dont les opérations sont uniformes, et au moyen d'une troisième correction elle a toute la précision nécessaire.

La méthode de Borda se trouve aussi dans la Section supplémentaire, développée avec de grands détails : c'est celle dont il faut recommander de se servir de préférence. On verra aussi comment on doit se procurer les hauteurs ou les calculer, ainsi que l'heure du vaisseau.

On s'est étendu sur les montres marines, qui, depuis la première impression de ce Traité, ont rendu de si grands services à la Navigation et à l'Hydrographie. La manière de les régler, de calculer la longitude par les montres, et de corriger, dans certains cas, ces longitudes, est l'objet d'un grand nombre de méthodes et de remarques, dont l'expérience a constaté l'utilité.

Le grand avantage de se procurer la latitude, lorsqu'on ne peut pas observer la hauteur méridienne, a engagé à développer les calculs, de la méthode que M. Bezout n'a fait qu'indiquer, et qui certainement est la meilleure. Mais si l'on veut obtenir la latitude avec une très-grande précision, lorsque le soleil paraît à midi, on emploiera la méthode des hauteurs prises près du méridien, dont on n'a pas manqué de faire connaître l'exactitude.

La précision des relèvemens astronomiques, soit pour obtenir la déclinaison de l'aiguille aimantée, soit pour faire des cartes marines, doit les faire adopter généralement dans les opérations délicates; aussi n'a-t-on pas négligé de faire connaître la manière de faire ce genre d'observations et de les calculer.

L'intention de l'auteur de la Section supplémentaire n'a pas été de donner aux marins des méthodes nouvelles pour calculer leurs observations, mais de réunir dans un Ouvrage pour lequel ils ont une estime bien fondée, le choix des méthodes que l'usage a consacrées. S'ils y trouvent quelques préceptes ou remarques dont ceux qui l'ont précédé ne font pas mention, il les a déjà publiées dans d'autres Ouvrages, et l'opinion des marins qu'il a eu occasion de consulter, lui fait espérer qu'elles ne seront pas sans utilité.

PRÉFACE.

En publiant le premier volume du Cours dont celui-ci fait partie, nous avons dit que presque toutes les méthodes en usage dans la Navigation étaient fondées sur des connaissances mathématiques. Après avoir exposé ces connaissances, il est donc naturel que nous en fassions voir la liaison avec la pratique de la Navigation, et leur utilité pour sa perfection. C'est l'objet de l'ouvrage que nous publions aujourd'hui.

Les méthodes les plus usuelles de la Navigation ne supposent d'autres principes que ceux que nous avons donnés dans nos deux premiers volumes, et n'en supposent même qu'une partie. Mais il en est d'autres non moins utiles qui, ou supposent à la rigueur les connaissances établies dans les volumes suivans, ou du moins en tirent beaucoup de secours; comme celles-ci ne sont pas absolument indispensables, nous les avons distinguées des premières par un caractère d'impression plus petit : elles forment la quatrième section.

Les trois premières sections comprennent donc les règles ordinaires du pilotage, présentées dans l'ordre qui nous a paru le plus propre à en faciliter l'intelligence, et à les fixer dans la mémoire.

Dans la première, nous supposons d'abord que les moyens qu'on emploie pour mesurer le sillage et connaître la direction de la route, sont suffisamment exacts, et nous faisons voir comment, dans cette supposition, on détermine toutes les circonstances de la route du vaisseau. La solution des questions relatives à cet objet, peut être exécutée de plusieurs manières, dont les principales sont l'usage des cartes, celui du quartier de réduction, et le calcul. Mais la conclusion à laquelle on tend, c'est-à-dire la question de connaître la position actuelle du vaisseau à l'égard de la terre, suppose toujours une comparaison du résultat de cette solution avec les cartes; ainsi l'usage des cartes étant fondamental, nous avons débuté par en enseigner la construction. Quoique les cartes géographiques ordinaires ne soient pas celles dont on fait usage dans la Navigation, nous n'avons pas moins jugé à propos d'exposer les principes de leur construction : cela était au moins utile pour faire bien connaître la nature de celles qu'on leur substitue. Mais nous ne nous en sommes occupés qu'autant que cela était nécessaire pour cet objet. Cette préparation a dû naturellement être précédée de l'exposition des idées les plus élémentaires sur la figure et les dimensions du globe que nous habitons, et sur le rapport qu'il y a entre la position de ses parties et celles du ciel. Nous nous sommes donc attachés d'abord à exposer celles de ces connaissances qui ont le rapport le plus immédiat avec la construction des cartes, réservant pour les sections suivantes, les autres connaissances de la sphère et de l'astronomie, qui peuvent être utiles dans la Navigation.

Après avoir enseigné la construction des cartes, nous en faisons voir l'usage. De là nous passons à l'exposition des principes fondamentaux de la réduction des routes, principes que nous appliquons d'abord aux cartes réduites, ensuite en employant le quartier de réduction, enfin à l'aide du calcul.

Les objets compris dans cette section suffiraient presque pour la résolution des questions de Navigation, si les deux élémens qu'on emploie, le sillage et le rumb de vent, étaient susceptibles d'une mesure bien exacte. Mais quand on supposerait les deux instrumens qui servent à les mesurer, capables de la plus grande exactitude, leur secours ne suffit pas toujours, et manque quelquefois. Les tempêtes, les courans, ou interdisent tout-à-fait l'usage du loch, ou en rendent le témoignage fort incertain; l'aiguille aimantée ne conserve pas partout une même position. Il faut donc pouvoir vérifier et rectifier ces élémens. C'est dans l'observation des astres qu'on en trouve les moyens.

La seconde section est destinée à l'exposition des connaissances astronomiques nécessaires à cet objet, et la troisième en fait connaître l'application. En parlant de l'usage des observations de latitude pour la correction des routes, nous avons fait une division des différentes suppositions qu'on peut faire sur le sens dans lequel le rumb et la route peuvent pécher; cette division, qu'il ne paraît pas qu'on ait envisagée jusqu'ici, est d'autant plus nécessaire, quand on prend le parti de faire des corrections, que si on n'y a pas égard, on s'expose à appliquer la correction en sens contraire à celui qu'elle doit avoir. Au reste, les corrections ayant toujours quelque chose d'arbitraire, ou du moins de fort conjectural, on ne peut apporter trop d'attention dans la discussion des motifs d'après lesquels on les fait. Mais l'incertitude qui reste toujours sur ce point, doit engager de plus en plus les navigateurs à se mettre au fait de la méthode de trouver les longitudes par l'observation des distances d'étoiles à la lune ou au soleil. C'est par cette méthode que nous terminons la troisième section.

Nous nous étions d'abord proposé de suivre, du moins quant au calcul, la méthode que l'on trouve dans l'excellent ouvrage de M. Bouguer (édition de M. l'abbé de la Caille); mais l'Almanach Nautique qu'elle suppose (*) n'existant point, et n'y ayant pas encore apparence que quelqu'un se charge de sa construction annuelle, nous avons cru devoir ne supposer que ce que l'on rencontre plus facilement; savoir, le livre de la *Connaissance des Temps*, espèce d'état du ciel, que l'Académie publie chaque année. Mais, comme les lieux de la lune n'y sont calculés que de 12 en 12 heures, ce qui n'est pas suffisant pour cet objet, nous avons donné en même temps le moyen d'y suppléer par une règle connue et simple que fournit immédiatement la méthode des interpolations dont nous avons parlé dans l'Algèbre.

Quant à la quatrième section, nous nous sommes proposé d'y traiter plus à fond plusieurs des objets déjà examinés dans les trois premières; nous y avons compris les règles des variations des parties des triangles sphériques. Cette matière a plus d'une sorte d'utilité; elle peut servir à juger de la bonté ou des défauts de certaines méthodes qu'on se proposerait d'employer; à discuter les circonstances les plus favorables à certaines observations, etc.

Il m'a paru utile d'examiner l'effet que pourrait produire, dans les observations, le défaut de parallélisme des deux faces de chaque miroir de l'octant, en supposant ce défaut très-petit. Cet examen fait voir que la correction de l'erreur produite par le petit miroir, est comprise dans la vérification ordinaire du parallélisme des deux miroirs entr'eux. Quant à celle qui peut résulter du défaut de parallélisme des deux faces du grand miroir, elle est variable selon la grandeur des arcs observés. Je donne une table à l'aide de laquelle on trouvera la correction qu'on doit faire à ces arcs, lorsqu'on aura déterminé une quantité que j'indique, et qu'il suffit de déterminer, une fois pour toutes, pour un même octant; je donne aussi la manière de déterminer cette quantité. Il paraît, d'après

(*) La *Connaissance des Temps* a été publiée depuis, avec les distances de la lune au soleil et aux étoiles; il est nécessaire de donner aux marins des méthodes qui puissent les faire profiter des avantages que ces Ephémérides peuvent leur procurer : on les trouvera à la fin de cette nouvelle édition. *Note de l'Éditeur.*

quelques observations que j'ai faites avec M. de Chabert, capitaine de frégate, très-exercé dans les observations astronomiques, que l'on ne peut guère se dispenser d'avoir égard à cette correction. A l'aide d'un excellent quart de cercle que cet académicien a bien voulu faire transporter à la campagne, nous avons trouvé l'erreur du grand miroir, de près de 6 minutes, pour 85° 12′, et elle croît encore à mesure que l'angle observé est plus grand.

L'examen de l'erreur que l'on peut commettre en faisant usage du moyen parallèle dans la réduction des routes; quelques recherches sur la correction de la longitude par l'observation de la latitude; l'application de la même méthode à la résolution de la sixième question de Navigation; la correction que peut exiger l'aplatissement de la terre; quelques exemples de l'usage de l'analyse dans la trigonométrie sphérique, appliqués à des cas qui peuvent avoir lieu dans la Navigation; enfin, quelques additions à la méthode de trouver les longitudes en mer par les distances des étoiles à la lune ou au soleil, sont les principaux objets compris dans cette section; objets ou nécessaires ou utiles, mais qui n'étant point d'une application indispensable, et exigeant (du moins quelques-uns) des connaissances ultérieures aux deux premiers volumes de ce Cours, nous ont paru ne devoir être proposés qu'à ceux qui veulent se mettre en état de perfectionner l'art de la Navigation.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE SECTION,

SECONDE SECTION,

TROISIÈME SECTION,

QUATRIÈME SECTION,

SECTION SUPPLÉMENTAIRE. 255

FIN DE LA TABLE.

ERRATUM.

Page 66, dans l'exemple, différence en latitude 2° 50′, *lisez*, 2° 58′.

TRAITÉ DE NAVIGATION.

PREMIÈRE SECTION,

Dans laquelle on donne les connaissances nécessaires pour la construction et l'usage des Cartes, et où l'on enseigne les principales méthodes pour résoudre les questions de Navigation.

1. La partie de la navigation dont il s'agit ici, a pour objet de déterminer toutes les circonstances de la route d'un vaisseau, c'est-à-dire, d'assigner, à chaque instant, le lieu de la mer où il se trouve, et la direction qu'il doit suivre pour se rendre à un lieu proposé. Cette partie de la navigation se nomme *pilotage*, et on en distingue de deux sortes; le *cabotage*, et la navigation *hauturière*.

Le cabotage consiste à aller de *cap* en *cap*, ou le long des côtes, sans perdre la terre de vue. Il est fondé sur une connaissance détaillée des différentes parties des côtes, des rades, des havres, des rivières, des écueils, des sondes, des courans, des marées, etc., c'est-à-dire qu'il porte principalement sur des connaissances de fait, et par conséquent sur l'expérience.

La navigation hauturière est celle qui se fait en pleine mer et hors de la vue des côtes. Elle est ainsi nommée parce qu'on y fait souvent usage de la hauteur des astres pour se guider. On rapporte ensuite ces observations sur des cartes où sont marquées les positions respectives des différentes parties du globe terrestre : et par cette comparaison on détermine le lieu où l'on est arrivé, et la route qu'on doit tenir pour achever sa course.

L'une et l'autre de ces deux navigations suppose donc une description des lieux que l'on a à parcourir. La première n'embrassant que des espaces de peu d'étendue, n'a besoin, pour la formation de la plupart des plans dont elle fait usage, d'autres principes que ceux que nous avons donnés en Géométrie. Quant aux cartes que la navigation hauturière emploie, elles exigent d'autres connaissances. Comme elles doivent représenter la position des lieux, relativement aux parties principales du globe terrestre, et que d'ailleurs leur construction doit, autant qu'il est possible, fournir les moyens les plus faciles d'y représenter la route que le vaisseau est estimé avoir tenue, ou celle qu'il doit tenir, nous devons, pour en donner une connaissance suffisante, commencer par examiner la figure et les dimensions du globe que nous habitons; faire voir de quelle manière on en fixe les principaux points; pourquoi la méthode la plus naturelle pour les représenter sur une carte, n'est pas celle qui convient le mieux aux usages de la navigation; enfin quelle est celle qu'il convient de suivre, et quels sont ses avantages.

De la figure du Globe terrestre; apparences qui résultent de cette figure et du mouvement de ce Globe sur lui-même. Des principaux Cercles qu'on a imaginés pour fixer la position de ses parties.

2. La surface de la terre n'est pas ce qu'elle semble au premier coup-d'œil : ce n'est pas une surface

plane sur laquelle sont répandues assez irrégulièrement des montagnes et des vallées. Dès qu'on change de place pour se transporter à des distances un peu considérables, on s'aperçoit bientôt que les objets dont on s'éloigne disparaissent, et que de nouveaux s'offrent à la vue. Ce changement d'aspect ne vient pas seulement de ce que la lumière qui vient des objets éloignés est trop affaiblie pour nous les rendre sensibles; il a lieu aussi parce que ces objets sont cachés par la surface de la terre ou de la mer, et que les rayons de lumière, qui partant de ces objets se dirigent vers l'œil, sont arrêtés par la surface de la terre ou de la mer élevée, pour ainsi dire, entr'eux et nous.

Supposons, par exemple, que *CRB* (*fig.* 1) représente une partie de la surface de la mer; que *AB* soit un objet, et *OC* la hauteur de l'œil d'un spectateur. Pour que l'œil *O* puisse apercevoir le point *A* de l'objet *AB*, il faut que la droite *AO*, imaginée par les deux points *O* et *A*, ne rencontre pas la surface *CRB*. Si elle la rencontre, l'œil ne pourra voir le point *A* qu'en s'élevant à une hauteur *CO'* plus grande que *CO*, et telle que la ligne *O'A* ne rencontre point la surface *CRB*, ou ne fasse tout au plus que l'effleurer. Mais dans ce dernier cas, il ne verrait encore que le point *A* de l'objet *AB*. Si l'œil *O* continue de s'élever, alors il pourra voir non-seulement le point *A*, mais encore toute la partie *AB'* de l'objet *AB*, comprise entre la ligne *O'A* et la tangente *O'B'* menée du lieu actuel *O'* de l'œil, à la surface *CRB*.

Mais si la surface de la terre était plane, comme *CB* (*fig.* 2), dès que l'objet *AB* serait devenu invisible à la distance *BC*, sans l'interposition d'aucun objet, et seulement parce qu'il serait hors de la portée de la vue, il le serait également à la distance *O'A*, si on s'élevait à la hauteur CO', et encore plus, si on s'élevait plus haut.

Puis donc qu'à la mer, lorsqu'après avoir perdu de vue un objet élevé AB (*fig.* 1) situé sur la côte, on le revoit néanmoins en montant à la hune, c'est une preuve que les rayons visuels étaient interceptés par la convexité CRB de la mer : il en serait de même si on s'élevait dans une vaste plaine sur la terre; donc la surface de la terre est courbe.

3. Plusieurs observations ont fait connaître non-seulement que la surface de la terre est courbe, mais encore qu'elle est sphérique, ou à très-peu près sphérique; c'est-à-dire que tous les points de cette surface sont également éloignés d'un même point, ou à très-peu près également éloignés. Nous la regarderons comme parfaitement sphérique, dans le cours de cet ouvrage : nous examinerons cependant, dans la quatrième section, jusqu'à quel point il est nécessaire d'avoir égard à sa véritable figure. Mais nous devons observer dès à présent, que s'il est des cas où l'on ne puisse se permettre de regarder la terre comme exactement sphérique, ce n'est pas parce que sa surface est couverte en plusieurs endroits, de chaînes de montagnes plus ou moins élevées. La hauteur de ces montagnes est comme nulle en comparaison du diamètre de la terre. En effet la plus haute montagne connue ne s'élève pas à plus de 3220 toises au-dessus du niveau de la mer; or le diamètre de la terre est de 6537167 toises; d'où il est facile de conclure que cette élévation n'est, à l'égard du globe terrestre, que ce que serait une inégalité d'environ $\frac{2}{5}$ de ligne sur un globe de 10 pieds de diamètre; et la plus grande partie des autres montagnes est bien au-dessous de cette hauteur.

4. Le globe terrestre est à l'égard des corps qui sont à sa surface, à peu près ce que serait une pierre

d'aimant à l'égard de plusieurs morceaux de fer placés à sa surface ou dans le voisinage de cette surface. Tous les corps qui environnent la terre tendent à se précipiter vers le centre en vertu de leur pesanteur; ensorte que les habitans situés sur des points opposés *A* et *B* (*fig.* 3) du globe, et qu'on appelle *antipodes*, sont poussés vers le centre *C*, suivant des directions opposées.

En voyant les corps, dans les pays que nous habitons, tomber perpendiculairement à la surface de la terre, ou suivant des directions parallèles à *DA*, nous sommes portés à croire que ceux qui seraient dans le voisinage de la partie opposée *B*, devraient tomber suivant *BF*, mais c'est tout le contraire: la même cause qui fait tomber suivant *DAC*, un corps placé en *D*, fait tomber suivant *EMC* celui qui serait placé en *E*, et suivant *FBC* celui qui serait placé en *F*; ensorte que toutes les parties de la terre et des eaux, par leur tendance commune vers *C*, se tiennent mutuellement en équilibre autour de ce même centre.

5. Il faut se représenter que la terre est un globe placé au-dedans d'un autre globe immense qu'on appelle le *ciel*. Les habitans qui sont en *A* voient une partie du ciel; ceux qui sont en *B* voient l'autre; ceux qui sont en *M* voient une partie de ce qui est visible en *A*, et une partie de ce qui est visible en *B*.

Soit *T* la terre (*fig.* 4), *A* et *B* deux points opposés de la surface; si par les deux points *A* et *B* on conçoit deux plans tangens à cette surface (lesquels seront parallèles), et qu'on les imagine prolongés de toutes parts, jusqu'à ce qu'ils rencontrent le ciel et y forment les sections circulaires *HOZR*, *H'O'Z'R'*; alors *HOZR* sera ce qu'on appelle l'*horizon sensible du lieu* A, et *H'O'Z'R'* sera l'*horizon sensible du lieu* B, qui est l'antipode de *A*.

L'horizon sensible est donc un cercle qui touche la surface de la terre, il sépare la partie visible du ciel, de la partie invisible. Un observateur dont l'œil serait placé en A ne peut voir que ce qui est au-dessus du plan $HOZR$, et la surface de la terre lui empêche de voir ce qui est au-dessous. L'antipode B, au contraire, ne peut voir que ce qui, par rapport à lui, est au-dessus du plan $H'O'Z'R'$. Il paraît donc qu'il y a entre ces deux horizons un espace, une zone qui ne peut être vue ni de l'observateur A, ni de son antipode B; et cela est vrai à la rigueur, du moins en supposant l'œil de l'observateur à la surface. Mais le diamètre AB de la terre est si petit en comparaison de la distance de la terre au ciel, c'est-à-dire aux étoiles, que l'arc HH' compris entre ces deux horizons est absolument insensible ; ensorte que ces deux horizons peuvent être pris l'un et l'autre pour un seul et même horizon qui passerait par le centre T de la terre, et qu'on appelle *horizon rationnel.*

L'horizon rationnel est donc un cercle qui passe par le centre de la terre, et qui est parallèle à l'horizon sensible. C'est un grand cercle de la sphère céleste.

6. Si par le centre T de la terre on imagine une droite LK perpendiculaire à l'horizon rationnel (et par conséquent à l'horizon sensible), les points K et L, où l'on peut imaginer que cette droite rencontre la sphère céleste, s'appellent les *pôles de l'horizon.* Celui qui est au-dessus de la tête de l'observateur s'appelle le *zénith*, et celui qui est sous ses pieds s'appelle le *nadir.* Ainsi K est le zénith d'un observateur placé en A; et L est son nadir. C'est le contraire pour un observateur placé en B.

7. Puisque la figure de la terre est sphérique, dès qu'un observateur se meut il change d'horizon,

d'antipodes, de zénith et de nadir; il cesse de voir certaines parties du ciel et en découvre de nouvelles. Donc, réciproquement, si la terre, le ciel et les différens astres qu'on y voit, étaient immobiles, dès qu'un observateur apercevrait quelque changement dans la situation des astres, il pourrait en conclure qu'il a lui-même changé de place, et se servir de cette différence d'aspect, pour connaître la différence de sa situation actuelle à la première.

Mais comme la terre n'est point immobile, que d'ailleurs tous les astres ne sont pas fixes dans le ciel, avant que d'entreprendre de faire usage des différens aspects sous lesquels le ciel se présente, pour déterminer la position d'un lieu sur la terre, il faut savoir quelles apparences le mouvement de la terre et celui des astres peuvent offrir à un observateur qui resterait constamment en un même lieu sur la surface du globe. Pour ne point embrasser trop d'objets à la fois, bornons-nous, pour le présent, à ce qui regarde le mouvement de la terre, et celui que les astres paraissent avoir en vertu de ce même mouvement.

8. Soit donc $EPTp$ (*fig.* 5) le globe terrestre. Concevons que ce globe tourne uniformément autour de l'un Pp de ses diamètres que nous appellerons l'*axe*; il est clair 1°. que chaque point L de la surface de la terre décrit un cercle qui a son centre I dans l'axe Pp, et pour rayon la perpendiculaire LI menée sur Pp; 2°. que le point E également éloigné des deux points P et p qu'on appelle les *pôles*, décrit le plus grand cercle. Ce cercle s'appelle l'*équateur*, parce qu'il partage le globe en deux parties égales; il est perpendiculaire à l'axe Pp.

Chaque moitié du globe comprise entre l'équateur et l'un des pôles, s'appelle *hémisphère*. On appelle hémisphère *boréal*, ou *septentrional*, ou *arctique*, celui qu'habitent les Européens; et l'autre s'appelle hémisphère *austral*, ou *méridional*, ou *antarctique*. On appelle pareillement pôle *boréal*, ou *arctique*, ou simplement *nord*, celui qui est dans l'hémisphère boréal; et pôle *austral*, ou *méridional*, ou *antarctique*, ou simplement *sud*, celui qui est dans l'hémisphère austral.

3°. De part et d'autre de l'équateur, les cercles décrits par les différents points de la surface de la terre, sont d'autant plus petits qu'ils s'éloignent plus de l'équateur, ou qu'ils s'approchent plus des pôles; ensorte qu'aux pôles mêmes il n'y a plus aucun mouvement. Ces cercles qui sont parallèles à l'équateur se nomment simplement des *parallèles*. Si L, par exemple, marque la situation de Paris sur la terre, le cercle LMR qui passe par L, parallèlement à l'équateur, et qui est la trace que décrit Paris pendant une révolution de la terre, s'appelle *le parallèle de Paris*.

4°. Si on suppose que le mouvement de la terre autour de l'axe Pp se fasse dans le sens EQT, un observateur situé en quelque lieu que ce soit sur la surface de la terre, verra les astres tourner en sens contraire; ensorte que si l'on imagine que le plan de l'équateur terrestre EQT soit prolongé de toutes parts jusqu'au ciel, et y forme la section circulaire $E'Q'T'$ qu'on appelle *l'équateur céleste*, et qui est par conséquent un des grands cercles de la sphère céleste, un astre placé en un point quelconque de cet équateur, paraîtra tourner dans le sens $T'Q'E'$ contraire à celui EQT, selon lequel la terre tourne réellement. Par la même raison, un astre placé en tout autre point de la sphère céleste, paraîtra décrire un parallèle à l'équateur, mais en sens contraire au mouvement de la terre. Ainsi les astres voisins de l'équateur paraîtront tourner beaucoup plus vite que ceux qui seront voisins des pôles P' et p' de l'équateur céleste, qu'on appelle les *pôles du monde*, et qui sont les rencontres de l'axe terrestre avec la sphère céleste. De plus, ce mouvement des astres se fera avec la même uniformité (1) que celui de la terre, et s'achevera dans le même temps.

La raison de ces apparences est qu'à quelque endroit de la surface de la terre que l'observateur porte sa vue, les objets restent toujours à son égard dans la même situation; rien sur la terre ne peut donc lui faire juger qu'il est en mouvement; ce n'est qu'en considérant le ciel qu'il peut s'apercevoir de quelque changement: or ce changement ne peut lui faire voir autre chose, sinon qu'un astre qui était à sa gauche, par exemple, est actuellement à sa droite; c'est-à-dire, que cet astre est à son égard, comme s'il s'était réellement mu de gauche à droite.

9. Le sens dans lequel se fait le mouvement de la terre, est d'occident en orient, c'est-à-dire du couchant vers le levant; et les astres paraissent, au contraire, tourner du levant au couchant. Néanmoins, pour nous conformer à l'usage, nous nous exprimerons à l'avenir, comme si le soleil et les autres astres tournaient réellement autour de la terre d'orient en occident.

Cela posé, par le centre C de la terre (*fig.* 6) concevons un plan parallèle à l'horizon sensible du lieu quelconque L, et qui, prolongé de toutes parts, forme dans le ciel la section circulaire $HSON$ qui

(1) Les parallèles que les astres paraissent décrire ayant leurs centres dans l'axe $P'p'$, ce mouvement, à la rigueur, ne serait pas uniforme pour un observateur placé à la surface de la terre; mais le rayon de la terre est si petit, en comparaison de celui de la sphère étoilée, que tout se passe, pour l'observateur, comme s'il était au centre C.

sera l'horizon rationnel du lieu L. Il est clair 1°. que cet horizon coupera l'équateur ET et ses parallèles IBR, en deux parties, dont l'une BRN qui est au-dessous de l'horizon, ne pourra être vue par l'observateur placé en L, et dont l'autre BIN qui est au-dessous de l'horizon, pourra être vue par cet observateur.

2°. Que comme l'horizon et l'équateur sont deux grands cercles qui se coupent en deux parties égales, un astre qui dans son mouvement décrit l'équateur même, est aussi long-temps au-dessus de l'horizon qu'au-dessous.

3°. Que les parallèles à l'équateur étant coupés inégalement par l'horizon, et ayant au-dessus de l'horizon une partie d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'astre ou son parallèle s'approche plus ou s'éloigne plus du *pôle élevé*, c'est-à-dire du pôle P' qui est au-dessus de l'horizon; cet astre sera d'autant plus long-temps visible, que son parallèle approchera plus du pôle élevé, et d'autant moins long-temps, qu'il s'éloignera davantage de ce pôle; ensorte qu'il y aura des astres qui ayant leur parallèle comme AA' entièrement au-dessus de l'horizon, seront toujours visibles pour l'observateur L; d'autres, au contraire, dont le parallèle $A''A'''$ sera tout entier sous l'horizon, et qui ne seront jamais visibles du lieu L. Il n'y a que les lieux situés sur l'équateur, pour qui les astres soient aussi long-temps au-dessus de l'horizon qu'au-dessous, parce que leur horizon étant perpendiculaire à l'équateur, coupe tous les parallèles en deux parties égales.

Mais pour les lieux placés de part ou d'autre de l'équateur, la durée de la présence d'un astre sur l'horizon dépend de deux choses : 1°. de la distance de l'astre à l'équateur, ainsi qu'on vient de le voir; 2°. de l'inclinaison de cet horizon à l'égard de l'équateur; car il est évident que plus l'angle de l'horizon et de l'équateur sera petit, plus les parallèles seront coupés inégalement; ensorte qu'un astre qui sur un certain horizon n'est visible que pendant un certain temps, est visible plus long-temps sur un horizon qui fait un angle plus petit avec l'équateur, c'est-à-dire dans les lieux qui s'approchent du pôle. Au pôle même, par exemple, où l'horizon se confond avec l'équateur, les astres, du moins ceux qui sont fixes, ne se lèvent ni ne se couchent jamais; ceux qui sont visibles tournent toujours autour de l'horizon, sans monter ni descendre.

Le point S et son opposé, où l'horizon coupe l'équateur, s'appellent les *vrais points d'est* et *d'ouest*, ou le *vrai levant*, et le *vrai couchant*. Ce sont les deux points où un astre qui décrit l'équateur, se lève et se couche pour quelque horizon que ce soit.

10. Si par l'axe Pp et le lieu quelconque L pris sur la surface de la terre, on conçoit un plan qui, prolongé dans le ciel, y forme la section circulaire $P'Ep'T$, cette section passera par le zénith Z, et par les pôles P' et p'; elle sera par conséquent perpendiculaire à l'horizon $HSON$, à l'équateur, et à tous ses parallèles; elle les coupera par conséquent en deux parties égales, ainsi que leurs parties élevées au-dessus de l'horizon. Cette section est ce qu'on appelle le *méridien céleste*; la section correspondante PRp sur la terre, est le méridien terrestre; et l'on appelle *ligne méridienne*, la ligne droite HO qui est l'intersection du méridien avec le plan de l'horizon.

11. Le *méridien* est donc un grand cercle de la sphère perpendiculaire à l'horizon et à l'équateur, ou perpendiculaire à l'horizon, et qui passe par les pôles du monde. On l'appelle *méridien*, parce que,

coupant tous les parallèles en deux parties égales, il partage aussi en deux parties égales la durée de la présence d'un astre sur l'horizon. C'est l'instant où le soleil passe par ce cercle qu'on appelle *midi*; et c'est par l'intervalle du temps entre le passage et le retour du soleil à ce même cercle, qu'on mesure la durée totale du jour, que l'on est convenu de partager en 24 parties égales qu'on appelle *heures*. Les astronomes comptent ces 24 heures de suite, d'un midi à l'autre; mais dans l'usage ordinaire on les partage en deux douzaines, dont l'une se compte depuis midi jusqu'à 12 heures après, ou *minuit;* et l'autre depuis minuit jusqu'au midi du lendemain. Les heures de la première douzaine s'appellent *heures du soir*, et celles de la seconde, *heures du matin.*

12. On voit donc que tous les lieux situés sur un même méridien terrestre comptent midi à un même instant, et qu'il en est de même pour une autre heure quelconque. Si par l'axe Pp de la terre (*fig.* 7) on conçoit tant d'autres plans qu'on voudra, toutes les différentes sections PEp, PRp, etc., qu'ils formeront sur la surface de la terre, seront autant de méridiens auxquels le soleil correspondra successivement pendant la durée d'un jour; d'où l'on voit que lorsqu'il sera midi pour ceux qui habitent sur le méridien PEp, il sera plus de midi pour ceux qui habitent sur les méridiens situés vers l'orient, parce que le soleil aura déjà passé au méridien de ceux-ci. Au contraire, il ne sera pas encore midi pour ceux qui habitent sur des méridiens situés vers le couchant du méridien PEp, parce que le soleil n'aura pas encore passé à leur méridien.

13. Dans l'espace de 24 heures le soleil parcourt donc 360° autour de la terre, et par conséquent 15 degrés par heure; c'est-à-dire que d'heure en heure il répond à des méridiens qui font entr'eux

des angles de 15°. Donc, réciproquement, si deux méridiens sont éloignés de 15°, ou de 30°, ou de 45°, etc., c'est-à-dire, si l'arc ER de l'équateur (*fig.* 7) compris entre deux méridiens, est de 15°, 30°, 45°, etc., la différence des temps où les peuples situés sur ces méridiens auront midi, ou une même heure quelconque, sera d'une heure, de deux heures, de trois heures, et ainsi à proportion de la différence des méridiens. Ceux qui seront à 180° d'un méridien, ou qui seront dans l'autre moitié de ce méridien, compteront minuit, lorsque ceux-là compteront midi. D'où l'on voit que si l'on faisait le tour de la terre en allant de l'est à l'ouest, on compterait, en revenant au méridien du départ, un jour de moins que ceux qui y seraient restés; au contraire (*), on compterait un jour de plus, si l'on avait fait le tour en allant de l'ouest à l'est.

14. Donc si l'on sait qu'un certain phénomène qui peut être vu de différens lieux au même instant, doit arriver à une certaine heure sous un méridien connu, on pourra, en observant ce phénomène sous un autre méridien, déterminer la différence de ces deux méridiens. Par exemple, si l'on sait qu'une éclipse de lune doit être vue à Paris un certain jour, à 6 heures 17 minutes du soir, et qu'observant cette éclipse à Brest, on trouve qu'elle y arrive à $5^h\,49'\,37''$, on en conclura que Brest est à l'occident de Paris, puisqu'au même instant on y compte moins qu'à Paris; et la différence $27'\,23''$ des temps, fera

(*) Parce que le soleil paraîtrait avoir fait un tour de moins, par rapport au voyageur qui aurait fait le tour du globe, de l'est à l'ouest, ou dans le même sens que lui; et qu'il paraîtrait avoir fait un tour de plus, relativement au voyageur qui aurait fait le même tour, de l'ouest à l'est, ou en sens contraire. *Note de l'Editeur.*

connaître qu'à raison de 15° par heure, Brest est plus occidental que Paris de 6° 50′ 45″.

15. C'est donc par la différence des temps que l'on compte au même instant en différens lieux, que l'on peut déterminer la différence des méridiens de ces lieux; et comme cette différence de méridiens fixe en partie la position de ces lieux, il a été naturel d'employer les méridiens préférablement à tous autres cercles pour fixer ces positions.

On a donc choisi arbitrairement un méridien PEp, auquel on est convenu de comparer tous les autres, et on lui a donné le nom de *premier méridien*. On est pareillement convenu d'appeler *longitude* d'un lieu L, le nombre de degrés de l'arc ER de l'équateur, compris entre le premier méridien et celui qui passe par le lieu L dont il s'agit. Ainsi tous les lieux situés sur un même méridien ont une même longitude. Cette longitude peut être mesurée indifféremment, ou par l'arc ER de l'équateur, ou par l'arc ML du parallèle qui passe par le lieu L, et qui est compris entre le premier méridien et celui du lieu L, parce que ces deux arcs (*Géom.* 329) ont un même nombre de degrés.

16. On est assez généralement convenu de compter la longitude dans le sens du mouvement de la terre, c'est-à-dire d'occident en orient (*). Néanmoins quelques géographes ne comptent pas de suite les 360°, ils comptent la longitude de part et d'autre du premier méridien, depuis 0° jusqu'à 180°; cela est indifférent, pourvu qu'on en avertisse. Il faut, dans ce dernier cas, si l'on dit, par exemple, qu'un lieu a 75° de longitude, dire en même temps si cette longitude est orientale ou occidentale, pour faire

(*) Cette dernière méthode est la plus usitée. *Note de l'Éditeur.*

connaître si ce lieu est à l'orient ou à l'occident du premier méridien.

17. D'après une ordonnance de Louis XIII, les Français prennent pour premier méridien, le méridien de l'île de Fer, qui est la plus occidentale des îles Canaries (*). On trouve cependant actuellement plusieurs cartes françaises, dans lesquelles on a pris Paris pour premier méridien. Les autres nations ont aussi choisi leur premier méridien.

Quoiqu'il fût à desirer, pour éviter les méprises, qu'il y eût plus d'accord dans ce choix, il sera néanmoins toujours facile de réduire la longitude comptée depuis un certain méridien, à la longitude comptée depuis tout autre méridien; car, ou le nouveau méridien, d'où l'on veut compter, tombe à l'ouest, ou il tombe à l'est de celui d'où l'on comptait. Dans le premier cas, toutes les longitudes sont augmentées de la différence des deux méridiens; dans le second cas, elles sont diminuées de cette même quantité. Ainsi dans le premier cas on ajoutera la différence des méridiens à la longitude proposée, et lorsque la somme excédera 360°, on rejettera les 360°. Dans le second cas on retranchera la différence des méridiens, de la longitude proposée, augmentée de 360° lorsqu'il sera nécessaire. Par exemple, la longitude de Brest, par rapport à l'île de Fer, est de 13° 3′ (**). Si l'on veut avoir cette

(*) Les longitudes sont à présent rapportées, sur toutes les cartes françaises, au méridien de l'Observatoire royal de Paris; elles sont rapportées, sur les cartes anglaises, au méridien de Greenwich. Ces deux méridiens font un angle, et diffèrent par conséquent entr'eux de 9′ 21″ en temps, ou de 2° 20′ 15″ en degrés. *Note de l'Editeur.*

(**) A présent que l'on compte la longitude, de part et d'autre du méridien, jusqu'à 180°, il faut, dans cet exemple, retrancher 13° 3′ de 19° 54′; le reste 6° 51′ sera la longitude de longitude comptée depuis Paris, comme Paris est 19° 54′ à l'est de l'île de Fer, il faudrait retrancher 19° 54′ de 13° 3′; comme cela ne se peut, je retranche 19° 54′ de 373° 3′, et j'ai 353° 9′ pour la longitude de Brest comptée au méridien de Paris. En effet il est facile de voir que quoiqu'on augmente de 360° la longitude d'un lieu, on ne change rien à sa position.

18. Puisque (14) la différence des méridiens est déterminée par la différence des temps que les peuples situés sur ces méridiens comptent à un même instant, on peut donc indifféremment mesurer la longitude, ou en temps, ou en degrés. Pour faciliter certains calculs on la compte quelquefois en temps, c'est-à-dire en heures. Or, d'après ce que nous avons dit (13), il sera toujours facile de ramener l'une de ces manières de compter, à l'autre.

En effet, s'agit-il de convertir les degrés en temps? puisque 15° valent 1 heure ou 60′, un degré vaudra 4′ de temps; une minute de degré vaudra 4″ de temps, et ainsi de suite; donc (*) *pour réduire les degrés, minutes et secondes de degré, en temps, il faut quadrupler le tout, et compter successivement les parties de ce produit, pour des minutes, secondes et tierces d'heure.* Par exemple, si j'ai 17° 52′ 43″ de longitude, j'aurai, en quadruplant, 71° 30′ 52″; comptant donc les degrés, minutes et secondes de ce produit, pour des minutes, secondes et tierces d'heure, j'ai 71′ 50″ 52‴, ou 1^h 11′ 30″ 52‴.

Est-il au contraire, question de réduire le temps en degrés? puisqu'une heure répond à 15°, 1′ de

---

Brest, laquelle sera occidentale. Cette longitude a depuis été rectifiée, et dans la Connaissance des Temps, elle n'est que de 6° 49′. *Note de l'Editeur.*

(*) Il est essentiel de se familiariser avec les deux règles suivantes; elles sont très-expéditives et d'un usage continuel dans la pratique. *Note de l'Editeur.*

temps répondra à $15'$ de degré ou à un quart de degré; une seconde de temps répondra à $15''$ ou un quart de minute de degré, et ainsi de suite. Donc *pour convertir les heures et les parties d'heure en degrés et parties de degré* (*), *il faut réduire les heures et minutes de temps, tout en minutes; puis compter ces minutes, les secondes et les tierces, pour des degrés, minutes et secondes de degré; le quart du tout sera le nombre de degrés et parties de degré demandés.* Par exemple, si je veux savoir à combien de degrés et parties de degré répondent $7^h\ 17'\ 42''\ 53'''$, je changerai cette quantité en $437'\ 42''\ 53'''$ que je compterai pour $437^\circ\ 42'\ 53''$; et prenant le quart, j'aurai $109^\circ\ 25'\ 43''\ 15'''$ pour le nombre de degrés et parties de degré demandés.

19. La différence des méridiens, ou la longitude, est donc, ainsi que nous l'avons vu, un des élémens qui servent à déterminer la position des différens points de la terre. Mais comme tous les lieux situés sur un même méridien ont une même longitude, quoique placés différemment sur le globe, il est clair que la position d'un lieu quelconque L (*fig.* 7) n'est point suffisamment déterminée par sa longitude; il faut encore savoir quelle est la place que ce lieu occupe sur son méridien. Or celle-ci se détermine par le nombre des degrés de l'arc RL, qui sur le méridien PRp, mesure la distance du point L à l'équateur; et cet arc RL est ce qu'on appelle la *latitude du lieu* L.

20. La latitude d'un lieu est donc l'arc du méridien de ce lieu, compris entre ce lieu même et l'équateur. Puis donc que tous les points du parallèle

(*) C'est-à-dire, *il faut réduire les heures en minutes, et ajouter les minutes ainsi trouvées à celles du nombre proposé.* Note de l'Editeur.

qui passe par le lieu quelconque L, sont également éloignés de l'équateur, tous les lieux situés sur un même parallèle ont une même latitude.

21. La latitude se compte donc sur un méridien, en allant de l'équateur vers l'un ou l'autre pôle; ensorte qu'on distingue deux latitudes, dont l'une est nommée *latitude* (*) *septentrionale*, et l'autre *latitude méridionale*, selon que le lieu dont il s'agit est sur l'hémisphère septentrional, ou sur l'hémisphère méridional.

22. C'est encore par l'observation des astres qu'on parvient à déterminer la latitude des lieux. Pour en donner une idée, supposons que $HSON$ (*fig.* 6) est l'horizon rationnel d'un lieu quelconque L, PLp le méridien terrestre, RQ l'équateur terrestre, et par conséquent RL la latitude. Soit $P'Ep'T$ le méridien céleste; et en imaginant CL prolongée jusqu'au ciel en Z, il est clair que l'arc EZ compris entre le zénith Z, et l'équateur céleste EST, est de même nombre de degrés que la latitude RL; ensorte qu'on peut dire aussi que la latitude est égale à l'arc du méridien céleste, compris entre l'équateur céleste et le zénith. Or, si l'on conçoit que HO soit la commune section de l'horizon et du méridien, il est clair que CZ est perpendiculaire à HO; et puisque l'arc $P'p'$ est aussi perpendiculaire à l'intersection CE du méridien et de l'équateur, les arcs OZ et $P'E$ sont donc de 90° chacun; donc si de chacun on retranche l'arc $P'Z$, on aura la latitude EZ égale à la hauteur $P'O$ du pôle P' au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire à l'arc qui mesure l'inclinaison $P'CO$ de l'axe, sur l'horizon. Donc pour avoir la latitude, il

(*) On dit aussi *latitude nord* et *latitude sud.* Note de l'Editeur.

ne s'agit que de déterminer l'arc $P'O$ de la hauteur du pôle.

Or nous avons vu (9) qu'entre tous les parallèles que les différens astres décrivent par leur mouvement journalier apparent, il y en avait qui étaient entièrement au-dessus de l'horizon. L'astre ou l'étoile qui décrit un semblable parallèle est donc toujours présent sur l'horizon, et passe par conséquent deux fois au méridien. Concevons donc qu'un observateur placé en L, observe une de ces étoiles voisines du pôle, dont le parallèle AA' est entièrement au-dessus de l'horizon, et qu'au moment où l'étoile cesse de monter ou est prête à descendre, il mesure avec un instrument l'angle ACO ou l'arc AO compris entre l'étoile et l'horizon; qu'il mesure de même l'angle $A'CO$ ou l'arc $A'O$, lorsque l'étoile cessant de descendre, est prête à monter; il est clair que le pôle P' étant également éloigné de tous les points du parallèle, si l'on prend la moitié de la somme des deux arcs observés AO et $A'O$, cette moitié sera l'arc $P'O$, ou la hauteur du pôle qui est égale à la latitude.

23. Nous verrons par la suite, d'autres moyens de trouver la longitude et la latitude des lieux. Concluons, quant à présent, que la position d'un lieu sur la terre est donc déterminée lorsqu'on connaît sa longitude et sa latitude, et qu'en même temps on sait sur quel hémisphère il est placé. Ainsi pour représenter sur un globe les positions des différens points de la terre, d'une manière semblable à celle selon laquelle ils sont disposés sur le globe terrestre même, on tracera sur la surface du globe proposé (*fig.* 7), un grand cercle EQT pour représenter l'équateur; et (*Géom.* 4) ayant marqué les pôles P et p, on divisera la circonférence de cet équateur, en degrés et parties de degré. Par chaque point de

division, et par les pôles P et p, on fera passer autant de méridiens, dont on prendra arbitrairement un pour premier méridien. On divisera la circonférence de celui-ci en degrés et parties de degré; puis, pour marquer un lieu quelconque L dont la longitude et la latitude sont connues, on cherchera quel est celui RLP des méridiens qui a la même longitude que le lieu dont il s'agit; puis comptant la latitude sur le premier méridien, depuis l'équateur E, si M est le point où elle se termine, on décrira du pôle P, le parallèle ML qui coupera le méridien RLP au lieu L que l'on veut marquer.

De la manière de représenter sur les cartes et particulièrement sur les cartes réduites, la position des différens points de la surface de la terre.

24. Ce n'est que de la manière que nous venons de décrire; c'est-à-dire, ce n'est que sur un globe que l'on peut représenter les parties de la terre, dans des situations semblables à celles qu'elles occupent réellement. Les cartes ou surfaces planes ne peuvent donner une similitude parfaite, puisque toutes les parties du globe terrestre ne sont pas dans un même plan. Mais ce n'est pas tant la similitude parfaite que l'on doit se proposer dans la construction des cartes, que celle qui suffit pour juger des positions relativement à certains usages. On n'a pas besoin, par exemple, de savoir de combien les parties de la surface terrestre sont élevées à l'égard de l'axe de la terre, mais seulement de combien elles s'écartent à droite ou à gauche du premier méridien, à droite ou à gauche de l'équateur; et c'est ce qu'on marque, en effet, sur les cartes. Celles qui représentent toute une moitié de la terre, se nomment *mappemondes*. Leur construction, ainsi que celle des autres cartes,

est fondée sur des principes assez simples, et qui doivent trouver place ici.

25. On imagine qu'un œil placé en un point de la surface de la terre, en observe les différentes parties à travers la masse du globe, comme s'il était transparent; et concevant un plan passant par le centre de la terre, et perpendiculaire à la ligne qui irait de l'œil au centre, on imagine que les rayons tirés de tous les points de la partie du globe qui est au-delà du plan, par rapport à l'œil, rencontrent ce plan. Ces points de rencontre forment sur le plan une perspective de cette partie du globe, et c'est cette perspective qui est la mappemonde : or voici d'après quels principes on la construit.

26. Soit $ABMCO$ (*fig.* 8) un cône quelconque ayant pour base le cercle $BOCM$, ABC la section triangulaire de ce cône, par un plan perpendiculaire à la base, et conduit par l'axe, c'est-à-dire par la droite qui va du sommet au centre de la base. Si l'on conçoit que ce cône soit coupé par un plan perpendiculaire à ABC, et qui forme la section $GEFI$, de manière que les angles AFG, AGF soient égaux aux angles ABC, ACB, la section $GEFI$ sera un cercle.

En effet, concevons que, par quelque point E que ce soit de cette section, on ait mené un plan parallèle à la base, et qui, formant la section $DEHI$, rencontre la section $GEFI$ dans la droite ELI; cette droite étant l'intersection commune des deux plans $DEHI$, $GEFI$ perpendiculaires au même plan ABC, sera perpendiculaire à ce plan ABC, et par conséquent aux deux droites DH et FG, qui sont les intersections de ces deux premiers plans avec le dernier. De plus, le plan ABC passant par l'axe du cône, DH et FI doivent couper les deux sections chacune en deux parties égales. Or EL étant perpendiculaire au diamètre DH de la section $DEHI$, qui (*Géom.* 199) est semblable à $BOCM$, et par conséquent est un cercle, doit être moyenne proportionnelle entre DL et LH (*Géom.* 125); on a donc $DL : LE :: LE : LH$, ou (*Arith.* 178) $DL \times LH = \overline{LE}^2$. Mais les triangles DLG, FLH sont semblables, puisque, par la supposition, l'angle AFG est égal à ABC, et par conséquent à ADH; d'ailleurs les angles opposés au sommet FLH, DLG sont égaux. On a donc (*Géom.* 109) $DL:LF :: GL:LH$, et par conséquent $DL \times LH = LF \times GL$; donc aussi $LF \times GL = \overline{LE}^2$; donc LE est aussi moyenne proportionnelle entre les deux parties du diamètre FG; et puisque le point E a été pris à volonté, la courbe $GEFI$ a donc la même propriété dans tous ses points; elle est donc un cercle. C'est là le principe fondamental.

27. Cela posé, soit $BMCO$ (*fig.* 9) un cercle formé en coupant la sphère par un plan quelconque. Soit A un point de la surface de cette sphère, d'où un œil regarde la section $BMCO$ à travers le plan $NRKS$, supposé transparent, et tellement situé, que la droite AL, qui va de l'œil A au centre L de la sphère, soit perpendiculaire à ce plan; il est clair que les rayons visuels qui vont à la circonférence $BMCO$ forment un cône dont la rencontre avec le plan $NRKS$ trace sur ce plan la perspective $GEFI$ de la section $BMCO$, que l'on appelle aussi sa *projection*. Nous allons faire voir que cette projection est toujours un cercle, tant que le point A est sur la surface de la sphère.

Supposons que du point A on ait mené AL, qui est supposé perpendiculaire sur le plan $NRKS$, et que par cette droite et le centre de la section $BMCO$, on ait conduit un plan; celui-ci formera, sur la surface de la sphère, le grand cercle $ANTK$, puisque passant par la droite AL, perpendiculaire au cercle quelconque $NRKS$, il passe nécessairement par le centre de la sphère. Ce même plan formera dans le cône, le triangle ABC; et sur le plan $NRKS$, le diamètre NLK. Or le plan du grand cercle $ANTK$, passant par la droite AL et par le centre de la section $BMCO$, est perpendiculaire à $NSRK$ et à $BMCO$; donc réciproquement ces deux plans sont perpendiculaires au plan $ANTK$, et par conséquent au plan ABC qui passe par l'axe du cône. De plus, les angles AFG, AGF sont égaux aux angles ABC, ACB; car ACB, par exemple, a pour mesure (*Géom.* 63) la moitié de $ANTB$, et AGF (*Géom.* 70) a pour mesure la moitié de AK ou de AN, plus la moitié de NTB, c'est-à-dire la moitié de $ANTB$: on démontrera de même que AFG est égal à ABC; donc (26) la projection $GEFI$ est un cercle.

Il ne s'agit donc plus, pour être en état de tracer la projection $GEFI$, que de déterminer les extrémités G et F du diamètre GF. Or si l'on conçoit AL prolongé jusqu'en T, l'angle LAG est déterminé, en ce qu'il a pour mesure la moitié de l'arc TB, qui mesure la distance du point B au point de la sphère opposé à l'œil. Ainsi, comme le triangle LAG est rectangle, et que l'on connaît d'ailleurs la distance AL de l'œil, au plan de projection, il sera toujours facile de déterminer LG, soit en construisant un triangle semblable à LAG, soit en calculant LG par les règles de la Trigonométrie. Par un raisonnement semblable, on voit que LF se détermine d'une manière semblable, par le triangle LAF, dont l'angle LAF a pour mesure la moitié de la distance CT du point C au point de la sphère opposé à l'œil.

Appliquons maintenant ces principes.

28. Concevons que $NMKO$ (*fig.* 10) soit un méridien, le premier méridien, par exemple; M et O les deux pôles; que $BMCO$ soit un autre méridien quelconque, faisant avec le premier l'angle quelconque BMN. Supposant toujours l'œil au point A de la surface de la sphère qui répond perpendiculairement au centre, le cercle $ANTK$ conduit suivant AL, sera l'équateur, puisque selon ce qui précède, il sera perpendiculaire aux deux méridiens $NMKO$ et $BMCO$. L'arc NB mesurera donc la longitude du méridien $BMCO$; ainsi l'arc BT, dont la moitié mesure l'angle GAL qui détermine le sommet G de la projection $GEFI$ du méridien $BMCO$, sera le complément de la longitude de ce méridien. A l'égard du point F, on peut le trouver encore plus facilement que d'après ce qui a été dit (27), en observant que BC étant un diamètre de la sphère, l'angle BAC ou BAF est droit. De là on conclura que pour tracer les méridiens sur une mappemonde, on doit s'y prendre de la manière suivante.

29. Ayant pris arbitrairement une droite quelconque LA (*fig.* 11) pour représenter le rayon de la terre, on décrira le cercle $ANTA$, qui représentera le premier méridien. Ayant élevé au centre L les perpendiculaires AT, NF, on divisera ce cercle en degrés, à commencer du point N. AT étant supposé représenter l'axe de la terre, le diamètre NA' représentera l'équateur, parce que le plan de l'équateur étant supposé passer par l'œil, sa projection ne peut être qu'une ligne droite passant par le centre.

Pour avoir la projection d'un méridien dont la longitude serait donnée, on prendra, à compter du point N, sur le premier méridien, l'arc ND égal à la longitude de ce méridien; et ayant tiré DA, qui rencontre NA' en G, le point G sera l'une des extrémités du diamètre de la projection. Au point A on élevera sur AG la perpendiculaire AI, qui rencontrant NA' prolongé en F, déterminera GF pour le diamètre de la projection ; ensorte que décrivant un cercle sur GF, comme diamètre, sa partie AGT, terminée à l'axe AT, représentera une moitié du méridien dont il s'agit, celle qui est censée au-dessus du plan de projection. On se conduira de même pour les autres méridiens.

30. A l'égard des parallèles, si l'on suppose que $NRKS$ (*fig.* 12) soit le premier méridien, les parallèles à l'équateur que je suppose représenté par $ARTS$, seront les cercles $BMCO$ perpendiculaires à $NRKS$. Si par les points B et C où ils coupent le cercle $ANTK$ perpendiculaire au premier méridien, on imagine les rayons visuels CA et BA prolongés, s'il est nécessaire ; ils détermineront sur NK et son prolongement, le diamètre GF du cercle $FMGO$ qui serait la projection du parallèle. La partie MGO terminée au premier méridien, et comprise dans le cercle $NRKS$, est la projection de la moitié MBO du parallèle, située au-dessus de $NRKS$. Or il est facile de déterminer les points G et F, en observant que GL est le côté d'un triangle rectangle GAL dont l'angle GAL opposé à ce côté, a pour mesure la moitié de TB, c'est-à-dire la moitié de la latitude, et dont le côté LA adjacent à cet angle, est égal au rayon de la sphère. LF est le côté d'un triangle rectangle FLA dont l'angle LAF opposé à ce côté est la moitié de TNC, c'est-à-dire du supplément de AC ou de la latitude, et dont le côté LA est le même que dans le cas précédent. D'où l'on conclura que pour tracer un parallèle quelconque, on doit s'y prendre de la manière suivante.

31. On prendra depuis l'équateur NA' (*fig.* 11)

sur le premier méridien, l'arc NB égal à la latitude du parallèle; et ayant tiré la perpendiculaire BC sur l'axe TA, de l'extrémité A' du diamètre NA', on mènera $A'B$ et $A'CF'$ qui rencontreront AT prolongé en G' et F'. Sur $G'F'$ comme diamètre, on décrira un cercle dont la partie $BG'C$, comprise dans le cercle $ANTA'$, sera la projection de la moitié du parallèle. On s'y prendra de la même manière pour tracer tout autre parallèle; et c'est ainsi qu'a été tracée la mappemonde que l'on voit (*fig.* 13). On y voit, outre les méridiens et les autres parallèles, quelques autres cercles dont nous parlerons par la suite.

On emploie les mêmes principes pour construire les cartes qui, sans représenter toute une moitié du globe, doivent en représenter une partie considérable, comme l'Europe, l'Asie, etc.

32. Quant à celles qui doivent représenter des espaces d'une moindre étendue (du moins en latitude), c'est-à-dire, qui n'ont qu'un petit nombre de degrés en latitude, on s'y prend d'une manière différente et qui les représente plus au naturel.

Supposons que PEp, PQp (*fig.* 14) soient les deux méridiens extrêmes de cet espace, et que MN et RS en soient les deux parallèles extrêmes; on conçoit que des milieux I et K des arcs MR et NS qui sont la différence en latitude, on mène les tangentes IT, KT, qui rencontrent l'axe Pp au point T. Les arcs MR et NS étant d'un petit nombre de degrés, se confondent sensiblement avec les tangentes IT et KT; et l'espace $MRSN$ peut être considéré comme faisant partie de la surface d'un cône droit qui a son sommet en T; ainsi, pour représenter cet espace développé sur un plan, on décrit (*fig.* 15) d'un rayon égal à TI, un angle KTI ou un arc KI dont le nombre de degrés soit à la différence en longitude comprise entre les deux méridiens, comme le rayon du moyen parallèle *KI* (*fig.* 14) est à *TI*; et ayant tiré *TIM* et *TKN*, on prend de part et d'autre des points *I* et *K*, les droites *IM*, *IR*, et *KN*, *KS* égales chacune en longueur aux arcs *IM*, *IR* de la *fig.* 14, ou à leurs cordes qui n'en diffèrent pas sensiblement. Puis, partageant *MR* et *NS* en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en latitude, on décrit par chaque point de division, et du point *T* comme centre, autant d'arcs qui représentent autant de parallèles. Enfin on divise aussi l'arc *IK*, en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en longitude, et menant par les points de division et par le point *T*, des lignes droites, elles représentent les méridiens; après quoi on dessine chaque lieu selon sa longitude et sa latitude.

33. On voit donc que dans ces dernières cartes, ainsi que dans les précédentes, tous les méridiens tendent à concourir en un même point. Dans les précédentes, les parties du globe sont dessinées en perspective; et les degrés de l'équateur, non plus que ceux des méridiens, n'y sont point représentés par des parties égales. Dans celle-ci les méridiens sont représentés par des lignes droites; les degrés de longitude sont égaux entr'eux, et les degrés de latitude aussi égaux entr'eux, quoique différens des degrés de longitude qui diminuent à mesure que la latitude augmente. Ces dernières représentent donc les parties du globe d'une manière beaucoup plus naturelle que les autres. Néanmoins ce ne sont pas celles dont on fait usage dans la navigation, pour la réduction des routes, c'est-à-dire pour représenter la route qu'on a suivie ou qu'on veut suivre. Comme cette route fait constamment un même angle avec chaque méridien qu'elle rencontre,

elle ne pourrait être représentée que par une ligne courbe, si les méridiens n'étaient pas parallèles sur la carte; et les opérations pour la réduction des routes deviendraient trop compliquées. Pour lever cette difficulté, on a d'abord imaginé les *cartes plates;* voici quelle est leur construction.

34. La construction précédente restant toujours la même, on imagine que par les points I et K (*fig.* 15) du parallèle moyen, on ait mené les deux droites AB et CD parallèles au méridien GT qui passe par le milieu G de ce parallèle. Les cartes plates diffèrent des cartes précédentes, en ce que pour se dispenser d'avoir égard à la diminution des parallèles de M en R, on suppose tous ces parallèles égaux au parallèle moyen IK; alors les méridiens MR, NS deviennent les droites AB, CD parallèles à GT; et le point de concours T étant à une distance infinie, les arcs MN, IK, RS deviennent des droites AC, IK, BD perpendiculaires à GT; d'où résulte la construction suivante.

Ayant tiré arbitrairement une ligne QT (*fig.* 16) pour représenter le méridien qui doit passer par le milieu de la carte, on la divisera en autant de parties égales qu'on a de degrés de différence en latitude. Sur le milieu G on élevera la perpendiculaire IGK qui représentera le moyen parallèle; et pour déterminer de quelle longueur doivent être GI et GK pour marquer les degrés de différence en longitude, on se rappellera (*Géom.* 329) que les longueurs des arcs d'un même nombre de degrés, pris sur différens parallèles, sont proportionnelles aux cosinus des latitudes de ces parallèles; c'est pourquoi, d'un rayon CA (*fig* 17) égal à la grandeur que l'on a prise pour un degré du méridien, qui est aussi celle d'un degré de l'équateur, on décrira l'arc AB que l'on fera d'autant de degrés qu'en a la latitude moyenne; puis on abaissera sur CA la perpendiculaire BP, qui donnera CP pour la grandeur que doit avoir chaque degré du parallèle. Car dans le triangle rectangle CBP, on a (*Géom.* 295) CB ou $CA : CP :: R :$ sin CBP ou cos BCP; or le rayon R est le cosinus de la latitude 0° de l'équateur. On portera donc CP, de G (*fig.* 16) vers I et vers K autant de fois qu'il y a de degrés dans la moitié de l'étendue que la carte doit avoir en longitude; alors tirant par tous les points de division de QT, des parallèles à IK, et par tous les points de la division de IK, des parallèles à QT, on aura les parallèles et les méridiens, à l'aide desquels il sera facile de marquer les différens lieux, selon leur longitude et leur latitude.

35. Il est certain que ces cartes sont plus commodes que les précédentes, pour les usages de la navigation; mais on ne peut dissimuler qu'elles sont d'autant moins exactes, que la différence en latitude est plus grande, et qu'en même temps la latitude moyenne est plus grande. Elles donnent les degrés des parallèles trop petits d'un côté et trop grands de l'autre.

C'est pour remédier à ce défaut, en conservant néanmoins les méridiens parallèles, qu'on a imaginé les *cartes réduites* dont l'usage est tout à la fois exact et commode.

36. Les cartes réduites qui représentent le globe entier, ou du moins son contour dans le sens de l'équateur, comme est celle que l'on voit *planche III*, ne sont, à proprement parler, que le développement d'un cylindre qu'on imagine circonscrit à la terre, et qui a par conséquent pour diamètre celui de l'équateur, mais qui est infini en longueur. Elles ne sont pas, comme quelques-unes des précédentes, une projection, ou une perspective assujétie à un

seul point; le but de leur construction est uniquement de rendre les méridiens parallèles, sans néanmoins changer les rapports entre les parties du méridien et celles des parallèles.

Pour y parvenir, au lieu de diminuer l'étendue des degrés des parallèles à mesure que la latitude augmente, on leur donne constamment la même grandeur; on les fait égaux aux degrés de l'équateur, ce qui rend nécessairement les méridiens parallèles. Mais en même temps on donne aux degrés d'un grand cercle quelconque du globe (*), une valeur plus grande à mesure que le parallèle dont il s'agit est par une plus grande latitude. Ainsi, puisque (*Géom.* 329) la grandeur d'un degré pris sur un parallèle quelconque, est à celle d'un degré pris sur l'équateur, ou en général à celle d'un degré de grand cercle, comme le cosinus de la latitude est au rayon, ou (*Géom.* 278) comme le rayon est à la sécante de la latitude; si l'on fait constamment le degré de chaque parallèle égal à celui de l'équateur, il faudra, lorsqu'il s'agira d'un point situé à une latitude quelconque, compter le degré de grand cercle comme s'il avait pour valeur le degré de l'équateur, augmenté dans le rapport du rayon à la sécante de la latitude, c'est-à-dire multiplié par la sécante de la latitude divisée par le rayon.

Cela posé, il est aisé de voir que si dans les cartes réduites les degrés des parallèles sont tous égaux à ceux de l'équateur, les degrés du méridien ou de latitude ne doivent pas être égaux, et qu'ils doivent augmenter à mesure que la latitude augmente. Mais on se tromperait, si en supposant (*fig* 14) que *MN* et *RS* étant deux portions de parallèles éloignés d'un degré, on concluait de ce qui vient

(*) Et par conséquent des méridiens. *Note de l'Editeur.*

d'être dit, que l'arc NS d'un degré, qui mesure la distance de ces deux parallèles, doit être exprimé sur la carte, par une ligne égale au degré de l'équateur multiplié par la sécante de la latitude, divisée par le rayon. En effet, il est bien vrai qu'en N, le degré de grand cercle doit valoir $\frac{D \times \sec QN}{R}$, en appelant D le degré de l'équateur; mais par la même raison, au point S le degré doit valoir $\frac{D \times \sec QS}{R}$: ces deux quantités n'étant point égales, ne peuvent ni l'une ni l'autre être la mesure de la distance des deux parallèles : l'une est plus petite, et l'autre plus grande qu'il ne convient. Mais si au lieu de supposer les deux parallèles éloignés d'un degré, nous les supposons seulement éloignés d'une minute, alors la valeur de la minute en N, sera $\frac{M \sec QN}{R}$, en représentant par M la minute de l'équateur; et la valeur de la minute en S sera $\frac{M \sec QS}{R}$, quantités qui ne diffèrent que très-peu l'une de l'autre, et qui par conséquent pourront être prises également pour la mesure de la minute de N en S, ou de l'intervalle qu'on doit mettre entre les deux parallèles sur la carte réduite.

37. On voit donc que pour calculer les augmentations qu'on doit donner aux parties du méridien, relativement à celles qu'on donne aux parallèles dans la construction des cartes réduites, il faut concevoir le méridien partagé en parties très-petites, et multipliant la valeur de l'une quelconque de ces parties, par la sécante de la latitude divisée par le rayon, on a la valeur que cette partie doit avoir sur la carte réduite; et cela d'autant plus exactement, que cette partie a été prise plus petite.

L'exactitude est suffisante lorsqu'on suppose le méridien divisé en minutes. Ainsi pour avoir l'étendue (*) qu'on doit donner au méridien pour marquer une certaine latitude, il suffit de prendre dans les tables ordinaires, toutes les sécantes de minute en minute, depuis o degré jusqu'au degré de latitude dont il s'agit. La somme de ces sécantes étant divisée par le rayon, donnera un nombre de minutes (**), qui étant porté sur le méridien depuis l'équateur, déterminera le degré de latitude dont il s'agit, avec une exactitude suffisante. On trouvera dans la quatrième partie de ce Cours, la méthode pour faire ce calcul rigoureusement, et sa démonstration.

Ces parties du méridien sont ce qu'on appelle des *parties méridionales*; et on appelle *latitudes croissantes*, les latitudes marquées suivant cette méthode. Les parties méridionales ont encore d'autres usages que celui d'être employées à la construction des cartes réduites : nous les verrons par la suite.

De la grandeur absolue des degrés sur la terre.

58. Jusqu'ici nous n'avons considéré que les positions relatives des différentes parties du globe, c'est-à-dire leurs distances réciproques mesurées en degrés; mais pour être en état de représenter sur les cartes les opérations que l'on fait, ou les mesures que l'on prend en mer pour connaître le chemin que fait le vaisseau, il faut de plus connaître la grandeur absolue des degrés d'un grand cercle de la terre.

(*) Ou longueur. *Note de l'Editeur.*

(**) De longitude. *Note de l'Editeur.*

D'après (*) les opérations faites pour connaître la figure et la grandeur de la terre, quoique les degrés de grand cercle ne soient pas parfaitement égaux, néanmoins, vu le peu de différence entre la figure réelle de la terre et la figure sphérique, on peut les regarder comme étant égaux ; et par un milieu conclu des mesures qui ont été faites pour différens degrés de latitude, prendre 57030 toises pour la valeur de chaque degré; ensorte que la minute est de 950 toises et demie.

39. C'est sur l'étendue d'un degré que l'on fixe celle de la lieue. En France, dans la navigation on entend par lieue la vingtième partie d'un degré ; ainsi la lieue marine est de 2851 toises et demie ; elle répond à trois minutes de degré. D'où il suit que pour convertir en degrés et minutes un nombre de lieues proposé, il faut prendre le vingtième, qui donnera les degrés, et tripler le reste, ce qui donnera les minutes : par exemple, le 20ᵉ de 753 étant 37 avec un reste 13 dont le triple est 39, j'en conclus que 753 lieues valent $37^\circ 39'$. Réciproquement, pour convertir les degrés et minutes en lieues, il faut multiplier par 20 le nombre des degrés, et à ce produit ajouter le tiers du nombre des minutes. Ainsi 20 fois 37 font 740, qui avec le tiers de 39, c'est-à-dire 13, font 753 lieues.

40. Les Hollandais font leur lieue marine de la quinzième partie d'un degré ; ainsi elle est de 3802

(*) Les opérations dont parle ici Bezout, sont probablement celles de La Caille ; elles ont été recommencées depuis et faites avec une précision qui ne laisse rien à desirer, par MM. Delambre et Méchain, pour fixer la longueur du mètre. La différence qui existe entre les quantités que l'on tirerait des résultats de ce beau travail, et celles de la longueur du degré moyen et de la minute, donnée ci-après, est trop petite pour en faire mention. *Note de l'Éditeur.*

toises. Les Italiens et les Anglais ne comptent point par lieues, mais par *milles;* et ils comptent 60 de ces milles dans un degré, ensorte que chaque mille répond précisément à une minute, ou 950 toises et demie.

De la maniere dont on mesure le chemin que fait le navire : description du Loch et son usage.

41. Après avoir expliqué la construction des cartes marines, il ne s'agit plus, pour être en état d'en faire usage, que de savoir comment on mesure le chemin que fait le navire, et comment on détermine la direction de sa route.

Tous les moyens qu'on a employés jusqu'ici pour mesurer la vitesse du navire, ou son *sillage*, se réduisent à avoir en mer un point fixe d'où l'on puisse compter l'espace parcouru pendant une partie connue de l'heure ou de la minute. On en conclut ensuite facilement ce que le navire fait dans une heure ou dans tout autre espace de temps connu, en supposant que sa vitesse continue d'être la même que pendant l'expérience.

Ainsi la mesure du sillage suppose essentiellement deux choses; un terme fixe sur la surface de la mer, et un moyen exact de mesurer le temps, ou du moins une portion déterminée de temps.

42. L'instrument qu'on emploie pour ce dernier objet est le sablier; il est suffisant dans cette expérience, dont la durée ordinaire n'est que d'une demi-minute, pourvu cependant qu'on observe de le vérifier de temps à autre, parce que le sable en coulant use le trou qui est entre les deux ampoulettes et l'agrandit insensiblement. Il est encore à propos de vérifier chacune des deux ampoulettes, car rarement sont-elles parfaitement égales. Voici comment on peut faire cette vérification à terre.

43. Suspendez une balle de plomb de trois ou quatre lignes de diamètre, à l'extrémité d'un fil de soie plate, ou de fil tors que vous cirerez pour l'empêcher de se détordre et par conséquent de s'alonger (*); faites passer ce fil dans une fente pratiquée en *B* (*fig.* 18) dans quelque corps solide et fixe; élevez ou abaissez la balle *A*, par le moyen du fil *AB*, jusqu'à ce que la distance *BA* depuis le point *B* où le fil commence à être pincé par la fente jusqu'au centre *A* de la balle, soit de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{7}$; alors, si après avoir écarté la balle *A* à peu de distance de sa position naturelle *AB*, vous l'abandonnez à elle-même, elle fera chacune de ses vibrations en une demi-seconde; c'est-à-dire qu'elle mettra une seconde entière à faire une allée et un retour (1). Ainsi, en comparant le sablier avec ce pendule, il sera facile de voir s'il dure exactement la demi-minute, ou de combien il en diffère.

44. Quant à la manière de se procurer le point fixe d'où l'on doit compter le chemin du navire pendant l'expérience, on laisse tomber de la poupe, et du côté opposé au vent, c'est-à-dire *sous le vent*, un morceau de bois (*fig.* 19) attaché à une longue ficelle qu'on lâche à mesure que le vaisseau avance, et qui, par la quantité dont elle a été lâchée, peut faire juger du chemin qu'on a fait. Ce morceau de bois et la ficelle forment ensemble ce qu'on appelle le *loch*.

Comme le morceau de bois, en tombant, a non-

(*) Ce moyen ne doit être employé que lorsqu'on n'a pas de montre à secondes; il exige des précautions que l'on évitera si l'on a l'attention de vérifier les sabliers sur une pendule bien réglée, toutes les fois que l'occasion s'en présente. *Note de l'Editeur.*

(1) Voyez, pour la démonstration, à la quatrième partie de ce Cours.

seulement la vitesse que lui donne la pesanteur, mais qu'il a encore, dans le sens du mouvement du vaisseau, une vitesse précisément égale à celle du vaisseau, puisque lorsqu'il a été lâché, il était entraîné d'un mouvement commun avec le vaisseau; il s'ensuit que quand il tombe dans l'eau il ne reste pas au même endroit, mais suit encore le vaisseau pendant quelques instans ; on ne doit donc pas juger le chemin du vaisseau par la quantité de ficelle qui a été lâchée depuis que le loch est tombé dans l'eau. Une autre raison détermine encore à attendre : l'eau, qui vers la poupe tend à remplir le vide que laisse le vaisseau en s'avançant, a, dans cet endroit et à quelque distance en arrière, beaucoup d'agitation; et, par ce mouvement qu'on nomme *remoux*, elle donne au loch des mouvemens fort irréguliers. C'est pourquoi, au lieu de compter les 30 secondes du sablier dès l'instant que le loch est à la mer, on ne commence à les compter que lorsqu'il est éloigné de la poupe, d'une quantité égale à la longueur du navire. Alors il est hors du remoux et stable, si d'ailleurs la mer n'a aucun mouvement propre.

La figure du loch est ordinairement celle d'un triangle isoscèle de 6 à 7 pouces de hauteur; sa base, qui est un peu moindre, regarde le fond de la mer, et elle est chargée d'un peu de plomb, tant pour faciliter au loch le moyen de prendre une position verticale, que pour le faire plonger jusqu'à sa pointe pour ôter toute prise au vent. C'est à cette pointe qu'est attachée la ficelle qui, à quelque distance comme en D, pousse (*) une branche DC, laquelle

(*) *Substituez :* Pousse deux branches DC, DB, lesquelles servent à contenir le morceau de bois BAC dans un plan vertical et perpendiculaire à la direction de la route, et peuvent s'en séparer lorsqu'on retire le loch, etc. *Note de l'Editeur.*

sert à maintenir le morceau de bois *BAC* dans la position verticale, et peut s'en séparer lorsqu'on retire le loch, parce qu'elle ne tient au morceau de bois *BAC* qu'à l'aide d'une cheville qui se détache par les efforts opposés de la tension de la ficelle de *A* vers *E*, et de la résistance de l'eau sur la surface *AC*.

Lors donc que l'on juge le loch à la distance convenable du vaisseau, celui qui le jette avertit par le mot *vire*, de tourner le sablier; et celui-ci, par le mot *stop*, donne au premier le signal d'arrêter le loch lorsque le sablier finit. Pendant l'expérience on lâche la ficelle en faisant tourner plus ou moins vite, selon la vitesse du vaisseau, l'espèce de touret sur lequel elle est roulée. Il y a une marque sur la ficelle pour terminer la longueur qui doit être lâchée avant que l'on commence à compter; depuis ce point la ficelle est divisée en parties égales distinguées par des nœuds, afin qu'on puisse les compter dans l'obscurité comme dans le jour; et ces espaces s'appellent aussi *des nœuds* : leur grandeur a un rapport déterminé avec la lieue marine; elle en est la 360ᵉ partie, ou la 120ᵉ partie d'un tiers de lieue marine. Or, comme l'expérience dure une demi-minute, et que dans une heure il y a 120 demi-minutes, pendant lesquelles le vaisseau marchant toujours de même, doit faire 120 fois autant de chemin, il s'ensuit que pour chaque nœud qui aura été filé, le navire fait un tiers de lieue par heure; ensorte que, si pendant l'expérience il y a eu 9 ou 10 nœuds de filés, le navire fait 9 ou 10 tiers de lieue par heure, c'est-à-dire trois lieues ou trois lieues et un tiers.

Comme la lieue marine (39) est de $2851 \frac{1}{2}$ toises, ou de 17109 pieds, si l'on en prend la 360ᵉ partie, on aura 47 pieds 6 pouces pour la longueur que doit avoir chaque nœud. Ainsi, tant que la durée de l'expérience sera de 30 secondes (*), chaque nœud doit être de 47 pieds et demi, pour répondre à un tiers de lieue par heure.

45. Pendant le cours d'une campagne, la ficelle est sujette à des raccourcissemens et des alongemens alternatifs : il est donc très-nécessaire de la vérifier de temps à autre, et de la rectifier lorsqu'on y aperçoit quelque changement, ou d'en tenir compte dans l'évaluation du chemin du navire. Par exemple, si l'on s'apercevait que la ligne de loch, ou la ficelle s'est alongée d'un 20ᵉ, il est clair qu'elle ferait estimer le chemin d'un 20ᵉ plus court qu'il n'est réellement, il faudrait augmenter d'un 20ᵉ le nombre des nœuds que l'on aurait comptés pendant la demi-minute.

46. Si en vérifiant le sablier de la manière que nous avons décrite ci-dessus, on trouvait que sa durée n'est pas exactement de 30 secondes, ensorte qu'elle fût, par exemple, de 32 secondes, il est visible qu'on aurait compté plus de nœuds qu'on ne devait. On ferait donc cette proportion : 32 secondes sont à 30 secondes, comme le nombre de nœuds qu'on a comptés est à celui qui répond à 30 secondes. Il faut encore faire attention (**) si le commencement et la fin des nœuds qu'on a filés ont répondu exactement au commencement et à la fin de l'écoulement du sablier, et tenir compte, autant qu'il est possible, de la différence, s'il y en a. Cette diffé-

(*) La longueur du nœud en mètres serait de 15 mètres 4 décimètres 3 centimètres. Comme les mètres doivent être divisés avec plus de précision que la toise, on fera bien de s'en servir. *Note de l'Editeur.*

(**) Il vaut mieux prendre l'habitude de faire correspondre les deux extrémités du temps, avec les instans où l'on commence et l'on finit à filer la ligne de loch. *Note de l'Editeur.*

rence produit le même effet que si le sablier durait trop ou trop peu. En général les attentions que nous rappelons ici, sont d'autant moins à négliger, que la durée de l'expérience est par elle-même fort courte.

47. Avec ces soins, et en observant de répéter l'expérience autant que le vaisseau paraîtra changer de vitesse, on pourrait faire une estime du sillage, suffisamment exacte si le morceau de bois ou *bateau de loch* pouvait être regardé comme fixe; mais il n'en est pas ainsi, et par plusieurs causes dont les effets sont fort variables et peu connus. La mer est sujette à des mouvemens particuliers dont la direction et la vitesse n'ont rien de constant. Les courans qui naissent de ces mouvemens donnent au navire une vitesse que le loch ne fait pas découvrir, puisqu'il la reçoit aussi, ensorte qu'il ne fait connaître que le mouvement du vaisseau par rapport à la mer, et non le mouvement à l'égard de la terre, qui est celui qui importe véritablement.

Il y a quelques courans dont la direction ainsi que la vitesse sont assez bien connues : on sait, par exemple, qu'à l'équateur et à quelque distance de part et d'autre, la mer se meut vers l'occident et forme un courant perpétuel dont la vitesse est de 3 lieues par jour; mais il en est une infinité d'autres qui ne tenant pas à des causes aussi générales et aussi régulières, laisseront toujours beaucoup d'incertitude sur le sillage : tels sont, par exemple, les mouvemens que la mer peut prendre lorsque le vent a soufflé pendant un certain temps vers un même côté. On ne peut douter que sa surface et les parties voisines ne prennent une certaine partie de la vitesse du vent; mais quelle est cette partie? combien ne peut-elle pas varier dans le voisinage des terres par la position des côtes? comment reconnaître si elle n'est pas jointe à quelques autres mouvemens occasionnés par le vent qui a régné auparavant, ou par toute autre cause ? etc. Sur ce point l'expérience doit être beaucoup consultée, et peut-être sera-t-elle toujours le seul guide; mais il faut encore beaucoup d'attention et de discernement pour bien juger ce que l'expérience décide véritablement sur ces objets (*). Nous verrons par la suite comment on doit corriger les routes de l'effet supposé connu de ces différentes causes.

De la manière de connaître la direction de la route du navire : de la Boussole et de ses usages.

48. C'est à l'aide de la boussole qu'on détermine la direction de la route du vaisseau. La boussole consiste principalement en une aiguille d'acier, qui ayant été frottée à une pierre d'aimant, en a reçu la propriété singulière de se diriger constamment vers un même point de l'horizon, c'est-à-dire, que dans un même lieu et dans un même temps, si ayant suspendu cette aiguille à l'aide d'un fil ou sur un pivot, de manière qu'elle puisse tourner librement, on l'écarte à droite ou à gauche de la position où elle serait en repos, elle reviendra à cette position après quelques balancemens, et s'y arrêtera.

Cette ligne dans laquelle l'aiguille se fixe ainsi d'elle-même, s'appelle le *méridien magnétique*.

49. Le méridien magnétique n'est pas le même dans tous les lieux de la terre, et dans un même

(*) Le loch est sans doute un instrument très-imparfait; mais jusqu'à présent on n'a rien pu y substituer de meilleur. Il en résulte que l'estime doit être affectée de grandes erreurs. Le seul moyen de les reconnaître est d'observer la latitude et la longitude par des distances. Les corrections dont il est ici question, sont en quelque sorte arbitraires, et depuis longtemps on n'en fait plus usage. *Note de l'Editeur.*

lieu il n'est pas non plus toujours le même dans tous les temps. A la vérité, dans un court intervalle de temps il ne change pas sensiblement, si ce n'est par des causes accidentelles; mais d'année en année sa variation est sensible et paraît se faire toujours vers le même côté.

50. C'est à la ligne méridienne qu'on rapporte la situation de l'aiguille, et on appelle *déclinaison* ou *variation* de l'aiguille, l'angle qu'elle fait dans le plan horizontal, avec la méridienne ou la ligne nord et sud. A Paris, cet angle était, en avril 1766, de 19° 6′ du nord à l'ouest; en avril 1767, il était de 19° 16′; et en mars 1768, il était de 19° 25′ (1). Il paraît qu'il augmente annuellement d'environ 10 minutes à Paris. Il y a environ un siècle cet angle était entre le nord et l'est. Il est donc très-nécessaire de s'assurer de la variation de la boussole, selon le temps et selon les lieux. Nous en donnerons les moyens par la suite.

51. Pour les boussoles ordinaires on suspend l'aiguille sur un pivot, dans une boîte que l'on recouvre d'une glace. Les bords de la boîte, ou le fond, sont divisés en degrés; et la ligne qui passe par les points 0° et 180°, représente la méridienne sur laquelle le nord est distingué par une fleur-de-lis. Sur le fond de la boîte on colle, ou l'on trace la rose des vents dont nous allons parler.

52. Quant à la boussole dont on fait usage à la

(1) Depuis cette époque, la variation n'a pas reçu d'accroissemens aussi réguliers. A 10 minutes par an, elle aurait dû être de 20° 56′ en 1777 : or, d'après l'observation, elle n'a été que de 19° 48′. Ce ralentissement indiquerait-il que l'aiguille est proche du terme de son excursion vers l'ouest et se prépare à revenir vers le nord? C'est au temps à décider cette question (*).

(*) Le mouvement de l'aiguille vers l'ouest continue à se ralentir. En 1813, la variation était de 22° 28′; il pourrait bien devenir rétrograde dans quelques années. *Note de l'Editeur.*

mer, l'aiguille n'est pas libre comme dans la précédente ; on la charge d'un carton léger, ou d'un morceau de talc taillé en rond et collé entre deux morceaux de papier, ensorte que dans son mouvement elle est obligée d'entraîner avec elle ce cercle qui par sa masse modère la facilité qu'elle aurait à vaciller. On donne quelquefois à l'aiguille la figure d'un losange évidé, tel qu'on le voit (*fig.* 20). Mais cette forme peut la rendre infidèle, en ce que si par quelque cause que ce soit, comme la rouille ou toute autre chose, la vertu magnétique venait à n'avoir pas la même action sur les deux côtés AD et BD que sur les deux côtés AE, EB, la ligne AB ne serait pas la vraie direction suivant laquelle s'exercerait l'effort total de la vertu magnétique (*). La *figure* 21 est plus convenable.

53. C'est sur le cercle dont nous venons de parler qu'est tracée la *rose des vents*. On appelle ainsi un cercle (*fig.* 22) divisé en 32 parties égales, par des rayons qu'on nomme *rumbs* ou *aires de vent*. On appelle aussi *rumbs* ou *aires de vent* les quantités angulaires comprises entre ces rayons. Le nord est indiqué par une fleur-de-lis, et le diamètre qui passe par ce point, est supposé représenter la méridienne, qu'on appelle aussi la *ligne nord et sud* de la boussole. A 90° de part et d'autre des extrémités de cette ligne, sont les points d'est et d'ouest. Le diamètre qui joint ces deux-ci s'appelle la *ligne est et ouest*.

Ces quatre points, nord, sud, est et ouest, partagent donc l'horizon en quatre parties égales; on les nomme les *points* ou les *vents cardinaux*, parce

(*) Cette forme a été abandonnée ; les aiguilles ont actuellement la forme d'une barre de fer droite, coupée à angles droits. *Note de l'Editeur.*

qu'ils communiquent leurs noms à tous les autres vents.

On subdivise chaque quart de l'horizon en deux parties égales, et le rayon ou l'aire de vent qui part de chacune de ces nouvelles divisions, prend un nom composé de ceux des deux points cardinaux entre lesquels il se trouve, et dans lequel on nomme le premier celui qui appartient à la ligne nord et sud. Ainsi pour nommer le milieu entre le sud et l'est, on dira *sud-est*, et non pas est-sud. On appellera de même *nord-ouest*, celui qui tient le milieu entre le nord et l'ouest.

On partage chacune de ces aires de vent en deux parties égales, et l'on donne à chacune un nom composé des deux entre lesquelles elle se trouve, en nommant toujours le premier celui des quatre points cardinaux dont elle est le plus voisine. Ainsi celle qui tient le milieu entre l'est et le nord-est, s'appellera *est-nord-est*; celle qui tient le milieu entre le nord et le nord-ouest, s'appellera *nord-nord-ouest*.

Enfin pour avoir les 32 aires de vent, on subdivise ces dernières, chacune en deux autres; et pour former le nom de chacune, on emprunte ceux des deux des huit premières aires de vent entre lesquelles elle tombe, en mettant toujours le premier celui dont elle est le plus voisine; mais on sépare ces deux noms par le mot *quart*. Par exemple, pour énoncer l'aire de vent qui tient le milieu entre le nord et le nord-nord-est, on dira *nord quart de nord-est*, parce qu'elle est près du nord, mais avancée vers le nord-est, du quart du nord au nord-est, et l'on écrira $N \frac{1}{4} NE$; pour énoncer celle qui tient le milieu entre le nord-est et le nord-nord-est, on dirait *nord-est quart de nord*, et l'on écrirait $NE \frac{1}{4} N$.

54. L'aiguille est portée sur un pivot comme dans les autres boussoles; mais la boîte qui porte ce pi-

vot est renfermée dans une autre boîte, dans laquelle elle est mobile dans deux sens différens. $CDEF$ (*fig.* 23) représente la boîte qui porte l'aiguille. Cette boîte, au moyen de deux boulons A et B qui entrent dans le balancier $ARBS$, peut tourner autour de la droite AB, et le balancier lui-même peut tourner autour de la droite RS perpendiculaire à AB, au moyen des deux boulons R et S qui entrent dans une boîte quarrée extérieure; ensorte que la boîte intérieure peut se balancer en même temps autour de AB et autour de RS. Pour diminuer sa mobilité et lui donner plus de disposition à garder sa situation naturelle, on charge de plomb sa concavité, et sa suspension lui procure l'avantage de revenir à sa situation naturelle par un mouvement plus doux, lorsqu'elle en a été dérangée par l'agitation du vaisseau.

55. Le pivot sur lequel porte l'aiguille, la boîte intérieure et le balancier, sont communément de cuivre; et en général, tant pour ces pièces que pour toutes les autres parties de la boussole, on doit éviter d'y employer le fer ou l'acier; ils ne manqueraient pas d'altérer la position de l'aiguille; on doit même éviter d'en avoir dans le voisinage de la boussole.

56. Lorsque la boussole est employée à diriger le navire, on l'appelle *compas de route*. Sa boîte extérieure, qui est quarrée, est placée dans une armoire ouverte, située perpendiculairement à la quille; cette armoire s'appelle l'*habitacle*. La situation de la rose à l'égard de la boîte, suffit pour faire connaître la direction de la quille du navire.

57. Quand la boussole sert à relever les objets, c'est-à-dire à reconnaître l'aire de vent à laquelle ils répondent, on l'appelle *compas de variation*. Alors on la garnit de deux pinnules A et B (*fig.* 23) par lesquelles on vise aux objets. Pendant qu'un obser-

vateur aligne les deux pinnules avec l'objet, un autre examine quelle est la situation de la ligne nord et sud de la rose à l'égard d'un fil *MN*, tendu d'un bord à l'autre de la boîte, perpendiculairement à la ligne *AB* imaginée par les fentes des deux pinnules. L'angle que font ces deux lignes est précisément égal à celui dont l'objet est écarté à l'égard de la ligne est et ouest de la boussole. C'est ce qu'il est facile de voir, en jetant les yeux sur la figure 25, où il est évident que si *SN* représente la ligne nord et sud du compas, *OE* perpendiculaire à *SN* représentera la ligne est et ouest; et puisque le fil représenté par *PM* est perpendiculaire au rayon visuel *RC*, les angles *OCN*, *RCM* seront égaux; et retranchant respectivement les angles égaux *OCP*, *ECM*, les angles restans *PCN* et *RCE* seront égaux. Mais il faut observer que ces angles sont supposés dans un plan horizontal; ensorte que quand il s'agit d'un objet élevé sur l'horizon, comme du soleil, par exemple, l'angle *RCE* que l'on mesure avec le compas, n'est pas l'angle compris entre le rayon visuel qui va au soleil et la ligne est et ouest du compas: c'est l'angle compris entre cette dernière ligne et celle qui irait du centre *C* de la rose des vents, au point où tomberait la perpendiculaire abaissée de l'objet ou de l'astre sur l'horizon.

58. Le compas de route sert à déterminer la position de la quille du vaisseau à l'égard de la vraie ligne nord et sud, et à la maintenir ou à la ramener à cette position lorsqu'elle s'en écarte; mais il ne fait pas connaître la direction de la route du vaisseau, qui le plus souvent est différente de la direction de la quille. C'est le compas de variation qu'on emploie pour connaître l'angle que la route fait avec la quille, angle que l'on appelle la *dérivée*: voici comment on la détermine.

Le vaisseau faisant route laisse assez au loin en arrière de lui une trace qu'on appelle la *houache*; qui étant l'effet de sa marche, est la ligne même qu'il suit, du moins en supposant que la mer n'ait aucun mouvement propre. Il n'y a donc qu'à relever cette trace avec le compas de variation; on saura par là quel angle elle fait avec la ligne est et ouest du compas; et comme on sait quel angle la quille fait avec cette dernière, on connaîtra facilement l'angle de la dérive.

Principes fondamentaux de la réduction des routes.

59. Dans tout ce qui va être dit sur la réduction des routes, nous ferons abstraction des erreurs que l'on est exposé à commettre, tant sur le sillage que sur le rumb de vent. Nous regarderons l'un et l'autre comme exactement connus; nous verrons dans la seconde section comment on détermine la variation de l'aiguille; mais nous supposons ici qu'on y a eu égard, ainsi qu'à la dérive.

Lorsqu'un vaisseau fait route, il suit toujours la même direction ou la même aire de vent, tant que la direction et la force du vent restent les mêmes, et que les voiles restent en même quantité et orientées de la même manière; ou si par intervalles il s'écarte par les coups de lame, on le ramène par le moyen du gouvernail dont le timonier fait usage à mesure que les changemens indiqués par le compas de route en font voir la nécessité.

Quand nous disons que le vaisseau suit toujours la même direction, nous n'entendons pas que pour se rendre d'un point à un autre on prenne toujours le rumb de vent direct, et qu'on y aille par ce seul rumb; au contraire, cela n'arrive presque jamais: on est souvent obligé de prendre un rumb fort différent pour pouvoir *dériver*, c'est-à-dire s'éloigner des caps ou des écueils voisins du rumb de vent direct, et sur lesquels on s'exposerait à être jeté si l'on suivait celui-ci. D'autres fois on cherche à gagner des parages où soufflent les vents qui peuvent favoriser le reste de la navigation. En un mot, il y a plusieurs motifs qui peuvent déterminer à préférer une route quelconque à la route directe, et qui peuvent faire changer plusieurs fois dans le cours d'une traversée. Mais quoiqu'on coure par intervalles sur différentes aires de vent, on reste néanmoins sur chacune pendant un certain espace de temps. Ainsi, puisque la route est la somme de plusieurs routes plus ou moins longues, décrites chacune sur une certaine aire de vent, nous pouvons considérer chacune de ces routes partielles, comme si elle était la route totale; il ne s'agira que de répéter, pour chacune, des opérations analogues à celles que l'on aura faites pour l'une d'entr'elles.

60. Observons d'abord que puisque la surface de la terre est courbe, et qu'à mesure qu'on change de place, on change nécessairement d'horizon, les rumbs de vent ne sont pas des lignes droites, mais des lignes courbes : cela est évident, puisqu'ils sont tracés sur une surface courbe. Mais ils le sont encore par une autre raison, parce que chacun doit faire constamment un même angle avec le méridien de chaque lieu. En effet, soient A et B (*fig.* 26) deux points infiniment voisins, placés sur deux méridiens différens. Soient AB et BR les lignes qui, pour chaque point, marquent le nord-ouest ou tout autre rumb de vent; les angles BAP et RBP sont donc égaux; mais comme les arcs BP et AP ne sont point parallèles, et qu'au contraire l'arc BP se rapproche de l'arc AP, il est clair que l'angle PBQ, qu'il forme avec AB prolongé, sera plus grand que l'angle PAQ, et par conséquent plus grand que PBR; donc puisque BR marque le même rumb

de vent que AB, les parties AB et BR d'un même rumb de vent ne sont point ni en ligne droite, ni dans un même plan avec BQ.

61. Chaque rumb de vent AB (*fig.* 27) forme donc sur la surface du globe une ligne courbe; cette ligne s'appelle *loxodromie*. Un vaisseau qui suivrait constamment le même rumb de vent, s'approcherait sans cesse du pôle, en tournant autour, mais sans pouvoir jamais y arriver, excepté le cas où il suivrait la ligne nord et sud. Examinons maintenant la propriété de cette courbe, qui sert de fondement à toutes les réductions des routes.

Concevons que AB soit une partie quelconque d'un rumb de vent, PBN, PAM les deux méridiens extrêmes, NM l'équateur, PCK, PEL deux méridiens qui coupent le rumb de vent AB en deux points infiniment voisins C et E. Si l'on conçoit que du pôle P on ait décrit les arcs BS et CD parallèles à l'équateur, il est clair que si AB est le rumb de vent ou la route qu'a suivie un vaisseau, AS sera le chemin fait suivant la ligne nord et sud, depuis le point du départ A jusqu'au point d'arrivée B, et que l'arc MN de l'équateur marquera le changement ou la différence en longitude.

Donc, par la même raison, si EC marque l'espace parcouru pendant un instant sur le rumb de vent AB, DE marquera le chemin fait suivant la ligne nord et sud pendant ce même instant, et KL sera le changement en longitude. Or comme le triangle CDE, rectangle en D, est infiniment petit, on peut le regarder comme rectiligne; et si l'on conçoit la route AB partagée en une infinité de parties égales, telles que CE, et que pour chacune on conçoive un petit triangle tel que CDE, il est clair que tous ces triangles seront égaux entr'eux, parce qu'outre l'angle droit et l'hypothénuse, qui sont les mêmes dans chacun, ils auront d'ailleurs chacun l'angle *CED* du rumb de vent, le même. On pourra donc en conclure que la somme de toutes les hypothénuses *CE*, ou la longueur *AB* de la route, est à la somme de tous les côtés *DE*, ou au chemin total fait suivant la ligne nord et sud, comme une des hypothénuses *CE* est au côté correspondant *DE*. Or puisque le triangle *CDE* est rectiligne, il s'ensuit qu'il sera semblable à tout autre rectiligne qui aurait les mêmes angles; donc si (*fig.* 28) on construit un triangle rectiligne rectangle *GIH*, dont l'angle *G* soit égal à l'angle du rumb de vent, ce triangle sera semblable au triangle *CDE* (*fig.* 27), et l'on aura par conséquent (*fig.* 28) *GH* : *GI* :: (*fig.* 27) *CE* : *DE*, et par conséquent :: *AB* : *AS*, ainsi qu'on vient de le voir; donc si l'on fait *GH* égal à la longueur *AB* de la route, *GI* sera le chemin fait suivant la ligne nord et sud.

On peut donc, quoique la route soit une ligne courbe, déterminer le chemin fait suivant la ligne nord et sud, en construisant un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuse soit égale à la longueur de la route, et dont un des angles soit égal au rumb de vent; le côté adjacent à cet angle sera le chemin fait suivant la ligne nord et sud. C'est un des principes fondamentaux de la réduction des routes.

62. Voyons maintenant comment on détermine le chemin fait suivant la ligne est et ouest.

Il est clair que ce chemin est représenté par *CD*, lorsque *CE* représente celui que fait réellement le vaisseau. Or si l'on imagine, comme ci-dessus, tous les triangles *CED* correspondans aux différentes parties *CE* de la route, on verra de même que la somme de toutes les hypothénuses *CE*, ou la route entière *AB*, est à la somme de tous les côtés *CD*, ou au chemin total fait suivant la ligne est et ouest, comme CE est à CD, ou, à cause des triangles semblables CED, HGI (*fig.* 27 et 28), :: $GH:HI$; donc, *si l'on fait un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuse soit égale à la longueur de la route, et dont un angle soit égal au rumb de vent, le côté opposé à cet angle sera le chemin fait suivant la ligne est et ouest.*

On peut donc représenter par les parties d'un seul triangle rectiligne rectangle la longueur de la route, le chemin fait suivant la ligne nord et sud, le chemin fait suivant la ligne est et ouest, et le rumb de vent.

63. Ces deux propositions sont vraies, quelle que soit la longueur de la route. Quoique la route, le chemin fait suivant la ligne est et ouest soient tous des lignes courbes, il n'en est pas moins rigoureusement exact de les représenter par l'hypothénuse et les côtés d'un triangle rectiligne, tel qu'on vient de le dire. Mais on se tromperait si, ayant vu que le côté GI (*fig.* 28) est égal à AS (*fig.* 28), on en concluait que HI est égal à BS. En effet HI est la somme de tous les petits arcs CD, laquelle est plus grande que BS, puisque CD est plus grand que OQ. Et si du pôle P on imagine l'arc AR, on verra de même que HI, ou la somme des petits arcs CD, est plus petite que AR.

64. Lorsqu'une fois on a déterminé le chemin fait suivant la ligne nord et sud, il est facile d'en conclure la différence en latitude; car ce chemin faisant partie d'un grand cercle, on doit, pour chaque vingtaine de lieues, compter un degré. Il ne s'agira donc (39) que de prendre le vingtième pour avoir les degrés, et de tripler le reste pour avoir les minutes.

65. Quant à la différence en longitude, elle ne peut pas se conclure aussi immédiatement de la

valeur du chemin fait suivant la ligne est et ouest. En effet ce dernier chemin a pour valeur HI (*fig.* 28), qui est la somme de toutes les petites parties CD (*fig.* 27), somme qui, comme nous venons de le voir, est plus grande que BS et plus petite que AR.

Si l'on savait à quelle latitude MT se trouve l'arc TV, qui, étant terminé par les deux méridiens PM, PN, serait précisément égal à la somme de tous les petits arcs CD ou à HI, il serait facile d'en conclure la longueur de l'arc MN qui mesure la différence de longitude, parce que nous savons (*Géom.* 329) que la longueur de l'arc TV est à celle de MN comme le cosinus est au rayon. Ayant donc trouvé, par cette proportion, la valeur de l'arc MN en lieues, on la réduirait en degrés et minutes, comme il vient d'être dit pour la latitude. Mais on ne peut déterminer ce point T d'une manière généralement exacte, que par la même méthode, qui donnerait immédiatement la différence en longitude, sans exiger d'ailleurs cette dernière proportion. Voyons donc comment on peut déterminer directement et exactement la différence en longitude.

66. Puisque (*Géom.* 329) on a $CD:LK::\cos LD:R$, ou $::R:\text{séc}\,LD$; que d'ailleurs le triangle rectangle CED (*Géom.* 296) donne $ED:CD::R:\text{tang}\,CED$, on aura, en multipliant ces deux proportions, $ED : LK :: R^2 : \text{séc}\,LD \times \text{tang}\,CED$; donc

$$LK = \frac{ED \times \text{séc} \times LD \times \text{tang}\,CED}{R^2} = \frac{ED \times \text{séc}\,LD}{R} \times \frac{\text{tang}\,CED}{R}.$$

Mais selon ce que nous avons vu (36), $\frac{ED \times \text{séc}\,LD}{R}$ exprime la grandeur qu'on doit donner aux parties ED du méridien, pour avoir les latitudes croissantes; donc en raisonnant de même pour les arcs CD correspondans aux différentes parties de AB, on conclura que la somme de tous les arcs LK, ou l'arc MN, est égale à la somme de toutes les parties méridionales de la différence AS en latitude, multipliée par $\frac{\text{tang}\, CED}{R}$, c'est-à-dire par le rapport de la tangente du rumb de vent au rayon, ou, ce qui revient au même, est égale à la différence des latitudes croissantes du point d'arrivée et du point de départ, multipliée par le rapport de la tangente du rumb de vent au rayon, ce qui donne cette règle fort simple pour déterminer la différence en longitude. Faites cette proportion...... *Le rayon est à la tangente du rumb de vent, comme la différence des latitudes croissantes de l'arrivée et du départ est à la différence en longitude.* Sur quoi il faut observer que si les deux latitudes étaient de dénomination contraire, c'est-à-dire l'une australe et l'autre boréale, au lieu de la différence des latitudes croissantes on prendrait leur somme, parce que l'arc AS, au lieu d'être la différence, serait alors la somme des latitudes d'arrivée et de départ.

67. On peut exécuter cette même règle par une opération graphique fort simple aussi. En construisant un triangle rectangle GKL (*fig.* 28) dont l'angle G soit égal au rumb de vent, et le côté GK égal à la différence des latitudes croissantes; alors KL sera la différence en longitude, puisque (*Géom.* 296) $GK : KL :: R : \text{tang}\, KGL$.

68. Le triangle GKL qui détermine la différence en longitude, est donc semblable à celui GIH qui (62) détermine le chemin fait suivant la ligne est et ouest.

Quant à la différence des latitudes croissantes, elle est toujours facile à avoir, soit par la règle donnée (37), soit par une table calculée (et nous en donnerons une à la fin de ce volume), soit par les cartes réduites, soit enfin par les règles ou échelles graduées qui sont en usage dans la navigation, et dont nous parlerons plus bas.

69. Lorsque la route a peu d'étendue en longueur, comme lorsqu'elle n'excède pas 200 lieues, et qu'on ne passe pas au-delà du 60e degré de latitude, on peut, sans erreur sensible (1), supposer que l'arc TV (*fig.* 27) du parallèle qui passe à distances égales des deux parallèles extrêmes AR et BS, est précisément égal au chemin HI (*fig.* 28) couru suivant la ligne est et ouest, et l'on appelle cet arc le *moyen parallèle*. Lors donc qu'on a déterminé le chemin GI (*fig.* 28) fait en latitude, et qu'on l'a réduit en degrés, il ne s'agit plus que d'en ajouter la moitié à la plus petite latitude AM (*fig.* 27), et de faire cette proportion : le cosinus de la latitude MT du moyen parallèle est au rayon, comme le chemin ou le nombre de lieues TV ou HI, fait suivant la ligne est et ouest, est au nombre de lieues de l'arc MN, que l'on réduit ensuite en degrés pour avoir la différence en longitude.

Ou bien on forme un triangle rectangle ABC (*fig.* 29) dont l'angle BAC soit égal à la latitude

(1) La plus grande erreur qu'on puisse commettre sur la longitude, en prenant le moyen parallèle, est, en minutes, $\frac{2}{13}$ du cube du nombre de centaines de lieues de la route, vers le parallèle de 45° ; elle est la moitié de ce cube, vers le parallèle de 60°; mais elle serait de $4\frac{1}{20}$ fois ce cube, vers le parallèle de 75°; nous le démontrerons dans la quatrième section de ce volume. Donc si la route est de 200 lieues ou de deux centaines de lieues, la plus grande erreur sera un peu plus d'une minute et un quart vers le parallèle de 45°; elle sera de 4′ vers le parallèle de 60°, et de 32′ $\frac{2}{5}$ vers le parallèle de 75°. Mais comme ces différences augmentent en raison du cube de la longueur de la route, il est clair qu'on ne doit guère se permettre l'usage du moyen parallèle au-delà des limites que nous prescrivons ici.

du moyen parallèle, et dont le côté AB de l'angle droit adjacent à l'angle BAC, soit égal au nombre de lieues de TV (*fig.* 27) ou de HI (*fig.* 28); alors le côté AC est la valeur de l'arc MN, puisque (*Géom.* 295) $AB : AC ::$ sin BCA ou cos $CAB : R$.

70. Les lieues qu'on a courues suivant la ligne est et ouest s'appellent *lieues mineures* quand elles sont courues sur un parallèle, et *lieues majeures*, sur l'équateur. On leur a donné ce nom, parce qu'il faut un moindre nombre de lieues sur un parallèle, pour faire un certain nombre de degrés, qu'il n'en faut sur l'équateur; mais ces lieues ne diffèrent pas les unes des autres pour la grandeur.

71. Quelques auteurs ont proposé de prendre pour moyen parallèle, non pas celui qui répond au milieu de la différence en latitude, mais celui dont la latitude croissante tiendrait le milieu entre les latitudes croissantes de l'arrivée et du départ. Cette méthode n'est, ainsi que la précédente, qu'une méthode d'approximation, renfermée à peu près dans les mêmes limites. Mais comme la réduction par le moyen parallèle n'est certainement pas plus facile, même pour les personnes les moins instruites, que ne l'est la réduction par les latitudes croissantes, il est clair, puisqu'elle n'est d'ailleurs qu'une approximation, qu'on ne doit l'employer que dans le cas (bien rare assurément) où l'on n'aurait ni tables, ni échelles de latitudes croissantes, ni cartes réduites. Or, dans ce cas, la seconde méthode du moyen parallèle serait impraticable. La méthode des latitudes croissantes donne la différence des longitudes par un procédé fort simple et généralement exact; celle du moyen parallèle exige au moins une opération de plus, et n'est d'une exactitude suffisante que jusqu'à un terme assez borné. Voyons maintenant comment on réduit ces règles en pratique.

De la manière de résoudre les problèmes de navigation par le moyen des cartes réduites.

72. La résolution de ces différentes questions se réduit donc, ainsi qu'on vient de le voir, à former sur la carte le triangle GIH et le triangle GKL (*fig.* 28) dont nous avons parlé (61 *et suiv.*). Les roses des vents que l'on marque en divers endroits des cartes marines, facilitent les moyens de tracer ces triangles, ou, ce qui revient au même, de déterminer la position et la grandeur de leurs côtés, sans les tracer réellement sur la carte, ce que l'on évite, en effet, pour en prolonger le service. Faire ces opérations, est ce qu'on appelle *pointer* la carte.

En exposant comment on doit se conduire pour les cartes réduites (que l'on doit toujours préférer à toutes les autres), nous ferons remarquer à quoi se réduirait l'opération sur les cartes plates.

73. 1°. *Connaissant le point de départ (c'est-à-dire, sa longitude et sa latitude), le rumb de vent qu'on a suivi, et le chemin qu'on a fait, ou les lieues de distance, il s'agit de déterminer le lieu de l'arrivée, sa longitude et sa latitude.* Par exemple, on est parti de l'île St.-Michel, marquée G (*Pl. IV*) sur la carte, et qui est située à 29° de longitude occidentale, comptée du méridien de Paris, et 38° 15′ de latitude nord. On a couru 194 lieues au SE 8° 10′ E.

Comme le rumb de vent qu'on a suivi n'est pas marqué sur la carte, et qu'il tombe entre le SE et le $SE\frac{1}{4}E$, et à 3° 5′ de celui-ci, on estimera ces 3° 5′, en prenant depuis le $SE\frac{1}{4}E$ une ouverture qui soit contenue 3 fois et $\frac{2}{3}$ dans un rumb entier. Soit AB la ligne qui marque alors le SE 8° 10′ E, avec un compas on prendra la plus courte distance du point de départ G au rumb de vent AB, et faisant glisser l'une des pointes le long de AB, en tenant toujours les deux pointes dans une direction qui lui soit perpendiculaire, l'autre pointe tracera la route GH que l'on terminera en H, en prenant avec un autre compas un intervalle GH de 194 lieues ou de 9° 42′ pris sur l'échelle des longitudes qui est au bas de la carte. Le point H ne sera pas le point d'arrivée, quoique l'intervalle GH soit du nombre de lieues qu'on a courues; parce que, de même que les degrés de latitude sont augmentés sur les cartes réduites, de même les distances réciproques des lieux y sont aussi augmentées; mais ce point H servira à déterminer de la manière suivante le vrai point d'arrivée.

Par le même moyen qu'on a employé pour mener GH parallèle à AB, on mènera par les points G et H, les lignes GI et HI parallèles à la ligne nord et sud et à la ligne est et ouest; GI (61) sera le changement en latitude : portant donc GI sur l'échelle des degrés de longitude, on connaîtra le nombre de degrés et minutes de la différence en latitude. On (*) comptera cette différence de latitude sur le méridien, depuis la latitude du départ, en allant vers l'équateur, parce que dans cet exemple la route tend à diminuer la latitude; puis, par le point où elle se terminera, on mènera une parallèle à la ligne est et ouest qui rencontrera GH prolongée en L; alors le point L sera le vrai point d'arrivée, et dont il sera facile de connaître la longitude, en observant à quel point il répond sur l'échelle des longitudes. On trouvera donc qu'on est arrivé par 32° 32′ de latitude

(*) C'est-à-dire, on prendra sur l'échelle de latitude cette différence en latitude, à partir de la latitude de G, en allant vers l'équateur, et on la portera de G en K. *Note de l'Editeur.*

nord, et par 19° 52′ de longitude occidentale; c'est-à-dire qu'on est à Madère.

La raison de cette pratique est évidente après ce qui a été dit (61 *et suiv.*), et en observant que, par la nature des cartes réduites, GK est la différence des latitudes croissantes d'arrivée et de départ.

Si après avoir couru les 194 lieues dont il vient d'être question, on change de route; par exemple, si l'on court 53 lieues au $SE\frac{1}{4}S\ 4°\ S$, on prendra pour point de départ, non pas le point H, mais le point L; et ayant déterminé, comme dans l'exemple précédent, la ligne LC parallèle au $SE\frac{1}{4}S\ 4°\ S$, on prendra sur cette ligne la partie LF de 53 lieues, ou 2° 39′ pris sur l'échelle des longitudes; puis menant par les points L et F les lignes LE, FE parallèles à la ligne est et ouest, et à la ligne nord et sud, FE portée sur l'échelle des longitudes, fera connaître la différence de latitude, que l'on comptera ensuite sur le méridien, depuis la latitude du départ en allant vers l'équateur, parce que la route tend ici à diminuer la latitude. On aura donc la latitude d'arrivée. Par ce point on mènera une parallèle à la ligne est et ouest, laquelle coupera LF prolongée en un point C qui sera celui de l'arrivée. On trouvera dans cet exemple, qu'on est arrivé par 30° 10′ de latitude nord, et 18° 35′ de longitude occidentale, c'est-à-dire qu'on est arrivé près l'île Salvage.

74. Si le rumb de vent qu'on a suivi était précisément sur la ligne est et ouest, ou s'il en était extrêmement voisin, alors, pour trouver la différence en longitude, on compterait depuis le centre de la rose des vents sur la ligne est et ouest, le nombre de lieues qu'on a courues, ou plutôt le nombre de degrés qui lui correspond, sur l'échelle des longitudes; par le point M où se termine ce nombre,

on mènerait une parallèle à la ligne nord et sud; en observant en quel point elle coupe celui des rumbs de vent, qui fait, avec la ligne est et ouest, un angle égal à la latitude du départ, on prendrait la distance AN de ce point au centre A, et la portant sur l'échelle des longitudes, on aurait la différence de longitude. Par exemple, on est parti de Porto-Santo, qui est par 18° 40′ de longitude occidentale comptée de Paris, et par 33° 35′ de latitude nord, on a couru à l'est, et on a fait 135 lieues. On prendra AM, de 6° 45′, valeur des 135 lieues sur l'échelle des longitudes; et comme la latitude vaut à très-peu près 3 rumbs de vent, on examinera à quel point N, MN parallèle à la ligne nord et sud, coupe le troisième rumb de vent AN; la distance AN étant portée sur l'échelle des longitudes, fera connaître que la différence de longitude est de 8° 15′; on est donc arrivé près du cap Blanc.

La raison de cette pratique est évidente, en se rappelant que le nombre des lieues courues sur un parallèle, est au nombre de lieues qui leur correspondent sur l'équateur, comme le cosinus de la latitude est au rayon. Or dans le triangle rectangle NAM, $AN : AM :: R : \sin :: ANM$ ou $\cos NAM$; or ce dernier angle a été fait égal à la latitude.

75. *Sur les cartes plates*, on porte de G en H le nombre de lieues qu'on a courues; le point H est le point d'arrivée, dont on connaîtra la longitude et la latitude, en observant sur l'échelle de longitude et sur le méridien, à quels points répond le point H.

76. Si dans le cours des opérations il arrivait que quelqu'une des routes dût sortir de la carte, alors on partagerait celle-ci en deux parties qui auraient le même rumb de vent, et ayant déterminé le point d'arrivée qui convient à la partie qui peut se trouver sur la carte dont on s'est servi jusques-là,

on le prendrait pour point de départ sur la seconde carte; bien entendu que pour chaque carte on doit employer l'échelle qui lui est propre.

77. 2°. *Connaissant le point de départ, le rumb de vent et la latitude de l'arrivée, on demande les lieues de distance et le lieu de l'arrivée.*

Soit G le point de départ, AB le rumb de vent qu'on a suivi, on mènera, comme il a été dit dans l'article précédent, GH parallèle à AB et GI parallèle à la ligne nord et sud. Sur cette dernière, on portera de G vers I (si la route tend à diminuer la latitude, ou à l'opposite dans le cas contraire) la différence en latitude, prise sur l'échelle des longitudes; puis menant par le point I la ligne HI parallèle à la ligne est et ouest, si l'on porte GH sur l'échelle des longitudes, et qu'on réduise en lieues le nombre de degrés que GH occupera, on aura la longueur de la route.

Pour avoir le point d'arrivée par la latitude d'arrivée (*) comptée sur le méridien, on mènera une parallèle à la ligne nord et sud, laquelle rencontrera la route GH en un point L qui sera celui d'arrivée, dont on aura par conséquent la longitude, en observant à quel point de l'échelle de longitudes il répond.

78. Si la latitude d'arrivée était égale à celle du départ; c'est-à-dire, si l'on avait suivi la ligne est et ouest, alors l'énoncé de la question ne serait pas suffisant pour trouver le point d'arrivée et la longueur de la route.

79. *Sur les cartes plates*, on fait GI parallèle à la ligne nord et sud, et égale au nombre de lieues

(*) C'est-à-dire, par le point K du prolongement de GI, qui répond, sur l'échelle des latitudes, à la latitude d'arrivée, on mènera une parallèle à la ligne est et ouest, laquelle rencontrera GH en un point L, etc. *Note de l'Éditeur.*

qui correspond à la différence des latitudes (ou à leur somme, quand elles sont de dénominations différentes); le point H déterminé en menant IH parallèle à la ligne est et ouest, est le point d'arrivée.

80. 3°. *Connaissant le point de départ, la longueur de la route et la latitude d'arrivée, on demande le rumb de vent et le lieu de l'arrivée.*

Par le point G du départ on mènera GI parallèle à la ligne nord et sud, et égale au nombre de degrés et minutes de la différence des latitudes (ou de la somme quand les latitudes sont de dénominations différentes) prises sur l'échelle des longitudes. Ayant mené par le point I, une parallèle à la ligne est et ouest, on la coupera en un point H par un arc décrit du point G comme centre, et d'un rayon GH égal au nombre des lieues de la route, réduit en degrés et minutes, et compté sur l'échelle des longitudes. Si par le centre A de la rose on mène AB parallèle à GH, AB sera le rumb de vent.

Pour avoir le point d'arrivée par l'extrémité de la latitude d'arrivée, comptée sur le méridien, on mènera une parallèle KL à la ligne est et ouest, laquelle coupera GH prolongée en un point L qui sera celui d'arrivée, dont il sera facile de connaître la longitude.

81. Si la latitude d'arrivée était égale à celle du départ, alors, pour avoir la longitude d'arrivée, on ferait, comme il a été dit (74) pour ce même cas.

82. *Sur les cartes plates*, H est le point d'arrivée, et GI ainsi que GH se comptent en lieues.

83. 4°. *Connaissant le point de départ et celui d'arrivée, on demande le rumb qui conduit de l'un à l'autre, et le nombre de lieues qu'il y a à faire pour s'y rendre.*

Soient G et L les lieux de départ et d'arrivée: par le centre A de la rose des vents, on mènera AB

parallèle à GL ; ce sera le rumb de vent qu'on doit suivre.

Par le point qui sur le méridien marque la latitude d'arrivée, et par celui qui sur l'échelle des longitudes marque la longitude du départ, on mènera les lignes LK, GK parallèles à la ligne est et ouest, et à la ligne nord et sud. De G vers K on prendra GI égal au nombre de degrés de la différence en latitude comptée sur l'échelle des longitudes; puis tirant par le point I la ligne IH parallèle à la ligne est et ouest, la distance GH portée sur l'échelle des longitudes, donnera un certain nombre de degrés et minutes, qui étant réduit en lieues, exprimera la longueur de la route.

84. Si les latitudes du départ et de l'arrivée étaient égales, le rumb de vent serait la ligne est et ouest; et pour avoir les lieues de distance, on ferait l'inverse de ce qui a été dit (74) pour ce cas; c'est-à-dire, qu'ayant compté la latitude en rumbs de vent, depuis la ligne est et ouest, on prendrait sur le rumb AN qui la termine, la quantité AN égale à la différence des longitudes prise sur l'échelle des longitudes; alors menant NM parallèle à la ligne nord et sud, on porterait AM sur l'échelle des longitudes, et réduisant en lieues le nombre de degrés qu'on trouverait, on aurait les lieues de distance.

85. *Sur les cartes plates*, GL mesuré en lieues, donnerait les lieues de distance; et AB parallèle à GL serait le rumb de vent.

86. 5°. *Connaissant le point de départ, le rhumb de vent et la longitude d'arrivée, on demande le lieu de l'arrivée, et les lieues de distance.*

La solution de cette question peut être utile pour trouver la latitude d'arrivée, lorsque, par quelque moyen que ce soit, on est assuré de la longitude.

Par le point G du départ on mènera GL parallèle au rumb de vent, que je suppose être AB. Par le point qui, sur l'échelle des longitudes, marque la longitude d'arrivée, on mènera une parallèle à la ligne nord et sud; cette parallèle rencontrera GL en un point L qui sera le point d'arrivée; on en aura la latitude en observant à quelle division du méridien il répond.

Pour avoir les lieues de distance, on prendra sur GK parallèle à la ligne nord et sud, la partie GI égale à la différence des latitudes, connue par l'opération précédente, et mesurée sur l'échelle des longitudes; puis menant IH parallèle à la ligne est et ouest, si l'on porte GH sur l'échelle des longitudes, et qu'on réduise en lieues le nombre de degrés et minutes que l'on trouvera, on aura les lieues de distance.

87. Si l'on avait suivi la ligne est et ouest, on aurait les lieues de distance comme il a été dit (84) pour ce cas.

88. *Sur les cartes plates.* Cette question peut aussi avoir sa solution sur les cartes plates; mais cette solution, ainsi que celles des questions précédentes, ne peuvent être réputées suffisamment exactes, que pour de petites distances, ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Sur la manière dont on détermine le point de départ ou de partance, *ainsi que le lieu où l'on se trouve à la vue de deux terres.*

89. Le lieu de départ ne se prend pas toujours au lieu d'où l'on est parti d'abord. On ne le compte le plus souvent, que de celui où l'on est prêt à perdre la terre de vue. Alors si l'on peut apercevoir sur la terre deux points qui soient marqués sur la carte, on les relevera avec la boussole. Puis sur la

carte on mènera par chacun de ces deux points une ligne parallèle au rumb de vent sur lequel ce point a été aperçu. La rencontre de ces deux lignes déterminera le point de partance, ou en général le point duquel les deux autres ont été relevés (1).

Quand on ne peut observer qu'un seul point, comme il arrive lorsqu'on quitte une petite île, et qu'elle est seule, on estime la distance à laquelle on est, et on la marque, depuis cette île, sur le rumb de vent sur lequel elle a paru.

Du quartier de réduction, et de son usage pour la résolution des problèmes de Navigation.

90. Le quartier de réduction (*planche VI*) est un quarré de carton partagé en plusieurs petits quarrés par des lignes parallèles à deux de ses côtés contigus, dont l'un est supposé représenter la ligne est et ouest, et l'autre la ligne nord et sud.

Un des angles de ce quarré est le centre de plusieurs circonférences concentriques, qui passent toutes par les divisions des deux côtés contigus. L'une de ces circonférences est divisée en degrés; et les transversales menées entre deux de ces circonférences, de la manière que le représente la planche, donnent le moyen d'y évaluer la cinquième partie

(1) Cette pratique suppose tacitement que le rumb de vent auquel un objet paraît, étant vu d'un certain point, est le même que celui qu'il faudrait suivre pour se rendre de l'un à l'autre, ce qui n'est pas rigoureusement vrai; mais la distance à laquelle les objets qu'on veut relever peuvent être vus, n'est jamais assez grande pour que cette supposition puisse occasionner une erreur qui mérite attention (*).

(*) Il est toujours nécessaire de corriger les deux rumbs de vent observés, de la quantité dont l'aiguille aimantée s'écarte du méridien magnétique (49 et 50); autrement on s'exposerait à prendre un point de départ dont la position, dans certains cas, serait affectée de grandes erreurs. *Note de l'Éditeur.*

du degré. Le but de cet instrument est d'épargner la peine de tracer, ou de calculer le triangle qui (61 *et suiv.*) sert à résoudre les problèmes de navigation. Ce triangle se trouve tout formé sur cet instrument, quel que soit le rumb de vent.

On marque aussi sur le quartier les principaux rumbs de vent, et les autres divisions de la circonférence donnent le moyen de reconnaître les rumbs intermédiaires, ce qui se fait en tendant un fil sur le centre et sur la division qui convient à ce rumb.

Dans l'usage ordinaire du quartier, on détermine les différences en longitude, par le moyen parallèle; ainsi, conformément à ce que nous avons dit (69), on ne doit l'employer que pour la réduction des routes qui n'excèdent pas 200 lieues, à moins qu'on ne les partage en plusieurs parties plus petites que 200 lieues, pour calculer séparément la différence de longitude qui convient à chaque partie. Mais on trouve ordinairement sur les bords du quartier une échelle des latitudes croissantes, qui peut servir à en étendre l'usage à des routes assez grandes, ainsi que nous le dirons dans peu. Voyons d'abord comment on emploie le quartier de réduction, pour réduire les lieues mineures en lieues majeures, et réciproquement.

91. *Pour réduire les lieues mineures d'un parallèle connu, en lieues majeures*, on comptera depuis le rayon CB, de B vers A, sur la circonférence graduée, le nombre des degrés de la latitude de ce parallèle; et ayant compté le nombre des lieues mineures sur CB, de C vers D, en faisant valoir une lieue à chaque intervalle (ou deux lieues, ou trois lieues, si le quartier n'était pas assez grand), on remarquera en quel point E la parallèle à CA, qui passe ou qu'on imagine passer par D, couperait le fil tendu sur le centre C et sur le point F qui ter-

mine la latitude; alors le nombre d'intervalles d'arcs compris depuis C jusqu'en E, comptés chacun pour autant de lieues qu'on en a fait valoir à chaque intervalle de CB, donnera le nombre de lieues majeures.

Par exemple, si l'on demande à combien de lieues majeures répondent 34 lieues courues sur le parallèle de 50° 18′, on comptera 50° 18′ de B en F, et 34 lieues de C en D, sur CB; alors on trouvera que de C en E il y a 53 intervalles; les 34 lieues mineures, sur ce parallèle, valent donc 53 lieues majeures.

La raison de cette pratique est évidente, après ce qui a été dit (69); en effet, dans le triangle rectangle CDE, on aura (*Géom.* 295) $CD:CE::\sin{CED}$ ou $\cos DCE:R$.

92. *Pour réduire les lieues majeures en lieues mineures d'un parallèle connu,* on comptera, comme dans le cas précédent, la latitude de ce parallèle, de B en F; et sur le fil tendu suivant CF, on comptera par le nombre des intervalles d'arcs, le nombre CE des lieues majeures. Observant ensuite sur CB à quel point D tomberait la parallèle ED à CA, le nombre des intervalles compris de C en D donnera le nombre des lieues mineures.

93. Voyons maintenant la manière de résoudre par le quartier, les questions que nous avons résolues ci-dessus par les cartes réduites.

1°. *Connaissant le lieu du départ, la longueur de la route, et le rumb de vent, trouver la latitude et la longitude d'arrivée.*

Tendez le fil sur le rumb de vent connu, et comptez depuis le centre, sur ce rumb, les lieues que vous avez courues, en faisant valoir à chaque intervalle une ou plusieurs lieues, selon que la distance totale pourra ou ne pourra pas être comprise dans le quartier. Au point G où elles se terminent, plantez une épingle, et voyez combien il y a d'intervalles depuis C jusqu'au point H qui sur CA répond perpendiculairement à G; ce sera le nombre des lieues courues suivant la ligne nord et sud, en comptant chaque intervalle pour autant de lieues que vous en avez supposées à ceux qui représentent les lieues de distance. Réduisez ces lieues nord et sud en degrés et minutes, et ajoutez-en la moitié à la latitude du départ, ou retranchez-la, selon que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude, et vous aurez la latitude du moyen parallèle.

Comptez de même combien il y a d'intervalles depuis C jusqu'au point I qui, sur CB, répond perpendiculairement à G, et vous aurez les lieues courues suivant la ligne est et ouest. Regardez ces lieues comme courues sur le moyen parallèle, et réduisez-les (91) en lieues majeures; puis réduisez en degrés ces lieues majeures et les lieues courues suivant la ligne nord et sud, et vous aurez la différence en longitude et la différence en latitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ....	48°53′	Longitude du départ..	22° 12′
Rumb de vent..........	NNO.	Lieues de distance.......	64
Donc, lieues N.........	$59\frac{1}{3}$	Lieues O..............	$24\frac{2}{3}$
Différence en latitude.	2°50′	Lienes majeures.......	$38\frac{2}{3}$
Latitude d'arrivée N..	51 51	Différence en longitude.	1° 56′
Moyen parallèle.....	50 22	Longitude d'arrivée...	20 16

A la latitude du départ nous avons ajouté la différence de latitudé; et de la longitude du départ, nous avons ôté la différence de longitude, parce que la route ayant été faite au NNO, tend à augmenter la latitude et à diminuer la longitude.

94. 2°. *Connaissant le point de départ, le rumb de vent, et la latitude d'arrivée, on demande la lon-*

gueur du chemin qu'on a fait et la longitude de l'arrivée.

Tendez le fil sur le rumb de vent connu, et ayant compté sur CA le nombre de lieues qui convient au changement en latitude, supposons qu'il se termine en H. Plantez une épingle sur le rumb de vent, vis-à-vis de H : je suppose que ce soit en K; comptez le nombre d'intervalles d'arcs de C en K, ce sera le nombre de lieues qu'on a courues en droite ligne. Comptez pareillement le nombre d'intervalles qui, sur CB, répondent à KH; ce sera le nombre de lieues courues est et ouest, que vous réduirez en lieues majeures (91), puis en degrés (39), et vous aurez la différence en longitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ N...	1° 19′	Longitude du départ...	1° 17′
Latitude d'arrivée S...	1 38	Rumb de vent........	SO 3° O.
Donc, changt. en latitud.	2° 57′	Lieues O...........	65 $\frac{1}{2}$
Lieues N. et S........	59	Lieues majeures	65 $\frac{1}{2}$
Lieues de distance.....	88	Différence en longit..	3° 16′
Moyen parallèle.......	1° 9′ $\frac{1}{2}$	Longitude d'arrivée..	358 1

Pour avoir le changement en latitude, nous avons ajouté les deux latitudes, parce qu'elles sont l'une nord, l'autre sud. Pour avoir la latitude du moyen parallèle (1), nous avons pris la moitié de la différence des deux latitudes, parce qu'elles sont de différentes dénominations, l'une nord et l'autre sud; et pour avoir la longitude d'arrivée, nous avons re-

(1) Cette manière de prendre le moyen parallèle, dans le cas où les deux latitudes sont de différente dénomination, ne peut être employée que lorsque les deux latitudes sont fort petites. Il serait mieux, dans tous les cas, de partager la question en deux parties; dans la première, on supposerait que la route se termine à l'équateur, et dans la seconde, on supposerait au contraire qu'elle y commence.

tranché la différence de longitude de la longitude du départ, augmentée de 360°, parce que le changement en longitude s'étant fait vers l'ouest, et étant plus grand que la longitude du départ, il est clair qu'on a passé le premier méridien en allant vers l'ouest.

95. 3°. *On connaît le point de départ, le chemin qu'on a fait, et la latitude d'arrivée; on demande quel rumb on a suivi et la longitude d'arrivée.*

Comptez de C vers A le nombre de lieues qui convient au changement en latitude; je suppose qu'il se termine en L. Comptez les lieues de distance, par les intervalles d'arcs, et voyez où l'arc qui terminerait cette distance, rencontre ou peut rencontrer la parallèle à CB qui passerait par le point L; je suppose que ce soit en M. Arrêtez le fil sur CM, vous verrez sur l'arc gradué, quel est le rumb de vent; et le nombre des intervalles que comprendra LM vous donnera les lieues mineures que vous réduirez (91) en lieues majeures, puis (39) en degrés, et vous aurez la différence en longitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ N..	50° 30′	Longitude du départ..	35° 10′
Latitude d'arrivée N..	48 10	Lieues de dist. entre S. et O.	85
Donc, différ. en latitud.	2° 20′	Lieues O............	71
Lieues S............	46 $\frac{2}{3}$	Lieues majeures.....	109
Rumb de vent..	SO. $\frac{1}{4}$ O. 27′ O.	Différence en longit...	5° 27′
Moyen parallèle......	49° 20′	Longitude d'arrivée...	29 43

96. 4°. *On connaît le lieu du départ et celui de l'arrivée; on demande quel rumb de vent on doit suivre pour se rendre de l'un à l'autre, et le chemin qu'il y a à faire.*

Par la différence des latitudes (ou par leur somme, si elles sont de dénomination contraire) on connaîtra le chemin qu'on doit faire suivant la ligne nord et sud : il sera facile aussi d'avoir le moyen parallèle.

Par la différence des longitudes on connaîtra les lieues majeures que l'on réduira (92) en lieues mineures ; alors on comptera de C vers A, les lieues nord et sud ; supposons qu'elles se terminent en L : on prendra sur LM, parallèle à CB, le nombre des lieues mineures ; CM sera le rumb qu'on doit suivre, et le nombre d'intervalles d'arcs compris entre C et M, sera le nombre de lieues que l'on a à courir sur ce rumb.

EXEMPLE.

Latitude du départ N..	50° 30′	Longitude du départ..	35° 10′
Latitude d'arrivée N..	48 10	Longitude d'arrivée...	29 43
Donc, différ. en latitude.	2° 20′	Différence de longitud.	5° 27′
Lieues S...............	46 $\frac{2}{3}$	Lieues majeures	109
Moyen parallèle......	49° 20′	Lieues O............	71
Rumb de vent..	SO. $\frac{1}{4}$O. 27′ O.	Lieues de distance....	85

La cinquième question (*) que nous avons énoncée (86), ne peut être résolue par le quartier de réduction, si ce n'est par un tâtonnement que nous proposerons d'autant moins, que toutes les solutions qu'on obtient par le quartier de réduction, ne sont déjà par elles-mêmes que des approximations.

Usage de l'échelle des latitudes croissantes, qui accompagne le quartier de réduction.

97. On peut résoudre les questions précédentes

(*) La première et la quatrième question sont celles qui se rencontrent le plus souvent dans la pratique ; il sera bon de s'exercer à les résoudre. Dès qu'on s'y sera familiarisé, la solution des autres problèmes se présentera d'elle-même ; d'ailleurs on pourra recourir à ce qui est dit ici, lorsqu'on en aura besoin. *Note de l'Editeur.*

avec plus d'exactitude pour les distances plus grandes (*), en y employant l'échelle des latitudes croissantes. Elle se construit d'après le principe exposé (37), en donnant pour valeur à son premier degré un des intervalles du quartier, c'est-à-dire, qu'ayant pris un des intervalles du quartier pour représenter le premier degré de latitude, on aura le second degré de latitude par cette proportion... : La somme des sécantes, de minute en minute, depuis 0° jusqu'à 1°, est à l'un des intervalles du quartier, comme la somme des sécantes, de minute en minute, depuis 0° jusqu'à 2°, est au nombre d'intervalles du quartier que l'on doit porter sur l'échelle pour avoir l'étendue des deux premiers degrés de latitude; et ainsi des autres.

Ayant ainsi construit l'échelle des latitudes croissantes qui convient au quartier dont on veut faire usage, voici comment on l'emploie.

98. *Pour la première question* (93). On opérera comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots: *comptez de même;* et ayant réduit le nombre de ces lieues de *CH* en degrés de latitude, pour connaître la longitude d'arrivée, on prendra sur l'échelle des latitudes, l'intervalle depuis la latitude du départ jusqu'à celle d'arrivée; et l'ayant porté de *C* vers *A*, si *N* est le point où elle tombe, *NO* parallèle à *CB*, et terminée au rumb de vent, exprimera, par le nombre de degrés et les parties d'intervalles, le nombre des degrés et parties de degré de la différence en longitude, chaque intervalle étant compté

(*) On ne doit pas employer le quartier de réduction pour les distances ou routes de plus de 80 à 100 lieues; ce moyen ne comporte pas assez de précision. L'on doit faire rarement usage de l'échelle des latitudes croissantes, qui ne peut jamais être divisée avec une grande exactitude. *Note de l'Éditeur.*

pour un degré. Cette pratique n'est évidemment que l'exécution de la proportion énoncée (66), puisque $CN:NO::R:$ tang NCO (*Géom.* 296).

99. *Pour la seconde question* (94). Opérez comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots... *comptez pareillement;* puis achevez comme il vient d'être dit (98).

100. *Pour la troisième question* (95). Opérez comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots...*et le nombre des intervalles;* puis achevez comme il a été dit (98).

101. *Pour la quatrième question* (96). Comptez de C en H sur CA les lieues faites en latitude; marquez aussi de C en N sur CA l'intervalle pris sur l'échelle, entre la latitude du départ et celle de l'arrivée. Comptez sur NO, parallèle à CB, les degrés et parties de degré de la différence en longitude, en faisant valoir un degré à chaque intervalle; alors le fil tendu sur CO, marquera le rumb de vent, et CG déterminé par le parallèle HG qui passe par H, marquera les lieues de distance.

102. *Pour la cinquième question* (86). Tendez le fil sur le rumb de vent CO; et ayant compté sur CB, la différence CP en longitude, en prenant chaque intervalle pour un degré, observez le point O du rumb de vent qui répond perpendiculairement au point P, et fixez-y une épingle. Prenez sur CA la distance CN au point N qui répond perpendiculairement à O; portez-la sur l'échelle des latitudes croissantes, depuis la latitude d'arrivée, en montant ou en descendant, selon que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude, vous connaîtrez la latitude d'arrivée. Réduisez le nombre de degrés du changement en latitude, en lieues, que vous compterez de C en H; alors le point G, qui sur CO répond perpen-

diculairement à H, déterminera, par le nombre des intervalles de CG, les lieues de distance.

Des routes composées par le quartier de réduction.

103. On a donné le nom de *règle composée*, à celle que l'on suit pour réduire à une seule, plusieurs routes que l'on a courues successivement. Elle consiste à chercher, par ce qui a été dit ci-devant, le chemin fait pour chaque route, tant suivant la ligne nord et sud, que suivant la ligne est et ouest; d'où l'on conclut le chemin total fait suivant chacune de ces deux lignes, en prenant la somme des quantités qui ont été courues dans un même sens, et la différence de celles qui ont été courues en sens opposés. Par le chemin total fait suivant la ligne nord et sud, on a la différence en latitude, qui avec la latitude du départ, fait connaître le moyen parallèle. Par le moyen parallèle et le chemin total fait suivant la ligne est et ouest, on trouve, comme il a été dit (91), les lieues majeures, et par conséquent la différence totale de longitude; d'où, par ce qui a été dit (96), il est facile de conclure le rumb de vent et le nombre de lieues de la route directe. En voici un exemple: le lieu de départ est supposé à 45° de latitude N, et 110° de longitude.

EXEMPLE.

	N.	S.	E.	O.
I. Route 100 lieues au NE. $\frac{1}{4}$ N.	83 l.	0 l.	55$\frac{1}{2}$ l.	0
II. Route 230 lieues à l'ONO.	88$\frac{1}{2}$	0	0	212
III. Route 80 lieues à l'E. $\frac{1}{4}$ SE.	0	15$\frac{3}{4}$	78$\frac{1}{2}$	0
Somme.	171$\frac{1}{2}$ 15$\frac{3}{4}$	15$\frac{3}{4}$	134	212 134
Reste des lieues N. et des lieues O.	155$\frac{3}{4}$			78

Rumb de vent direct. NNO. 4° 12′ O. lieues de dist. 174.

Cette manière d'opérer a pour but d'abréger le travail, en ne faisant qu'une seule fois la réduction des lieues mineures en lieues majeures; mais par cela même elle peut être souvent très-défectueuse. On ne doit s'en permettre l'usage que pour réduire à unes eule, toutes les différentes routes que l'on aurait pu faire dans un jour, et non pas pour réduire celles qu'on aurait faites en plusieurs jours consécutifs. On doit surtout s'en abstenir lorsque quelques-unes des routes ayant été très-voisines de la ligne nord et sud, d'autres ont été très-voisines de la ligne est et ouest. L'application de la méthode du moyen parallèle, à la réduction totale, pourrait alors être très-fautive.

Résolution des questions précédentes par le calcul.

104. Les méthodes précédentes ont été imaginées en faveur de ceux qui, n'étant point instruits des principes d'arithmétique et de géométrie, ont besoin d'être guidés dans leur travail par quelque chose de sensible, et qui leur présente une espèce de tableau de leurs routes. Mais lorsqu'on a les principes nécessaires pour appliquer le calcul à la résolution de ces mêmes questions, on serait blâmable de ne pas le faire : 1°. parce que ces opérations sont au moins aussi faciles par le calcul; 2°. parce que les méthodes de calcul ne sont assujéties à aucune limitation, et qu'il n'en est pas de même de celles que l'on suit dans l'usage des instrumens; 3°. parce que les résultats du calcul ne peuvent être affectés d'autres erreurs que de celles qui affecteraient les données; au lieu que les opérations graphiques joignent à ces mêmes erreurs, celles qui résultent nécessairement des défauts des instrumens, des bornes que doit avoir l'étendue de leurs divisions, et de plusieurs causes semblables. Envain dirait-on que les erreurs qu'on peut commettre en vertu de ces der-

nières causes, sont au-dessous de celles qui peuvent résulter des défauts dans la mesure du sillage et dans celle du rumb de vent; les erreurs inévitables ne sont pas la mesure de celles qu'on peut se permettre.

105. On peut résoudre par le calcul trigonométrique toutes les questions qu'on résout par le quartier de réduction, puisque toutes se réduisent à la résolution d'un triangle rectangle qui a pour hypothénuse la longueur de la route, pour côtés de l'angle droit, le chemin fait suivant la ligne nord et sud, et le chemin suivant la ligne est et ouest, et pour angles aigus adjacens à ces côtés, le rumb de vent et son complément. Connaissant dans ce triangle deux choses, outre l'angle droit, et dont l'une soit un côté, nous avons vu, en géométrie, comment on calcule tout le reste; ainsi nous ne le répéterons point ici.

106. Quant à la manière de réduire les lieues mineures en lieues majeures, et réciproquement, elle se réduit à la proportion que nous avons donnée (69), et par conséquent à une simple addition et une soustraction, en employant des logarithmes. Cela est trop facile d'après ce que nous avons dit en arithmétique et en géométrie, pour qu'il soit besoin d'en donner un exemple.

107. La meilleure méthode qu'on puisse employer pour résoudre les questions de navigation, est la méthode des latitudes croissantes. On trouvera à la fin de cet ouvrage, une table de ces latitudes (Table XIX). Dans le cas où n'en ayant point, on voudrait en former une, on le pourra par ce qui a été dit (37), ou plus exactement et plus brièvement, par la règle suivante, dont on trouvera la démonstration dans la quatrième partie de ce Cours.

Prenez dans les tables le logarithme de la cotan-

gente de la moitié du complément de la latitude, avec cinq chiffres seulement, après la caractéristique; ôtez-en le logarithme du rayon (1), *et multipliez le reste par* 7915,7; *supprimez les cinq dernières décimales du produit, et vous aurez, en minutes et dixièmes de minute, la latitude croissante qui convient à la latitude proposée.*

Par exemple, on demande la latitude croissante qui convient à 70°; le complément de 70° est 20°, dont la moitié est 10°. Je trouve dans les tables ordinaires que le logarithme de la cotangente de 10°, diminué du logarithme 10,00000 du rayon, est 0,75368. Je multiplie ce dernier nombre par 7915,7, et rejetant les cinq dernières décimales du produit, j'ai 5965′,9 ou 5966 minutes pour la latitude croissante qui convient à 70° de latitude.

108. Chacune des questions que nous allons résoudre n'exige que deux proportions, et par conséquent en employant les logarithmes, se réduit à des additions et des soustractions; on peut même réduire le tout à des additions, en employant au lieu des logarithmes qu'on doit soustraire, leurs complémens arithmétiques. Ce complément qui n'est autre chose que le nombre même qu'on doit soustraire, retranché de l'unité suivie d'autant de zéros qu'il y a de chiffres, se trouve facilement en prenant la différence entre 9 et chacun de ses chiffres, excepté le dernier qu'on retranche de 10. Par exemple, le complément arithmétique de 9,523526 est 0,476474, que l'on trouve en retranchant 9,5,2,3,5,2, chacun de 9, et le dernier chiffre 6, de 10. Lors donc qu'on

(1) Dans les Tables qui sont à la fin de ce volume, cette soustraction n'est pas nécessaire, parce que tous les logarithmes de tangente au-delà de 45° se trouvent diminués du logarithme du rayon.

aura une soustraction à faire, on pourra la changer en une addition, en substituant au nombre qu'on doit retrancher, son complément arithmétique; mais il faudra observer de diminuer d'une unité le premier chiffre sur la gauche de la somme; parce que lorsqu'au lieu de retrancher 9,523526, par exemple, de 9,872345, j'ajoute au contraire à celui-ci, le complément arithmétique du premier, c'est ajouter 10,000000 moins 9,523526; c'est donc augmenter le résultat de 10,000000, ou l'augmenter d'une unité à son premier chiffre. Au reste, on peut tenir compte de cette unité de trop, en comptant dans l'opération le premier chiffre de la gauche du résultat, avec une unité de moins.

Dans les opérations suivantes, nous emploierons donc les complémens arithmétiques (*) lorsqu'il y aura des soustractions de logarithmes, excepté le cas où le logarithme à retrancher serait celui du rayon, parce qu'alors l'opération se réduit à ôter une unité du premier chiffre de la somme, ou à écrire ce premier chiffre avec une unité de moins. Ainsi dans les exemples ci-dessous, le mot somme signifie la somme des nombres supérieurs diminuée d'une unité à son premier chiffre. Venons à la résolution de nos questions.

109. 1°. *Etant donnés le point de départ, le rumb de vent et la longueur de la route, trouver la latitude et la longitude d'arrivée.*

Faites cette proportion... : Le rayon est au nombre de lieues de la route, comme le cosinus du rumb

---

(*) L'usage des complémens arithmétiques est général; on réduit par ce moyen toutes les opérations de l'astronomie nautique à de simples additions. Il est essentiel de s'accoutumer à les prendre à vue dans les tables, sans être obligé d'écrire d'abord le logarithme et de faire ensuite la soustraction. *Note de l'Editeur.*

de vent est à un quatrième terme qui sera le chemin fait suivant la ligne nord et sud (61) ; réduisez-le en degrés et minutes, et vous aurez le changement en latitude, et par conséquent la latitude d'arrivée.

Cherchez, par la table des latitudes croissantes (Table XIX), la différence des latitudes croissantes d'arrivée et de départ (ou leur somme, si elles sont de dénomination contraire); puis faites cette proportion (66)... : Le rayon est à la tangente du rumb de vent, comme la différence ou la somme des latitudes croissantes (selon que les latitudes sont de même ou de différente dénomination) est à la différence de longitude.

EXEMPLE.

On est parti de 325° de longitude et de 45° de latitude nord, on a couru 652 lieues au *NO* 9° 44' *N*, c'est-à-dire que le rumb est de 53° 16'.

Log 652.........	2,81425	Donc, lieues N.......	532,3
Log cos 35° 16'....	9,91194	Différence en latit....	26°37'
		Latitude d'arrivée....	71 37
Somme.......	2,72619	Diff. lat. croissantes...	3232
Log 3232........	3,50947	Donc, diff. en longit...	2286'
Log tang 35° 16'...	9,84952	ou...........	38° 6'
Somme.......	3,35899	Longitude d'arrivée...	286 54'

Si l'on avait calculé cette différence de longitude par le moyen parallèle, on aurait trouvé 35° 49' ; l'erreur serait donc de 2° 17'.

110. 2°. *Connaissant le point de départ, le rumb de vent et la latitude d'arrivée, on demande le chemin qu'on a fait, et la longitude d'arrivée.*

Réduisez en lieues la différence des latitudes (ou leur somme, si les deux latitudes sont de dénomination différente) ; faites cette proportion.... : Le cosinus du rumb de vent est au rayon, comme le nombre de lieues qui répond au changement en latitude, est au nombre de lieues de distance.

Cherchez par la table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes, du départ et de l'arrivée (ou leur somme, si les latitudes sont de dénomination différente), et faites cette proportion (66)...: Le rayon est à la tangente du rumb de vent, comme la différence (ou la somme dans le second cas) des latitudes croissantes est à la différence en longitude.

EXEMPLE.

On est parti de 14° 50′ de latitude nord, et 297° de longitude, on a couru à l'*ENE*, et l'on est arrivé par 26° 20′ de latitude nord ; le rumb est donc de 67° 30′..

Différence de latitude..	11°30′	Log 230..........	2,36173
Lieues N...........	230	Log du rayon.....	10,.....
Diff. des lat. croissant..	739	Complément arithmétique log cos 67° 30′...	0,41716
		Somme.......	2,77889
Donc, lieues de dist..	601	Donc, diff. de longit.	1784′..E.
Longit. 739........	2,86864	ou..............	29° 44′
Log tang 67° 30′....	0,38278	Longitude d'arrivée..	326 44
Somme..	3,25142		

111. 3°. *On connaît le point de départ, le chemin qu'on a fait, et la latitude d'arrivée; on demande quel rumb on a suivi, et la longitude d'arrivée.*

Réduisez en lieues la différence des latitudes (ou leur somme, si elles sont de dénomination différente); faites cette proportion.....: Le nombre des lieues de distance est au nombre des lieues nord et sud, comme le rayon est au cosinus du rumb de vent.

Cherchez, par la table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes de départ et d'arrivée (ou leur somme, si ces latitudes sont de dénomination différente), et faites cette proportion.....: Le rayon est à la tangente du rumb de vent, comme la différence des latitudes croissantes (ou leur somme dans le second cas) est à la différence en longitude.

EXEMPLE.

On est parti de 4° 30′ de latitude nord et de 351° 33′ de longitude. On a couru 659 $\frac{2}{3}$ lieues entre le *S* et l'*O*, et on est arrivé par 20° 20′ de latitude sud.

Somme des latitudes..	24°50′	Log 496 $\frac{2}{3}$........	2,69607
Lieues S............	496 $\frac{1}{2}$	Log du rayon.....	10,.....
Somme des lat. croiss..	1516′	Compl. arith. log 659 $\frac{2}{3}$.	7,18067
Lieues de distance....	669 $\frac{2}{3}$		
		Somme......	9,87674

Donc, rumb de vent....... 41° 9′, ou SO. 3° 15′ S.

Log 1516...........	3,18070	Donc, diff. en longit..	1325′ O.
Log tang 41° 9′.....	9,94146	ou..............	22° 5′ O.
Somme......	3,12216	Longitude d'arrivée..	329° 28′

112. 4°. *On connaît le lieu du départ et celui de l'arrivée, on demande le rumb de vent qu'on doit suivre, et le chemin qu'il y a à faire.*

Réduisez en minutes la différence en longitude; cherchez, par la table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes de départ et d'arrivée (ou leur somme, si les latitudes sont de dénomination différente), et faites cette proportion....: La différence des latitudes croissantes (ou leur somme dans le second cas) est à la différence en longitude, comme le rayon est à la tangente du rumb de vent.

Réduisez en lieues la différence en latitude (ou la somme des latitudes, dans le second cas), et faites cette proportion....: Le cosinus du rumb de vent est au rayon, comme le nombre des lieues nord et sud est au nombre des lieues de distance.

EXEMPLE.

On veut partir de 32° 40′ de latitude nord, et de 339° 12′ de longitude, pour se rendre en un lieu situé par 14° 37′ de latitude nord, et 297° 6′ de longitude.

Diff. de longitude....	42° 6′	Log 2526.........	3,40243
ou................	2526′	Log du rayon.....	10,.....
Diff. des lat. croissantes.	1189′	Compl. arith. log 1189.	6,92482
		Somme......	10,32725

Ou, conformément à la suppression du log. du rayon dans la table des tangentes, Somme.. 0,32725
Donc, rumb de vent... 64° 48′, ou OSO. 2° 42′ S.

Diff. en latitude......	18° 3′	Log 361..........	2,55751
Lieues S............	361	Log du rayon.....	10,.....
		Complément arithmétique log cos 64° 48′...	0,37082
Donc, lieues de dist...	848	Somme.....	2,92833

113. 5°. *On connaît le lieu de départ, le rumb de vent, la longitude d'arrivée; on demande la latitude d'arrivée et les lieues de distance.*

Réduisez en minutes la différence de longitude, et faites cette proportion....: La tangente du rumb de vent est au rayon, comme la différence en longitude est à un quatrième terme qui sera la différence des latitudes croissantes, si l'on n'a pas changé d'hémisphère, ou leur somme dans le cas contraire. Dans le premier cas, ajoutez cette différence à la latitude croissante du départ, si la route tend à augmenter la latitude, ou retranchez-l'en si la route tend à diminuer la latitude. Dans le second cas, retranchez de cette somme la latitude du départ, et vous aurez la latitude d'arrivée.

Réduisez en lieues le changement en latitude, et faites cette proportion.... : Le cosinus du rumb de vent est au rayon, comme le nombre de lieues du changement en latitude est au nombre de lieues de la route.

EXEMPLE.

On est parti de 38° 10′ de latitude nord et de 329° de longitude ; on a couru au $NE \frac{1}{4} E$ jusque par 348° 32′ de longitude, c'est-à-dire, que le rumb de vent est de 56° 15′.

Diff. de longitude....	19° 32′	Log 1172.........	3,06893
ou...............	1172′	Log du rayon......	10,.....
Lat. croiss. du départ..	2481′	Complément arithm.	
		log tang 56° 15′..	9,82489
		Somme......	12,89382
		ou simplement...	2,89382
Donc, diff. des lat. croiss.	783′	Log 190 $\frac{1}{3}$........	2,27952
Lat. croissante d'arrivée.	3264′	Log du rayon.....	10,.....
Latitude d'arrivée.....	47° 41′	Complément arithm.	
Différence de latitude..	9 31	log cos 56° 15′...	0,25526
Lieues N.............	190 $\frac{1}{3}$		
		Somme......	2,53478
		Donc, lieues de dist.	342 $\frac{3}{4}$

Nous (*) pourrions ajouter ici une sixième question, qui ne diffère de la précédente qu'en ce que le rumb de vent y est inconnu, et les lieues de distance, au contraire, sont supposées connues. Elle

(*) Voyez la note de la page 69. Ce qu'on y dit relativement à la première et à la quatrième question, lorsqu'on fait usage du quartier de réduction, trouve son application lorsqu'on opère par le calcul. *Note de l'Editeur.*

a également pour objet de faire conclure la latitude de la longitude; mais l'usage n'en serait pas aussi sûr, parce que l'incertitude sur la mesure du sillage est plus grande que sur celle du rumb de vent. D'ailleurs cette question ne pouvant être résolue que par approximation, nous n'en dirons rien ici. Au reste, ceux qui desireront savoir comment on peut résoudre cette question, le trouveront vers la fin de cet ouvrage.

REMARQUE.

114. Les solutions des questions précédentes supposant une mesure exacte du sillage ou du rumb de vent, on doit bien se garder de négliger les autres moyens qui peuvent s'offrir pour en confirmer ou en corriger les résultats. Nous nous occuperons, dans la section suivante, de ceux que l'astronomie fournit; mais nous ne devons pas omettre de faire mention de l'usage qu'on peut faire de la sonde. On trouve dans les routiers, des états ou mémoires détaillés des différentes profondeurs de l'eau et des qualités du fond de la mer dans un grand nombre d'endroits; on ne doit pas négliger de les consulter. Ces renseignemens, joints aux autres observations qu'on aura eu lieu de faire, peuvent servir beaucoup à connaître le lieu où l'on est. Dans certains parages, on trouve le fond lorsqu'on est encore à plus de 150 lieues des côtes, et il monte insensiblement à mesure qu'on avance. On doit donc, lorsque, d'après l'estime faite par les méthodes précédentes on a lieu de se juger à une certaine proximité des terres, se tenir sur ses gardes, n'aller de nuit qu'à petites voiles, reprendre même quelquefois le large, consulter les routiers et sonder.

Pour cette dernière opération on fait descendre au fond de la mer un poids qui est communément de 20 ou 30 livres, de figure conique, et dont la base est creusée et garnie de suif pour rapporter des échantillons de la nature du fond. Pour pouvoir juger de la profondeur de l'eau, il faut que le poids descende verticalement; c'est pourquoi, lorsqu'on veut sonder, il faut s'arrêter ou mettre côté en travers; car, outre que dans le cas où l'on sonderait en faisant route, on estimerait la profondeur plus grande qu'elle n'est réellement, on s'exposerait d'ailleurs à faire rompre la ligne de sonde.

6..

SECONDE SECTION,

Dans laquelle on donne les connaissances d'Astronomie utiles aux navigateurs.

115. Les méthodes que nous avons exposées dans la section précédente pour la réduction des routes, seraient suffisantes, et l'observation des astres n'aurait guère d'autre utilité, dans la navigation, que pour la construction des cartes, si l'on était sûr de la mesure du sillage et du rumb de vent. Mais le premier de ces deux élémens peut (47) être altéré par des causes dont les effets sont trop peu connus pour qu'on ne soit pas obligé d'y appliquer des corrections ; le second, susceptible de mesures moins douteuses à la vérité, exige néanmoins des vérifications très-fréquentes, puisque l'aiguille aimantée qui le détermine, est sujette à une déclinaison qui change presque sans cesse. Or ces corrections et ces vérifications ne peuvent être puisées ailleurs que dans l'observation des astres.

Tout rend donc indispensable la nécessité de connaître le ciel, la situation et les mouvemens des astres que nous y voyons.

Du mouvement annuel du soleil, de la vraie mesure du temps, et de la distinction des années communes et des années bissextiles.

116. Outre le mouvement dont nous avons parlé (7 et suiv.), en vertu duquel le soleil et les autres astres paraissent décrire chaque jour un cercle pa-

rallèle à l'équateur, la terre a encore un autre mouvement qui s'achève en 365 jours 5^h $49'$, mais qui, par les mêmes raisons que nous avons données (8), semble appartenir au soleil. Ce mouvement, sur lequel on règle la grandeur de l'année, est celui qui donne lieu à la différence des saisons et à l'inégalité des jours et des nuits dans les différentes saisons.

117. Pour peu qu'on ait donné d'attention au ciel, on sait que la hauteur à laquelle le soleil paraît lorsqu'il passe au méridien, n'est pas la même chaque jour; qu'elle augmente jusqu'à un certain espace de temps, après lequel elle diminue pendant un certain autre espace de temps, pour croître ensuite de nouveau; ensorte que pendant le cours d'une année le soleil s'approche et s'éloigne alternativement de l'un et l'autre pôle, mais sans jamais passer au-delà d'un certain terme.

Si l'on compare aussi pendant quelque temps l'intervalle entre le passage du soleil et celui d'une même étoile quelconque par le méridien, on s'aperçoit que si, par exemple, le soleil et l'étoile se sont trouvés une fois ensemble, le lendemain l'étoile a déjà passé à l'occident du méridien lorsque le soleil y arrive; le surlendemain elle en est encore plus éloignée vers l'occident. Si donc cette étoile n'a par elle-même aucun mouvement (et le plus grand nombre est dans ce cas, comme nous le dirons dans peu), on en conclura que le soleil a, par rapport aux étoiles, un mouvement propre d'occident en orient, par lequel, indépendamment du mouvement journalier ou diurne qu'il a en sens contraire, son passage au méridien retarde chaque jour d'une certaine quantité par rapport aux étoiles fixes, et cette quantité est telle, qu'au bout d'un an l'étoile a gagné un jour entier ou 360° sur le soleil.

118. Il paraît d'abord, par cette exposition, qu'au

lieu d'un seul mouvement annuel le soleil en aurait deux; l'un, par lequel il va alternativement vers l'un et l'autre pôle; l'autre, par lequel il répond chaque jour à différens points de l'équateur. Il a bien en effet ces deux mouvemens, mais ces deux mouvemens sont l'effet d'un seul, comme nous allons le voir.

119. Concevons que EAQ (*fig.* 30) soit l'équateur céleste, $DPEp$ le méridien céleste que je suppose fixe; que $CADBC$ soit un grand cercle formant avec l'équateur un angle quelconque EAC; si l'on imagine que le soleil se meuve dans le cercle $CADBC$, dans le sens ADB, et qu'il le parcoure en un an; de ce mouvement combiné avec le mouvement journalier du soleil, il résultera les apparences que nous venons de rapporter.

En effet, concevons que le soleil soit actuellement en un point quelconque S, et que demain à pareil instant il soit en un point T plus éloigné de A; si par les points S et T on imagine les parallèles GSI, HTK, ce sont les cercles que le soleil paraîtra décrire aujourd'hui et demain; ensorte que lors du passage au méridien aujourd'hui, le soleil paraîtra éloigné de l'équateur de la quantité EG, et demain il en paraîtra éloigné de la quantité EH. Mais on voit en même temps que ces éloignemens successifs auront un terme; car dès que le soleil aura décrit l'arc AD de 90°, et qu'il parcourra l'autre quart DB de sa circonférence, le parallèle qu'il paraîtra décrire chaque jour, approchera de plus en plus de l'équateur, jusqu'à ce que le soleil soit arrivé en B, ou continuant son mouvement dans le demi-cercle BCA, il s'éloignera de l'équateur jusqu'à ce qu'il soit en C, et s'en rapprochera ensuite de la même manière.

Si par les mêmes points S et T on conçoit les deux méridiens PSQ, PTR, et si en même temps on imagine une étoile fixe placée sur le méridien PSQ, il est clair que le soleil étant supposé rester au point S du cercle $DACB$, paraîtra, par le mouvement journalier, arriver au méridien fixe en même temps que cette étoile, mais que le lendemain, le soleil étant parvenu en T sur le méridien PTR, tandis que l'étoile reste constamment sur le méridien PSQ, lorsque le point T passera au méridien fixe, l'étoile y aura déjà passé, et en sera éloignée vers l'occident, de toute la quantité angulaire QPR, mesurée par l'arc QR.

120. Nous avons dit (11) que le jour était déterminé par l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage du soleil par le méridien et son retour au même méridien. Mais le passage du soleil au méridien, lorsqu'il est en S, a lieu lorsque le méridien PSQ passe sous le méridien fixe PEp; et son retour a lieu le lendemain, lorsque le méridien PTR passe sous le même méridien fixe PEp: donc l'intervalle entre le passage du soleil au méridien, et son retour au même méridien, est composé de la durée de la révolution d'une étoile, et de la durée qui répond à la quantité QR dont le soleil s'avance dans un jour vers l'orient, dans le sens de l'équateur, par son mouvement annuel.

Ainsi, quoique dans l'intervalle d'un jour le soleil ne décrive autour de la terre que 360°, le ciel étoilé décrit davantage; il décrit, en outre, une quantité égale à l'arc QR qui mesure dans le sens de l'équateur, la quantité dont le soleil, par son mouvement annuel, s'avance d'occident en orient dans un jour.

Si cet arc QR, qui sur l'équateur répond à l'arc ST que le soleil décrit chaque jour par son mouvement annuel, était toujours le même, la quantité dont les étoiles s'avancent chaque jour vers l'occident par rapport au soleil, serait constamment la même et égale à 360° divisés par 365 jours 5 heures 49 minutes ; c'est-à-dire qu'elle serait de 59′ 8″. Mais cette quantité varie, tant parce que la quantité *ST* que le soleil décrit chaque jour, n'est pas la même tous les jours de l'année, que parce que, quand elle serait la même, l'obliquité du cercle *CAD* à l'égard de l'équateur *EAQ*, ferait que l'arc *QR* ne serait pas toujours le même; ensorte que ces 59′ 8″ sont la quantité moyenne dont les étoiles anticipent chaque jour sur le soleil.

Les étoiles paraissent donc chaque jour décrire 360° 59′ 8″ d'orient en occident; et par conséquent le temps qu'elles emploient à décrire 360°, ou à revenir au méridien, n'est pas de 24 heures, mais de 23 heures 56′ 4″, puisque les 360° 59′ 8″ employant 24 heures, 360° ne doivent employer que 23 heures 56′ 4″.

121. Il suit de ce que nous venons de dire, que les jours proprement dits, c'est-à-dire les intervalles de temps qui s'écoulent entre deux passages consécutifs du soleil au méridien, ne sont point égaux; car ils sont composés (120) de la durée de la révolution d'une étoile et de l'intervalle de temps que l'arc *QR* de l'équateur, qui répond au mouvement *ST* du soleil dans un jour, emploie à passer au méridien, et qui, comme nous venons de le voir, n'est pas constamment le même. C'est ce qui a obligé de distinguer deux sortes de jours : l'un, qu'on appelle *jour vrai*, et c'est celui qui est mesuré par l'intervalle exact entre deux passages consécutifs du soleil au méridien; l'autre, qu'on appelle *jour moyen*, qui est celui que doivent marquer les horloges bien réglées, qui est constamment le même, et qui est mesuré par l'intervalle de temps qui s'écoulerait

entre deux midis consécutifs, si la quantité QR dont le soleil s'avance chaque jour vers l'orient, était constamment la même. C'est ce temps que l'on appelle *temps moyen*, que l'on compte dans la vie civile; l'autre, ou le *temps vrai*, est celui que marquent les cadrans solaires. La différence d'un jour vrai à un jour moyen est fort petite; mais en s'accumulant elle peut mettre une différence de 16′ 10″ entre le temps vrai et le temps moyen. Cette différence est ce qu'on appelle l'*équation du temps;* elle est tantôt dans un sens, tantôt dans un autre; c'est-à-dire que le temps vrai est tantôt plus grand, tantôt plus petit que le temps moyen, et qu'il y a quatre jours dans l'année où ces deux temps sont les mêmes.

122. La grandeur de l'année est déterminée par l'intervalle de temps entre le passage du soleil par un point quelconque du cercle $CADBC$ qu'on appelle l'*écliptique*, et son retour au même point. Comme cet intervalle est de 365 jours 5 heures 48′ 48″, c'est-à-dire est composé d'un nombre entier de jours et d'une fraction, on est convenu, pour plus de facilité, de négliger cette fraction pendant quelques années de suite, et de n'en tenir compte que lorsqu'en s'accumulant elle pourrait former un jour entier ou environ. Comme cette fraction est d'environ 6 heures, qui font le quart d'un jour, on est convenu de compter de suite trois années de 365 jours seulement, et de compter 366 jours dans la quatrième. Ces trois premières années sont ce qu'on appelle des *années communes*, et la quatrième s'appelle *année bissextile*.

Le jour qu'on ajoute à la quatrième année s'ajoute au mois de février, qui dans les années communes n'a que 28 jours, et qui en a par conséquent 29 dans les années bissextiles.

Cet arrangement, qui fut prescrit par Jules-César, en a pris le nom de *Style-Julien.* L'année 1 de l'ère chrétienne s'étant trouvée être la première des années communes, toutes les années bissextiles tombent sur des nombres multiples de 4, ou divisibles par 4; ainsi les années 1768, 1772, 1776, etc., sont bissextiles, parce que ces nombres sont divisibles par 4.

Comme cette disposition suppose l'année de 365j 6h, tandis qu'elle n'est réellement que de 365j 5h 48′ 48″, ce qui fait une différence de 11′ 12″, il s'ensuit qu'à chaque bissextile on ajoute 44′ 48″ de trop, et que par conséquent au bout d'un siècle ou de 25 années bissextiles, on compte 18h 40′ de trop. C'est pour en tenir compte que le pape Grégoire XIII qui, en 1582, s'occupa de la réformation du calendrier, établit que l'on rendrait commune chaque centième année, au lieu de bissextile qu'elle devait être suivant le premier arrangement. Mais comme cette suppression de l'année bissextile au commencement du siècle est trop forte de 5h 20′, puisqu'il n'y a que 18h 40′ à retrancher, on ne fait la centième année commune que pendant trois siècles consécutifs, et dans le quatrième elle redevient bissextile. Ainsi les années 1700, 1800 et 1900 sont des années communes, et 2000 est bissextile.

Comme tous les peuples n'ont pas adopté cette réforme, on a distingué le *nouveau style* et le *vieux style.* Ceux qui suivent le vieux style comptent onze jours de moins que nous; ils en compteront 12 dans le dix-neuvième siècle, c'est-à-dire, par exemple, que le 21 avril pour nous est le 10 avril pour eux.

Des cercles et des points de la sphère qui répondent aux différentes époques du mouvement annuel du soleil.

123. Le cercle *CADBC* (*fig.* 30) dans lequel nous

venons de dire que le soleil fait sa révolution annuelle, et que nous avons appelé *l'écliptique*, fait avec l'équateur un angle de 23° 28'. Quoique cet angle ne soit pas toujours exactement de cette quantité, les variations qu'il subit sont trop petites pour nous intéresser dans la matière que nous traitons ; ainsi nous le supposerons constamment de 23° 28'.

L'écliptique est donc un grand cercle de la sphère, dans lequel le soleil fait sa révolution annuelle, et qui coupe l'équateur sous un angle de 23° 28'.

Les points A et B où l'écliptique coupe l'équateur, s'appellent les points *équinoxiaux*, parce que lorsque le soleil, par son mouvement annuel, arrive à l'un de ces points, le jour est égal à la nuit pour tous les différens lieux de la terre ; en effet, tous les différens horizons coupant l'équateur en deux parties égales, il est clair que lorsque le soleil par son mouvement journalier décrit l'équateur, il est autant de temps sur chaque horizon qu'au-dessous.

Le passage du soleil par l'un de ces points, est l'époque du printemps ; et par l'autre, c'est l'automne. Le jour de ce passage s'appelle *l'équinoxe*.

L'arc AS de l'écliptique que le soleil a parcouru depuis son passage à l'équinoxe du printemps, qu'on appelle autrement le point d'*Aries* ou du *Bélier*, s'appelle la *longitude* du soleil : elle se compte en signes, degrés, minutes, etc. Ces signes, qui sont de 30° chacun, ont les noms latins et français, et sont désignés par les caractères suivans...

Aries.....	le Bélier.....	♈	*Libra*.....	la Balance...	♎
Taurus...	le Taureau..	♉	*Scorpius*....	le Scorpion..	♏
Gemini...	les Gémeaux.	♊	*Arcitenens*.	le Sagittaire.	♐
Cancer...	l'Ecrevisse...	♋	*Caper*.....	le Capricorne.	♑
Leo......	le Lion.....	♌	*Amphora*..	le Verseau...	♒
Virgo.....	la Vierge...	♍	*Pisces*.....	les Poissons..	♓

Les six premiers de ces signes sont dans la partie du nord, et les six autres dans la partie du sud.

Le commencement de chacune des quatre saisons, *printemps*, *été*, *automne* et *hiver*, est déterminé par l'entrée du soleil dans les signes du Bélier, de l'Ecrevisse, de la Balance et du Capricorne ; ce qui arrive le 20 mars, le 21 juin, le 22 septembre et le 21 décembre.

Si par les pôles P et p de l'équateur (*fig.* 31) et par les points équinoxiaux A et B, on conçoit un grand cercle $PApB$, ce cercle est ce qu'on appelle le *colure des équinoxes*.

Et si par le centre de l'écliptique on conçoit une droite $P'p'$ perpendiculaire à ce plan, et qui rencontre la sphère en P' et p', cette droite s'appelle *l'axe de l'écliptique*, et les points P' et p' sont les pôles de l'écliptique.

Si par les pôles P et P' de l'équateur et de l'écliptique on imagine un grand cercle $PP'Ep$, ce cercle, qui sera en même temps perpendiculaire à l'équateur et à l'écliptique, est ce qu'on appelle le *colure des solstices*.

Les points C et D où le colure des solstices rencontre l'écliptique, se nomment les *points solsticiaux*, et le moment où le soleil arrive à l'un ou à l'autre de ces points, s'appelle le *solstice*.

Lorsque le soleil arrive aux points solsticiaux D et C, son mouvement dans l'écliptique est parallèle à l'équateur ; ensorte que pendant quelques jours il paraît ne s'éloigner, ni ne s'approcher de l'équateur ; il est comme stationnaire : c'est ce qui a fait donner à ces points le nom de *points solsticiaux*.

Puisque le colure des solstices est perpendiculaire à l'équateur et à l'écliptique, l'arc EC ou QD de ce colure, compris entre ces deux cercles, est donc la mesure de leur inclinaison ; il est donc (123) de 23°

28'; et comme il est évident qu'il mesure aussi la plus grande distance à laquelle le soleil puisse se trouver de part et d'autre de l'équateur, il s'ensuit que par son mouvement annuel, le soleil ne s'éloigne jamais de l'équateur de plus de 23° 28'.

124. Jusqu'ici nous avons regardé le soleil comme décrivant chaque jour un parallèle à l'équateur en vertu d'un mouvement diurne. Mais comme son mouvement dans l'écliptique est continuel, on voit qu'à la rigueur il décrit depuis un équinoxe jusqu'au solstice suivant, une espèce de spirale dont les différentes spires, qui répondent à chaque révolution diurne, sont très-peu inclinées à l'égard de l'équateur. En effet, le soleil ne s'avance chaque jour dans l'écliptique que d'environ un degré, tandis que par le mouvement diurne il décrit 360° parallèlement à l'équateur; ainsi nous continuerons d'appeler *parallèle du soleil*, la route que cet astre décrit chaque jour autour de la terre.

125. On a donné aussi des noms particuliers à chacun des parallèles que paraissent décrire en vertu du mouvement diurne, chacun des principaux points où passe le soleil par son mouvement annuel.

Par exemple, on a nommé *tropiques* les deux parallèles MD, CN que le soleil décrit lorsqu'il est dans les points solsticiaux. Ainsi les tropiques sont deux petits cercles de la sphère, parallèles à l'équateur, et qui en sont éloignés chacun de 23° 28'. Celui qui est vers le nord s'appelle *tropique du Cancer*, et celui qui est vers le sud s'appelle *tropique du Capricorne*.

On a nommé *cercles polaires*, les parallèles $P'G$, $p'g'$ que paraissent décrire, en vertu du mouvement diurne, les pôles P' et p' de l'écliptique. Ces pôles sont éloignés de ceux de l'équateur, d'une quantité égale à l'inclinaison de ces deux plans. Ainsi les cercles polaires sont deux parallèles à l'équateur, et qui sont éloignés de ses pôles, de 23° 28′, ou qui sont éloignés de l'équateur, de 66° 32′. Celui qui est vers le nord s'appelle cercle polaire *arctique*, et celui qui est vers le sud, s'appelle cercle polaire *antarctique*.

Conséquences qui résultent du mouvement annuel du soleil par rapport aux climats, aux zones, à la durée des jours, etc.

126. On a imaginé sur la surface de la terre des cercles analogues à ceux que nous venons de faire connaître dans le ciel. Ainsi on appelle *tropiques terrestres*, les deux cercles parallèles à l'équateur terrestre, et qui en sont distans de 23° 28′ de part et d'autre. Ces cercles marquent sur la terre, les lieux qui ont le soleil à leur zénith, le jour du solstice; car si de tous les points du tropique céleste *CN* (*fig.* 31) on imagine des rayons tels que *CI* menés au centre de la terre, le parallèle qu'ils traceront sur la surface de la terre sera éloigné de l'équateur, de 23° 28′; et tous les lieux situés sur ce parallèle auront leur zénith dans le parallèle céleste correspondant.

On appelle de même *cercles polaires terrestres*, deux parallèles à l'équateur terrestre, et qui en sont distans de part et d'autre, de 66° 32′.

Ces quatre cercles partagent la terre en cinq parties qu'on appelle *zones*. La première, qu'on appelle *zone torride*, est comprise entre les deux tropiques, et son étendue est par conséquent de 46° 56′, c'est-à-dire de 23° 28′ de part et d'autre de l'équateur. Les peuples qui habitent cette zone ont, dans le cours de l'année, deux fois le soleil à leur zénith; une fois lorsqu'il va de l'équateur au tropique le plus voisin, et la seconde fois lorsqu'il revient de ce tropique vers l'équateur. Cette zone a été nommé torride, parce que la chaleur y est grande et continuelle, attendu que le soleil est toujours au-dessus de cette zone.

L'espace compris entre chaque pôle et le cercle polaire du même hémisphère, s'appelle *zone glaciale*. Comme le soleil ne sort point de la zone torride, il ne peut éclairer que très-obliquement les zones glaciales, et par conséquent il doit y faire, et il y fait en effet très-froid.

Enfin on a donné le nom de *zones tempérées* à l'espace compris, sur chaque hémisphère, entre le tropique et le cercle polaire du même hémisphère. Chacune de ces zones a donc une étendue de 43° 4′ en latitude.

127. Puisque le soleil décrit successivement différens parallèles, il est clair, d'après ce que nous avons dit (9), qu'à l'exception des lieux situés sous l'équateur, la durée du jour et celle de la nuit doivent varier continuellement pendant l'année pour un même lieu; ensorte que les jours seront plus longs que les nuits lorsque le soleil sera dans l'hémisphère que l'on habite, et au contraire les nuits seront plus longues que les jours lorsqu'il sera dans l'hémisphère opposé. Les jours seront plus longs lorsque le soleil sera dans le tropique de l'hémisphère que l'on habite, et plus courts lorsqu'il sera dans le tropique de l'hémisphère opposé.

La durée d'un jour quelconque sera la même pour tous les peuples situés sur un même parallèle; mais elle sera d'autant plus grande que ce parallèlle sera par une plus grande latitude, quand le soleil et le parallèle du lieu seront dans le même hémisphère, ou d'autant plus petite dans le cas contraire. Par exemple, les peuples qui habitent les cercles polaires voient le soleil, pendant 24 heures de suite, à leur solstice d'été, et en sont privés pendant 24 heures, à leur solstice d'hiver. Ceux qui sont plus voisins du pôle, voient le soleil, et en sont privés pendant plusieurs jours de suite, ensorte qu'au pôle le soleil est visible pendant six mois, et invisible pendant les six autres mois (1) : tout cela est une suite évidente du mouvement annuel du soleil, et de ce que nous avons dit (9).

Des planètes et des étoiles fixes.

128. On a donné le nom d'*étoiles fixes* à celles des étoiles que l'on a observé n'avoir d'autre mouvement que celui que doivent paraître avoir toutes les parties fixes du ciel, en vertu du mouvement diurne de la terre; et on a au contraire, nommé *étoiles errantes* ou *planètes*, celles qui, outre ce mouvement, en ont un particulier. On en compte ordinairement sept de cette dernière espèce (*); on leur a donné les noms et on les a désignées par les caractères qui suivent....

Saturne,	Jupiter,	Mars,	le Soleil,	Vénus,	Mercure,	la Lune.
♄	♃	♂	☉	♀	☿	☾

De ces sept astres, il n'y a véritablement que la

(1) Cela est vrai, en faisant abstraction de la réfraction, dont nous parlerons dans peu, et qui augmente la durée de la présence apparente du soleil sur l'horizon.

(*) Depuis la première édition de cet ouvrage, on a découvert cinq nouvelles planètes, qu'on a observées, dont on a calculé les mouvemens et qu'on a désignées par de nouveaux caractères, ainsi qu'il suit....

Uranus,	Cérès,	Pallas,	Junon,	Vesta.
♅	⚳	⚴	⚵	⚶

Note de l'Éditeur.

lune dont le mouvement propre se fasse autour de la terre. Les autres font leurs révolutions autour du soleil, qui est fixe ou sensiblement fixe, et autour duquel la terre fait une révolution en un an.

Ces planètes font leur cours autour du soleil, d'occident en orient, tandis que par le mouvement diurne de la terre elles paraissent se mouvoir d'orient en occident. Les durées de leurs révolutions sont inégales et subordonnées à leur distance au soleil. Saturne emploie 10759 jours 8 heures à achever la sienne (*); Jupiter en emploie 4332 $\frac{1}{2}$; Mars, 687; la Terre, 365 $\frac{1}{4}$; Vénus, 225; Mercure, 87. Saturne et Jupiter sont accompagnés de lunes ou satellites qui, en même temps qu'ils tournent avec ces planètes autour du soleil, tournent aussi autour d'elles, comme la lune tourne autour de nous, en même temps qu'elle nous accompagne dans notre course annuelle autour du soleil. Ces petites lunes sont sujettes à de fréquentes éclipses qui peuvent (particulièrement celles de Jupiter) devenir fort utiles pour la détermination des longitudes en mer, si on parvient enfin à pouvoir les observer malgré l'agitation du vaisseau.

129. Les planètes sont faciles à distinguer des

(*) D'après les calculs les plus récens et les plus exacts, Uranus fait sa révolution en 30688^j,7; Saturne, en 10759^j; Jupiter, en 4332^j,6; Mars, en 687^j; la Terre, en 365^j,26; Vénus, en 224^j,7; Mercure, en 88^j. Uranus est la planète la plus éloignée du soleil; la révolution des autres planètes est donnée dans l'ordre de leur distance au soleil, de sorte que Mercure est celle qui en est la plus rapprochée. Les planètes dont la découverte est la plus récente, sont entre Mars et Jupiter, dans l'ordre suivant, mais à des distances qui ne diffèrent pas considérablement. Cérès fait sa révolution en 1681^j,5; Pallas, en 1681^j,7; Junon, en 1591^j; Vesta, 1335^j,2. *Note de l'Editeur.*

étoiles fixes, par leur lumière qui est moins étincelante, parce qu'elles l'empruntent du soleil; au lieu que les étoiles fixes sont lumineuses par elles-mêmes et paraissent être autant de soleils, que nous ne voyons aussi petits que parce qu'ils sont à une distance immense de nous. Elles sont encore faciles à trouver dans le ciel, par une autre raison; c'est que quoique leur mouvement autour du soleil se fasse dans un plan particulier pour chacune, néanmoins ces plans ou cercles s'écartent peu de celui que le soleil paraît décrire en un an: Vénus qui s'en écarte le plus, n'en est jamais éloignée de plus de 8 degrés, tantôt d'un côté de l'écliptique, tantôt de l'autre.

130. Cette propriété des mouvemens des planètes, de ne point s'écarter au-delà de 8 degrés de part et d'autre de l'écliptique, a donné lieu d'imaginer dans le ciel, une zone ou bande à laquelle on a donné le nom de *zodiaque*, et qui occupe en tout, un espace de 16 degrés, 8 de part et d'autre de l'écliptique. Le zodiaque (*) comprend donc tout l'espace que les planètes parcourent dans le ciel.

De toutes les planètes, celle dont les mouvemens nous intéressent le plus, est la lune. Nous en parlerons dans peu.

131. A l'égard des étoiles fixes, elles sont répandues dans toutes les parties du ciel. Comme il aurait été impossible de donner un nom particulier à toutes, on est convenu d'en rassembler un certain nombre sous un nom commun, qui est celui d'une figure que l'on a conçue dessinée sur l'espace qu'elles oc-

(*) L'inclinaison des orbites des nouvelles planètes, si l'on en excepte celle de l'orbite de Vesta, sort de ces limites. L'inclinaison de l'orbite de Pallas est de $34^\circ \frac{1}{2}$; Junon et Cérès s'éloignent de l'écliptique de près de 13°. *Note de l'Editeur.*

cupent. Cet assemblage d'étoiles s'appelle une *constellation*.

La figure que l'on a imaginée pour chaque constellation, ne représente pas toujours l'ordre de la distribution naturelle des étoiles. Par exemple, on ne doit point s'imaginer que l'espace qu'on appelle la *grande Ourse*, ressemble à un ours : il ne lui ressemble que sur les cartes.

Quoi qu'il en soit, c'est de cette manière qu'on partage d'abord le ciel étoilé ; et les noms des signes de l'écliptique que nous avons rapportés ci-dessus, qu'on appelle plus communément les *signes du zodiaque*, sont ceux des constellations qui se trouvent comprises dans le zodiaque. Quoique depuis que ces noms ont été imaginés, les signes de l'écliptique, considérés comme mesure de la longitude du soleil, ne répondent plus aux constellations dont ils portent le nom, on ne continue pas moins d'appeler le Bélier, le Taureau, etc., le premier, le second, etc., signes de la longitude du soleil.

Quoiqu'on puisse toujours trouver facilement une étoile quelconque dans le ciel, à l'aide des catalogues que les astronomes en ont dressés, il est néanmoins utile de se rendre les principales familières à la vue ; c'est pour cette raison que nous plaçons à la fin de ce volume les planches VII et VIII qui représentent les étoiles principales de chaque hémisphère. Pour s'en servir à reconnaître les étoiles, il faut faire attention, sur la carte, à ce que la disposition des étoiles de chaque constellation a de particulier, tant par rapport à cette constellation que par rapport à ses voisines ; et pour plus d'ordre, il faut commencer par celles qui sont voisines du pôle élevé. C'est ainsi que vers le nord on reconnaîtra la *grande Ourse*, autrement appelé le *grand Chariot*, aux caractères suivans : elle est formée de sept étoiles principales, dont quatre forment un quadrilatère presque rectangle. Si l'on imagine le côté de ce quadrilatère qui est le plus près de l'épaule, prolongé vers le nord, ce côté passera très-près d'une étoile assez belle, qui est précisément l'étoile polaire. Cette étoile n'est pas exactement au pôle, elle en est à deux degrés environ. Les trois autres étoiles sont presque en ligne droite. *Cassiopée* est remarquable par cinq étoiles principales qui forment à peu près la lettre M. On reconnaîtra le *Taureau* par un amas de petites étoiles fort serrées, et par une étoile remarquable par sa grandeur, son éclat et sa couleur rouge; cette étoile s'appelle *Aldébaran*.

De la lune, de ses phases et de ses éclipses ; du nombre d'or et des épactes.

132. La lune, indépendamment du mouvement diurne qui lui est commun avec tous les astres, a encore un mouvement autour de la terre, qui lui est particulier et qui se fait d'occident en orient; ce mouvement ne se passe point dans l'écliptique même, comme celui du soleil; mais il s'en écarte peu, car la trace que décrit la lune, et qu'on appelle son *orbite*, n'est jamais inclinée à l'écliptique de plus de $5^\circ \frac{1}{3}$.

133. La lune emploie $27^j\, 7^h\, 43'\, 12''$ à revenir à un même point du ciel, à une même étoile; et cet espace de temps s'appelle sa révolution ou son *mois périodique*.

Si la lune avait toujours la même vitesse, elle avancerait donc chaque jour, vers l'orient, de $13^\circ\, 10'\, 35''$.

134. La révolution de la lune à l'égard du soleil, est plus longue; elle est de $29^j\, 12^h\, 44'\, 3''$; c'est-à-dire, que si la lune est aujourd'hui au méridien avec le soleil, elle ne se retrouvera au méridien avec lui

qu'au bout de 29 jours et demi environ ; ensorte que la quantité moyenne dont la lune avance chaque jour vers l'orient, à l'égard du soleil, est de 12° 11′ 27″.

La différence de ces deux révolutions vient de ce que le soleil s'avançant, par son mouvement annuel, dans le même sens que la lune, celle-ci, dans un intervalle de temps donné, s'éloigne moins du soleil que des étoiles. Aussi voit-on que la différence de 13° 10′ 35″ à 12° 11′ 27″, est de 59′ 8″ qui (120) est précisément la quantité moyenne dont le soleil s'avance vers l'orient dans un jour.

Cette révolution de la lune à l'égard du soleil, est ce qu'on appelle une *lunaison*, un *mois synodique*, une *révolution synodique;* c'est l'intervalle d'une nouvelle lune à la nouvelle lune suivante, ou d'une pleine lune à la pleine lune suivante.

135. La vitesse de la lune n'est pas constamment la même pendant la durée de sa révolution. La plus grande vitesse a lieu lorsque la lune est le plus près de la terre; et ce point de la plus grande proximité s'appelle le *périgée* de la lune. Depuis le périgée, la lune s'éloigne de la terre, et diminue de vitesse, jusqu'à un certain terme qu'on appelle l'*apogée*, où sa distance est la plus grande. Passé ce terme, la vitesse augmente jusqu'au périgée.

Ainsi les principales inégalités du mouvement de la lune dépendent de sa distance à l'apogée, c'est-à-dire de l'angle formé au centre de la terre par la droite qui irait de ce centre au point de l'apogée, et par celle qui irait de ce même centre à la lune : cet angle s'appelle l'*anomalie*.

136. L'apogée et le périgée de la lune ne répondent pas toujours aux mêmes points du ciel; c'est ce qui fait que la révolution de la lune à l'égard de son apogée, et qu'on appelle sa révolution *ano-*

malistique, n'est pas la même qu'à l'égard des étoiles; elle est de 27 jours 13 heures 18′ 34″.

137. Enfin le mouvement de la lune se faisant dans un plan incliné à l'écliptique, elle est au nord de l'écliptique pendant environ une moitié de sa révolution, et au sud pendant un pareil intervalle à peu près. Les points où elle passe du nord au sud de l'écliptique, c'est-à-dire où son orbite coupe l'écliptique, s'appellent les *nœuds*.

138. La distance de la lune à la terre varie depuis 55 $\frac{3}{4}$ demi-diamètres de la terre jusqu'à $64\frac{3}{4}$; ensorte que sa distance moyenne est à peu près de 60 $\frac{1}{4}$ demi-diamètres terrestres. Cette distance est environ la 340e partie de celle de la terre au soleil.

139. La lune est visible à nos yeux, non par elle-même, mais par la lumière qu'elle reçoit du soleil, et que sa surface renvoie ensuite vers nous. C'est par cette raison que nous ne voyons pas toujours en entier l'hémisphère de la lune qui se présente directement à nous, et ce qui, par conséquent, donne lieu à ce qu'on appelle les *phases de la lune*, ou les différens aspects sous lesquels nous la voyons.

En effet, concevons que $QKOI$ (*fig.* 32) soit l'orbite de la lune, T le centre de la terre, et que le soleil soit dans la droite TS, mais à une distance immense de T, les rayons qui partent de cèt astre, et qui tombent sur la lune, en quelque endroit que ce soit de son orbite, peuvent, sans erreur sensible, être considérés comme parallèles.

Supposons que la lune se trouve successivement en Q, K, O et I, les points Q et O étant dans le plan qui passe par la terre et par le soleil, et les points K et I étant à 90° de ce plan:

Si l'on conçoit dans chaque position de la lune des tangentes à son globe, et qui soient parallèles à la ligne TS, il est évident que ERF, LGV, *NPM*, *ACB* seront pour chaque position, la partie de la surface de la lune qui reçoit les rayons du soleil; mais un observateur placé en *T*, ne verra tout l'hémisphère éclairé de la lune que lorsqu'elle sera en *O*. Quand elle sera en *I*, il ne pourra voir que la partie *BC* du disque éclairé *BCA*. Quand la lune sera en *Q*, comme elle ne présentera à l'observateur que l'hémisphère opposé à celui *ERF* qui est éclairé, elle ne sera pas visible. Enfin, quand elle sera en *K*, l'observateur verra seulement la partie *LG* du disque éclairé *LGV*; ensorte qu'en allant de *O* en *I* et de *I* en *Q*, la partie visible de la lune diminuera continuellement, jusqu'à disparaître, puis elle augmentera continuellement de *Q* en *K* et de *K* en *O*, où l'on verra tout l'hémisphère éclairé.

140. Quand la lune est en *Q*, entre le soleil et la terre, cette phase s'appelle la *nouvelle lune*. C'est de ce point qu'on compte l'âge de la lune, ou le nombre de jours écoulés depuis son renouvellement. Le jour de la nouvelle lune cette planète se lève et se couche à peu près en même temps que le soleil, et passe aussi au méridien à peu près en même temps que lui; mais, dans les jours suivans, son passage au méridien retarde, et la quantité moyenne de ce retard est de 49′ environ.

Lorsque la lune est parvenue en *K*, à 90° du soleil, on dit qu'elle est dans son *premier quartier;* alors elle se lève vers le temps où le soleil est au méridien. En *O*, au-delà de la terre, par rapport au soleil, arrive la *pleine lune;* à cette phase, la lune se lève lorsque le soleil se couche. Enfin, lorsqu'elle arrive en *I*, où il ne reste plus que 90° à décrire pour se renouveler, on dit qu'elle est à son *dernier quartier;* alors elle se lève vers minuit.

On appelle aussi le point *Q* la *conjonction*, parce que la lune et le soleil paraissent se confondre lorsque la lune arrive en ce point, et le point O s'appelle l'*opposition*. Ces deux points sont nommés aussi les *syzygies*, et la ligne OQS s'appelle la *ligne des syzygies*; les deux points K et I s'appellent les *quadratures*.

141. Dans ce que nous venons de dire, nous avons tacitement regardé la lune comme faisant son mouvement dans le plan même où se trouvent continuellement le soleil et la lune; ce qui n'est pas rigoureusement vrai, puisque (132) la lune se meut dans un plan incliné à l'écliptique d'environ 5°. Mais la modification que cette circonstance apporte à la description que nous venons de faire des phases de la lune, est facile à apercevoir, car il est clair, par exemple, que dans la nouvelle lune on pourra voir une petite partie du disque éclairée, que dans la pleine lune on verra un peu moins que le disque entier, et dans les autres phases, à proportion.

Le seul cas où la lune soit véritablement dans le plan de l'écliptique, c'est lorsqu'elle passe par ses nœuds. Si cette circonstance concourt avec les syzygies, alors il y aura *éclipse;* c'est-à-dire *éclipse de soleil*, si la lune passe à l'un de ses nœuds lorsqu'elle se renouvelle; et *éclipse de lune*, si elle passe à l'un de ses nœuds lorsqu'elle est pleine; parce que, dans le premier cas, la lune cache à la terre le soleil ou une partie du soleil, selon que sa distance à la terre fait paraître son diamètre plus ou moins grand que celui du soleil; et dans le second cas, la lune passant au-delà de la terre, par rapport au soleil, traverse un espace où les rayons du soleil arrêtés par la terre, ne pénètrent pas; elle est donc dans l'ombre et par conséquent invisible. Au reste, il n'est pas absolument nécessaire, pour qu'il y ait éclipse, que la lune soit exactement dans l'un de ses nœuds lors des syzygies. Il peut y avoir, et il y a en effet souvent éclipse lorsque la lune est dans le voisinage de ses nœuds lors des syzygies; mais il ne peut y avoir éclipse que vers les syzygies.

142. (*) Si l'on compare la durée de la révolution synodique de la lune avec celle de l'année, on voit qu'une année ne peut pas comprendre un nombre exact de lunaisons, mais que chaque lunaison étant de 29 jours 12 heures $\frac{3}{4}$ à peu près, 12 lunaisons ne font qu'un peu moins de 354 jours $\frac{1}{2}$; ensorte que si, par exemple, la lune était nouvelle au 1[er] janvier d'une année, elle se trouverait âgée de près de 11 jours à la fin de cette même année; à la fin de l'année suivante, elle le serait d'environ 22 jours; et au bout de trois ans, il y aurait eu 37 lunaisons et environ 3 jours. Ce n'est qu'après un nombre d'années plus considérable, que la lune se retrouve dans les mêmes positions à l'égard de la terre et du soleil, les mêmes jours de l'année.

Si l'on prend 235 lunaisons, qui, comme nous l'avons dit (134), sont de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$ chacune, on verra qu'elles répondent à $6939^j\ 16^h\ 32'$. Or 19 années de $365^j\ \frac{1}{4}$, comme on les compte dans l'état actuel du calendrier, font $6939^j\ 18^h$; donc, au bout de 19 ans, les nouvelles et pleines lunes, et en général, les phases semblables de la lune arrivent aux mêmes jours du mois, et presqu'à la même heure, car la différence n'est que de $1^h\ 28'$. On a donné à cette période remarquable le nom de *cycle d'or;* nous ne la considérerons ici que par rapport à son usage pour trouver les nouvelles et les pleines lunes. Mais avant de faire connaître cet usage, il faut enseigner la manière de trouver la date du cycle d'or, c'est-à-dire de trouver le *nombre d'or*, qui répond à une année proposée.

143. *Pour trouver le nombre d'or*, il faut ajouter 1 à l'année proposée, et divisant le tout par 19, le reste, sans aucun égard au quotient, marquera le nombre d'or. Par exemple, pour 1781, je divise 1782 par 19; le reste de la division est 15, 15 sera donc le nombre d'or en 1781.

On ajoute 1 à l'année proposée, parce qu'au commencement

(*) La Connaissance des Temps est calculée pour plusieurs années d'avance, et est entre les mains de tous les marins. On y trouve l'âge de la lune et les époques de ses différentes phases. Les différentes méthodes données ci-après, pour calculer ces quantités, ne sont qu'un objet de pure curiosité; on a cru devoir les imprimer en petits caractères. *Note de l'Editeur.*

de l'ère chrétienne, il y avait déjà une année que le cycle d'or était révolu.

144. Les *épactes* sont des nombres qui marquent, pour chaque année, quel âge avait à peu près la lune à la fin de l'année précédente. L'âge de la lune, et par conséquent l'épacte, augmente chaque année d'environ 11 jours (142). Ainsi lorsque la première année du nombre d'or est écoulée, la lune a 11 jours. L'épacte de la seconde année est donc 11; celle de la troisième 22; celle de la quatrième 33, ou simplement 3, en retranchant 30, quoique la révolution de la lune ne soit que de 29 jours $\frac{1}{2}$, parce que l'épacte augmentant de moins de 11 jours chaque année, pour tenir compte à peu près de ce qu'il y a de trop, on compte, dans ce calcul, les révolutions de la lune comme si elles étaient de 30 jours.

Ainsi, *pour trouver l'épacte* correspondante au nombre d'or, il faut diminuer le nombre d'or d'une unité, et multipliant le reste par 11, si du produit on retranche 30 autant de fois qu'il y est compris, le reste sera l'épacte. Par exemple, en 1781, où le nombre d'or (143) est 15, je multiplie 14 par 11, et j'ai 154, dont ôtant cinq fois 30, il reste 4 pour l'épacte de 1781, ou l'âge qu'aura la lune à la fin de 1780. Il faut seulement observer que pour la première année du nombre d'or (où l'on aurait zéro suivant cette règle), on écrit 29. Cela revient au même, car l'un et l'autre représentent également la fin ou le renouvellement d'une lunaison.

La règle que nous venons de donner peut être d'usage depuis 1700 jusqu'à 1800; mais elle souffre une modification à chaque siècle, à cause de l'omission de la bissextile (122), qui, ôtant un jour à l'année, change nécessairement l'âge de la lune.

145. Nous avons vu (143) comment on trouve le nombre d'or, et comment on en déduit l'épacte. Voici l'usage qu'on peut en faire pour trouver à peu près l'âge de la lune pour un jour proposé.

Pour trouver l'âge de la lune. Ajoutez ensemble l'épacte, le nombre des mois écoulés depuis mars inclusivement, jusqu'à celui dont il s'agit, aussi inclusivement, et le quantième du mois. La somme, si elle est au-dessous de 30, sera l'âge de la lune; mais si elle est au-dessus de 30, l'âge de la lune sera l'excès au-dessus de 30 si le mois a 31 jours, et l'excès au-dessus de 29, s'il n'a que 30 jours. Par exemple, on demande l'âge de la lune le 17 juin 1781; j'ajoute ensemble les nombres 4, 4 et 17, qui sont l'épacte, le nombre des mois depuis mars, et le quantième du mois; la somme 25 me fait voir que la lune aura 25 jours le 17 juin 1781.

S'il s'agissait de janvier ou février, on ajouterait seulement l'épacte et le quantième du mois.

Ces pratiques sont fondées sur ce que l'âge de la lune augmentant de 11 jours chaque année, cela donne environ un jour d'augmentation par mois.

S'il s'agit de trouver la nouvelle lune pour un mois proposé, on le peut donc facilement par un moyen semblable, en ajoutant seulement l'épacte et le nombre des mois écoulés depuis mars, et retranchant la somme de 29 ou de 30 jours, selon que le mois a 30 ou 31 jours. Si la somme était trop forte, on la retrancherait de 60.

Ainsi, si l'on demande la nouvelle lune de juin 1781, j'ajoute 4 et 4 et je retranche la somme 8, de 30, parce que le mois n'a que 30 jours; le reste 22 me fait voir que la lune sera nouvelle le 22 juin.

Nous ne nous arrêterons pas à donner une explication plus détaillée de ces pratiques, tant parce que ce qui précède en fait assez apercevoir le fondement, que parce que les résultats qu'elles fournissent ne sont que des approximations sur lesquelles on ne doit compter qu'à un ou deux jours près, dans plusieurs cas. Nous passons à une méthode plus exacte.

De la manière de calculer les phases de la lune.

146. La méthode que nous allons exposer donne le temps des phases à une heure et demie près. Cette exactitude est suffisante pour l'objet que nous nous proposons, et qui est de déterminer l'heure du flux et du reflux de la mer, ce que nous ferons dans la section suivante. Trois heures d'incertitude sur le vrai temps des phases, ne peuvent produire qu'environ 10 minutes d'erreur sur le temps de la haute ou de la basse mer.

Cette méthode est fondée sur l'usage des Tables (*) XIV, XV et XVI, que l'on trouve à la fin de ce volume, et dont voici l'explication. Les nombres de la colonne marquée *P*, dans la Table XIV, indiquent quelle est la première phase qui a eu lieu ou qui aura lieu en janvier de l'année correspondante; 1, marque une nouvelle lune; 2, un premier quartier ou la seconde phase; 3, une pleine lune; 4, un dernier quartier; et dans l'usage que nous en ferons, la nouvelle lune sui-

(*) Voyez la note de la page 105. Les raisons qui ont engagé à imprimer en petits caractères tout ce qui a rapport à l'âge de la lune et à ses phases, ont déterminé à ne pas substituer aux Tables XIV, XV et XVI, d'autres Tables dont on pourrait faire usage. *Note de l'Editeur.*

vante serait marquée par 5 ; le premier quartier suivant, par 6 ; la pleine lune suivante, par 7 ; le dernier quartier suivant, par 8.

Par exemple, vis-à-vis de l'année 1769, on trouve 1 dans la colonne *P*; cela signifie que la première des phases de la lune qui auront lieu en janvier 1769, sera la nouvelle lune.

Les nombres de la colonne marquée *A* expriment quelle est l'anomalie de la lune lors de cette phase. Cette anomalie, pour plus de commodité, est comptée en millièmes; ensorte que 1000 des parties qui l'expriment font 360°, ou une révolution entière.

Les jours, heures et minutes qui sont à côté de l'année, marquent à quelle date de l'année tombe la phase correspondante dans la colonne *P*.

Dans la Table XV, les jours, heures et minutes que l'on voit à côté des mois, marquent (en y comprenant les mois) le temps qui a dû s'écouler depuis la première phase de l'année jusqu'à la phase marquée par le nombre correspondant *P*. Par exemple, à côté d'avril et dans la quatrième ligne de ce mois, on trouve $28^j\ 5^h\ 52'$, et le nombre *P* correspondant est 4. Cela signifie que depuis la première phase de l'année jusqu'au dernier quartier en avril, lorsqu'il doit y en avoir un, il s'écoule $28^j\ 5^h\ 52'$ outre les mois.

Les nombres de la colonne *A* de cette même Table XV marquent l'augmentation que prend l'anomalie dans cet intervalle; on en a rejeté les révolutions complètes.

Si les mouvemens de la lune conservaient toujours le rapport que supposent ces deux Tables, il suffirait, pour calculer le moment d'une phase quelconque, d'ajouter les jours, heures et minutes qui conviennent à l'année, avec les jours, heures et minutes qui, dans la Table des mois, répondent au nombre *P*, qui, avec le nombre *P* de la Table des années, forme le nombre qui marque la phase dont il s'agit.

Par exemple, pour avoir la pleine lune ou la phase 3 de janvier 1769, j'ajouterais, comme il suit :

Pour 1769....................	6^j	14^h	$13'$
Janvier......................	14	19	6
Somme.........	21^j	9^h	$19'$.

C'est-à-dire que je prendrais dans la Table XIV les nombres qui correspondent à 1769 ; et comme le nombre *P* pour 1769 est 1, celui qui, avec ce nombre *P*, fera la phase 3 dont il s'agit, est 2; je prendrais donc dans la Table des mois les jours, heures et minutes qui, pour janvier, répondent au nombre 2 de la colonne *P*; et la somme $21^j\ 9^h\ 19'$ serait l'heure de la pleine lune de janvier 1769, si les mouvemens de la lune étaient tels que nous venons de dire.

Mais à cause de leur irrégularité, ce premier calcul a besoin d'une correction que fournit la Table XVI, en opérant comme il suit.

En même temps qu'on ajoutera les heures et minutes qui conviennent à l'année et au mois, on ajoutera aussi les nombres *A* qui leur correspondent; et après avoir rejeté les mille, s'il y en a, on cherchera dans la Table XVI les jours, heures et minutes correspondantes à la somme des nombres *A*, et on les ajoutera aux heures et minutes déjà trouvées.

Si l'on calcule pour un antre méridien que Paris, on ajoutera à cette somme la différence des méridiens, ou on la retranchera, selon que le lieu sera plus oriental, ou plus occidental que Paris.

EXEMPLE I.

On demande le moment de la pleine lune de janvier 1769, pour Paris.

La phase dont il s'agit est 3; et comme le nombre *P* pour 1769 est 1, le nombre *P* qu'on doit prendre pour janvier est 2. Donc,

					Nombres *A*.	
Pour 1769..........	6^j	14^h	$13'$	..	174	Tables XIV et XV.
Janvier.............	14	19	6	..	536	
Somme.........	21^j	9^h	$19'$	..	710	
Correction correspondante à la somme des nombres *A*...		5	35	..		Table XVI.
Temps de la pleine lune......	21^j	14^h	$54'$.			

EXEMPLE II.

Étant à Québec, c'est-à-dire à $4^h\ 49'$ à l'occident de Paris, on demande le temps du premier quartier en juin 1765.

La phase dont il s'agit est naturellement 2; mais comme la première phase de l'année est 3, c'est-à-dire est marquée par un nombre plus grand que celui de la phase dont il s'agit, la phase actuelle doit être comptée pour 2 plus 4 ou 6. Ainsi le nombre *P* qui, pour les mois, fait 6 avec le nombre *P*, pour l'année, étant 3, nous devons prendre dans juin les nombres qui répondent au nombre 3 de la colonne P. Donc,

		Nombres A.
Pour 1765..................	$5^j\ 19^h\ 52'$	... 124
Pour juin....................	18 19 47	... 162
Somme.............	24 15 39	286
Correction pour les nombres A.	1 5 26	
Différence des méridiens......	0 4 49	
Temps du premier quartier....	$25^j\ 16^h\ 16'$.	

147. On peut, par la même méthode, déterminer la phase la plus prochaine d'une date proposée, et nous en aurons besoin par la suite.

Par exemple, s'agit-il de trouver quelle sera la phase la plus prochaine du 17 octobre 1769? on cherchera dans la Table des mois, quel est le jour et l'heure d'octobre qui, avec les jours et heures qui, dans la Table pour les années, répondent à l'année proposée, approche le plus de 17; le nombre correspondant P, joint au nombre P qui convient à l'année, fera connaître la phase, et alors on calculera l'heure et la minute de cette phase, comme ci-dessus. Si ce temps diffère de moins de quatre jours de la date proposée, ce sera celui de la phase la plus prochaine; mais s'il en diffère de quatre jours, ou plus, alors on calculera l'heure de la phase suivante ou précédente, selon celle de ces deux qui sera la plus prochaine. Ainsi je vois que pour 1769, le nombre P est 1, auquel il répond $6^j\ 14^h\ 13'$. Je trouve dans la Table des mois, que les jours et heures d'octobre qui, ajoutés à $6^j\ 14^h\ 13'$, approchent le plus de 17^j, sont $7^j\ 9^h\ 51'$, et le nombre correspondant P étant 2, qui, joint avec le nombre P ou 1 de l'année, fait 3, j'en conclus que la phase la plus prochaine du 17 octobre 1769 sera la pleine lune.

Pour en déterminer le temps précis, j'opère donc comme il suit, selon ce qui a été dit ci-dessus.

		Nombres A.
Pour 1769..................	$6^j\ 14^h\ 13'$	... 174
Octobre.....................	7 9 51	... 181
Somme................	14 0 4	355
Correction pour les nombres A.	0 22 24	
Temps de la pleine lune.......	$14^j\ 22^h\ 18'$.	

De la manière dont on détermine la position des astres à l'égard de l'écliptique et à l'égard de l'équateur.

148. Pour fixer la position des astres dans le ciel, on peut employer deux méthodes principales : la première consiste à déterminer leur longitude et leur latitude; dans la seconde, c'est par leur ascension droite et leur déclinaison qu'on fixe leur position.

Concevons que QET, (*fig* 33) soit l'équateur, CED l'écliptique, PCT le colure des solstices, P et P' les pôles de l'équateur et de l'écliptique. Soit S un astre quelconque : si par le pôle P' de l'écliptique on conçoit l'arc de grand cercle $P'SA$, qui sera nécessairement perpendiculaire à l'écliptique, il est clair que la position de l'astre S sera connue, si, sachant d'ailleurs dans quel hémisphère il est placé, on connaît l'arc SA qui mesure sa distance à l'écliptique, et l'arc EA qui mesure la distance de l'arc $P'SA$ au point équinoxial E; et ce sont en effet ces arcs que l'on prend pour fixer la position des astres.

149. L'arc SA de grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, compris entre un astre S et l'écliptique, s'appelle la *latitude* de cet astre, et le cercle $P'SA$ s'appelle *cercle de latitude.* La latitude est australe ou boréale, selon que l'astre est dans l'hémisphère austral ou dans l'hémisphère boréal.

Quant à la *longitude* d'un astre, c'est l'arc EA de l'écliptique compris entre le point équinoxial E du Bélier ou du printemps, et le cercle $P'SA$ de latitude de l'astre, cet arc étant compté d'occident en orient.

150. Dans la seconde manière de déterminer la position des astres, au lieu de les rapporter à l'é-

cliptique, comme dans la précédente, on les rapporte à l'équateur de la manière suivante.

On conçoit par le pôle P de l'équateur, et par l'astre S le méridien PSI qu'on appelle alors un cercle de *déclinaison*. Il est clair que la position de l'astre sera connue, si, sachant d'ailleurs dans quel hémisphère il est placé, on connaît l'arc SI qui mesure sa distance à l'équateur, et l'arc EI qui mesure la distance de l'arc PSI au point équinoxial du Bélier.

151. On appelle *déclinaison* d'un astre, l'arc SI de grand cercle perpendiculaire à l'équateur, compris entre cet astre et l'équateur. La déclinaison est australe ou boréale, selon que l'astre est dans l'hémisphère austral, ou est dans l'hémisphère boréal.

152. *L'ascension droite* d'un astre est l'arc de l'équateur compris entre le point équinoxial du Bélier et le cercle de déclinaison de cet astre, cet arc étant compté d'occident en orient.

153. Quand on veut déterminer le lieu d'un astre par le calcul, c'est ordinairement par sa longitude et sa latitude, parce que c'est au plan de l'écliptique que les mouvemens des astres sont rapportés dans les tables astronomiques.

Mais lorsqu'on veut déterminer le lieu d'un astre par observation, c'est ordinairement son ascension droite et sa déclinaison que l'on cherche.

154. Mais de ces deux plans, l'écliptique et l'équateur, dès que l'on connaît la position d'un astre à l'égard de l'un, il est toujours facile d'en conclure sa position à l'égard de l'autre. En effet le triangle sphérique $PP'S$ (*fig* 33) a pour côtés, 1° PP' qui étant la distance du pôle de l'équateur à celui de l'écliptique, est la mesure de l'inclinaison de ces cercles, et par conséquent est de 23° 28'. 2° $P'S$ qui est le complément de la latitude de l'astre.

3° PS qui est le complément de la déclinaison. De plus, l'angle $PP'S$ a pour mesure l'arc AD, qui est le complément de la longitude, et l'angle $P'PS$ a pour supplément DPS, mesuré par l'arc TI, qui est le complément de l'ascension droite. On voit donc que dès qu'on connaîtra la latitude et la longitude, ou la déclinaison et l'ascension droite, comme on connaît toujours le côté PP', on aura trois choses connues dans le triangle $P'PS$, et que par conséquent il sera facile d'en conclure par les règles données dans la trigonométrie sphérique, les deux inconnues, qui sont toujours des parties de ce triangle.

Pour le soleil, le calcul est plus simple, parce que les mouvemens de cet astre se faisant dans l'écliptique, sa latitude est toujours zéro. Alors la longitude, l'ascension droite et la déclinaison forment les trois côtés d'un triangle sphérique rectangle AQS (*fig.* 30), dont l'angle SAQ opposé à la déclinaison QS, est de 23° 28′, c'est-à-dire, est l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur; ainsi l'une quelconque de ces trois choses étant donnée, la longitude, l'ascension droite et la déclinaison, on pourra toujours trouver chacune des deux autres, par l'une des trois proportions suivantes, fondées sur ce qui a été dit (*Géom.* 350, 351 et 352).

$$R : \sin AS :: \sin QAS \text{ ou } \sin 23^\circ\, 28' : \sin QS,$$
$$R : \cos 23^\circ\, 28' :: \cot AQ : \cot AS,$$
$$R : \sin AQ :: \tang 23^\circ\, 28' : \tang QS.$$

Nous donnerons dans peu le moyen de calculer la longitude du soleil, d'après les tables astronomiques que l'on trouvera à la fin de cet ouvrage. On y trouvera aussi des tables de la déclinaison et de l'ascension droite, déduites de ces analogies.

155. A l'égard des étoiles, la table de leurs positions, que l'on trouvera aussi à la fin de ce volume,

est fondée sur les observations, à quelques petites réductions près, dont ce n'est pas ici le lieu de parler.

Quoiqu'elles soient fixes dans le ciel, on voit néanmoins par ce catalogue (table XIII), que leurs ascensions droites et leurs déclinaisons varient; mais cela vient de ce que le point du Bélier rétrograde tous les ans d'une certaine quantité, et comme les ascensions droites se comptent de ce point, elles doivent changer lorsqu'il change. Ce changement, qui se fait dans le sens de l'écliptique, en produit un aussi dans les déclinaisons. Ce mouvement du point du Bélier est ce qu'on appelle la *précession des équinoxes*. Les étoiles ont encore quelques autres petits mouvemens apparens.

156. Voici comment on peut concevoir qu'on a pu, par observation, déterminer les déclinaisons et les différences d'ascension droite des étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 34) l'horizon, *QT* l'équateur, *P* le pôle, *CM*, *DN* les parallèles que décrivent deux étoiles en vertu du mouvement diurne.

Concevons que dans un plan du méridien *RQH* on ait placé un instrument propre à mesurer les angles: en quelque endroit que cet instrument soit placé, son centre pourra être regardé comme le centre de l'horizon, à cause de la petitesse de la terre en comparaison de sa distance aux astres. Donc si ayant dirigé horizontalement un des diamètres de cet instrument, on fait mouvoir l'autre diamètre jusqu'à ce qu'il rencontre l'étoile lors de son passage au méridien, on aura la mesure de l'arc *HC*. Il ne s'agira plus, pour avoir la déclinaison *QC* de cette étoile, que de retrancher de *HC*, l'arc *HQ* qui mesure l'inclinaison de l'équateur à l'horizon, inclinaison qui sera connue si on connaît la latitude ou la hauteur du pôle, puisque *PQ* étant de 90°, *HQ* et *PR* doivent être ensemble de 90°, ensorte que HQ est le complément de la hauteur PR du pôle. Or nous avons vu (22), et nous verrons plus particulièrement dans peu, comment on détermine la hauteur du pôle. On fera la même chose pour chacune des étoiles, et on aura leurs déclinaisons; mais ces déclinaisons ont besoin de quelques corrections : nous en parlerons dans peu.

Quant à la différence d'ascension droite entre deux étoiles E et E', c'est par la différence des temps auxquels elles arrivent au méridien, qu'on la détermine. Puisque (120) les étoiles emploient $23^h\ 56'\ 4''$ à faire leur révolution, ou 360°, il s'ensuit que par heure elles font 15° 2′ 28″, que par minute elles font 15′ 2″ 28‴, et ainsi à proportion. Donc si la différence des temps entre le passage de l'étoile E et celui de l'étoile E', est de 1 heure, on en conclura que l'étoile E' a 15° 2′ 28″ d'ascension droite de plus que l'étoile E, si elle passe après celle-ci, ou de moins si elle passe avant.

Du calcul de la longitude, de l'ascension droite et de la déclinaison du soleil, pour un temps et un lieu proposés quelconques.

157. (*) Si le soleil s'avançait dans l'écliptique avec une vitesse constante, une opération fort simple suffirait pour déterminer sa longitude pour un instant proposé quelconque. Mais cette vitesse varie sans cesse, depuis le point du périgée ou de la grande proximité à l'égard de la terre, jusqu'à l'apogée

(*) Tous ces élémens se trouvent dans les Ephémérides, et l'on peut se dispenser de lire ce qui a rapport à l'usage des Tables propres à faire connaître la position du soleil. Celles qui se trouvent à la fin du volume ne peuvent plus servir depuis l'année 1800; on n'a pas cru devoir en substituer d'autres, parce que, dans les voyages très-longs, pendant lesquels on pourrait craindre de ne pas avoir de Connaissance des Temps, il faudrait se servir des grandes Tables astronomiques publiées par le Bureau des Longitudes. Au reste, il est peu à craindre que les navigateurs en soient réduits à faire les longs calculs qu'elles exigent, parce qu'on publie la Connaissance des Temps trois ou quatre ans d'avance. *Note de l'Editeur.*

ou le point de la plus grande distance ; elle va en diminuant depuis le premier de ces points jusqu'au second, et croît ensuite depuis le passage par ce second point jusqu'au retour au premier; mais de manière qu'à distances égales de part et d'autre de la ligne qui joint ces deux points, et qu'on appelle la ligne des *apsides*, la vitesse est la même.

Comme les inégalités dans le mouvement du soleil dépendent de la distance angulaire à la ligne des apsides, c'est-à-dire de l'angle que forme avec la ligne des apsides la ligne droite qu'on peut imaginer menée de la terre au soleil ; c'est à cette première ligne qu'on rapporte en effet le calcul de ces inégalités, et l'on appelle *anomalie* l'angle compris entre la ligne des apsides, et la distance actuelle de la terre au soleil, cet angle étant compté depuis l'apogée.

Or la longitude étant comptée (149) depuis le point du Bélier, il s'ensuit que la longitude dépend de deux choses, de la distance de la ligne des apsides au point du Bélier, et de l'anomalie.

158. Pour calculer plus commodément cette longitude, on a dressé des Tables qui représentent les arcs que le soleil décrirait dans des intervalles de temps connus, si son mouvement était uniforme, et des Tables qui représentent la position de l'apogée pour une même époque d'année en année, qui est le 31 décembre à midi de l'année précédente, dans les années communes, et le 1er janvier à midi de l'année courante, dans les années bissextiles.

La différence de ces deux arcs fait donc connaître, pour un instant quelconque, quelle serait l'anomalie du soleil à cet instant, si le mouvement de cet astre était uniforme, et cette anomalie s'appelle *anomalie moyenne.*

Par des calculs fondés, tant sur les observations que sur la Géométrie, on a déterminé pour chaque degré et partie de degré de l'anomalie moyenne, la différence qu'il devait y avoir entre cette anomalie moyenne et l'anomalie vraie ; on a formé des Tables de cette différence, qu'on appelle *équation du centre*, au moyen desquelles tout le calcul de la longitude se réduit à de simples additions et soustractions, comme on va le voir. Mais avant que d'enseigner cet usage des Tables du soleil, il faut rendre compte de quelques autres points qu'elles supposent.

1°. Les 24 heures du jour y sont supposées comptées astronomiquement, c'est-à-dire de suite et d'un midi à l'autre.

2°. Ces Tables sont calculées pour le méridien de Paris, ensorte que s'il s'agit d'un autre lieu, il faut avoir égard à la différence des méridiens, en ajoutant cette différence réduite en temps (18) à l'heure proposée, si le lieu est plus occidental que Paris; ou la retranchant, s'il est plus oriental.

3°. Les temps correspondans aux mouvemens que ces Tables représentent, sont des temps moyens (121); ensorte que lorsqu'il s'agira de calculer le lieu du soleil dans l'écliptique, ou son ascension droite, ou sa déclinaison, au midi vrai, c'est-à-dire lorsqu'il passe véritablement au méridien un jour proposé, il faudrait réduire le temps vrai en temps moyen, en ajoutant à celui-là, ou en retranchant la différence de ces deux temps, que l'on connaîtra par la Table I, qui a pour titre, *Table de l'équation du temps*. Mais comme cette Table suppose que l'on connaisse déjà à peu près le lieu du soleil, s'il n'en était pas ainsi, on calculerait le lieu du soleil pour le temps vrai proposé, comme si c'était un temps moyen; avec cette longitude, qui différera très-peu de la véritable, on trouvera l'équation du temps, à l'aide de laquelle et de la Table des mouvemens du soleil, il sera facile de voir ce qu'on doit ajouter ou retrancher à la longitude déjà calculée, pour avoir celle qui convient à la correction du temps. On va en voir des exemples.

4°. Enfin, si l'année pour laquelle on calcule est bissextile, on retranchera un jour de la date proposée, dans les mois de janvier et février seulement.

Cela posé, voici comment, à l'aide des Tables dont il s'agit, et que nous avons rassemblées à la fin de ce volume, on pourra calculer la longitude, l'ascension droite et la déclinaison du soleil.

159. *Pour la longitude*. On ajoutera ensemble, d'une part, les mouvemens moyens du soleil qui conviennent à l'année (Table II); ceux qui conviennent au mois (Table III); ceux qui conviennent aux jours du mois, aux heures, minutes et secondes (Table IV), et l'on aura la longitude moyenne du soleil.

On ajoutera, d'une autre part, les mouvemens correspondans de l'apogée, que l'on trouvera dans les mêmes Tables.

On retranchera la seconde somme de la première, pour avoir l'anomalie moyenne, avec laquelle on trouvera (Table V) l'équation du centre, que l'on ajoutera à la longitude moyenne, ou que l'on en retranchera, selon que l'indiqueront les titres qui sont au haut de chaque colonne, et l'on aura la longitude vraie du soleil.

Sur quoi il faut observer que l'équation du centre que donne cette Table, n'étant calculée que pour chaque degré de l'anomalie moyenne, si celle-ci avait en outre des minutes et secondes, on calculerait, à l'aide de la différence qui se trouve à côté de l'équation, le surplus qui convient aux minutes et secondes, par cette proportion..... Si 60′ ou 3600″ de différence dans l'anomalie moyenne donnent, dans l'équation, la différence marquée dans la Table, combien le nombre de minutes et secondes dont il s'agit donnera-t-il? Et à l'inspection de la Table, on jugera facilement si ce surplus doit être ajouté ou retranché.

EXEMPLE I.

On demande la longitude vraie du soleil à Paris, le 18 février 1768, à midi temps vrai.

	Mouvemens moyens du soleil.	*Mouvement de l'apogée.*
Pour 1768........	$9^s 10° 38' 34''$	$3^s\ 8° 57' 43''$
Février...........	1 0 33 18	 5
Le 17 (à cause de la bissextile).......	0 16 45 22	 3
Long. moy. du soleil.	$10^s 27° 57' 14''$	$3^s\ 8° 47' 51''$
Equation du centre..	0 1 28 24	10 27 57 14
Long. vraie approc..	$10^s 29° 25' 38''$	$7^s 18° 59' 23''$ Anom. moy.

Ce serait la longitude vraie, s'il s'agissait du temps moyen. Mais la Table I fait voir que pour cette longitude il faut ajouter $14' 22''$ au temps vrai, pour avoir le temps moyen correspondant; or pendant cet intervalle, le soleil (Table IV) décrit $36''$; il faut donc ajouter ces $36''$ à la longitude trouvée, pour avoir enfin la véritable, de $10^s 29° 26' 14''$.

EXEMPLE II.

On demande la longitude vraie du soleil pour le 22 mai 1769 à $7^h 42'$ du matin, temps vrai, à Brest.

Ce temps, compté astronomiquement, répond au 21 mai à $19^h 42'$; et réduit au méridien de Paris, plus oriental que Brest de $27' 23''$, c'est le 21 mai 1769 à $20^h 9' 23''$. Donc....

Mouvemens moyens du soleil.		*Mouvement de l'apogée.*
Pour 1769.........	$9^s\,10^\circ\,24'\,14''$	$3^s\,8^\circ\,59'\,8''$
Mai...............	3 28 16 40	 22
Le 21.............	0 20 41 55	 4
20 heures................	49 17	$3^s\,8^\circ\,59'\,14''$
9 minutes.................	22	2 0 12 29
23 secondes.................	1	$10^s\,21^\circ\,13'\,15''$ Anom. moy.
Long. moy. du soleil..	$2^s\,0^\circ\,12'\,29''$	
Equation du centre......	1 11 11	Equat. du temps. $3'\,48''$ soust.
		Mouv. corresp... $9''$
Long. vraie approch..	$2^s\,1^\circ\,23'\,40''$	Donc, l. vraie. $2^s\,1^\circ\,23'\,31''$

Lorsque la somme des mouvemens de l'apogée excède la longitude moyenne, on ajoute à celle-ci 12 signes, comme dans le dernier exemple.

160. *Pour l'ascension droite.* On calculera, selon ce qui précède (159), la longitude du soleil pour l'instant proposé. Avec cette longitude on trouvera, dans la Table VI, la quantité que l'on doit ajouter à cette longitude, ou en retrancher, pour avoir l'ascension droite.

Par exemple, si l'on demande l'ascension droite du soleil pour le 22 mai 1769 à $7^h\,42'$ du matin temps vrai, à Brest, après avoir réduit ce temps au 21 mai $20^h\,9'\,23''$ à Paris, comme dans l'exemple précédent, on calculera de même la longitude qui convient à cet instant, et l'on trouvera $2^s\,1^\circ\,23'\,31''$, avec lesquelles (Table VI) on trouvera qu'il faut ôter $2^\circ\,7'\,40''$ de cette longitude, pour avoir l'ascension droite, qui sera par conséquent de $1^s\,29^\circ\,15'\,51''$.

161. *Pour la déclinaison.* Calculez par ce qui a été dit (159) la longitude du soleil pour l'instant proposé, et avec cette longitude cherchez, dans la Table VII, la déclinaison correspondante.

Ainsi, pour la même époque que dans l'exemple précédent, où la longitude était $2^s\,1^\circ\,23'\,31''$, on trouvera (Table VII) que la déclinaison correspondante est boréale et de $20^\circ\,27'\,56''$.

De la manière dont on détermine la position des astres à l'égard de l'horizon.

162. Pour déterminer la situation d'un astre à l'égard de l'horizon, on conçoit que par le zé-

nith Z (*fig.* 35) et par l'astre S, on ait fait passer l'arc du grand cercle ZST, qui est nécessairement perpendiculaire à l'horizon. La partie ST de cet arc, comprise entre l'astre et l'horizon, est ce qu'on appelle la *hauteur de l'astre*. ZST s'appelle un *vertical*, ou un *cercle de hauteur*.

Ainsi les *verticaux* sont de grands cercles de la sphère, perpendiculaires à l'horizon, et qui par conséquent passent tous par le zénith et par le nadir.

163. La hauteur ST d'un astre sur l'horizon ne suffit pas pour reconnaître la position de cet astre par rapport à l'horizon; il faut connaître encore la distance RT ou HT de son vertical au méridien, c'est-à-dire au sud ou au nord de l'horizon. Cet arc RT est ce qu'on appelle l'*azimut* de l'astre, lequel, ainsi que la hauteur, change continuellement à mesure que l'astre décrit son parallèle. On donne aussi le nom d'*azimut* à l'angle RZT ou HZT, formé au zénith, et compris entre le vertical et le méridien.

164. On peut encore fixer la position d'un astre sur l'horizon, en employant, au lieu de l'arc RT, l'arc TE, qui mesure la distance du vertical ZT de l'astre au *premier vertical* ZE. On appelle *premier vertical* celui qui passe par le vrai point d'est et le vrai point d'ouest, c'est-à-dire par les intersections de l'équateur et de l'horizon.

L'arc TE, ou l'angle TZE qui mesure la distance du vertical d'un astre au premier vertical, s'appelle l'*amplitude de l'astre*; elle varie à mesure que l'astre se meut dans son parallèle.

165. L'amplitude EI d'un astre qui se lève, c'est-à-dire l'arc de l'horizon compris entre le vrai point d'est, et celui où le parallèle de cet astre coupe l'horizon, s'appelle l'*amplitude ortive;* et l'amplitude

d'un astre qui se couche, s'appelle *amplitude occase.*

Si par le point S où se trouve un astre, on conçoit un cercle de la sphère parallèle à l'horizon, ce cercle s'appelle un *almicantarat.*

De l'effet que la position de l'observateur peut produire dans la position apparente des astres, ou de la Parallaxe.

166. Comme le mouvement journalier de la terre se fait autour d'un de ses diamètres, le mouvement apparent que les astres ont chaque jour, en vertu de celui-là, se fait donc aussi autour d'un diamètre, et par conséquent autour du centre de la terre: et puisque nous ne pouvons observer que de dessus la surface, il est clair qu'à moins que les astres ne soient à une distance immense de nous, nous ne devons pas voir leurs mouvemens et leur situation tels qu'ils sont réellement.

En effet, soit C (*fig.* 36) le centre de la terre, T un point de sa surface, L un astre quelconque, et ZQM le ciel: si l'on observe l'astre L du point T, il est visible que le point du ciel auquel il paraîtra répondre est B; mais si on l'observe du centre C de la terre, le point auquel il paraîtra répondre est D; ensorte que si l'on compare l'astre à l'horizon, il paraîtra, dans le premier cas, n'être élevé que de la quantité OB, ou de la quantité angulaire OTB, tandis que du centre C il paraîtra élevé de la quantité QCD égale à OTA, en menant TA parallèle à CD; d'où l'on voit que la différence d'aspect est mesurée par l'angle BTA égal à TLC, à cause des parallèles.

167. Cet angle BTA ou TLC, qui mesure la différence de la hauteur d'un astre vu de la surface, à sa hauteur, vu du centre de la terre, s'appelle la

parallaxe de hauteur, et on appelle en général *parallaxe*, la différence des lieux auxquels paraît un objet vu de deux points différens.

168. Le rayon CT étant perpendiculaire à l'horizon TO, il s'ensuit que le plan du triangle LTC, qui passe par la verticale CT, est lui-même un plan vertical. Donc, quoique la parallaxe altère la hauteur des astres, elle ne les écarte nullement du vertical où ils se trouvent; ainsi elle ne change rien à leur azimut, ni à leur amplitude. L'effet de la parallaxe à l'égard de l'horizon, est donc seulement de faire paraître l'astre moins élevé qu'il n'est réellement.

169. La parallaxe diminue à mesure que l'astre s'élève sur l'horizon; elle est la plus grande lorsque l'astre paraît être à l'horizon, et elle est nulle au zénith.

En effet, soit H le point de l'horizon où l'astre se lève; dans le triangle HCT on a $\sin THC : R :: TC : HC$; et dans le triangle LTC, où LC est égale à HC comme rayons du parallèle de l'astre, on a $\sin TLC : \sin LTC$ ou $\sin LTZ :: TC : LC$ ou HC; donc $\sin THC : R :: \sin TLC : \sin LTZ$, ou $R : \sin LTZ :: \sin THC : \sin TLC$; d'où l'on voit que le sinus de la parallaxe TLC sera d'autant plus petit que le sinus de la parallaxe horizontale THC, ou que la parallaxe actuelle sera d'autant plus petite que la parallaxe horizontale, que le sinus de la distance apparente LTZ au zénith sera plus petit par rapport au rayon.

170. Si l'astre change de distance à la terre, restant néanmoins à même hauteur angulaire apparente au-dessus de l'horizon, alors le sinus de la parallaxe diminue, comme la distance augmente; car soient LC, $L'C$ deux distances apparentes auxquelles un astre se trouve à même hauteur apparente au-dessus de l'horizon. Dans le triangle LTC on aura $\sin TLC : \sin LTC :: TC : CL$, et dans le triangle

TL'C on a $\sin LTC$ ou $\sin LTC : \sin TL'C :: CL' : TC$; donc (*Géom*, 100) $\sin TLC : \sin TL'C :: CL' : CL$.

171. On voit donc que plus un astre est loin de la terre, et plus sa parallaxe est petite. C'est par cette raison que les étoiles fixes n'ont aucune parallaxe sensible. Le soleil, quoique très-loin, est incomparablement plus près de nous que les étoiles; néanmoins sa distance excède trente millions de lieues; aussi la parallaxe horizontale du soleil n'est-elle que d'environ 9'' (*). Cette quantité est trop petite pour mériter qu'on y ait égard dans les observations qui ont rapport à la navigation.

172. Il n'en est pas de même de la parallaxe de la lune. Comme cette planète n'est éloignée de la terre que d'environ 60 demi-diamètres de celle-ci, l'angle *TLC* ou *THC*, quoique petit, a néanmoins une grandeur sensible. La parallaxe horizontale de la lune n'est pas plus petite que 54', et elle va quelquefois jusqu'à $1° 1' \frac{1}{2}$; on est donc obligé d'y avoir égard.

173. L'Astronomie fournit différens moyens pour déterminer la parallaxe; ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans ce détail, il nous suffit de dire que les Tables des mouvemens de la lune fournissent les moyens de la calculer pour chaque instant. On la trouve (**), d'ailleurs, toute calculée pour chaque

(*) Depuis que les instrumens ont été perfectionnés, on a égard à la parallaxe du soleil. Borda a donné une Table de réfraction, dans laquelle une des colonnes ne doit servir que pour les hauteurs du soleil; elle ne diffère de celle qui contient les réfractions des étoiles, que de la parallaxe de cet astre. *Note de l'Editeur.*

(**) La parallaxe que l'on trouve dans la Connaissance des Temps, est la parallaxe horizontale, ou l'angle *THC*. *Note de l'Editeur.*

jour, dans le livre de la *Connaissance des Temps*, que l'Académie des Sciences publie chaque année.

174. Quoique la parallaxe n'affecte point les amplitudes ni les azimuts des astres, elle altère néanmoins les ascensions droites, les déclinaisons, les longitudes et les latitudes. Nous donnerons plus bas les moyens de calculer ces effets.

De l'effet que doit produire, sur la hauteur apparente des astres, l'élévation de l'œil de l'observateur au-dessus de la surface de la mer.

175. Lorsqu'on observe les astres à terre, on les compare facilement à l'horizon, par le moyen du fil à plomb, sans être obligé de voir l'horizon; mais à la mer, l'agitation du vaisseau interdit l'usage de ce moyen. On est obligé de regarder le terme de l'horizon visible, c'est-à-dire, de viser à l'endroit où cet horizon paraît couper le ciel.

De là il arrive qu'on estime la hauteur des astres plus grande ou plus petite qu'elle n'est en effet, selon que le point où l'on vise est du même côté que l'astre, ou du côté opposé.

En effet, soit A (*fig.* 38) le lieu d'un astre dans le ciel, et soit T le lieu d'où on l'observe, lequel est élevé au-dessus de la surface D de la mer, de la quantité TD. Si par le point T on conçoit l'horizontale TB, AB sera la vraie hauteur de l'astre; mais si l'on vise au point R ou R', où l'horizon visible semble couper le ciel, alors on vise suivant la droite TRE, ou $TR'E'$ tangente à la surface de la mer, ce qui augmente la distance apparente de l'astre à l'horizon, de la quantité BE, ou la diminue de la quantité BE'. Nous avons vu, en Géométrie, comment on calcule l'angle BTE, et par conséquent son égal BTE', pour les différentes hauteurs DT de l'œil, et l'on en trouvera une Table toute calculée vers la fin de cet ouvrage (Table X). Il sera donc facile, à l'aide de cette Table, de corriger les hauteurs observées, en retranchant la valeur de l'angle BTE quand l'observation aura été faite par-devant, c'est-à-dire en regardant l'horizon du côté de l'astre; ou au contraire, en ajoutant cet angle, quand l'observation aura été faite par-derrière, c'est-à-dire en regardant l'horizon du côté opposé à l'astre.

De la Réfraction.

176. La hauteur des astres sur l'horizon est altérée par une cause différente de la parallaxe et dont l'effet se fait en sens contraire; c'est la *réfraction.*

L'air qui environne la terre, et qu'on nomme *atmosphère*, a la propriété de rompre les rayons de lumière, c'est-à-dire de les détourner de la route qu'ils suivaient en y arrivant.

Soit SB (*fig.* 37) un rayon qui, parti du soleil ou de tout autre astre, rencontre l'atmosphère en B; au lieu de suivre la même route SBD, il se détourne à commencer du point B, et pénétrant successivement dans des couches d'air de plus en plus denses, il continue de se rompre et arrive en T à l'œil, après avoir décrit dans l'air une ligne courbe BT, qui a pour tangente, au point T, la ligne TO; ensorte que l'objet, au lieu de paraître en S, paraît en O sur la ligne suivant laquelle le rayon a fait son impression dans l'œil.

177. Tous les différens détours successifs qu'éprouve un rayon de lumière qui pénètre dans l'atmosphère, se font dans un plan vertical, c'est-à-dire dans le plan qui passe par l'astre, par le centre de la terre et par le zénith; ensorte que la réfraction, comme la parallaxe, ne change rien aux azimuts, ni aux amplitudes des astres; mais elle les fait pa-

raître plus élevés qu'ils ne le sont réellement, ou qu'ils ne le paraîtraient, si la parallaxe seule altérait leur hauteur.

178. Comme les rayons ont d'autant plus de trajet à faire dans l'air, que les astres sont moins élevés sur l'horizon, ils doivent donc être d'autant plus rompus ou plus réfractés qu'ils sont plus près de l'horizon; ensorte que la différence du lieu apparent d'un astre à son lieu vrai, causée par la réfraction, diminue à mesure que les astres sont plus voisins du zénith où elle devient nulle, parce que les rayons qui entrent perpendiculairement à la surface de l'atmosphère ne souffrent aucune réfraction.

179. La propriété qu'a l'air de rompre les rayons de lumière, dépend beaucoup de sa densité. Dans les régions les plus élevées, où il est plus rare, c'est-à-dire où dans le même espace il y a une moindre quantité d'air, les rayons sont moins réfractés que dans le voisinage de la surface de la terre. Les vapeurs qui s'élèvent de l'horizon contribuent à augmenter l'effet de la réfraction près de la terre. En hiver, où l'air est plus dense qu'en été, la réfraction est plus forte, toutes choses d'ailleurs égales, qu'en été; mais dans le voisinage de l'horizon, la réfraction est plus variable que partout ailleurs, parce que les vapeurs qui s'élèvent de la terre, y sont en plus grande quantité et plus variables que dans les régions plus élevées. En général les réfractions étant dépendantes de l'état de l'air, ne sont pas les mêmes dans tous les lieux de la terre, ni à différentes élévations, ni à différens intervalles de temps.

180. Les différences de réfraction, occasionnées par la différence (*) de la température de l'air,

(*) Lorsqu'on corrige les distances de la lune au soleil, des effets de la réfraction, on a égard à ces différences; on donpeuvent être négligées pour l'usage de la navigation; mais les irrégularités de cette réfraction dans le voisinage de l'horizon, doivent faire éviter, autant qu'il est possible, de prendre les hauteurs des astres, lorsqu'ils sont près de l'horizon.

181. La réfraction horizontale élève communément les astres de 32 ou 33′; ensorte qu'un astre qui n'a point de parallaxe sensible, paraît à l'horizon, lorsqu'il est encore de 32 ou 33′ au-dessous. On trouvera, vers la fin de ce volume, une table des réfractions à différentes hauteurs (Table XI).

182. L'atmosphère donne encore lieu à un autre phénomène : c'est le *crépuscule*, ce jour que l'on voit assez long-temps avant le lever du soleil et après son coucher. Il est occasionné par des rayons du soleil qui rencontrant l'atmosphère, s'y rompent d'abord, puis sont réfléchis vers la terre par d'autres particules d'air. On a remarqué que le crépuscule du matin, ou l'aurore, commence lorsque le soleil est encore 18° au-dessous de l'horizon, et ne finit le soir qu'au même terme.

Des diamètres du soleil et de la lune.

183. Ce qu'on entend par le *diamètre* des astres, ce n'est pas la grandeur absolue du diamètre de leur globe, mais seulement l'angle sous lequel on voit ce diamètre ; cet angle diminue à mesure que la distance de l'astre augmente, et en même raison que cette distance, lorsqu'il est petit.

En effet, soit AB (*fig.* 39) le demi-diamètre réel d'un objet; les angles ACB, ADB seront ceux sous

---

nera, à la fin de cet ouvrage, une Table qui contient les corrections que l'on doit faire aux réfractions moyennes, pour chaque degré du thermomètre. La pesanteur de l'air fait aussi varier sa densité, et l'on trouvera des corrections relatives à la hauteur du mercure dans le baromètre. *Note de l'Editeur.*

lesquels on peut voir ce demi-diamètre des points C et D; c'est-à-dire, seront les demi-diamètres apparens. Or, dans le triangle rectangle ACB, il est visible que sin $ACB : R :: AB : AC$; et dans le triangle rectangle ADB, R : sin $ADB :: AD : AB$; donc sin ACB : sin $ADB :: AD : AC$. Mais quand les angles sont petits, les sinus sont en même rapport que ces angles; donc $ACB : ADB :: AD : AC$.

184. Nous avons vu (170) qu'à hauteurs angulaires apparentes égales au-dessus de l'horizon, les parallaxes d'un astre diminuaient comme la distance augmente; donc à même hauteur apparente sur l'horizon, les diamètres sont comme les parallaxes. A des hauteurs différentes au-dessus de l'horizon, il n'en est pas de même; car nous avons vu (169) que les parallaxes diminuaient comme le sinus de la distance apparente au zénith. Mais à mesure qu'un astre s'élève sur l'horizon TO (*fig.* 36), sa distance LT à l'observateur T, diminue, et par conséquent son diamètre augmente en même raison.

Soit, par exemple, D son diamètre lorsqu'il est en H dans l'horizon, et d son diamètre en L; on aura $D : d :: TL : TH$, suivant ce qui vient d'être démontré. Or, dans le triangle LTC, on a $TL : TC$ :: sin LCT : sin CLT; et dans le triangle HTC, on a $TC : HT$ :: sin THC : sin HCT. Multipliant ces deux proportions, on aura $TL : TH$, et par conséquent $D : d$ :: sin $LCT \times$ sin THC : sin $HCT \times$ sin. CLT, ou parce que les angles THC, TLC qui sont les parallaxes, étant fort petits, sont entr'eux comme leurs sinus, on a $D : d$ :: sin $LCT \times THC$: sin $HCT \times CLT$: ou en divisant, $:: \frac{THC}{\sin HCT} : \frac{CLT}{\sin LCT}$; c'est-à-dire que les diamètres d'un astre à différentes hauteurs au-dessus de l'horizon, sont comme la parallaxe divisée par le sinus de la distance réelle au zénith.

185. Les étoiles fixes n'ont pas de diamètre sensible. Le diamètre du soleil varie pendant l'année, puisque la distance de cet astre à la terre varie; mais ces variations sont fort petites. On en trouvera une table vers la fin de ce volume (Table XII). Quant aux changemens de ce diamètre à différentes hauteurs sur l'horizon, ils sont absolument insensibles.

A l'égard de la lune, son diamètre varie sensiblement pendant le cours de chaque lunaison, parce que sa distance à la terre varie sensiblement dans cet intervalle; il varie aussi à mesure que la lune s'élève sur l'horizon. Sa distance à la terre n'est pas assez grande, pour que la différence entre sa distance au centre et sa distance à la surface de la terre, n'en produise pas une sensible sur le diamètre, vu de différens points du globe terrestre.

Mais comme les variations de ce diamètre exigent beaucoup de calculs, le meilleur expédient, et celui que nous supposerons par la suite, est d'avoir recours au livre de la *Connaissance des Temps*, où l'on trouve ces diamètres calculés pour chaque jour, tels qu'ils seraient vus à l'horizon. On y trouve aussi une table fondée sur les principes que nous venons d'exposer, et qui fait connaître les changemens qu'il faut faire à ce diamètre, pour les différentes hauteurs de la lune au-dessus de l'horizon.

De la manière de calculer les différentes circonstances du mouvement diurne des astres, leur lever, leur passage au méridien, leur coucher, leur situation à l'égard de l'horizon.

186. *Pour déterminer l'heure du passage d'une étoile au méridien, un jour proposé*, il faut retrancher l'ascension droite du soleil calculée pour le midi de ce jour, par la méthode donnée (160), de l'ascension droite de l'étoile (augmentée de 360° ou 12

signes, si elle est trop petite); le reste réduit en temps, à raison de 15° par heure, donnera l'heure du passage de l'étoile au méridien, à moins de 4′ près. Ce serait l'heure vraie du passage, si les étoiles n'anticipaient pas chaque jour sur le soleil; mais, comme (120) elles gagnent chaque jour environ 3′ 56″ de temps sur le soleil, il est évident que de six heures en six heures elles ont environ une minute d'avance; c'est pourquoi si l'heure trouvée, comme il vient d'être dit, approche de 6 ou de 12, ou de 18, ou de 24 heures, on en retranchera 1′ ou 2′, ou 3′, ou 4′, et l'on aura l'heure du passage au méridien, à moins d'une minute près.

Par exemple, on demande l'heure du passage d'*Aldébaran* au méridien de Brest, le 23 juin 1769; par le catalogue des étoiles (Table XIII), je trouve qu'à la fin de juin 1769, l'ascension droite d'*Aldébaran* sera de $2^s\,5^\circ\,40'\,40''$; et d'après les préceptes donnés (160), ayant de plus égard à la différence des méridiens, je trouve que l'ascension droite du soleil, le 23 juin à midi, sera de $3^s\,2^\circ\,21'\,30''$: retranchant donc celle-ci de celle de l'étoile augmentée de 12^s, nous aurons $11^s\,3^\circ\,19'\,10''$ qui, réduits en temps, donnent $22^h\,13'\frac{1}{3}$ dont je retranche $5'\frac{2}{3}$, d'après ce qui vient d'être observé ci-dessus, et j'ai $22^h\,10'$ pour l'instant demandé, à moins d'une minute près; c'est-à-dire qu'Aldébaran passera au méridien de Brest, le 23 juin 1769, à $22^h\,10'$, ou le 24 juin à $10^h\,10'$ du matin.

187. Si l'on voulait connaître l'instant de ce passage avec plus de précision, il faudrait calculer l'ascension droite du soleil, pour l'instant déterminé par cette première opération; et la retranchant de celle de l'étoile, le reste réduit en temps, à raison de 15° par heure, donnerait l'heure, la minute et la seconde de ce passage.

188. *Pour déterminer l'heure du lever ou du coucher du soleil ou d'une étoile.* Dans la *figure* 35, où QA représente l'équateur, BC le parallèle d'un astre, P le pôle, RH l'horizon, Z le zénith, concevez que I soit le point où le parallèle coupe l'horizon, et par conséquent le lieu du lever et du coucher, selon que I est à l'est ou à l'ouest. Si vous imaginez le cercle de déclinaison PIO, l'angle QPI qu'on appelle *angle horaire*, réduit en temps à raison de 15° par heure, s'il s'agit du soleil, donnera l'intervalle de temps entre midi et le lever ou le coucher du soleil. Mais s'il s'agit d'une étoile, après avoir réduit en temps, à raison de 15° par heure, l'angle QPI, on en retranchera autant de minutes qu'il contiendra de fois six heures; le reste étant retranché de l'heure du passage de l'étoile au méridien, trouvé comme il vient d'être dit (187), donnera l'heure et la minute du lever de l'étoile; et on aura le coucher, en ajoutant au contraire ces deux quantités.

189. Si l'on veut avoir plus de précision, on retranchera de l'angle QPI le mouvement que le soleil doit avoir en ascension droite, pendant l'intervalle de temps qui répond à l'angle QPI, réduit en temps à raison de 15° par heure. Or l'on aura ce mouvement, en calculant l'ascension droite du soleil pour le midi du jour même, et pour celui du jour suivant ou du précédent, ce qui fera connaître le mouvement pour 24 heures, et par conséquent pour l'intervalle en question, parce qu'en 24 heures le mouvement en ascension droite est sensiblement uniforme.

190. Il reste donc à savoir comment on détermine l'angle horaire QPI. S'il s'agit du lever *réel*, c'est-à-dire de l'instant précis où un astre est véritablement à l'horizon, instant qui retarde sur celui du

lever *apparent*, parce que (176) la réfraction fait paraître les astres à l'horizon plutôt qu'ils n'y sont réellement; on remarquera que le cercle de déclinaison PIO forme, avec le méridien et avec l'horizon, un triangle sphérique PHI, rectangle en H, dans lequel PH est la hauteur du pôle sur l'horizon, et l'angle HPI est le supplément de l'angle horaire. Supposant donc que l'on connaisse la hauteur du pôle et la déclinaison de l'astre, on trouvera (*Géom.* 351 et 352) l'angle HPI par cette proportion...... : $\cot PH : \cot PI :: R : \cos HPI$ ou $\cos ZPI$; c'est-à-dire, *la cotangente de la hauteur du pôle ou de la latitude est à la tangente de déclinaison, comme le rayon est au cosinus de l'angle horaire.* Cet angle horaire sera de moins de 90°, si la déclinaison et la latitude sont de dénomination différente; et de plus de 90°, si elles sont de même dénomination.

Par exemple, on demande l'heure du lever d'*Aldébaran*, à Brest, le 23 juin 1769; je trouve dans le catalogue (Table XIII) que la déclinaison d'Aldébaran, en juin 1769, est de 16° 2′ N; et comme la latitude de Brest est de 48° 23′ N, je fais cette proportion....: cot 48° 23′ : tang 16° 2′ :: R : cosinus de l'angle horaire.

J'opère donc comme il suit. . . . .

Log tang 16° 2′....................	9,45845
Log du rayon....................	10......
Complément arith. log cot 48° 23′.....	0,05141
Somme, log cos angle horaire........	9,50986,

qui répond à 18° 52′; c'est donc le complément de l'angle horaire, lequel devant être de plus de 90°, selon ce qui vient d'être dit, sera donc de 90 plus 18° 52′, ou de 108° 52′, ce qui, à raison de 15° par heure, donne 7ʰ 15′ 28″, dont retranchant 1′ $\frac{2}{3}$ environ, pour l'anticipation des étoiles dans cet intervalle, il reste $7^h\ 14'$ pour l'intervalle entre le lever d'Aldébaran et son passage au méridien. Or ce passage au méridien de Brest, le 23 juin 1769, est à $22^h\ 10'$; donc le lever sera à $14^h 56'$, c'est-à-dire le 24 à $2^h\ 56'$ du matin.

191. A l'égard du soleil, comme il change de déclinaison entre son lever, son coucher et son passage au méridien, on doit, à la rigueur, employer pour sa déclinaison, non pas celle qu'il doit avoir à midi, mais celle qu'il doit avoir à son lever ou à son coucher. Cependant, comme le changement en déclinaison est toujours assez petit, il suffira d'employer la déclinaison qui convient à l'heure du lever ou du coucher grossièrement estimée.

192. S'il s'agit du lever ou du coucher *apparent*, alors il faut concevoir que $RIII$ est un parallèle à l'horizon, et qui en est éloigné en dessous d'une quantité égale à la réfraction, c'est-à-dire d'une quantité égale à $32'\frac{1}{2}$, plus à l'abaissement de l'horizon dû à la hauteur de l'œil au-dessus de la surface de la mer, et qui est de $4'\frac{1}{4}$ pour 15 pieds que nous supposerons être la hauteur de l'œil. Ayant imaginé le vertical ZI, le triangle sphérique ZPI servira à calculer l'angle horaire.

En effet, on connaît dans ce triangle le côté ZI qui est alors de $90^\circ\ 37'$; le côté PI qui est le complément de la déclinaison, et le côté ZP qui est le complément de la hauteur du pôle. On connaît donc les trois côtés de ce triangle, et il sera par conséquent facile d'en calculer l'angle ZPI par la règle donnée (*Géom.* 361, question VI) et démontrée (*Alg.* 420), laquelle, en opérant par logarithmes, se réduit à ceci. . . . .

(*) *On ajoutera ensemble les trois côtés* ZP, PI,

(*) On donnera, à la fin de cet ouvrage, une autre mé-

ZI, *et ayant pris la moitié de la somme, on en retranchera successivement chacun des deux côtés* ZP, PI *de l'angle cherché, ce qui donnera deux restes. Alors on ajoutera ensemble les logarithmes des sinus des deux restes qu'on vient de trouver, et les complémens arithmétiques des logarithmes des sinus des deux côtés de l'angle cherché. Prenant la moitié de cette somme, on a le logarithme du sinus de la moitié de l'angle cherché.*

Par cette règle, on pourra calculer le lever et le coucher apparent des étoiles et du centre du soleil.

193. S'il s'agissait du lever ou du coucher apparent d'un des bords du soleil, on calculerait l'angle horaire ZPC (*fig.* 40) selon la dernière règle qu'on vient de donner, et en prenant pour ZC $90° 30'$, moins ou plus le demi-diamètre du soleil, selon qu'il s'agit du bord inférieur ou du bord supérieur.

194. *Pour calculer l'amplitude ortive ou occase.* S'il s'agit de l'amplitude vraie, c'est-à-dire, abstraction faite de la réfraction et de la hauteur de l'œil au-dessus du niveau de la mer, on calculera l'arc HI (*fig.* 35), complément de cette amplitude EI, à l'aide du triangle PHI rectangle en H, dans lequel on suppose que l'on connaît la hauteur PH du pôle et le complément PI de la déclinaison : on trouvera (*Géom.* 350 et 352) que la proportion à faire, est $\cos PH : R :: \cos PI : \cos HI$; c'est-à-dire, *le cosinus de la latitude est au rayon, comme le sinus de la déclinaison est au sinus de l'amplitude ortive ou occase.*

195. Mais s'il s'agit de l'amplitude ortive ou occase apparente, on imaginera que RH (*fig.* 35) soit un parallèle à l'horizon, et qui en soit éloigné,

---

thode pour calculer l'angle horaire, qui est un peu plus commode que celle-ci. *Note de l'Editeur.*

en dessous de 37′, valeur de la réfraction, y compris l'abaissement de l'horizon dû à la hauteur de l'œil. Alors, dans le triangle *ZPI*, où l'on connaît les trois côtés, savoir, *ZP*, complément de la hauteur du pôle; *PI*, complément de la déclinaison; et *ZI* de 90° 37′, on calculera l'angle *PZI* par la règle que nous venons de donner (192). Son complément *IZE* sera l'amplitude apparente.

196. Si l'on veut avoir l'amplitude apparente d'un des bords du soleil, toute la différence dans le calcul consistera à employer pour *ZC* (*fig.* 40), 90° 37′ moins ou plus le demi-diamètre du soleil, selon qu'il s'agira du bord inférieur ou du bord supérieur.

197. Quant aux autres circonstances du mouvement diurne, voici comment on les déterminera.

Soit *S* le lieu de l'astre dans son parallèle (*fig.* 35): si l'on imagine le cercle de déclinaison *PSV*, on aura un triangle *ZSP* dont le côté *ZP* est le complément de la hauteur du pôle ou de la longitude; le côté *PS* est le complément de la déclinaison; le côté *ZS*, distance de l'astre au zénith, est le complément de la hauteur de l'astre sur l'horizon; l'angle *ZPS* est l'angle horaire, ou la distance de l'astre au méridien; l'angle *PZS* est l'azimut. Ainsi, connaissant trois de ces choses, on pourra, par les règles de la Trigonométrie sphérique, trouver les deux autres; nous en verrons plus bas des exemples.

TROISIÈME SECTION,

Dans laquelle on enseigne l'usage des connaissances précédentes, dans la Navigation.

Du flux et reflux de la mer.

198. C'est sur les mouvemens du soleil et de la lune qu'est réglée l'inondation périodique que la mer fait sur les côtes deux fois le jour. On sait que les eaux de la mer s'élèvent chaque jour pendant environ six heures; que, parvenues à leur plus grande hauteur, elles restent en cet état pendant environ un demi-quart d'heure, baissent ensuite pendant un peu plus de six heures, après quoi elles recommencent à s'élever.

199. Le mouvement par lequel les eaux de la mer s'élèvent et se répandent sur les côtes, s'appelle le *flux* ou le *flot;* et l'on appelle *reflux*, *ebe* ou *jusant*, celui par lequel elles baissent ou se retirent. Lorsqu'elles ont atteint le terme de leur plus grande hauteur, on dit que la mer est *pleine*, ou qu'elle est (*)

(*) Les noms de *flux* et *reflux* s'entendent ordinairement des marées en général, sans faire distinction du mouvement par lequel la mer s'élève, ni du courant. Les dénominations de *flot* et *jusant* sont plus particulièrement affectées, par les marins, aux courans. On dit, en conséquence, que la mer est *pleine*, quand on veut exprimer qu'elle est parvenue à sa plus grande hauteur, et qu'elle est *étale*, lorsqu'il n'y a plus de courant. Cette distinction est nécessaire, parce que, dans cer-

étale; et le moment où elle cesse de se retirer, s'appelle le moment de la *basse-mer*. Tous ces différens états de la mer sont compris sous le nom général de *marée*.

200. On a reconnu que les marées étaient dépendantes des mouvemens de la lune, à ce que 1°. les temps moyens de leurs retours suivent les mêmes lois que ceux de la lune à l'égard du soleil. Nous avons vu (134) que si les mouvemens de la lune étaient uniformes, la quantité dont elle s'avancerait chaque jour vers l'orient, par rapport au soleil, serait de 12° 11′ 27″; ensorte que son retour au méridien retarderait chaque jour de 48′ 46″ de temps sur celui du soleil; et c'est en effet la quantité moyenne dont la marée retarde chaque jour.

2°. Au bout de 29 jours et demi environ, qui font la durée d'une lunaison, ou le temps que la lune met à revenir dans une même position à l'égard du soleil, les marées reviennent à la même heure. Elles reviennent encore à la même heure tous les 15 jours environ; c'est-à-dire, que si 15 jours environ auparavant il y a eu haute mer à midi, il y aura aussi haute mer aujourd'hui à midi; mais la haute mer d'aujourd'hui à midi, sera celle qui a eu lieu à minuit il y a 15 jours.

3°. L'époque des nouvelles et des pleines lunes est non-seulement celle du retour des marées à la même heure, c'est aussi celle de la plus forte marée d'une même lunaison. On donne le nom de *grandes*

---

tains lieux, l'instant de la plus grande élévation des eaux n'est pas toujours celui où il y a plus de courant. Le courant du flot continue quelquefois après l'heure de la plus grande élévation, et s'arrête d'autres fois un peu auparavant. On peut dire également que la mer est *étale*, aux environs de l'heure de la basse mer. *Note de l'Editeur.*

eaux, malines ou *reverdies*, à ces plus grandes marées. Plus la mer s'élève lors du flux, plus aussi elle se retire lors du jusant, c'est-à-dire qu'elle laisse à découvert une plus grande partie de la plage que dans les autres marées.

201. Quant à la part que le soleil peut avoir aux marées, elle est fondée 1°. sur ce que les marées sont réglées, comme nous venons de le dire, non sur le retour de la lune à un même point du ciel étoilé, mais sur son retour à une même position à l'égard du soleil. La lune s'avançant (133) chaque jour vers l'orient de 13° 10′ 35″, par son moyen mouvement à l'égard des étoiles, retarde chaque jour à leur égard de la quantité moyenne de 52′ 42″ de temps; mais le retard moyen des marées n'est que de 48′ 46″ qui est aussi le retard moyen de la lune à l'égard du soleil; donc les marées dépendent aussi du soleil.

2°. D'ailleurs nous venons de voir que les plus fortes marées avaient lieu lors des syzygies, ou des nouvelles et pleines lunes; c'est-à-dire lorsque le soleil et la lune étant à peu près sur une même ligne, sont dans la position la plus favorable pour réunir leur action. Si la lune seule agissait, il n'y aurait aucune raison pour que son action fût plus grande dans la ligne des syzygies qu'à toute autre distance de cette ligne.

3°. Les grandes marées, celles des nouvelles et des pleines lunes, sont plus grandes vers l'équinoxe, ou peu de temps après, que dans tout autre temps de l'année, c'est-à-dire, lorsque le soleil étant voisin de l'équateur, répond au milieu de la terre.

202. La raison générale de ces faits est fondée sur ce que les parties de la terre et des eaux ont vers le soleil et vers la lune une tendance ou pesanteur semblable à celle qu'elles ont vers le centre de la terre, quoique beaucoup moindre que cette dernière pe-

santeur. Cette force qui porte ou tend à porter les eaux vers chaque astre, agit d'autant plus fortement sur chaque particule, que le quarré de la distance à l'astre est plus petit. Elle diminue donc davantage la pesanteur, à l'égard de la terre, pour les parties plus voisines de l'astre, que pour celles qui en sont plus éloignées: l'équilibre des eaux doit donc en être troublé, et par conséquent dans la partie du globe qui est du côté de l'astre, les parties les plus éloignées doivent, par leur excès de pesanteur à l'égard de la terre, soulever celles qui sont plus voisines de l'astre, et les faire élever vers lui. Dans l'hémisphère opposé, la pesanteur vers l'astre qui agit avec d'autant moins de force que les parties sont plus éloignées, porte donc le centre de la terre vers l'astre avec plus de force qu'elle ne le fait pour les parties plus éloignées de l'astre; celles-ci doivent donc rester de l'arrière, et par conséquent l'hémisphère opposé à l'astre, doit s'alonger aussi dans un sens opposé à ce même astre.

203. On voit par là 1°. pourquoi le flux et reflux a lieu deux fois le jour. En effet, puisqu'en même temps que la mer s'élève vers l'astre, elle s'élève aussi, en sens contraire, dans la partie opposée, il doit y avoir haute mer, quand l'astre est sur l'horizon, et quand il est au-dessous.

2°. Pourquoi les grandes marées ont lieu aussi bien dans les pleines lunes que dans les nouvelles lunes, quoique dans le premier cas le soleil et la lune étant de côtés opposés de la terre, l'effet de l'un semblerait devoir détruire celui de l'autre; c'est une suite de ce que, par l'action de chaque astre, la mer doit s'élever vers l'astre et vers la partie qui lui est opposée.

3°. Pourquoi, dans ces deux cas, les marées sont les plus fortes que dans toute autre position.

4°. On voit, en même temps, que dans les autres positions, le point le plus élevé de la mer ne répond ni au soleil, ni à la lune, mais se trouve placé entre deux, et plus près de celui de ces deux astres qui agit le plus fortement.

204. Or, eu égard à ce que la tendance ou pesanteur des eaux vers chaque astre, diminue ou augmente comme le quarré de la distance à cet astre augmente ou diminue, la force de la lune pour élever les eaux, est plus grande que celle du soleil, quoique ce dernier, comme beaucoup plus gros, semblerait devoir produire un plus grand effet; mais la plus grande proximité de la lune fait plus que compenser ce qu'elle a en masse de moins que le soleil.

205. On voit encore facilement pourquoi les marées sont les plus faibles dans les quadratures, parce qu'alors la lune étant à 90° du soleil, l'élévation des eaux que l'un de ces deux astres tend à produire, diminue celle que l'autre tend aussi à produire, et en est aussi diminuée.

Et puisque dans les syzygies voisines du périgée, la lune est plus près de la terre que dans celles qui ont lieu vers l'apogée, les marées doivent être plus fortes dans ce premier cas que dans le second.

206. Les mêmes principes font voir aussi pourquoi dans les rivières, et dans les mers de peu d'étendue, il n'y a point ou presque point de flux et reflux; c'est qu'eu égard à la grandeur du globe terrestre, tous les points dans une étendue médiocre sont sensiblement à la même distance de l'astre; l'équilibre n'est donc pas sensiblement troublé par la différence des pesanteurs occasionnées par la différence des distances de chaque point à l'astre.

207. Les deux marées qui se succèdent dans un même jour, ne sont point également fortes. L'une est plus forte que l'autre pendant six mois, et plus

faible pendant les six autres mois. Dans nos ports, les marées du matin sont les plus fortes en hiver, c'est le contraire en été.

208. Si le retard des marées était constamment le même chaque jour, comme elles reviennent aux mêmes heures dans les nouvelles et pleines lunes, il suffirait, pour être en état de connaître l'heure de la pleine mer pour un jour proposé, dans un port connu, de savoir à quelle heure elle a lieu à la nouvelle lune ou à la pleine lune, et d'ajouter à cette heure autant de fois 49′ qu'il s'est écoulé de jours depuis la nouvelle ou pleine lune qui a précédé le jour dont il s'agit. Mais ce retard n'est pas toujours le même, tant parce que le mouvement de la lune n'est pas uniforme, que parce qu'il dépend aussi du soleil. C'est pourquoi nous allons exposer une méthode plus exacte pour calculer l'heure de la pleine mer.

209. Nous supposerons que l'on connaisse *l'établissement*, c'est-à-dire l'heure de la haute mer, le jour de la nouvelle ou de la pleine lune, dans le port dont il s'agit; cette heure n'est pas la même pour tous les ports; elle varie selon la position des côtes, etc., mais elle est constamment la même pour un même port. La table XVII donne l'établissement de quelques ports de France, d'Angleterre, d'Irlande et de Hollande.

Cela posé, on calculera par la méthode donnée (147), le jour, l'heure et la minute de la phase la plus prochaine du jour proposé; à ce temps on ajoutera ou on retranchera la correction indiquée par la table XVIII; le résultat sera l'heure de la pleine mer.

Par exemple, on demande l'heure de la haute mer à Brest, le 17 octobre 1769.

Je trouve (147) que la phase la plus prochaine du

17 octobre 1769, est une pleine lune qui doit arriver le 14 à $22^h 28'$ pour Paris, ou à $22^h 0'$ pour Brest: et comme le 17 tombe 2 jours après, je vois, par la table XVIII, que pour 2 jours après la pleine lune, il faut ajouter $1^h 11'$ à l'établissement du port qui (table XVII) étant $3^h 15'$, me donne $4^h 26'$ pour l'heure de la haute mer à Brest, le 17 octobre 1769.

210. Si l'on veut avoir ce temps avec plus de précision, on prendra la différence entre $17^j 4^h 26'$ et $14^j 22^h 0'$; c'est $2^j 6^h 26'$ auxquels, dans la même table XVIII, répondent $1^h 19'$ qui, ajoutées à l'heure de l'établissement, donnent $4^h 34'$ pour l'heure plus exacte de la haute mer.

211. Au reste le temps déterminé par cette méthode pourra souvent différer de celui qu'on observera, parce que les vents peuvent altérer considérablement l'heure et la quantité des marées; néanmoins la différence n'ira guère en général à plus d'un quart d'heure, si ce n'est dans des cas fort rares.

212. On peut aussi employer la table XVIII à trouver l'établissement du port, en faisant l'inverse de l'opération précédente; c'est-à-dire, qu'ayant observé l'heure de la haute mer, on en retranchera ou on lui ajoutera la quantité que la table XVIII donnerait au contraire à ajouter ou à retrancher, selon le nombre de jours dont la date proposée est éloignée de la phase la plus prochaine de la lune.

Ainsi, dans l'exemple précédent, si la haute mer est observée à Brest, le 17 octobre 1769, à $4^h 34'$; ayant calculé (147) la phase la plus prochaine, et trouvé qu'elle doit arriver le 14 à $22^h 0'$, on en prendra la différence avec l'heure de l'observation: c'est $2^j 6^h 34'$; or la table XVIII fait voir que, pour un pareil intervalle après la pleine lune, on a dû ajouter $1^h 19'$ à l'établissement, pour avoir $4^h 34'$, heure de la haute mer; donc il faut au contraire retrancher

$1^h\,19'$ de $4^h\,34'$, et il restera $3^h\,15'$ pour l'établissement de Brest.

Description de quelques instrumens pour observer en mer la hauteur des astres.

213. Comme la plupart des usages que nous allons enseigner sont fondés sur l'observation de la hauteur des astres, nous commencerons par décrire les principaux instrumens et les moyens que l'on emploie en mer pour cette observation. Nous nous bornerons, pour les instrumens, aux deux qui sont le plus en usage aujourd'hui; savoir, le *quartier anglais* et l'*octant*.

Description et usage du quartier anglais.

214. Le quartier anglais (*fig.* 41) est composé de deux arcs de cercle de rayons différens, mais qui ont leur centre au même point C. L'arc du plus petit rayon est communément de 60°, et l'autre de 30°. Le premier est divisé de degrés en degrés seulement; le second l'est de 10 minutes en 10 minutes, et l'on y rend les minutes sensibles par des transversales. Au centre C est élevé, perpendiculairement au plan de l'instrument, un marteau percé d'une fente à travers laquelle on vise à l'horizon; cette fente répond perpendiculairement au centre.

Des deux pinnules ou marteaux A et B, mobiles chacune sur l'un des arcs, celle que porte l'arc du plus petit rayon est garnie, au milieu de son épaisseur, d'un verre convexe destiné à porter sur le milieu de la fente C, l'image du soleil. Quant au marteau A, il est percé d'un trou auquel on applique l'œil pour voir l'horizon à travers la fente C.

Lorsqu'on veut faire usage de cet instrument, on fixe le marteau B sur l'une des divisions de l'arc FG; puis tournant le dos au soleil, on fait tomber l'ombre du marteau B sur le marteau C, et l'image du soleil, formée par le verre convexe, sur un petit cercle tracé sur le marteau C: alors on fait glisser la pinnule A jusqu'à ce que, regardant à travers cette pinnule et la fente du marteau C, on aperçoive la ligne de séparation de la mer et du ciel.

La somme des degrés de FB et de EA donne l'angle SCA de la hauteur apparente du soleil au-dessus de l'horizon; il faut ensuite 1°. ajouter à cet angle la correction (175) due à l'inclinaison de l'horizon, relativement à la hauteur de l'œil (on la trouve *Table X*); 2°. retrancher la réfraction que l'on trouve *Table XI*.

La hauteur que l'on mesure avec cet instrument est celle du centre du soleil, puisqu'on fait tomber l'image de cet astre sur le petit cercle qui a son centre au milieu de la fente; ainsi il n'y a point de correction à faire pour le diamètre du soleil.

*Description et usage de l'*octant.

215. La construction et l'usage de cet instrument, qui est le plus parfait qu'on ait imaginé jusqu'ici pour observer à la mer, sont fondés sur une propriété des miroirs plans qu'il est à propos de faire connaître avant que d'aller plus loin.

Soient DE et CB (*fig.* 42) deux miroirs plans; si un rayon de lumière venu suivant la ligne OK, rencontre la surface du miroir DE, il rejaillit ou se réfléchit lorsqu'il est en K, de manière que sa nouvelle route KA fait, avec le miroir DE, un angle AKD égal à celui OKE qu'elle faisait avec le même miroir, du côté opposé. C'est une propriété constatée par l'expérience, et que l'on énonce en disant que l'angle de réflexion AKD est égal à l'angle d'incidence OKE.

Donc si le rayon réfléchi KA rencontre sur sa route le miroir plan BC, il se réfléchira de nouveau, en faisant l'angle de réflexion SAB égal à l'angle d'incidence KAC. Concevons maintenant que l'on fasse tourner le miroir BC autour du point A, de la quantité angulaire quelconque BAF, ensorte qu'il vienne dans la position FG; il est clair que l'angle d'incidence du rayon KA étant plus petit, l'angle de réflexion doit être aussi plus petit; et que par conséquent le rayon réfléchi ne peut plus être AS, mais une autre ligne AS' qui fasse un angle moindre avec GF, et qui par conséquent fera un angle avec AS. Or cet angle SAS' est précisément le double de celui BAF que fait la position actuelle FG du miroir avec sa première position BC.

En effet, l'angle KAS compris entre l'incident AK et son réfléchi AS, vaut toujours 180° moins la somme de l'angle d'incidence et de l'angle de réflexion, c'est-à-dire, moins le double de l'angle d'incidence; donc, si par le mouvement du miroir l'angle d'incidence diminue ou augmente d'une certaine quantité, l'angle compris entre l'incident et le réfléchi augmentera au contraire ou diminuera du double de cette quantité, c'est-à-dire que l'augmentation SAS', survenue à l'angle KAS en vertu du mouvement du miroir, sera double de la diminution GAC que reçoit par la même cause l'angle d'incidence KAC, ou double du mouvement angulaire du miroir.

Donc réciproquement, si l'on suppose qu'un œil placé en O sur la droite KO, voie l'objet S à l'aide des deux miroirs BC, ED, en vertu des deux réflexions que le rayon SA éprouve successivement en A et en K, il ne pourra voir le même objet placé en S', qu'autant que le miroir DE restant à la même place, on fera mouvoir le miroir BC d'une quantité BAF qui soit moitié de l'angle SAS' compris entre les deux positions de l'objet. D'après ces principes, voici la construction de l'octant.

216. BAC (*fig.* 43) est un demi-quart de cercle, ou une huitième partie du cercle, dont l'arc BC est divisé en 90 parties. Au centre A, et perpendiculairement au plan de l'instrument, est placé un miroir plan fixé à l'alidade AD, et mobile avec elle autour du centre A. A quelque distance de A est placé perpendiculairement au plan de l'instrument, et fixé au côté AB, un petit miroir plan, de glace, dont il n'y a qu'une partie qui soit étamée, savoir celle qui est la plus voisine du côté AB, ou du plan de l'instrument; l'autre partie est sans étain, et sert à voir directement l'horizon auquel on vise à l'aide d'une pinnule ou d'une petite lunette que l'on place sur le côté AC, de manière que son axe réponde sur le petit miroir, au milieu de la ligne qui sépare la partie étamée de la partie non étamée. Quelquefois le petit miroir est entièrement étamé, à la réserve d'un petit espace vers le milieu, que l'on laisse transparent pour voir directement l'horizon.

La position du miroir K et celle du miroir A doivent être telles, que lorsque l'alidade AD tombera sur le rayon AC qui va au point zéro de la graduation de l'arc BC, A soit parallèle à K.

On observera de plus, pour faciliter les observations qui se feraient près du zénith, d'incliner un peu le miroir A à l'égard de la ligne de foi de l'alidade; c'est-à-dire, de tourner la partie inférieure de ce miroir un peu plus vers B que vers C.

217. L'instrument étant tenu dans un plan vertical, et l'alidade étant sur zéro, si à l'aide de la lunette on regarde le terme de l'horizon à travers la partie transparente, on doit voir en même temps son image dans la partie étamée, placée à côté sur une même ligne droite perpendiculaire au plan de

l'instrument. Car, à cause de la médiocrité de l'intervalle AK, les rayons HA qui, venant de l'extrémité de l'horizon, tombent sur le miroir A, sont sensiblement parallèles à ceux HKO qui viennent du même terme sur la partie transparente du miroir K; mais les deux miroirs étant parallèles, il est aisé de voir qu'après les deux réflexions, le dernier réfléchi KO, sera parallèle à HA, il sera donc aussi parallèle à HK, et placé à côté de lui.

218. Supposons présentement que l'alidade AD étant toujours sur le premier point de la graduation, on veuille observer un astre S, et déterminer sa hauteur SAH au-dessus de l'horizon.

Tenant l'instrument verticalement et dans le plan que l'on conçoit passer par le centre A et par l'astre, on visera, à l'aide de la lunette, au terme de l'horizon, à travers de la partie non étamée; puis on fera descendre l'alidade vers B, jusqu'à ce qu'on voie arriver l'image de l'astre sur la partie étamée du petit miroir, et qu'on l'y voie placée sur une même ligne avec l'horizon vu par la partie non étamée. Alors l'angle CAD parcouru par l'alidade, et par conséquent par le miroir D, sera précisément la moitié (213) de l'angle HAS; mais, comme l'arc BC de 45° est divisé en 90 parties qui sont par conséquent d'un demi-degré chacune, il s'ensuit que pour avoir tout de suite le nombre de degrés de la hauteur HAS, il n'y a qu'à compter les demi-degrés de CD pour des degrés entiers.

219. Il faut (*), autant qu'il est possible, faire

(*) Cette attention ne peut être nécessaire qu'autant que la ligne qui passe par le trou de la pinnule, et cette ligne de séparation, est parallèle au plan de l'instrument. L'observation est alors difficile; pour remédier à cet inconvénient, on écarte le trou de la pinnule du plan de l'instrument, et alors la convenir l'image de l'astre ou du point qu'on en observe, avec le point d'intersection de l'horizon et de la ligne qui sépare la partie étamée de celle qui ne l'est pas. Néanmoins, quand le point qu'on observe serait à quelque distance de cette dernière ligne, l'erreur qui peut en résulter est fort petite et peut être négligée. Mais ce qui importe plus, c'est de bien déterminer le contact de l'astre avec l'horizon. Pour mieux s'en assurer, on fait balancer légérement l'octant à droite et à gauche; alors si le contact est exact et que l'astre ne change pas sensiblement de hauteur pendant cette manœuvre, il doit, au moindre mouvement, paraître se détacher de l'horizon, en s'élevant. Tel est l'usage de l'octant, lorsqu'on prend hauteur par-devant; mais il faut ajouter à ceci quelques observations.

220. Avant que de faire usage de cet instrument, il faut le vérifier : cette vérification doit avoir deux objets; le premier, de s'assurer si le petit miroir K est perpendiculaire au plan de l'instrument. S'il ne l'était pas, on s'en apercevrait à ce qu'en regardant l'horizon à travers la partie non étamée, celle-ci ne se trouverait point dans un même alignement avec la première, mais ferait un angle avec elle. Pour y remédier, on a placé sur le pied de la monture du petit miroir, une petite vis qui sert à le redresser.

On peut faire encore cette vérification le soir pendant le crépuscule; en regardant, à travers la partie étamée, quelque astre brillant; alors, si l'on fait mouvoir un peu l'alidade de part et d'autre du point zéro de la graduation, on pourra faire suivre à l'astre la ligne qui sépare la partie étamée de la

ligne parallèle à ce plan passe au milieu du petit miroir. C'est à ce point que l'observation se fait le plus facilement. *Note de l'Éditeur.*

partie non étamée, ou une parallèle à cette ligne, si le petit miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument; si au contraire il ne l'est pas, l'astre, pendant ce mouvement de l'alidade, paraîtra décrire une ligne oblique à cette ligne de séparation.

Le second objet de vérification est le parallélisme des miroirs. Lorsqu'on se sera assuré que le petit miroir *K* est perpendiculaire au plan de l'instrument, on reconnaîtra que les deux miroirs sont bien disposés, si en regardant le terme de l'horizon, ou un autre objet quelconque fort éloigné, on peut, en mettant l'alidade sur le point zéro de la graduation, faire arriver l'image de cet objet avec cet objet même, vu à travers la partie non étamée, les faire arriver, dis-je, dans un même point, ou dans une même ligne perpendiculaire au plan de l'instrument. Si lors de ce concours l'alidade ne répondait pas à zéro, ce serait une preuve que les deux miroirs ne sont pas disposés comme il le faut, et les hauteurs que l'on observerait seraient trop grandes ou trop petites, selon que le point où l'alidade doit être arrêtée pour ce concours, serait en dedans ou en dehors de l'arc *AB*. Il faudrait donc ou corriger la position des miroirs en touchant à leurs supports, ou bien retrancher dans le premier cas et ajouter dans le second, à chaque hauteur observée, la quantité dont l'alidade se trouve éloignée du point 0°, lors de la vérification.

221. Quant aux miroirs eux-mêmes, il est essentiel qu'ils soient parfaitement plans, et que les deux faces soient exactement parallèles, s'ils sont de glace; sans quoi l'image qui en général se répète autant de fois qu'il y a de surfaces différemment posées, serait irrégulière, et ne serait pas vue dans ses véritables dimensions. Lorsqu'on observe le soleil, on tempère la force de sa lumière, à l'aide de quelques

verres colorés placés entre les deux miroirs, et qui tiennent à l'instrument par un petit bras qui a un jeu de charnière.

222. Le point du soleil que l'on observe, n'est pas le centre que rien ne détermine à la vue d'une manière assez précise ; c'est un de ses bords, et communément c'est le bord inférieur. Il y a donc alors trois corrections à faire pour avoir la hauteur du centre; savoir, celle qui est due à l'inclinaison de l'horizon (175), et qui est à soustraire; celle qui est due à la réfraction (176), elle doit être retranchée; enfin le demi-diamètre du soleil, qui doit être ajouté.

Quant aux étoiles, il n'y a que les deux premières de ces corrections qui aient lieu.

223. Pour pouvoir employer l'octant à d'autres observations que celles du soleil, il est indispensable d'employer une lunette (*) au lieu de pinnule. Nous rapporterons ici, d'après M. l'abbé de La Caille, les dimensions qu'il convient de lui donner. Le verre objectif doit être de 10 pouces de foyer, et de 25 ou 30 lignes de diamètre. L'oculaire que l'on peut prendre concave, ou plan concave, doit avoir trois pouces et demi ou quatre pouces de foyer, et deux ou trois lignes d'ouverture. La lunette doit être tellement placée, que son axe soit parallèle au plan de l'instrument, et passe par le milieu de la ligne qui, sur le petit miroir, sépare la partie étamée de la partie non étamée.

224. Lorsque l'horizon est embrumé au-dessous de l'astre, ou qu'il est embarrassé par quelque terre peu éloignée, alors on est obligé de prendre hauteur

(*) Tous les instrumens à réflexion ont actuellement des lunettes qui servent également aux observations du soleil et à celles des étoiles. *Note de l'Editeur.*

par derrière, c'est-à-dire de tourner le dos à l'astre. Pour rendre l'octant propre à cette sorte d'observation, on place sur une avance ajoutée au rayon *AB* (*fig*. 44) une petite glace *K*, en partie étamée et en partie transparente, comme ci-devant, mais dont la position est telle, que lorsque l'alidade est sur le point 0° de la graduation, ce petit miroir *K* est dans une direction perpendiculaire au grand *A*. Une pinnule placée sur cette même avance, à quelque distance du petit miroir *K*, sert à voir tout-à-la-fois l'horizon à travers la partie transparente, et l'image de l'astre sur la partie étamée (*). On fait arriver cette image sur le miroir *K*, en tirant à soi l'alidade *AD*; et le rayon *SA* parti de l'astre, arrive à l'œil *O*, suivant *KO*, après deux réflexions successives en *A* et en *K*. Mais l'image est vue renversée, parce que, pour peu de hauteur que l'astre ait sur l'horizon, les deux miroirs font un angle obtus; or il est aisé de voir, par l'inspection de la *Fig*. 45, et en faisant attention au principe que l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence, il est aisé, dis-je, de voir que le point *A* de la droite de l'objet *AB*, est vu par l'œil *O* sur le miroir *FE*, après les deux réflexions en *C* et en *F*, suivant *Oa*; et que le point *B* de la gauche est vu, suivant *Ob*, ensorte que l'objet *AB* est vu comme le serait un objet tel que *ab*, vu directement du point *O*.

225. Pour vérifier cet instrument, on vise à l'horizon à travers la partie transparente du miroir *K*, et on fait mouvoir l'alidade de *B* vers *C*, jusqu'à ce

(*) Depuis long-temps on ne pratique plus ce genre d'observations. Les instrumens de nouvelle construction sont dépourvus de petits miroirs propres à l'observation des hauteurs, en regardant la partie de l'horizon opposée au soleil. *Note de l'Editeur*.

que la partie opposée de l'horizon vienne se joindre sur la partie étamée, à côté de l'horizon vu par la transparente. Alors l'alidade qui devoit marquer zéro, si les deux tangentes imaginées de l'œil aux extrémités opposées de l'horizon étaient en ligne droite, doit marquer, au-delà de la première division, le double de l'inclinaison de l'horizon dû à la hauteur de l'œil. Si elle marquait plus ou moins, on ajouterait ou on retrancherait la différence aux hauteurs observées.

226. Lorsqu'après avoir vérifié l'instrument, on en fait usage pour prendre hauteur par derrière, il y a, comme on l'a vu, trois corrections à appliquer à cette hauteur pour le soleil et la lune, et deux seulement pour les étoiles; la correction pour le demi-diamètre doit être appliquée en sens contraire de ce qui a été dit (221); c'est une suite de ce que les objets paraissent renversés dans cette observation.

Différentes méthodes pour trouver en mer la latitude ou la hauteur du pôle.

227. On peut proposer un grand nombre de méthodes pour trouver la latitude, mais la plus simple de toutes et la plus sûre, consiste à observer la hauteur méridienne des astres, ou leur distance méridienne au zénith; c'est-à-dire la distance à laquelle ils sont du zénith lorsqu'ils passent au méridien. On ne doit recourir aux autres méthodes que lorsqu'on ne peut pratiquer celle-ci.

On est assez dans l'usage d'employer dans le calcul, la distance méridienne au zénith, au lieu de la hauteur même dont elle est le complément; nous nous conformerons à cet usage. Il faut seulement observer que les corrections qu'on aurait faites à la hauteur, en vertu de ce qui a été dit (166, 175 et

176), doivent être appliquées en sens contraire lorsqu'il s'agit de la distance au zénith.

228. Pour pouvoir conclure la latitude, de l'observation de la distance méridienne d'un astre au zénith, il faut connaître la déclinaison de cet astre. Nous en avons donné les moyens (156 et 161).

229. Dans l'énoncé de la règle suivante, lorsque nous disons que la distance du zénith à l'astre est de même dénomination que la déclinaison, nous entendons que si la déclinaison est nord, par exemple, l'astre est au nord du zénith, et qu'il est au sud du zénith, si la déclinaison est sud. Si au contraire la déclinaison étant nord ou sud, l'astre était au sud, ou au nord du zénith, alors nous entendons que la distance du zénith à l'astre est de dénomination différente de la déclinaison.

Or pour un observateur placé soit sur l'hémisphère boréal, soit sur l'hémisphère austral, un astre est au sud du zénith (*), si en se tournant vers l'astre il le voit se mouvoir de gauche à droite; et l'astre est au nord, s'il paraît se mouvoir de droite à gauche.

Il faut cependant observer que pour les étoiles de perpétuelle apparition, comme elles passent deux fois au méridien, la règle est tout le contraire lorsqu'elles décrivent la partie inférieure de leur parallèle.

Cela posé, voici la règle qu'on doit suivre pour conclure la latitude, de l'observation de la distance méridienne au zénith.

230. *Si la distance du zénith à l'astre est de même dénomination que la déclinaison, prenez la différence entre cette distance au zénith et la déclinaison;*

(*) *Ou plus simplement :* si, en se tournant vers l'astre, on fait face au sud; et l'astre est au nord, si l'on fait face au nord. *Note de l'Éditeur.*

et vous aurez la latitude, si l'astre n'est pas au-dessous du pôle élevé; s'il y est, au contraire, ajoutez la déclinaison, et la distance au zénith, le supplément de cette somme sera la latitude.

Si, au contraire, la distance du zénith à l'astre est de dénomination différente de la déclinaison, ajoutez la distance au zénith avec la déclinaison, et vous aurez la latitude.

Pour apercevoir la raison de cette règle, il suffit de jeter les yeux sur la *fig.* 46, où $PZOT$ représente le méridien, HQO l'horizon, EQT l'équateur, Z le zénith et P le pôle, et de supposer que l'astre est successivement entre O et E, ou entre E et Z, ou entre Z et P, ou enfin entre P et H.

231. Pour donner quelques exemples de cette règle, supposons que le 27 juin 1769, étant au nord de la ligne ou de l'équateur, par 28° 32′ de longitude orientale comptée depuis Paris, on ait observé le nord inférieur du soleil à midi, et trouvé qu'il était au nord du zénith, de 10° 42′.

Je corrige d'abord cette observation (222), en ôtant 15′ 45″ (table XII) pour le demi-diamètre du soleil, ajoutant 4′ 15″ (table X) pour l'inclinaison de l'horizon due à la hauteur de l'œil, que je suppose de 15 pieds, et ajoutant 0′ 12″ pour la réfraction, j'ai donc 10° 30′ 42″ pour la distance vraie au zénith.

Je calcule (161) la déclinaison pour midi du 27 juin 1769, temps vrai, sous un méridien à l'est de Paris, de 28° 32′ ou de 1^h 54′ 8″, c'est-à-dire pour Paris le 26 juin à 22^h 5′ 52″, je trouve 23° 18′ 39″ de déclinaison boréale. Et puisque la distance du zénith à l'astre est de 10° 30′ 42″ boréale, je prends la différence de ces deux quantités, et j'ai 12° 48′ pour la latitude.

232. Supposons pour second exemple, qu'en mai

1770, on observe la distance méridienne de *Régulus*, au sud du zénith, et qu'on la trouve de 23° 52':

J'ajoute 4' 15" pour l'inclinaison de l'horizon, et 0' 32" pour la réfraction; j'ai 23° 56' 47" pour la distance vraie au zénith.

Par la table XIII, je trouve que la déclinaison de Régulus, en mai 1770, sera de 13° 5' 10" nord, et puisque ces deux quantités sont de dénomination contraire, je les ajoute, ce qui me donne 37° 2' pour la latitude.

233. On peut remarquer, en passant, qu'il n'est pas nécessaire pour les étoiles, de connaître la longitude du lieu, ni la date précise de l'observation; parce que leur déclinaison apparente qui varie peu dans une année, ne varie dans quelques jours que d'une quantité insensible.

234. Lorsqu'on n'a pu observer la hauteur méridienne du soleil, et que cependant on a besoin de connaître la latitude avant que la nuit permette d'y employer les étoiles; alors il faut faire usage des hauteurs du soleil prises hors du méridien.

On peut, par exemple, observer deux hauteurs du soleil, à deux instans différens et qui soient éloignés d'une heure et demie au moins. Alors si, à l'aide d'une montre, on compte le temps écoulé dans l'intervalle des deux observations, connaissant d'ailleurs la déclinaison du soleil, on pourra trouver la latitude de la manière suivante, qui est également applicable aux étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 47) l'horizon, *HZR* le méridien, *Z* le zénith, *P* le pôle, *ZNO*, *ZMQ* les deux verticaux dans lesquels on a observé l'astre, *PN*, *PM* deux cercles de déclinaison.

Après avoir corrigé les hauteurs observées, de la quantité due à l'inclinaison de l'horizon, à la réfraction et au demi-diamètre, on connaîtra donc les arcs NZ et MZ complémens des hauteurs mesurées et réduites; les arcs PN et PM complémens de la déclinaison de l'astre, que l'on trouve comme il a été dit (161), ou par la table XIII, s'il s'agissait d'une étoile. De plus, l'angle NPM qui répond à l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations, sera connu en réduisant ce temps en degrés, à raison de 15° par heure pour le soleil, et à raison de 15° 2′ 28″ par heure pour les étoiles.

(*) Cela posé, imaginant l'arc de grand cercle MN, on aura un triangle sphérique MPN dont on connaîtra les deux côtés MP, PN et l'angle compris MPN; on pourra donc (*Géom.* 361, quest. IV et V) calculer l'angle PMN et le côté MN; alors dans le triangle sphérique MZN, où l'on connaît les trois côtés, il sera facile (192) de calculer l'angle ZMN. Retranchant donc l'angle calculé PMN de l'angle calculé ZMN, on aura l'angle ZMP. Or dans le triangle ZMP où l'on connaît actuellement les côtés ZM et PM et l'angle compris ZMP, il sera facile (*Géom.* 361, quest. IV) de calculer le côté ZP qui est le complément de la hauteur PH du pôle, et par conséquent de la latitude.

235. Quoique cette même méthode puisse, ainsi que nous venons de l'insinuer, être appliquée aux étoiles, on ne peut cependant que très-rarement se trouver dans la nécessité de le faire, puisqu'il est bien rare que pendant la nuit il n'y ait quelque étoile dont on ne puisse prendre la hauteur méri-

(*) Cette méthode de déterminer la latitude peut être d'une très-grande utilité dans la pratique; on a essayé d'en abréger les calculs, mais aucune des autres méthodes qu'on a voulu lui substituer ne mérite la préférence. On donnera, à la fin de l'ouvrage, la manière la plus simple de résoudre les trois triangles dont il est ici question. *Note de l'Editeur.*

dienne(*), observation que l'on doit toujours préférer; car nous ne devons pas négliger de faire remarquer qu'outre que cette méthode exige la mesure de deux hauteurs, dont chacune est toujours susceptible de quelque erreur, il y a encore une autre erreur à craindre dans la mesure du temps; erreur d'autant plus à craindre, que chaque seconde de temps répond à 15″ de degré sur la valeur de l'angle *MPN*.

236. Si pour éviter cet inconvénient on prenait le parti de mesurer dans un même instant les hauteurs *QM*, *ON* (*fig.* 47) de deux étoiles connues, alors il est bien vrai que par la différence connue par la table XIII, de l'ascension droite de ces étoiles, on aurait l'angle *MPN* avec la plus grande précision, et l'on pourrait, par le même calcul que dans le cas précédent, conclure le complément *ZP* de la latitude; mais cette observation exigerait le concours de deux observateurs; et d'ailleurs comment s'assurer qu'avec deux observateurs, les deux observations seront parfaitement simultanées. Il est bien vrai qu'on pourrait encore faire les deux observations l'une après l'autre, en observant de les faire suivre le plus immédiatement qu'il serait possible, et il y aurait moyen, comme nous le verrons en parlant des longitudes, de réduire l'une des hauteurs observées, à ce qu'elle aurait été à l'instant de l'observation de l'autre; mais on retomberait dans la nécessité de mesurer le temps.

237. En général, les méthodes de trouver la latitude qui exige des hauteurs prises hors du méridien, quoique bonne dans la spéculation, ont toutes

(*) La difficulté d'observer les hauteurs d'étoiles, semble devoir s'opposer à ce qu'on puisse obtenir la latitude, par cette méthode, avec une précision suffisante. *Note de l'Editeur.*

plusieurs inconvéniens dans la pratique, surtout à la mer. Elles supposent ou la mesure du temps(*), ou la simultanéité de quelques observations, ou plusieurs mesures, ou encore la mesure de l'azimut ou de l'amplitude. Ces dernières sont sans contredit les plus vicieuses dans la pratique; car l'azimut ou l'amplitude doit alors être mesuré avec le compas de variation, qui est bien éloigné de pouvoir donner une précision suffisante. Nous ne ferions pas même mention de ce dernier moyen, si nous ne croyions nécessaire de prévenir les commençans qui trouveraient ces méthodes dans quelques livres, qu'elles n'y ont été sans doute proposées que pour servir d'exemples de calcul des triangles sphériques.

238. On a proposé aussi de déterminer la latitude sans le secours de la déclinaison, par l'observation de trois hauteurs d'un même astre, prises hors du méridien, et par les intervalles de temps écoulés entre les observations. Ce moyen est sujet aux mêmes difficultés que nous venons d'exposer; ainsi nous ne nous y arrêterons pas ici : on trouvera néanmoins dans la quatrième section quelques recherches sur ce cas.

Usage des observations de latitude pour la correction des routes.

239. La mesure du sillage étant sujette à autant d'incertitudes que nous l'avons vu (47); et celle du rumb de vent étant aussi fort incertaine, tant par la petitesse de la rose des vents, que par la variation

(*) Depuis que l'on fait usage des montres marines, l'observation de la latitude, par deux hauteurs prises hors du méridien, s'est répandue, parce que ces montres procurent le moyen de mesurer, avec une grande exactitude, l'intervalle de temps écoulé entre les observations. *Note de l'Editeur.*

qui change presque sans cesse, et par la dérive qui varie selon la direction et la force du vent, la position de la voilure, et la direction de la route ; il est donc de la plus grande importance de chercher à rectifier ces élémens aussi souvent que l'occasion peut s'en présenter.

Les observations de latitude sont presque le seul guide que l'on puisse consulter; mais elles ne suffisent pas pour reconnaître toutes les erreurs qu'on a pu commettre dans l'estime. En effet, l'erreur en latitude peut résulter de deux causes; de l'erreur commise sur la mesure du chemin, et de celle que l'on aurait commise sur le rumb de vent. Ensorte que si en comparant la latitude observée avec la latitude estimée, on conclut de la mesure du chemin et de celle du rumb de vent, on trouve de la différence, on peut bien en conclure que la mesure du chemin, ou le rumb de vent, ou tous les deux sont fautifs; mais on ne peut pas en conclure immédiatement pour combien chacun a contribué à cette erreur. Il faut s'aider encore des conjectures les plus probables que l'on pourra faire sur la prépondérance de l'une de ces causes sur l'autre. D'après ces conjectures on attribuera à l'une des deux, une partie de l'erreur en latitude, proportionnée à l'effet dont on la juge capable; cette supposition déterminera l'erreur qu'on a faite sur la mesure de cette première cause, et la partie restante de l'erreur en latitude, servira à déterminer l'erreur qu'on a commise dans la mesure de la seconde. Examinons d'abord les deux cas les plus simples.

240. Si la route que l'on suit approche beaucoup de la ligne nord et sud, c'est-à-dire, si elle tombe entre le *NNO* et le *NNE*, ou entre le *SSO* et le *SSE*, l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commise sur la mesure du chemin, parce

que celle qu'on aurait commise sur le rumb de vent, à moins qu'elle ne soit considérable, ne peut produire qu'un très-petit effet sur la latitude, ainsi qu'il est facile de le voir.

Alors, pour corriger la distance, on fera cette proportion, que l'on peut d'ailleurs exécuter facilement sur le quartier de réduction. *Le chemin fait suivant la ligne nord et sud* (que l'on trouvera par les règles de la première section) *est au nombre des lieues de distance, comme le nombre des minutes de l'erreur en latitude est à un quatrième terme*, dont le tiers sera le nombre de lieues qu'on doit ajouter au chemin, ou en retrancher, selon que la latitude observée sera plus grande ou plus petite que la latitude estimée.

Par exemple, étant parti de 36° 42′ de latitude nord, on a couru selon l'estime, 100 lieues au $N\frac{1}{4}NE$, et ayant observé la latitude, on l'a trouvée de 42° 0′.

On trouvera par les règles de la première section, que le nombre des lieues nord et sud est 98, et que par conséquent la latitude d'arrivée, *estimée* ou conclue de l'estime, est de 41° 36′: la différence ou l'erreur est donc de 0° 24′. On fera donc cette proportion, 98:100::24′ (*) sont à un quatrième terme

(*) On croit devoir répéter ici ce qui a été dit dans la note de la page 45, que les erreurs de l'estime ne peuvent être corrigées avec certitude que par les résultats des observations de latitude et de longitude. La correction de cet article, ainsi que celle des articles suivans, supposent que les erreurs portent uniquement sur la longueur de la route et sur sa direction, et que l'on a les moyens de discerner à laquelle de ces deux causes on doit l'attribuer. Ces corrections portent donc sur des causes en quelque sorte arbitraires; en effet, l'action des courans altère la plupart du temps l'estime, et comme leur direction est inconnue, on courrait le risque d'appliquer les corrections en sens contraire et d'augmenter les erreurs. *Note de l'Editeur.*

$24' \frac{1}{3}$, qui est le nombre de minutes de grand cercle que vaut l'erreur faite sur la route. Prenant donc le tiers, puisque chaque minute vaut un tiers de lieue, on aura 8 lieues et $\frac{1}{6}$ pour l'augmentation qu'on doit faire à la route, qui par conséquent doit être censée avoir été de 108 lieues et $\frac{1}{6}$.

Pour apercevoir la raison de cette règle, il suffit de jeter les yeux sur la figure 48, où CB représente la route estimée, CA, le chemin estimé en latitude; CE la vraie route, et CD le vrai chemin fait en latitude. A cause des parallèles AB et DE, on a $CA:CB::AD:BE$; or $AD:BE$, comme le nombre des minutes de AD est au nombre des minutes de BE.

241. Si la route est fort voisine de la ligne est et ouest, c'est-à-dire, si elle tombe entre l'*OSO* et l'*ONO*, ou entre l'*ESE* et l'*ENE*, alors l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commise sur le rumb de vent; car les erreurs commises sur la route, influent d'autant moins sur la latitude, que le rumb de vent approche plus de 90°, puisqu'alors on avance fort peu en latitude.

Dans ce cas, pour avoir le rumb corrigé, on fera cette proportion...: *La différence des latitudes de départ et d'arrivée, résultante de l'estime, est à la différence des mêmes latitudes résultantes de l'observation, comme le cosinus du rumb estimé est au cosinus du rumb corrigé.*

Par exemple, on est parti de 22° 43′ de latitude nord, on a couru, selon l'estime, 134 lieues à l'*O* $\frac{1}{4}$ *SO*, et ayant observé la latitude, on l'a trouvée de 20° 52′.

Par les règles de la première section, on trouvera que la latitude d'arrivée résultante de l'estime, serait 21° 24′; l'erreur est donc de 0° 28′. On fera donc cette proportion, 1° 19′ : 1° 51′ :: cos 78° 45′ est à un quatrième terme qui sera le cosinus du rumb corrigé. On trouvera donc que le rumb corrigé est de $74° 5'$, c'est-à-dire qu'on a couru à l'$O \frac{1}{4} SO$ $4° 40' S$.

Voici la démonstration de cette règle. Soient CA et CD (*fig.* 49) la différence de latitude estimée et la différence de latitude observée; CB la route estimée et CE la vraie route: si du centre C et du rayon CB ou CE, on conçoit l'arc BER, il est évident (*Géom.* 269) qu'en considérant CB comme rayon, CA et CD sont les cosinus du rumb estimé BCA et du rumb corrigé ECD; donc $CA : CD :: \cos BCA : \cos ECD$.

242. Par cette même figure on voit aussi que pour exécuter cette correction par le quartier de réduction, il n'y a autre chose à faire qu'à porter sur la ligne nord et sud le chemin CD qui convient à la différence des latitudes d'arrivée et de départ, déduite de l'observation, et faire convenir le nombre CE des lieues de distance, avec la parallèle à la ligne est et ouest qui passerait par D.

243. Quoique dans les routes voisines de la ligne est et ouest, l'erreur en latitude ne provienne point, ou participe peu de l'erreur sur le chemin, il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait d'autres corrections à faire à l'estime, que celles qui dépendent du rumb de vent. En effet, l'erreur sur la route produit au contraire alors le plus grand effet sur la longitude. Il est donc dans ce cas plus important que dans tout autre, de se rendre attentif à la mesure du sillage, puisque l'observation de la latitude n'est pas propre, dans ce cas, à faire connaître l'erreur faite sur le chemin.

Si l'on a lieu de soupçonner de l'erreur sur la longueur de la route, on n'a, pour la déterminer, que les conjectures les plus probables que l'on pourra former d'après l'examen des circonstances de la navigation. Mais en général il y a moins d'inconvénient à supposer la route trop grande qu'à la supposer trop petite.

244. Dans les autres routes, l'erreur en latitude provenant du rumb et de la distance tout-à-la-fois, il faut partager cette erreur en deux parties, dont on attribuera l'une à la distance, et l'autre au rumb de vent. On regardera chacune de ces deux parties, comme s'il n'y avait qu'une seule cause d'erreur en latitude, et que cette cause fût celle à laquelle on attribue cette partie de l'erreur totale. Alors on déterminera la distance corrigée, comme il a été dit (240), et le rumb corrigé, comme il a été dit (241). La difficulté ne consiste donc que dans la manière de partager l'erreur totale entre les deux causes qui peuvent la produire : voici les observations générales qui doivent guider.

245. 1°. Si l'on a lieu de croire que le rumb de vent et la distance pèchent tous deux par défaut, c'est-à-dire ont été estimés trop petits, on attribuera à la distance plus que l'erreur en latitude, si cette dernière erreur est aussi par défaut, et l'on attribuera au rumb de vent l'excédant de celle-là sur l'erreur en latitude. Si au contraire l'erreur en latitude est par excès, c'est au rumb de vent qu'il faudra attribuer plus que l'erreur en latitude, et l'on attribuera à la distance l'excédant sur l'erreur en latitude.

Par exemple, si la latitude estimée était plus petite que la latitude observée, de 18′, et qu'en même temps on eût lieu de croire que le rumb de vent et la distance ont été estimés trop petits, on attribuerait plus de 18′ à la distance, et l'excédant au-delà de 18′ au rumb. Si au contraire la latitude estimée était plus grande que la latitude observée de 18′, l'on attribuerait plus de 18′ au rumb de vent, et l'excédant au-delà de 18′ à la distance.

La raison de cette règle sera évidente, si l'on fait attention que la distance restant la même, on ne peut augmenter le rumb de vent sans diminuer la différence en latitude; puis donc qu'on suppose, dans le premier cas, qu'il faut en effet l'augmenter, il faudra que l'erreur attribuée à la distance soit capable de produire, non-seulement l'erreur observée en latitude, mais encore la quantité dont cette erreur est diminuée par la fausse estime du rumb de vent; c'est-à-dire que dans cette occasion l'erreur en latitude n'est telle qu'on l'observe, que parce que le rumb de vent ayant été estimé trop petit, cette fausse estime a compensé une partie de l'erreur que la distance seule a produite; donc l'erreur sur la distance doit, à elle seule, avoir produit plus que l'erreur observée.

246. 2°. Si au contraire on a lieu de soupçonner que le rumb de vent et la distance pèchent par excès, on fera précisément le contraire de ce qui vient d'être dit dans l'observation précédente, pour chacun des deux cas qu'elle comprend.

247. 3°. Si l'on a lieu de juger que la distance pèche par défaut, et le rumb de vent par excès, ou au contraire, alors on attribuera à l'un, une partie seulement de l'erreur en latitude, et l'autre partie à l'autre; car alors l'erreur faite sur chacun contribue dans le même sens à altérer la latitude.

248. Quant à la quantité précise qu'on doit attribuer à chacun, ce n'est qu'en faisant les conjectures les plus plausibles sur les circonstances de la route du vaisseau, qu'on peut la déterminer. On doit cependant observer que comme on est en général moins sûr de la distance que du rumb, on doit, si

aucune conjecture ne détermine à faire autrement, attribuer plus à la distance qu'au rumb.

EXEMPLE I.

On est parti de 247° 12′ 12″ de longitude et 23° 10′ de latitude nord ; on a couru, selon l'estime, 100 lieues dans le $NO\frac{1}{4}O$, et ayant observé la latitude, on l'a trouvée de 26° 5′ ; mais, examen fait des circonstances de la route, on a lieu de croire qu'on s'est plus approché vers l'ouest, et que l'on a fait plus de chemin. On demande comment on doit corriger le rumb et la distance, pour faire convenir l'un et l'autre avec la latitude observée. Ici le rumb et la distance pèchent donc par défaut ; ainsi nous tombons dans un des cas de la première observation (245) ; et pour savoir dans lequel je cherche, par les règles de la première section, le chemin fait en latitude, je le trouve de 55, 6 lieues ; par conséquent la latitude d'arrivée estimée, est de 25° 57′ plus petite que la latitude observée de 8′. L'erreur en latitude est donc aussi par défaut. Ainsi (245) je dois attribuer à la distance plus que 8′, et l'excédant au rumb.

Je suppose que d'après l'examen de ce qui a pu occasionner l'erreur sur la distance, je voie que je ne puis pas attribuer plus de 14′ à cette cause, j'aurai donc 14′ pour l'erreur en latitude due à la route, et par conséquent 6′, ou l'excédant sur 8′, pour ce que je dois attribuer au rumb. Cela posé, je calcule selon la règle donnée (240), quelle a dû être l'erreur sur la route, pour produire 14′ sur la latitude, je trouve $8\frac{2}{5}$ lieues ; la distance corrigée est donc $108\frac{2}{5}$.

Donc si la route avait été estimée de $108\frac{2}{5}$ lieues, la latitude estimée aurait été trouvée de 14′ plus grande, c'est-à-dire qu'on l'aurait trouvée de 26°

11′, et par conséquent de 6′ plus forte que l'observée. Cette erreur étant due au rumb de vent, je calcule par la règle donnée (241), le rumb corrigé qui donnera une diminution de 6′ sur la latitude résultante de la correction précédente. Je fais donc cette proportion...., 3° 1′ différence de latitude nouvellement estimée, sont à 2° 55′ différence de latitude observée, comme le cosinus de 56° 15′ rumb estimé, est au cosinus du rumb corrigé, lequel rumb corrigé sera donc de 57° 30′, c'est-à-dire que la route était dirigée au $NO\frac{1}{4}$ O 1° 15′ O.

Avec la différence de latitude observée et le rumb corrigé, on trouvera, par les règles de la première section, que la différence de longitude est 5° 3′; et si l'on n'avait fait aucune correction, on l'aurait trouvée de 4° 56′.

EXEMPLE II.

On est parti 52° 42′ de longitude, et 8° 43′ de latitude sud; on a couru 143 lieues au SE 3° E, et l'on a observé la latitude que l'on a trouvée de 13° 47′. Mais, d'après l'examen fait des circonstances de la route, on a lieu de croire que cette latitude qui ne s'accorde pas avec la latitude estimée, pèche, parce que la distance a été estimée trop petite et le rumb trop grand.

On trouvera, par les règles de la première section, que le chemin fait en latitude, est $95\frac{3}{4}$, et que par conséquent la latitude d'arrivée est 13° 30′; l'erreur en latitude est donc 17′.

Je suppose qu'on n'ait rien observé qui donne lieu d'attribuer cette erreur plutôt à la distance qu'au rumb; dans ce doute, j'en attribue plus à la distance qu'au rumb, parce que la mesure de la distance est la plus incertaine; j'attribue donc 10′ à la distance, et 7′ au rumb.

Je détermine, par la règle donnée (240), l'erreur de la route qui a pu produire 10′ d'erreur sur la latitude, je trouve 5 lieues; la distance corrigée est donc 148 lieues; d'où je conclus que si la distance eût été estimée de 148 lieues, il n'y aurait eu que 7′ d'erreur sur la latitude, ensorte que la latitude estimée aurait été trouvée de 13° 40′.

Je détermine le rumb corrigé qui puisse ajouter ces 7′ qui manquent encore, et dans cette vue, je fais (241) cette proportion...., 4° 57′ différence de latitude nouvellement estimée, sont à 5° 4′ différence de latitude résultante de l'observation, comme le cosinus du rumb estimé 48° est au cosinus du rumb corrigé; je trouve ce rumb de 46° 46′, c'est-à-dire que la route était dirigée au *SE* 1° 46′ *E*.

Avec la différence de latitude observée, et le rumb corrigé, on trouvera, par les règles de la première section, que la différence de longitude est de 5° 30′; par la distance et le rumb estimés, on l'aurait trouvée de 5° 26′.

Moyens de déterminer en mer l'heure qu'il est sous le méridien où l'on se trouve.

249. Les moyens qu'on peut employer pour déterminer l'heure, sont les observations du lever et du coucher des astres, ou celles de leur hauteur sur l'horizon. On compare l'heure que marque la montre, lors de cette observation, à celle que l'on déduit du calcul fondé sur cette même observation, et fait d'après les règles prescrites (190 *et suiv.*). La différence fait connaître l'avance ou le retard de la montre.

250. Comme les règles que nous avons données (190 *et suiv.*) supposent que l'on connaît la latitude, si le vaisseau a changé de lieu depuis l'observation de latitude, il est clair que pour avoir la latitude du lieu où l'on se trouve, il faudra commencer par

appliquer à celle qui a été observée, la réduction qu'exige le chemin qu'on a pu faire, suivant la ligne nord et sud, depuis cette observation; ce qui est facile par les règles pour la réduction des routes, données dans la première section.

251. Lorsqu'on emploie le lever ou le coucher du soleil, comme il pourrait y avoir de l'incertitude à déterminer, à la vue, le moment où son centre est à l'horizon, il vaut mieux observer le moment où l'un de ses bords quitte l'horizon (*), et calculer l'angle horaire, comme il a été dit (193).

Supposons, par exemple, qu'étant par 29° o' de longitude occidentale, comptée de Paris, on ait observé la latitude de 39° 58' *N*, le 20 mai 1770 à midi, et que le même jour on ait observé le coucher du bord inférieur du soleil, lorsque la montre marquait $7^h 20'$; depuis midi jusqu'à ce moment, on a fait 18 lieues à l'*ONO*.

Je commence par chercher le changement en latitude et le changement en longitude, par les règles de la première section, je trouve le premier de 6,9 lieues qui valent 21'; ainsi la latitude au moment de l'observation du coucher du soleil, était de 40° 19' *N*.

Le changement en longitude est de 1° 12' *O*; donc la longitude, lors de l'observation du coucher, est de 30° 12' qui, en temps, valent 2^h o' 48". Je calcule la déclinaison du soleil pour le jour de l'observation et l'heure indiquée par la montre, augmentée ou diminuée de la différence des méridiens, en temps,

(*) Cette méthode de se procurer l'heure ne doit jamais être employée lorsqu'il s'agit de calculer la longitude par une montre marine; les erreurs causées par l'incertitude des réfractions près de l'horizon, peuvent rendre les résultats défectueux. *Note de l'Editeur.*

selon qu'on sera à l'ouest ou à l'est de Paris; je calcule donc ici pour $9^h\ 21'$. Cette déclinaison ne peut différer que très-peu de celle qui convient au véritable instant de l'observation, et n'en différera nullement, si la montre marque l'heure véritable. Je trouve, pour cette déclinaison, $20°\ 7'\ 30''$. Cela posé, conformément à ce qui a été dit (192), pour calculer l'angle horaire ZPC (*) dans le triangle ZPC (*fig.* 40), j'ajoute ensemble le côté ZP, complément de la latitude, le côté PC, complément de la déclinaison, et le côté ZC de $90°\ 20'$, c'est-à-dire de $90°$ moins le diamètre $15'\ 49''$ du soleil, plus l'inclinaison $4'\ 15''$ de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, plus la réfraction qui à cette distance apparente du zénith, ou à $89°\ 48'$ environ, est de $31'\frac{1}{2}$. De leur demi-somme je retranche les côtés ZP, PC; puis prenant les logarithmes des deux restes, j'opère comme il suit. . . . .

Log sin du premier reste $55°\ 16'$	9,91477
Log sin du second reste $35\ \ 4$........	9,75931
Complément arith. log sin ZP, $49°\ 41'$ ..	0,11777
Complément arith. log sin PC, $69\ 52\frac{1}{2}$..	0,02737
Somme.........................	19,81922
Demi-somme, ou log sin $\frac{1}{2}$ ZPC.....	9,90961.

Donc l'angle horaire ZPC est de $108°\ 36'$ qui, réduits en temps, à raison de $15°$ par heure, valent $7^h\ 14'\ 24''$; donc puisque la montre marquait $7^h\ 20'$, elle avançait de $5'\ 36''$.

Cette avance de $5'\ 36''$ sur le temps du méridien actuel, n'est pas l'erreur absolue de la montre; c'est-à-dire que supposant que la montre ait été mise à

(*) On donnera, comme on l'a déjà dit à la note de la page 133, une méthode plus facile et plus courte. *Note de l'Editeur.*

l'heure précise, lors de l'observation de la latitude, ce même jour à midi, si elle a marqué $7^h 20'$ au moment du coucher, au lieu de $7^h 14' 24''$ qu'elle devait marquer pour être à l'heure du méridien actuel, il ne s'ensuit pas qu'elle ait eu une accélération de $5' 36''$; car la différence des méridiens des deux observations étant de $1° 21' O$, qui valent $3' 48''$, il est clair que si elle était parfaitement réglée, elle aurait dû être trouvée de $4' 48''$ en avance sur l'heure du méridien d'arrivée; elle n'a donc véritablement avancé que de $48''$ dans l'intervalle des deux observations, si toutefois la longitude a été bien déterminée.

252. Quoique nous ayons préféré l'observation du coucher apparent de l'un des bords du soleil, on peut aussi, si l'on veut, employer le coucher réel du centre; le calcul de l'angle horaire ne différera qu'en ce qu'on prendra pour ZC, $90°$ précis. Quant à l'observation, il faut remarquer que lorsque le centre du soleil sera véritablement à l'horizon, il paraîtra être au-dessus, d'environ $37'$, savoir, $32' \frac{1}{2}$ par l'effet de la réfraction, et $4' \frac{1}{2}$ pour l'inclinaison de l'horizon, due à la hauteur de l'œil. Ainsi le moment qu'il faut observer, c'est celui où le bord inférieur du soleil paraît au-dessus de l'horizon, d'une quantité un peu plus grande que le demi-diamètre du soleil.

253. Au reste, l'observation du lever ou du coucher n'est pas celle qui peut donner l'heure avec la plus grande exactitude. L'incertitude des réfractions à l'horizon (176 et suiv.) donnera presque toujours lieu à quelque différence entre le calcul et l'observation. On ne peut guère compter sur une détermination plus précise qu'à une demi-minute de temps près.

254. Pour avoir l'heure avec plus de précision, il vaut mieux employer les hauteurs du soleil, prises

lorsque cet astre a quelques degrés d'élévation. Supposant donc qu'on ait mesuré la hauteur ST (*fig.* 35)(*), alors dans le triangle ZPS où l'on connaît ZP, complément de la latitude corrigée comme dans l'exemple précédent, le côté PS, complément de la déclinaison qu'il suffit de calculer pour l'instant marqué à la montre et réduit au méridien de Paris, et ZS, complément de la hauteur observée et corrigée comme il a été dit (222), on calculera l'angle horaire de la même manière que dans l'exemple précédent, et on le réduira en temps, à raison de 15° par heure.

255. Quant à la manière d'avoir l'heure pendant la nuit, c'est de même en observant la hauteur des étoiles, et calculant de même l'angle horaire ZPS dans le triangle ZPS (*fig.* 35), dont on connaît alors le côté ZP, complément de la latitude, le côté SZ, complément de la hauteur observée corrigée, et le côté SP, complément de la déclinaison que l'on détermine à l'aide des catalogues d'étoiles, tels qu'on en voit un essai (Table XIII).

Mais pour déduire de la valeur de cet angle horaire l'heure de l'observation, on le réduira d'abord en temps, à raison de 15° par heure; de ce temps l'on retranchera le mouvement (réduit en temps) que le soleil doit avoir en ascension droite pendant cet intervalle, et l'on aura le temps qui doit s'écouler, ou qui a dû s'écouler entre l'observation de la hauteur et le passage de l'étoile au méridien : c'est pourquoi, calculant (186) l'heure du passage de l'étoile au méridien, on ajoutera ces deux quantités, ou l'on prendra leur différence, selon que

(*) C'est cette observation que l'on emploie pour obtenir la longitude par une montre marine. Nous donnerons la méthode de calcul à la fin de l'ouvrage. *Note de l'Editeur.*

l'observation aura été faite à l'ouest ou à l'est du méridien.

Par exemple, le 25 juillet 1770, étant par 32° 50′ de longitude occidentale comptée de Paris, et 40° 12′ de latitude nord, on observe la hauteur de *Sirius*, et on la trouve de 18° 23′ vers l'est. La montre marque alors $7^h\,1'$; on demande l'heure qu'il est véritablement.

Je corrige (222) la hauteur observée 18° 23′, et je la réduis par conséquent à 18° 15′ $\frac{2}{3}$. Par la table XIII, je trouve que la déclinaison de *Sirius*, en juillet 1770, est de 16° 24′ 37″ sud. Cela posé, dans le triangle $ZS'P$ (*fig.* 35) où S' représente le lieu de Sirius, nous connaissons ZP de 49° 48′, complément de la latitude; ZS' de 71° 44′ $\frac{1}{3}$, complément de la hauteur observée corrigée, et PS' de 106° 24′ 37″, somme de la déclinaison, et de 90°. Calculant donc (192) l'angle horaire ZPS', je trouve 47° 26′ qui, réduits en temps, valent $3^h 9' 44''$.

Pour trouver le mouvement du soleil en ascension droite, dans cet intervalle, je calcule l'ascension droite du soleil pour le midi du lieu de l'observation, le 24 juillet 1770, et le midi du 25, c'est-à-dire pour $2^h\,11'\,20''$ que l'on compte alors à Paris; et ayant réduit ces ascensions droites en temps, je trouve $8^h\,15'\,17''$ et $8^h\,19'\,14''$; d'où je vois que le mouvement en ascension droite en 24 heures, est de 3′ 57″; donc, pendant l'intervalle de $3^h 9' 44''$, ce mouvement sera de 0′ 30″; ainsi le temps que Sirius doit employer, depuis le moment de l'observation jusqu'à son passage au méridien, est de $3^h\,9'\,14''$: il reste donc à savoir l'heure de son passage au méridien.

Or, par la table XIII, je vois que son ascension droite est de 98° 45′ 45″, ou de $6^h\,35'\,3''$; et puisque celle du soleil est de $8^h\,15'\,17''$, le 24 à midi au méridien actuel, la différence d'ascension droite à cette même heure, sera de $22^h\,19'\,46''$, c'est-à-dire, que si le soleil n'avait point de mouvement en ascension droite, du 24 au 25, Sirius passerait au méridien le 24, à $22^h\,19'\,46''$, ou le 25, à $10^h\,19'\,46''$ du matin; mais puisqu'en un jour le mouvement du soleil en ascension droite est alors de $3'\,57''$, en $22^h\,19'\,46''$, il sera de $3'\,41''$; donc l'heure vraie du passage de Sirius au méridien, le 25, sera $10^h\,16'\,5''$ du matin; puis donc qu'au moment de l'observation il est éloigné du méridien de $3^h\,9'\,14''$, il s'ensuit que le moment vrai de l'observation est $7^h\,6'\,51''$; donc la montre retarde de $5'\,51''$.

REMARQUE.

256. Les méthodes précédentes peuvent servir à faire connaître l'erreur de la montre à l'égard du méridien sous lequel on se trouve lors de l'observation. Mais de ce que l'on trouverait une différence entre l'heure de la montre et l'heure calculée, il ne faut pas en conclure que la montre a varié. On ne serait fondé à le conclure que dans le cas où l'on n'aurait pas changé de méridien depuis la dernière fois que la montre a été réglée. Lors donc qu'on veut employer ces méthodes à régler les montres (*), ou à connaître leur variation, il faut, par deux observations de hauteur faites à des intervalles de temps différens de quelques heures au moins, déterminer

(*) Lorsque cet ouvrage a paru, on ne se servait pas encore de montres marines; aujourd'hui on ne fait plus usage de l'observation de l'heure, que pour obtenir la longitude par ces montres. Les mouvemens diurnes conclus d'observations faites dans deux lieux différens, seraient affectés des erreurs de la différence en longitude conclue de l'estime du vaisseau, et seraient par conséquent très-incertains. *Note de l'Editeur.*

deux fois l'erreur apparente de la montre; puis ayant déterminé, par les règles de la première section, le changement en longitude fait pendant l'intervalle des deux observations, et l'ayant réduit en temps, s'il est égal à la différence des deux erreurs de la montre, et dans le même sens, on en conclura que la montre est bien réglée, c'est-à-dire qu'elle marque 24 heures d'un jour à l'autre; et dans le cas contraire, l'excédant sera l'erreur de la montre, dans l'intervalle des deux observations.

Au reste, on ne doit pas se borner à une seule observation pour avoir l'heure, non plus qu'à deux pour régler la montre. Il faut en faire le plus qu'on peut, afin de compenser, par le nombre, les erreurs qui peuvent affecter chacune.

On peut encore employer, pour régler les montres, la méthode des hauteurs égales ou correspondantes. On trouvera cette méthode et la correction qu'elle exige, expliquées dans la quatrième section.

257. Les circonstances les plus favorables pour déterminer exactement l'heure par l'observation de la hauteur des astres, sont lorsque l'astre ayant une déclinaison moindre que la latitude, et de même dénomination, il passe au premier vertical, ou lorsqu'ayant une déclinaison plus grande que la latitude, et de même dénomination, il arrive au point où son vertical et son parallèle se touchent. Mais, comme on n'est pas toujours le maître de saisir l'une ou l'autre de ces deux circonstances, il faut du moins observer l'astre le plus près de l'une ou de l'autre qu'il est possible, en évitant néanmoins de l'observer trop près de l'horizon, d'employer un astre dont la déclinaison serait très-grande, comme de 60° ou plus; car alors, quoiqu'il y eût en effet plus d'avantage à l'observer au point où son parallèle touche son vertical, qu'en tout autre point de ce même

parallèle, son mouvement en hauteur n'est jamais aussi rapide qu'il serait à desirer. Voici sur quoi ces règles sont fondées.

Soit *HQO* (*fig.* 50) l'horizon, *HZO* le méridien, *Z* le zénith, *P* le pôle, *EQ* l'équateur, *NSL* le parallèle de l'astre. Soit *Ss* l'arc infiniment petit que l'astre décrit pendant un instant, *ZSR*, *Zsr* les deux verticaux, et *PSM*, *Psm* les deux cercles de déclinaison correspondans. Si du point *Z*, comme centre, on conçoit l'arc *sq* qui sera perpendiculaire sur *ZS*, le petit triangle rectangle *Sqs* pourra être regardé comme rectiligne, et l'on aura (*Géom.* 295) $Ss : qS :: R : \cos sSq$, ou $:: R : \sin ZSP$. D'ailleurs (*Géom.* 329) on a $Mm : Ss :: R : \cos MS$; donc, multipliant ces deux proportions, on aura $Mm : qS :: R^2 : \sin ZSP \times \cos MS$.

Donc 1° la déclinaison *MS* restant la même, il est clair que plus le sinus de l'angle *ZSP* sera grand, plus l'augmentation *qS* en hauteur sera grande par rapport à la mesure *Mm* de l'angle horaire correspondant *MPm*. Donc, quand cet angle *ZSP* sera droit, c'est-à-dire quand son sinus sera le plus grand qu'il est possible, le changement en hauteur sera le plus rapide qu'il est possible. Or il est évident que l'angle *ZSP* est droit, quand le vertical touche ce parallèle, comme on le voit par le vertical *ZR'*.

2°. Dans le triangle *ZSP*, on a (*Géom.* 349) $\sin ZSP : \sin ZP :: \sin PZS : \sin PS$ ou $\cos MS$; donc $\sin ZSP \times \cos MS = \sin ZP \times \sin PZS$. Substituant cette dernière quantité au lieu de son égale, dans la proportion trouvée ci-dessus, on aura $Mm : qS :: R^2 : \sin ZP \times \sin PZS$. Donc la latitude et par conséquent son complément *ZP* restant le même, l'augmentation *qS* en hauteur sera la plus grande qu'il est possible à l'égard de la mesure *Mm* de l'angle horaire, lorsque l'angle PZS sera droit, c'est-à-dire lorsque ZSR sera le premier vertical.

On voit en même temps, par ces deux proportions, que l'avantage sera toujours d'autant plus grand, que la latitude sera plus petite, et que la déclinaison sera plus petite.

3°. Et comme dans le triangle ZPS on a aussi (*Géom.* 349) sin ZS ou cos RS : sin ZPS :: sin PS ou cos MS : sin PZS, d'où on conclut sin PZS $= \frac{\cos MS \times \sin ZPS}{\cos RS}$; si l'on substitue cette quantité au lieu de sin PZS, dans la dernière proportion entre Mm et qS, on aura.........................

$Mm : qS :: R^2 : \frac{\sin ZP \times \cos MS \times \sin ZPS}{\cos RS}$, où l'on voit que la déclinaison et la latitude restant chacune les mêmes, l'observation sera d'autant plus avantageuse, que l'astre sera plus élevé sur l'horizon, et qu'en même temps il sera plus éloigné du méridien.

Usages de l'observation des astres pour déterminer la variation du compas.

258. Nous avons dit (50) qu'on appelait *variation*, l'angle que fait avec la ligne méridienne une aiguille aimantée mobile sur son pivot ou son point de suspension.

Lorsqu'on est à terre, il est très-facile de déterminer la variation; il ne s'agit que de tracer une méridienne sur un plan horizontal; d'appliquer la boîte de la boussole sur ce plan, en dirigeant la ligne nord et sud de la boussole sur la méridienne; alors il sera facile de voir quel angle l'aiguille fait avec cette méridienne. La difficulté, s'il y en a, se réduit donc à tracer la méridienne : voici comment cela se fait.

Fixez perpendiculairement au plan de niveau que vous avez préparé, une verge ou un style long de 12 ou 15 pouces, dont l'extrémité supérieure porte une plaque *M* (*fig.* 51) de niveau ou à peu près, et percée d'un trou rond. Déterminez le point *R* qui, sur le plan, répond perpendiculairement à ce trou. De ce point comme centre, décrivez un arc *VQ*. Observez le matin et l'après-midi les points *V* et *Q* où le centre du petit rond lumineux qui représente l'image du trou de la plaque, se trouvera sur cet arc; puis divisez cet arc *VQ* en deux parties égales. La ligne *SN* menée par *R* et par le milieu de l'arc, sera la méridienne.

259. A la mer, où ce moyen ne peut être d'usage, voici les méthodes qu'on peut employer.

Première méthode. Avec le compas de variation, ou avec le compas azimntal dont nous parlerons dans peu, observez l'amplitude du bord inférieur du soleil au moment de son lever ou de son coucher. Calculez, par ce qui a été dit (196), l'amplitude de ce même bord. La différence de l'amplitude calculée à l'amplitude observée, donnera la variation.

Par exemple, le 25 juillet 1769, étant par la latitude de 56° nord, et 25° de longitude occidentale comptée de Paris, on a relevé le bord inférieur du soleil à son lever, et on a trouvé qu'il répondait à l'*ENE* 4° 15′ *E* de la boussole. Je calcule (161) la déclinaison du soleil pour le 25 juillet 1769, à l'heure de son lever grossièrement estimée, par exemple, pour quatre heures du matin, c'est-à-dire, pour 5^h 40′ que l'on compte alors à Paris. Je la trouve de 19° 38′ $\frac{2}{3}$. Donc, conformément à ce qui a été dit (196), je suppose dans le triangle *ZPC* (*fig.* 40), que *ZP*, complément de la latitude, est de 34°; que *PC*, complément de la déclinaison, est de 70° 21′ $\frac{1}{3}$, et que *ZC*, distance apparente du centre du soleil au zénith, est de 90° moins 15′$\frac{5}{6}$ demi-diamètre *CT* du soleil, plus 51′$\frac{1}{2}$ pour la réfraction, plus 4′ $\frac{1}{4}$ pour l'inclinaison de l'horizon due à la hauteur de l'œil, c'est-à-dire de 90° 20′ : et selon la règle donnée (192), je calcule l'angle *PZC* ou *PZT* que je trouve de 52° 46′$\frac{1}{2}$. Son complément *EZT*, et par conséquent l'amplitude *ET* sera donc de 37° 14′ ; c'est-à-dire que le bord inférieur du soleil s'est levé au *NE* 7° 46′ *E* ; donc, puisqu'au compas il paraissait répondre à l'*ENE* 4° 15′ *E*, il s'ensuit que la ligne est et ouest de la boussole avançait vers le nord de 19° ; que par conséquent l'aiguille décline du nord à l'ouest, de cette même quantité ; donc la variation est de 19°.

260. *Seconde méthode* (*). Employez un astre dont le parallèle puisse rencontrer le premier vertical, et relevez cet astre lorsqu'il passe au premier vertical, c'est-à-dire lorsqu'il répond au vrai point d'est ou d'ouest. Alors, si sur le compas il répond au point d'est ou ouest du compas, il n'y a pas de variation ; si au contraire il s'en écarte, la quantité de cet écart sera la variation. Il ne s'agit donc que de savoir comment on s'assurera que l'astre répond au vrai point d'est ou d'ouest : le voici. . . .

Connaissant la latitude du lieu et la déclinaison de l'astre, on connaîtra, dans le triangle *PZM* (*fig.* 35) rectangle en *Z*, puisqu'on suppose que *ZE* est le premier vertical, le côté *ZP*, complément de la latitude, et le côté *PM*, complément de la déclinaison ; on pourra donc calculer l'angle horaire *ZPM*

(*) Le soleil est souvent trop élevé, lorsqu'il passe au premier vertical, pour qu'on puisse observer son azimut avec une boussole. On ne pratique pas cette observation, par la même raison. En général il vaut mieux le relever lorsqu'il est près de l'horizon ; alors on observe sa hauteur et l'on calcule son azimut. *Note de l'Editeur.*

et l'arc ZM, complément de la hauteur qu'aura l'astre lors de son passage au premier vertical.

Pour avoir l'angle horaire, on fera cette proportion (*Géom.* 351 et 352), cot PZ : cot PM :: R : cos ZPM; c'est-à-dire, la tangente de la hauteur du pôle est à la tangente de la décliuaison, comme le rayon est au cosinus de l'angle horaire, que l'on réduira en temps, de la manière qui a été déjà exposée pour le soleil et pour les étoiles; on pourra donc déterminer l'heure de ce passage, et par conséquent relever l'astre à l'instant; mais, comme on peut n'être pas sûr de la montre, il vaudra mieux employer la hauteur après l'avoir calculée comme il suit. Dans le même triangle rectangle PZM, on a (*Géom.* 350 et 352) cos PZ : cos PM :: R : cos ZM; c'est-à-dire, le sinus de la hauteur du pôle est au sinus de la déclinaison, comme le rayon est au sinus de la hauteur.

On ajoutera à cette hauteur la réfraction et l'inclinaison de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, et on en retranchera le demi-diamètre du soleil, si c'est cet astre qu'on observe; on aura par là la hauteur que doit paraître avoir le bord inférieur de l'astre lorsqu'il passera au premier vertical. Lors donc qu'on verra que l'astre approchera d'avoir cette hauteur, on l'observera avec un octant, dont on aura mis l'alidade sur le point précis de la hauteur calculée et réduite, et on le fera en même temps suivre et relever avec le compas de variation, jusqu'au moment où il sera parvenu à cette hauteur.

261. *Troisième méthode*. On peut encore trouver la variation par le moyen de l'azimut. On observera l'azimut de l'astre, en relevant cet astre avec le compas de variation (*). En même temps, avec un

(*) Cette dernière méthode est celle qu'on doit préférer, octant, on prendra sa hauteur; celle-ci servira, avec la déclinaison et la latitude, à calculer l'azimut vrai PZS (*fig.* 35) dans le triangle PZS dont on connaîtra alors les trois côtés. Ayant donc calculé l'angle PZS par la règle donnée (192), on le comparera avec l'azimut observé, et on aura facilement la variation.

Par exemple, le 18 octobre 1769, étant par 36° 45′ de latitude nord, et 43° 52′ de longitude occidentale comptée de Paris, vers les 9 heures du matin on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil de 27° 0′; et ayant relevé ce même bord au compas, on l'a trouvé au SSE 4° E; on demande la variation du compas.

Je calcule (161) la déclinaison du soleil pour le 18 octobre 11^h 55′ du matin, qui est l'heure à peu près que l'on compte alors à Paris. On peut même, si l'on ne connaît pas l'heure, se contenter de celle qui convient à midi du lieu de l'observation. Je trouve cette déclinaison de 9° 50′ australe. Je corrige la hauteur observée, et la réduis à 27° 10′. Cela posé, puisque la déclinaison est australe, je prends le triangle ZPS' (*fig.* 35); et connaissant ZP de 53° 15′, complément de la latitude; ZS' de 62° 50′, complément de la hauteur observée et réduite; PS' de 99° 50′, c'est-à-dire de 90° plus la déclinaison, je calcule l'angle PZS' que je trouve de 128° 30′; d'où je conclus l'azimut RZS' ou RT'', de 51° 30′, c'est-à-dire que l'astre répondait véritablement au $SE\frac{1}{4}E$ 4° 45′ S; donc, puisque sur le compas il répondait au SSE 4° E, c'est une preuve que la ligne est et

comme on l'a dit à la note de la page 178; elle est aussi celle qui comporte le plus de précision. On donnera, à la fin de l'ouvrage, une méthode commode pour calculer l'azimut. *Note de l'Editeur.*

ouest du compas déclinait vers le nord, et que par conséquent l'aiguille déclinait à l'ouest de 25°.

REMARQUES.

262. Lorsque la latitude est fort grande, les astres, en se levant ou en se couchant, rasent assez long-temps l'horizon; ensorte que sans s'élever sensiblement, ils changent considérablement d'amplitude; il est donc difficile de distinguer alors le contact avec l'horizon, et par conséquent l'usage des amplitudes, dans ce cas, est assez incertain, d'autant plus que la réfraction, plus variable à l'horizon qu'ailleurs, contribue encore à rendre l'instant de ce contact plus douteux. Il vaut mieux alors avoir recours aux azimuts que l'on peut déterminer d'autant plus exactement avec le compas, que les astres qui ont un lever, ne s'élèvent pas beaucoup à de pareilles latitudes.

Quand la latitude (*) est médiocre, on doit préférer l'amplitude ortive à l'azimut, lorsqu'on relève avec le compas, parce que ce relèvement est d'autant moins sûr, que l'astre est plus élevé. Mais comme il est important d'observer la variation aussi souvent qu'on le peut, et par conséquent d'employer les azimuts aussi fréquemment qu'on le pourra, il faut en rendre la mesure moins incertaine, en faisant usage du *compas azimutal*, dont voici la description.

(*) L'observation de l'azimut est, dans tous les cas, celle qui comporte le plus de précision; il ne s'agit que d'observer avant que le soleil ait acquis de 10 à 15° de hauteur; mais il faut faire usage du compas azimutal, dont la description va être donnée, ou de compas dont les pinnules sont assez élevées pour permettre de le relever à cette hauteur. *Note de l'Editeur.*

Description et usage du compas azimutal.

263. Lorsque l'astre dont on veut observer l'azimut a quelques degrés de hauteur, il est difficile de mesurer cet azimut avec le compas de variation, à quelques degrés près, parce qu'on ne peut juger que par une estime assez vague, quel est le vrai point de la rose qui répond au vertical de cet astre.

Pour suppléer à cet inconvénient, on ajoute au compas de variation un cercle de bois ou de cuivre, que l'on place sur la boîte qui renferme la rose des vents. Une moitié *BED* de ce cercle (*fig.* 52) est divisée en 90 parties qui, quoique de deux degrés chacune, ne sont cependant comptées que pour des degrés, parce que les angles qu'elles servent à mesurer, ont leur sommet en *A* sur la circonférence *ABED*. Plusieurs autres cercles, coupés par des transversales, comme on le voit dans la figure, servent à évaluer les parties de degré. Du point *A*, part une alidade mobile autour de ce point, et jointe, en ce même point, par une charnière, à une pinnule *AP* qui peut être levée perpendiculairement au cercle *ABED*, ou couchée sur son plan. Au centre *C* se coupent à angles droits deux fils terminés par quatre petites lignes droites qui servent à orienter le cercle *ABED*, par rapport à la rose des vents, en les faisant répondre à quatre autres droites qui sont à angles droits sur cette rose. Un fil tendu du centre *O* de l'alidade au haut de la pinnule, sert à déterminer le vertical de l'astre, en ce que, regardant l'astre à travers la pinnule, on doit voir en même temps le fil sur cet astre; ou bien, si c'est le soleil, l'ombre du fil doit se projeter sur la fente de la pinnule.

Lors donc qu'on veut observer l'azimut, on fait répondre le point *A* de l'alidade sur le point d'ouest, ou d'est de la rose, selon que l'observation se fait à l'est ou à l'ouest, et on fait convenir les quatre petites lignes droites dont nous avons parlé ci-dessus, avec leurs correspondantes sur la rose; puis on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'ombre du fil tombe directement sur la fente de la pinnule, si c'est le soleil; ou si c'est un autre astre, jusqu'à ce que regardant à travers la pinnule, on voie le fil couper l'astre. Alors le nombre de degrés marqués entre la ligne AE et l'alidade, donne l'éloignement du soleil ou de l'astre, à l'égard de la ligne est et ouest de la boussole. Mais comme on ne peut mesurer que 45° de part et d'autre de cette ligne, si l'astre était plus près de la ligne nord et sud que de la ligne est et ouest, alors, au lieu de faire répondre le point A à l'ouest ou à l'est de la boussole, on le ferait répondre au sud ou au nord, selon la position du soleil.

Au reste, quoique cet instrument soit d'un usage plus sûr que le compas, pour les azimuts, les balancemens qu'il reçoit par les mouvemens du vaisseau, laissent toujours quelque incertitude.

Différentes méthodes pour trouver la longitude en mer.

I. *Par les cartes de la variation de l'aiguille aimantée* (*).

264. Nous avons déjà dit que la déclinaison de l'aiguille aimantée n'est pas la même en tous les lieux

(*) Ce moyen ne peut servir que dans quelques parages, comme celui de Madagascar, où les lignes qui indiquent une variation sont à peu près parallèles à la ligne nord et sud; pour peu que ces lignes soient inclinées, il ne peut être d'aucun usage. On doit observer des distances de la lune au soleil et aux étoiles. *Note de l'Editeur.*

de la terre. Quoique la loi suivant laquelle elle varie ne soit pas encore bien connue, on sait du moins qu'elle ne varie pas brusquement d'un lieu en un autre, et que ses variations ont un certain rapport avec la longitude et la latitude des lieux.

M. Hallei, astronome anglais, après avoir recueilli un grand nombre d'observations de la déclinaison de l'aiguille en divers lieux, imagina de marquer sur une carte tous les lieux où la déclinaison avait été observée d'une même quantité; par exemple, tous ceux où elle était nulle, tous ceux où elle était de 5 degrés, etc., et ainsi de suite. La suite de tous les points où la déclinaison est d'une même quantité, forme une ligne courbe qui, à défaut d'autres moyens, et avec les attentions convenables, peut être employée utilement à trouver à peu près la longitude d'un lieu où l'on aurait observé la déclinaison de l'aiguille et la latitude. En effet, il ne s'agit que de chercher sur la carte à quel point le parallèle sur lequel on sait être arrivé, coupe la courbe des lieux où la déclinaison est de la quantité observée, ce point sera celui où l'on est arrivé.

Mais cette méthode n'est pas aussi sûre qu'elle est simple. En effet, 1°. les observations sur lesquelles ces courbes sont construites, ne sont pas toutes également sûres; elles ne sont point assez multipliées : 2°. ces courbes elles-mêmes changent avec le temps, parce que la déclinaison de l'aiguille varie dans un même lieu avec le temps. Il est vrai qu'on publie de temps à autres de nouvelles cartes, où l'on a égard aux changemens survenus dans les différens intervalles de temps; mais c'est toujours sur des observations dont, à la vérité, on ne doit pas négliger l'usage, mais qui ne sont encore ni assez nombreuses, ni assez répétées : il faut donc avoir recours à d'autres moyens.

II. *Par les montres marines.*

265. Puisque (15) la différence des méridiens est déterminée par la différence des heures et parties d'heure que l'on compte à un même instant sous chacun, ensorte que 15° de différence des méridiens à l'est, font compter une heure de plus, et 15 degrés à l'ouest, une heure de moins; la question des longitudes peut donc être réduite à celle-ci......: *Connaissant l'heure que l'on compte sur le vaisseau, trouver celle que l'on compte au même instant sous un méridien connu.*

266. Il se présente pour la solution de cette question, deux moyens généraux. Le premier, est l'usage d'une montre ou horloge qui puisse marcher uniformément pendant toute la durée d'une traversée, nonobstant l'agitation du vaisseau, les différentes températures auxquelles elle sera exposée, et les autres causes qui peuvent altérer son mouvement. A l'aide d'une pareille montre, on pourrait à chaque instant déterminer la longitude avec une très-grande facilité. L'ayant bien réglée au lieu du départ, et l'ayant mise à l'heure vraie (249) de ce même lieu, il ne s'agirait plus, pour connaître la longitude du lieu où l'on serait ensuite, que d'ajouter à la longitude du départ, ou d'en retrancher (selon qu'on aurait fait route à l'est ou à l'ouest) autant de fois 15′ de degré que l'on trouverait de minutes d'heure de différence entre le temps marqué à la montre et le temps vrai du lieu d'arrivée, temps que l'on détermine par ce qui a été dit (249) (*).

(*) MM. Ferdinand Berthoud, et son neveu Louis Berthoud, ont fait des montres ou horloges marines, avec lesquelles on a obtenu la longitude, à un quart de degré près, au bout de trois mois; elles ont beaucoup contribué à perfectionner l'Hydrographie. *Note de l'Éditeur.*

III. *Par l'observation de quelque phénomène instantané dans le ciel.*

267. Le second moyen est l'observation des astres, soit en saisissant un phénomène instantané, soit par le mouvement même des astres.

Les éclipses du soleil, celles de la lune, celles des étoiles par la lune, et celles des satellites de Jupiter, sont des phénomènes dont l'instant peut être prévu par les tables astronomiques, et qui, à l'exception de celles du soleil et des étoiles par la lune, sont visibles au même instant pour tous les lieux où ces astres sont visibles; ensorte que la comparaison de l'heure à laquelle on observe ces phénomènes, avec l'heure déterminée par le calcul, fait connaître immédiatement la différence de l'heure que l'on compte sous le méridien de l'observation, à celle que l'on doit compter sous le méridien pour lequel on avait calculé.

Mais outre que les tables astronomiques, quoique très-perfectionnées depuis un siècle, n'ont pas encore toute l'exactitude qui serait à desirer, il est très-difficile d'observer en mer ces phénomènes avec une exactitude suffisante.

Les éclipses du soleil, et celles des étoiles par la lune, pourraient aussi être employées pour la détermination des longitudes; mais, outre la difficulté de les bien observer en mer, ces observations exigent beaucoup de réductions, parce que ces phénomènes ne sont pas vus au même instant dans les différens lieux de la terre où ils sont observables.

Les éclipses de lune seraient fort utiles, si elles étaient plus fréquentes. On peut en observer les phases à la vue simple, à moins de 2′ de temps près, et l'erreur des tables sur le moment de ces phases, n'est pas plus considérable; ensorte que ces éclipses peuvent donner les longitudes à 4′ de temps près, c'est-à-dire à un degré près; mais elles ne peuvent arriver que de six mois en six mois, et il se passe quelquefois des années entières sans qu'on puisse en observer une seule.

Quant aux éclipses des satellites de Jupiter, elles pourraient être employées avec d'autant plus d'avantage, qu'il n'y a aucune réduction à faire aux observations, et que ces observations se présentent très-fréquemment, n'y ayant presque aucune nuit où il n'y ait quelque éclipse à observer, si ce n'est dans le temps où Jupiter approche de sa conjonction avec le soleil.

La nécessité d'employer de très-longues lunettes pour observer ces éclipses, les a rendues jusqu'à présent inutiles pour la détermination des longitudes en mer; mais M. l'abbé Rochon, astronome de la marine, profitant habilement des nouveaux degrés de perfection qu'on a depuis peu donnés aux lunettes, et qui en diminuent beaucoup la longueur, s'est proposé d'en rendre l'usage applicable à ces sortes d'observations, en facilitant le moyen de ramener l'astre dans le champ de la lunette. Il est bien à desirer que cette idée ait tout le succès que semblent promettre les premiers essais qui en ont été faits. On en trouve la description dans l'ouvrage qu'il a publié sous le titre d'*Opuscules mathématiques*, à Brest.

Si l'on parvient donc à observer facilement les éclipses des satellites de Jupiter, on aura obtenu un très-grand avantage; mais il restera encore un intervalle de trois mois, pendant lequel ce moyen ne sera pas praticable, parce que la proximité de Jupiter au soleil ne permet pas d'observer ses satellites environ six semaines avant, et six semaines après sa conjonction.

IV. *Par la mesure de la distance d'une étoile à la lune ou au soleil* (*).

268. Au défaut des phénomènes subits, il reste à faire usage des mouvemens de la lune : voici comment ils peuvent être employés à cette recherche.

Nous avons dit (133) que la lune avait un mouvement propre d'occident en orient : la vitesse de ce mouvement est telle, que la lune s'avance chaque jour d'une quantité plus ou moins grande, mais renfermée dans les limites de 11 à 15 degrés ; et dans l'état moyen, cette vitesse est de 13° 10′ 35″ par jour, ou de 32′ 56″ de degré par heure.

Les observations et la théorie ont fourni les moyens de construire des tables à l'aide desquelles on peut, pour un instant quelconque, déterminer à quel point du ciel la lune répond.

Supposons donc qu'ayant calculé le lieu de la lune pour un instant quelconque compté au méridien de Paris, par exemple, on observe la lune à ce même instant sous un autre méridien ; puisqu'il ne s'écoule aucun intervalle de temps entre l'instant pour lequel on a calculé, et celui auquel on observe, on ne doit apercevoir entre le lieu calculé et le lieu observé, d'autre différence que celle que peut occasionner la parallaxe, la réfraction et la hauteur de l'œil au-dessus de l'horizon (166 et suiv.).

Mais si par le défaut de connaissance de la longitude du lieu où l'on observe, on a cru faussement faire l'observation à l'heure pour laquelle on a cal-

(*) Cette méthode est la meilleure de toutes ; mais depuis que l'on trouve dans la Connaissance des Temps les distances de la lune au soleil et à quelques principales étoiles zodiacales, les calculs sont devenus beaucoup plus simples ; on en donnera des exemples à la fin de cet ouvrage. *Note de l'Editeur.*

culé; ou, ce qui revient au même, si ayant fait l'observation à une certaine heure comptée sous le méridien où l'on est, on a mal estimé l'heure que l'on doit compter à Paris à ce même instant, alors, outre la différence due aux causes que nous venons de rappeler, on en trouvera une autre qui sera précisément le chemin que la lune aura fait par son mouvement propre, pendant l'espace de temps dont on s'est trompé; donc si l'on connaît la vitesse actuelle de la lune, on pourra, par cette dernière différence et par la vitesse, connaître l'erreur dans laquelle on était sur le temps ou sur la longitude.

269. Tel est le fondement des méthodes qu'on a imaginées jusqu'ici pour trouver les longitudes par les mouvemens de la lune. Nous ne les expliquerons pas toutes; mais lorsqu'une fois on aura bien saisi celle que nous allons exposer, il sera bien facile d'entendre et de suivre les autres, si on le juge à propos.

270. D'après ce que nous venons de dire, on voit que nous avons deux objets à remplir: 1°. celui d'enseigner à déterminer le lieu de la lune pour un instant quelconque proposé; 2°. celui de déduire de l'observation le lieu que la lune occupe réellement dans le ciel; lieu qui sera le même que le lieu calculé, si l'on sait, ou si l'on a bien estimé l'heure que l'on comptait à Paris au moment de l'observation; mais qui, s'il diffère du lieu calculé, fera connaître par sa différence, l'erreur commise dans l'estime de la longitude.

271. Quant au premier objet, il se présente deux moyens: le premier est de faire usage des tables générales des mouvemens de la lune. On trouve, dans les livres qui les renferment, les préceptes pour ce calcul, dont la méthode varie suivant la forme qu'on a donnée à ces tables. Ce premier moyen est le plus exact, mais il est très-long.

272. Le second, beaucoup plus expéditif, consiste à employer des tables toutes calculées, des lieux de la lune, à des intervalles de temps déterminés, comme de 12 heures en 12 heures. Dans l'usage que l'on en fait, on suppose que dans ces intervalles de temps, les mouvemens de la lune sont sensiblement uniformes, ce qui n'est pas rigoureusement exact; mais l'erreur est petite, et le serait encore moins, si ces lieux étaient calculés de six en six heures. Nous ferons néanmoins usage de ce moyen dans les calculs suivans; mais nous ferons voir ensuite comment on peut y mettre plus de précision. Le livre où l'on trouve ainsi les lieux de la lune, et les autres élémens dont on a besoin dans la recherche actuelle, est le livre de la *Connaissance des Temps* que l'Académie publie chaque année.

273. A l'égard du second objet, on détermine, par la mesure immédiate, l'arc de la distance apparente de la lune à une étoile connue, c'est-à-dire dont la longitude et la latitude soient connues; puis, par les moyens que nous allons enseigner, on en conclut l'arc de la distance vraie de la lune à l'étoile; et ayant calculé la latitude de la lune pour l'instant de l'observation, alors dans le triangle sphérique QEL (*fig.* 53), où Q représente le pôle de l'écliptique, QE, le complément de la latitude de l'étoile, LE, la distance de la lune à l'étoile, et QL, le complément de la latitude de la lune, on calcule l'angle EQL qui a pour mesure BC, différence de longitude entre l'étoile et la lune; ajoutant BC à la longitude connue de l'étoile (ou le retranchant si celle-ci était plus grande que celle de la lune), on aura la longitude AC de la lune, déduite de l'observation (*).

(*) Les distances que l'on trouve dans les Tables dispensent de calculer la longitude de la lune. *Note de l'Editeur.*

Ces préliminaires exposés, voici la méthode :

274. 1°. On choisira une belle étoile parmi les étoiles zodiacales, ou peu éloignée de celles-ci. On en fera prendre la hauteur en même temps (s'il est possible) qu'on mesurera le plus exactement qu'on le pourra, la distance de cette étoile au bord éclairé de la lune, lorsque l'une et l'autre seront élevées au-dessus de l'horizon, de 4 ou 5 degrés au moins. Pour mesurer cette distance, si c'est un octant qu'on emploie, on pointera la lunette à l'étoile; et conservant celle-ci dans le champ de la lunette, on tournera l'octant jusqu'à ce que son plan passe par la lune. On balancera l'octant, et on fera mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'étoile vue à travers la partie non étamée du petit miroir, paraisse toucher, sans la couper, l'image du bord éclairé de la lune, vue sur la partie étamée.

2°. En même temps qu'on prendra la distance de l'étoile au bord éclairé de la lune, et la hauteur de l'étoile, on fera prendre aussi la hauteur du point du bord éclairé dont on a mesuré la distance à l'étoile. Une extrême précision dans la mesure de ces hauteurs, n'est pas indispensable; il suffit (*) de les avoir à sept ou huit minutes près.

Si l'on ne peut faire observer ces hauteurs au même instant où l'on mesure la distance, on commencera par observer la hauteur de l'étoile. A cette observation on fera succéder le plus immédiatement qu'il sera possible, celle de la mesure de la distance de la lune à l'étoile, et à celle-ci celle de la hauteur du point observé du bord éclairé; mais de manière que les trois observations ne durent pas ensemble plus de 20 minutes. Alors il faudra joindre à ces

---

(*) Il est nécessaire de les obtenir avec plus de précision. *Note de l'Editeur.*

observations le relèvement du centre de la lune, c'est-à-dire faire mesurer son azimut ou celui de la traînée des reflets que sa lumière forme sur la surface de la mer.

3°. On marquera soigneusement à la montre, l'heure, la minute et la fraction de minute à laquelle chaque observation aura été faite. Nous supposons d'ailleurs qu'on aura eu soin de s'assurer de l'erreur de la moutre, par les moyens exposés (249 et suiv.). Si on ne l'avait pu jusques-là, on y emploierait la hauteur de l'étoile; mais, dans ce cas, il faudrait mesurer cette hauteur avec soin.

Ces mesures étant prises, on procédera au calcul comme il suit.

275. Je suppose que le 14 septembre 1770, lorsque la montre marque $2^h\ 56'\ 40''$ du matin, étant par la latitude nord $36°\ 37'\ 0''$, on prenne la hauteur d'*Aldébaran*, et qu'on la trouve de $59°\ 11'$ vers l'est; que $11'$ après on mesure l'arc de la distance apparente d'Aldébaran au bord éclairé de la lune, et qu'on la trouve de $36°\ 1'\ 50''$; que $5'$ après cette seconde observation, on mesure la hauteur du point observé du bord éclairé, et qu'on la trouve de $35°\ 26'$, et son gisement de $90°\ \frac{1}{2}$ du nord à l'est; que par l'observation de la hauteur de l'étoile, ou par toute autre, on trouve que la montre avance de $7'\ 40''$; enfin, que par l'estime de la route, on se croit à 15 degrés ou 1 heure à l'ouest de Paris.

276. Cela posé, je corrige d'abord l'instant $3^h\ 7'\ 4''$ de l'observation de la distance, et je le réduis à $3^h\ 0'$ du matin, ou $15^h\ 0'$ le 13 septembre.

Puisque, par estime, on se croit à une heure à l'ouest de Paris, il s'ensuit, si cette estime est bonne, qu'alors on doit compter 16 heures à Paris.

Je calcule donc le lieu de la lune pour le 13 septembre 1770, à $16^h\ 0'$ comptées au méridien de Paris;

et comme les réductions que nous aurons à faire à l'observation, pour avoir le lieu de la lune déduit de l'observation, exigent que nous connaissions la latitude, la parallaxe horizontale, et le diamètre horizontal de la lune, je les calcule en même temps.

Je trouve dans le livre de la *Connaissance des Temps* pour l'année 1770, que le 13 septembre, à minuit, la longitude de la lune est de........................ $3^s\ 8^\circ 52'\ 9''$.

Le 14 à midi, elle est de................ 3 16 1 32.

Sa latitude le 13 à midi, est de......... 2 43 30.

Et le 14 à midi, de................... 3 42 7.

Sa parallaxe horizontale, le 13 à midi, de... 59 19.

Et le 14 à midi, de................... 59 43.

Son diamètre horizontal, le 13 à midi, de... 32 24.

Et le 14 à midi, de................... 32 37.

D'où je conclus que la lune s'avance de $7^\circ\ 9'\ 32''$ en longitude, en 12 heures, et par conséquent de $2^\circ\ 23'\ 8''$ en 4 heures; ensorte que sa longitude, le 13 à 16 heures, est de $3^s\ 11^\circ\ 15'\ 17''$.

Que le mouvement en latitude, en 24 heures, est de $58'\ 37''$, ou de $39'\ 5''$ en 16 heures; que par conséquent le 13, à 16 heures, la latitude est de.............. $3^\circ\ 22'\ 35''$.

Qu'en 24 heures la parallaxe horizontale augmente de $24''$, et le diamètre horizontal, de $13''$; qu'ainsi le 13 à 16 heures, la parallaxe horizontale est de............ $59'\ 35''$.

Et le diamètre horizontal, de............ 32 33.

277. Présentement, pour déduire de l'observation le lieu de la lune ou sa longitude, il faut réduire la distance observée à la distance vraie, c'est-à-dire la corriger de l'effet de la parallaxe, de la réfraction et du demi-diamètre; mais les deux premières de ces corrections dépendent de la hauteur apparente, à l'instant de l'observation de la distance; et la hauteur de la lune, ainsi que celle de l'étoile, n'ayant été observées que quelques minutes après et avant la distance, il faut commencer par réduire ces hauteurs à ce qu'elles ont dû être au moment de l'observation de la distance. Or voici comment on y parvient.

278. 1°. A cause de l'inclinaison de l'horizon de la mer (175), je retranche 4′ de chacune des hauteurs observées, et je les réduis à 59° 7′ et 35° 22′.

279. 2°. Nous avons donné (257) le rapport entre le mouvement *Mm* (*fig.* 50) d'un astre *S*, parallèlement à l'équateur, et son changement *Sq* en hauteur (*), pendant qu'il décrit l'arc très-petit *Ss* de son parallèle. Nous prendrons la seconde expression de ce rapport, et pour l'appliquer à l'étoile, nous calculerons d'abord son azimut *PZS*, ce qui est facile (*Géom.* 361, *Quest.* VI) dans le triangle *PZS* où nous connaissons le complément *ZP* de la latitude, le complément *ZS* de la hauteur observée, et le complément *PS* de la déclinaison que le catalogue (Table XIII) fait voir être de 73° 58′ en septembre 1770, nous trouverons que cet angle est de 124° 54′.

Cela posé, comme les étoiles (120) décrivent 360° 59′ 8″ en 24 heures, l'arc *Mm* que l'étoile décrit en 11′, sera le quatrième terme de la proportion...: $24^h : 360^\circ\, 59'\, 8'' :: 11'$ sont à un quatrième terme; ensorte que, comme les deux premiers termes sont toujours les mêmes, on aura toujours l'arc *Mm* pour les étoiles, en multipliant l'intervalle de temps écoulé, par le rapport de 360° 59′ 8″ à 24 heures; ou bien, si l'on réduit le temps en secondes, et les 360° 59′ 8″ en minutes, on aura le logarithme du nombre des minutes de *Mm*, en ajoutant au logarithme du nombre des secondes de l'intervalle de temps écoulé, le logarithme constant 9,399127 qui est la somme du logarithme de 360° 59′ 8″ ré-

(*) Cette manière de rapporter au même instant des observations faites à des temps différens, n'est pas en usage. *Note de l'Editeur.*

duits en minutes, et du complément arithmétique de 24^h réduites en secondes.

Alors, dans la proportion (257) $Mm : qS :: R^2 : \sin ZP \times \sin SZP$, on aura le logarithme de qS, en ajoutant ensemble le logarithme de la valeur de Mm, celui du sinus de ZP, celui du sinus de SZP, et retranchant le double du logarithme du rayon.

Ainsi........	Log 11′ ou 660″........	2,819544
	Log constant...........	9,399127
Somme, ou log Mm..............		2,218671
	Log sin ZP............	9,904523
	Log sin SZP...........	9,913893
Somme moins le double du log du rayon...		2,037087

Qui répond à 109′ ou 1° 49′; le changement qS en hauteur est donc de 1° 49′; ainsi la hauteur apparente de l'étoile, au moment de l'observation de distance, est de 60° 56′.

A l'égard de la lune, comme on a observé son azimut, le calcul de Mm est plus court. Comme la lune, dans sa vitesse moyenne, s'avance par jour de 13° 10′ 35″ de l'ouest à l'est, il s'ensuit qu'en 24 heures elle ne décrit autour de la terre que 360° moins 13° 10′ 35″ ou 346° 49′ 25″; donc en raisonnant comme on a fait pour l'étoile, on aura la correction de la hauteur de la lune, comme il suit....

Log 5′ ou 300″.........................	2,477121
Log constant............................	9,381746
Somme, ou log Mm..................	1,858867
Log sin ZP............................	9,904523
Log sin SZP...........................	9,904523
....	9,999983
Somme moins le double du log du rayon..	1,763373

Qui répond à 58′; ainsi la hauteur de la lune, au moment de l'observation de distance, est de 34° 24'.

280. Ayant ainsi réduit les hauteurs observées à un même instant, il faut réduire la distance observée, à la distance vraie.

Soient donc RZH (*fig.* 54) le méridien; ROH l'horizon; ZS, ZO les verticaux de l'étoile et de la lune lors de l'observation de distance; e et l les lieux apparens de ces deux astres; E, L leurs vrais lieux. L'étoile E paraît en e, par l'effet de la réfraction qui, à la hauteur apparente Se de 60° 56', est de 37" (Table XI). La lune L paraît en l, par la différence des effets de la parallaxe et de la réfraction; la réfraction seule, à la hauteur apparente de 34° 24', l'éleverait de la quantité Ll' de 1' 31", et la parallaxe l'abaisserait d'une quantité $l'l$ qu'il s'agit de déterminer. Or nous avons vu (169) que la parallaxe horizontale est à la parallaxe à une hauteur quelconque, comme le rayon est au sinus de la distance apparente au zénith; j'opère donc comme il suit :

Log 59' 35" ou 3575" parall. horiz...........	3,553276
Log sin 55° 37' ½ dist. app. au zén. corr. de la réfr.	9,916643
Somme moins log du rayon..............	3,469919.

La parallaxe $l'l$ est donc de 2950" ou 49' 10".

Et par conséquent l'abaissement réel Ll de la lune au-dessous de son vrai lieu, est de 47' 39".

281. (*) Cela posé, pour connaître la différence

(*) Il y a plusieurs méthodes de calcul pour résoudre les deux triangles suivans; la plus courte est celle qui a été donnée par Borda; on la trouvera à la fin de l'ouvrage.

Cette dernière méthode, telle qu'elle est ici, n'est pas assez exacte; on donnera la manière de faire les calculs et de trouver les corrections qui la rendent susceptible d'une grande précision. *Note de l'Editeur.*

entre la distance observée le, et la distance réelle LE, on peut, dans le triangle Zel dont on connaît le côté le, distance observée, le côté Ze, distance apparente de l'étoile au zénith, et le côté Zl, distance apparente de la lune au zénith, on peut, dis-je, calculer l'angle eZl; alors dans le triangle EZL on connaîtra l'angle EZL, le côté ZE, distance de l'étoile au zénith, corrigée de la réfraction, et le côté ZL, distance de la lune au zénith, corrigée de la réfraction et de la parallaxe; on pourra donc (*Géom.* 361, *Quest.* IV) calculer le côté LE.

Mais, comme la différence entre LE et le doit être fort petite, ce calcul exige qu'on détermine l'angle eZl avec une grande précision; que dans le calcul du triangle ZEL on ait égard non-seulement aux minutes, mais aux secondes des arcs ZE, ZL; ensorte qu'on aura encore plutôt fait de la manière suivante.

Dans le triangle eZl, on calculera l'angle Zle et l'angle Zel par la règle donnée (192), et sans pousser l'exactitude plus loin que la minute; puis concevant les perpendiculaires Ls, Eq, dans les triangles Lls, Eeq, qu'on peut regarder comme rectilignes, on aura (*Géom.* 295) $Ll : ls :: R : \cos Lls$ ou $\cos Zle$, et $Ee : eq :: R : \cos Eeq$ ou $\cos Zel$; réduisant donc Ll et Ee en secondes, il sera facile, par ces proportions, d'avoir en secondes les quantités ls et eq, dont la première doit être retranchée de la distance observée, quand l'angle à la lune Zle est aigu, et ajoutée au contraire quand il est obtus; c'est tout le contraire pour l'étoile, la quantité eq doit être ajoutée ou retranchée, selon que l'angle est aigu ou obtus.

Or si l'on calcule, en effet, par la règle donnée (192), les angles Zle et Zel, on trouve Zle de 30° 50′, et Zel de $119^\circ 46'$; il ne s'agit donc plus que d'achever comme il suit:

POUR L'ÉTOILE.		POUR LA LUNE.	
Log Ee ou $37''$.....	1,568202	Log Ll ou $2859''$...	3,456214
Log cos Zel ou Eeq.	9,695892	Log cos Zel.......	9,933822
Somme.......	1,264094	Somme.......	3,390036
donc, eq..............	$19''$	donc, ls...	$2455''$ ou $40'\ 55''$.

Donc la différence entre la distance observée et la distance vraie est de $41'\ 14''$; donc la distance vraie est de $35^\circ\ 20'\ 36''$.

Cette distance est celle du bord éclairé de la lune; mais comme le lieu de la lune calculé ci-dessus, est celui du centre, il faut corriger cette distance du demi-diamètre de la lune. Or nous avons trouvé ci-dessus, que le diamètre horizontal était de $32'\ 33''$; si donc avec la hauteur vraie du bord éclairé de la lune, savoir, $35^\circ\ 13'$, et avec les parallaxes horizontale et de hauteur, on calcule (184) le diamètre que doit avoir la lune à cette hauteur, on trouvera $32'\ 53''$, dont la moitié $16'\ 26''$ doit être retranchée de la distance réduite, parce que l'étoile est à l'opposite du bord éclairé par rapport au soleil, ainsi qu'on peut le voir par son azimut comparé à celui de la lune; on aura donc enfin $35^\circ\ 4'\ 10''$ pour la distance vraie du centre de la lune à Aldébaran.

282. Ces corrections finies, on conclut de l'observation le vrai lieu de la lune comme il suit:

On prend, dans un catalogue d'étoiles, la longitude et la latitude de l'étoile; ou si ce catalogue, comme celui de la table XIII, ne renferme que les ascensions droites et les déclinaisons, on calcule, avec l'ascension droite et la déclinaison, la longitude et la latitude par la règle donnée (154). C'est ainsi qu'on trouvera, pour Aldébaran, que sa longitude est de 66° 34′ 55″, et sa latitude de 5° 29′ 15″; puis dans le triangle sphérique QLE (*fig.* 53) où Q représente le pôle de l'écliptique, QB, QC, les cercles de la latitude de l'étoile et de la lune, on calculera par la règle donnée (192) l'angle EQL, par la connaissance de EL, 35° 4′ 10″; de QE, complément de la latitude de l'étoile, et par conséquent de 84° 30′ 45″, et de QL, complément de la latitude de la lune, calculée ci-dessus, lequel sera par conséquent de 86° 37′ 25″; on trouvera donc facilement que cet angle est de 35° 6′ 36″. Donc, puisque la longitude de l'étoile est de 66° 34′ 55″, il s'ensuit que la longitude de la lune, déduite de l'observation, est de 101° 41′ 51″. Or cette longitude calculée ci-dessus d'après l'estime, est de 101° 15′ 17″; donc l'estime fait trouver la lune de 26′ 34″ moins avancée qu'elle n'est réellement. Or, puisque ce même jour la lune décrit 7° 9′ 23″ en 12 heures, ou 0° 35′ 47″ par heure, il est facile, en faisant cette proportion, 35′ 47″ sont à 1 heure ou 60′, comme 26′ 34″ sont à un quatrième terme, de trouver que la lune emploie 44′ 33″ à décrire les 26′ 34″ d'erreur; donc l'estime est fautive de 44′ 33″ de temps; donc l'observation a été faite sur un méridien qui est de 1^h 44′ 33″ à l'ouest de Paris, ou par 26° 8′ 15″ de longitude occidentale comptée de Paris.

283. On peut employer au même objet la distance de la lune au soleil. On pointe la lunette à la lune, pour la voir à travers la partie non étamée du petit miroir, et balançant l'octant autour de la lunette, on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que le bord du soleil le plus voisin de la lune paraisse toucher le bord éclairé de celle-ci. On fait, de même que pour l'étoile, précéder cette observation par

celle de la hauteur du soleil, laquelle se fait et se réduit comme il a été dit (284 et suiv.); du reste le calcul pour réduire l'observation, s'exécute précisément comme pour les étoiles, et à la distance réduite comme ci-dessus, on ajoute le demi-diamètre du soleil pour avoir la distance des centres.

Lorsqu'on a calculé l'angle EQL (*fig* 53) ou la différence de longitude, on l'ajoute ou on le retranche (selon que la lune a plus ou moins de longitude que le soleil) à la longitude du soleil, calculée pour l'heure de Paris estimée; mais au lieu de diviser la différence entre la longitude de la lune calculée et sa longitude déduite de l'observation, par le mouvement horaire de la lune à l'égard des étoiles, comme dans le cas précédent, on la divise par la différence de ce mouvement horaire à celui du soleil, parce que la quantité dont la lune s'éloigne du soleil dans un temps donné, n'est pas proportionnelle à la vitesse de la lune, mais à l'excès de sa vitesse sur celle du soleil.

REMARQUE.

284. Lorsque la distance de l'étoile à la lune est fort petite, lorsqu'elle est, par exemple, au-dessous de 7 ou 8°, alors il ne faut pas se contenter de prendre la hauteur de la lune et celle de l'étoile, à 7 ou 8′ près, ainsi que nous avons dit qu'on pouvait le faire, parce que les erreurs commises sur les côtés Ze, Zl devenant comparables à la distance el, le calcul des angles Zel, Zle pourrait devenir très-défectueux, et les corrections eq, sl que l'on en déduit pour la distance, seraient fort incertaines. Si cependant les circonstances ne permettaient pas une plus grande précision dans la mesure des hauteurs, alors il faudrait, pour corriger la

distance, avoir recours à d'autres moyens : nous en parlerons dans la quatrième section.

De la nécessité et de la manière de calculer plus exactement le lieu de la lune.

285. En supposant toutes les observations bien exactes, et toutes les réductions bien faites, la méthode que nous venons d'enseigner ne donnerait pas des résultats aussi exacts qu'il est possible, si nous n'ajoutions ici le moyen de déterminer plus exactement le lieu de la lune et son mouvement horaire.

En effet, puisque dans sa vitesse moyenne, la lune décrit 32′ 56″ par heure, il s'ensuit qu'une minute d'erreur sur le lieu de la lune, répond à 1′ 49″ de temps, c'est-à-dire peut occasionner une erreur de 27′ 15″ de degré sur la différence des méridiens ; or, en calculant le lieu de la lune comme ci-dessus, l'erreur peut aller, en effet, à une minute.

286. Pareillement, quoique dans l'intervalle de 12 heures, la vitesse de la lune ou son mouvement horaire change peu, cependant, à la rigueur, on ne doit pas prendre pour son mouvement horaire la douzième partie de ce qu'elle décrit d'un midi à minuit suivant, ou de minuit au midi suivant. Ce douzième est le mouvement horaire à six heures. Nous allons voir comment on le détermine pour les autres heures.

287. Pour avoir la correction qu'on doit faire au lieu de la lune calculé comme ci-devant, on prendra dans la *Connaissance des Temps*, quatre longitudes de la lune; savoir, les deux qui répondent aux époques de midi et de minuit qui précèdent

immédiatement l'instant pour lequel on veut calculer, et les deux qui répondent aux époques semblables suivantes. Les ayant écrites comme on le voit ci-dessous, on prendra leurs différences consécutives, que j'appelle *différences premières*, et on les écrira à côté. On prendra les différences de ces différences, et on les écrira à côté. Ces secondes différences doivent être prises dans le même ordre que les premières; ensorte que si celles-ci, au lieu d'aller en augmentant, allaient en diminuant, on marquerait ces différences secondes par ce signe —, et on leur donnera cet autre signe +, dans le cas contraire.

Prenez le quart de la somme des deux différences secondes (ou de leur différence, si elles ont des signes contraires); multipliez-le par le 12ᵉ de l'intervalle de temps entre l'instant pour lequel vous calculez et l'époque précédente (de minuit ou midi) la plus prochaine; multipliez ce produit par le 12ᵉ de l'intervalle de temps entre ce même instant pour lequel vous calculez et l'époque suivante de midi ou de minuit. Ce sera la correction à faire à la longitude calculée comme ci-dessus (276), et cette correction doit être retranchée ou ajoutée selon que les différences secondes auront toutes deux le signe + ou toutes deux le signe —; ou encore selon que celle qui aura le signe + surpassera celle qui aura le signe —, ou qu'elle sera moindre.

	Diff. 1ᵉʳᵉˢ.	Diff. 2ᵐᵉˢ.
3ˢ 1° 45′ 51″		
	7° 6′ 18″	
3 8 52 9		+ 3′ 5″
	7 9 22	
3 16 1 32		+ 3 41.
	7 13 4	
3 23 14 33		

Par exemple, ayant à calculer, comme ci-dessus

(276), le lieu de la lune pour le 13 septembre 1770, à 16^h, je prends, dans la *Connaissance des Temps*, le lieu de la lune à midi et minuit du 13, et à midi et minuit du 14; je prends leurs différences premières et les différences de celles-ci, ou les différences secondes; je trouve ces dernières de 3′ 5″ et 3′ 41″. Le quart de leur somme est de 1′ 41″ ou 101″ que je multiplie par le 12^e de 4^h, distance au minuit qui précède l'instant dont il s'agit, et par le 12^e de 8^h, distance au midi suivant, j'ai 22″ qui sont à retrancher de la longitude 3^s 11° 15′ 17″ calculée selon ce qui a été dit (276); ce qui augmente de 22″ la différence entre la longitude calculée et la longitude déduite de l'observation (282); d'où, à raison de 35′ 47″ pour une heure, on conclura que la différence des méridiens doit être augmentée de 37″ de temps.

288. A l'égard du mouvement horaire que nous avons supposé être de 35′ 47″, c'est-à-dire, la douzième partie du mouvement de la lune, depuis le 13 à minuit jusqu'au 14 à midi; ce n'est véritablement la vitesse de la lune qu'à six heures du matin; mais les différences secondes ci-dessus font voir que pendant ces 12 heures la vitesse augmente de 3′ 5″; c'est donc de 15″$\frac{1}{2}$ par heure. Il faut donc diminuer le mouvement horaire que nous avons employé, de 31″, puisque l'instant dont il s'agit est 4^h après minuit, et non pas six heures. Or, ces 31″ faisant à peu près la 70^e partie du mouvement horaire que nous avons employé, il s'ensuit que la correction que celui-ci nous a donnée pour la différence des méridiens, est trop foible d'environ $\frac{1}{70}$, c'est-à-dire, de 38″ de temps, lesquelles, jointes aux 37″ ci-dessus, donnent 1′ 15″ de temps à ajouter à la différence des méridiens calculée (282); la différence des méridiens est donc de 1^h 45′ 48″.

Nous démontrerons cette règle dans la quatrième section.

289. Au reste, nonobstant toutes ces attentions, ce n'est pas d'une seule observation de distance que l'on doit attendre une conclusion suffisante sur la différence des méridiens; il faut multiplier ces observations autant qu'on le pourra, et prendre un milieu entre les résultats de chacune.

QUATRIÈME SECTION,

Dans laquelle on traite plus particulièrement de quelques objets dont il a été question dans les sections précédentes.

290. TOUT ce qui précède a fait connaître suffisamment l'usage de l'Astronomie et de la Trigonométrie sphérique dans la Navigation. Il est encore d'autres usages, que nous nous proposons de faire connaître dans cette section. Mais comme les données que l'on emploie dans la résolution des questions dépendantes de la Trigonométrie sphérique sont le résultat d'observations plus ou moins susceptibles d'erreurs, il ne peut être que très-utile d'exposer ici la manière de déterminer l'effet que ces erreurs peuvent produire sur les parties des triangles sphériques que l'on veut connaître d'après ces données. Cet examen peut guider dans le choix entre plusieurs méthodes qui tendent à un même but par différens moyens. Il peut faire connaître les circonstances les plus favorables ou les plus contraires à certaines observations. Nous en avons déjà vu des exemples (257). Il peut servir à ramener à un même instant, des observations faites à des intervalles de temps peu éloignés; nous en avons vu un exemple (279).

Des rapports qu'ont entr'elles les variations très-petites des triangles sphériques dont on suppose deux parties constantes.

291. Si l'on conçoit que le triangle sphérique ZPS (*fig.* 55) devienne le triangle zPs, très-peu différent du premier, la différence de chaque partie à sa correspondante, de PZ à Pz, par exemple, ou de l'angle PZS, à l'angle Pzs, sera ce que nous appelons la *variation* de cette partie même, précédée de la lettre d. Ainsi pour marquer la variation du côté PZ, nous écrirons dPZ; celle de l'angle PZS sera représentée par $dPZS$.

Pour distinguer les variations des côtés ou angles qui croissent, d'avec celles des parties qui décroissent, nous donnerons aux variations de ces dernières le signe $-$, et le signe $+$ aux premières; et lorsque celles-ci n'auront aucun signe, elles seront toujours censées avoir le signe $+$.

292. Nous supposerons que les arcs ou angles que nous allons considérer sont tous plus petits que 90°. Les rapports que nous trouverons entre les variations n'auront pas moins lieu quand les parties des triangles seront de plus de 90°; mais pour connaître le signe qui convient alors aux variations, il faudra donner le signe $-$ à tous les cosinus, tangentes et cotangentes des arcs au-dessus de 90°, si elles ont le signe $+$, ou le signe $+$, si elles ont le signe $-$, et observer cette règle générale, que dans la multiplication de deux quantités, le produit a toujours le signe $+$ lorsque ces deux quantités ont le même signe, et il a le signe $-$ quand ces quantités ont différens signes. Il en est de même du quotient dans la division.

293. Les variations que nous supposerons dans les parties des triangles sphériques, seront telles que l'on puisse, sans erreur sensible ou comparable au rayon, supposer que leur sinus ne diffère pas de l'arc même qui mesure ces variations, et que leur cosinus peut être pris pour le rayon même. Si la variation est d'un degré, ou moindre, l'erreur que l'on commet, en prenant le rayon pour la valeur du cosinus, est tout au plus de la moitié du quarré du sinus. Or le sinus de 1°, le rayon étant 1, est 0,01745241; l'erreur ne va donc pas à plus de 0,00015, c'est-à-dire à $\frac{15}{100000}$ parties du rayon. L'erreur que l'on fait en prenant l'arc pour le sinus, est encore beaucoup plus petite; et ces erreurs diminuent, la première comme le quarré de l'arc, et la seconde comme le cube.

294. *Si un arc quelconque* AB (fig. 56) *augmente d'une quantité très-petite* Bb, *son sinus augmente d'une quantité qui est, par rapport à l'augmentation de l'arc, comme le sinus de cet arc est au rayon; et son cosinus diminue d'une quantité qui est à l'augmentation de l'arc, comme le sinus de cet arc est au rayon;* c'est-à-dire que $d\sin AB : dAB :: \cos AB : R$, et $-d\cos AB : dAB :: \sin AB : R$.

Car l'arc Bb étant supposé très-petit, peut être considéré comme une ligne droite; et si on mène Bm parallèle à AC, le triangle Bbm sera semblable à BNC, et l'on aura par conséquent $bm : Bb :: CN : CB$, et $Bm : Bb :: BN : CB$. Or bm est l'augmentation du sinus, et Bm la diminution du cosinus lorsque l'arc AB devient Ab; donc $d\sin AB : dAB :: \cos AB : R$, et $-d\cos AB : dAB :: \sin AB : R$.

295. Nous supposerons d'abord qu'il y ait deux parties

(angles ou côtés) qui restent les mêmes, et nous chercherons quelles variations subissent les trois des quatre autres, par la variation de la quatrième. Nous verrons ensuite comment on en conclut la variation totale que subit chaque partie par la variation du tout.

296. Question première. *L'angle* BAC *et le côté opposé* BC (fig. 57) *demeurant les mêmes, on demande*, 1°. *le rapport de la variation d'un des côtés de l'angle qui lui est opposé*; 2°. *le rapport des variations des côtés qui comprennent l'angle constant*; 3°. *le rapport de la variation d'un côté* AB *de l'angle constant, à celle de l'angle* B *adjacent à ce côté*; 4°. *le rapport des variations des deux angles adjacens au côté constant.*

1°. Puisque (*Géom.* 349) on a $\sin ACB : \sin AB :: \sin BAC : \sin BC$, on aura aussi $d \sin ACB : d \sin AB :: \sin BAC : \sin BC$; puisque le rapport de $\sin BAC$ à $\sin BC$ reste le même. Or (294) $d \sin ACB = \frac{dACB \times \cos ACB}{R}$, et $d \sin AB = \frac{dAB \times \cos AB}{R}$; donc $\frac{dACB \times \cos ACB}{R} : \frac{dAB \times \cos AB}{R} :: \sin BAC : \sin BC$, ou (en multipliant les termes du dernier rapport par $\cos ACB \times \cos AB$, et divisant les antécédens par $\cos ACB$, et les conséquens par $\cos AB$) on aura $dACB : dAB :: \sin BAC \times \cos AB : \sin BC \times \cos ACB$.

Mais puisque (*Géom.* 349) $\sin BAC : \sin BC :: \sin ACB : \sin AB$, et (*Géom.* 278) $\cos AB : \sin AB :: R : \text{tang} AB$, et $\sin ACB : \cos ACB :: \text{tang} ACB : R$; on aura, en multipliant et réduisant, $\sin BAC \times \cos AB : \sin BC \times \cos ACB :: \text{tang} ACB : \text{tang} AB$; donc aussi $dACB : dAB :: \text{tang} ACB : \text{tang} AB$.

On démontrera de même que $dABC : dAC :: \sin BAC \times \cos AC : \sin BC \times \cos ABC$, ou $:: \text{tang} ABC : \text{tang} AC$.

2°. Soit Bb l'augmentation de AB; pour que BC ne change pas de valeur en devenant bc, il faut que le côté AC diminue. Convenons que des points B et C on ait abaissé les perpendiculaires Bn, Cm; on pourra les considérer comme de petits arcs décrits du point O; alors mn sera égal à BC, et par conséquent à bc; on aura donc $bn = cm$. Mais le triangle Bnb, censé rectiligne et rectangle en n, donne (*Géom.* 295) $Bb : bn :: R : \cos Bbn$, ou $:: R : \cos ABC$, qui en diffère infiniment peu. Pareillement, le triangle Cmc donne (*Géom.* 295) cm ou $bn : Cc :: \cos mcC$, ou $\cos Acb$, ou $\cos ACB : R$; multipliant ces deux proportions, on aura

$Bb : Cc :: \cos ACB : \cos ABC$; c'est-à-dire, $dAB : -dAC :: \cos ACB : \cos ABC$.

3°. Puisque $dAB : -dAC :: \cos ACB : \cos ABC$, et que précédemment on a trouvé $dAC : dABC :: \sin BC \times \cos ABC : \sin BAC \times \cos AC$; si on multiplie ces deux proportions, on aura $dAB : - dABC :: \sin BC \times \cos ACB : \sin BAC \times \cos AC$.

On trouvera de même, $-dAC : dACB :: \sin BC \times \cos ABC : \sin BAC \times \cos AB$.

4°. Puisqu'on a trouvé ci-dessus $dACB : dAB :: \sin BAC \times \cos AB : \sin BC \times \cos ACB$, et qu'on vient de trouver $dAB : -dABC :: \sin BC \times \cos ACB : \sin BAC \times \cos AC$; multipliant ces deux proportions et réduisant, on aura $dACB : -dABC :: \cos AB : \cos AC$.

Remarque sur la manière de faire usage de ces rapports.

297. Les variations dont nous donnons ici les rapports sont exprimées par les longueurs mêmes des arcs; mais comme ces arcs sont tous d'un même rayon, ils sont proportionnels à leurs parties de degré. Ainsi, dans l'usage, on peut mettre tout de suite les nombres de minutes et secondes de ces arcs, au lieu de ces mêmes arcs.

A l'égard des sinus, tangentes, etc. qui entrent dans les seconds rapports de ces analogies, on suppose qu'ils sont connus, puisque le triangle dont on veut calculer les variations est supposé connu. Si cependant les données de ce triangle n'étaient pas les parties mêmes qui entrent dans ces rapports, on les calculerait par les règles ordinaires de la Trigonométrie sphérique.

298. Question II. *Supposons que dans le triangle sphérique* ABC (fig. 68) *le côté* AB *et l'angle adjacent* A *soient constans; on demande*, 1°. *le rapport de la variation de* AC *à celle de* BC; 2°. *le rapport de la variation* AC *à celle de l'angle* ABC; 3°. *le rapport de la variation de* BC *à celle de l'angle* ABC; 4°. *le rapport de la variation de* AC *à celle de l'angle* ACB; 5°. *le rapport de la variation de* BC *à celle de l'angle* ACB; 6°. *le rapport de la variation de* ABC *à celle de* ACB.

Soit Cc la variation de AC. Imaginons que du point B, comme pôle, on ait décrit l'arc Cm qui rencontre Bc en m, cm sera la variation de BC, et CBc sera la variation de ABC, mesurée par RS, en imaginant que BC et Bc sont prolongés jusqu'à 90° en R et S.

Or, 1°. le triangle Ccm, censé rectiligne, donne (*Géom.* 295) $Cc : cm :: R : \cos Ccm :: R : \cos ACB$; donc $dAC : dBC :: R : \cos ACB$.

2°. Le même triangle donne (*Géom.* 295) $Cc : Cm :: R : \sin Ccm$ ou $\sin ABC$; mais (*Géom.* 329) on a $Cm : RS :: \sin BC : R$; donc, en multipliant, on a $Cc : RS :: \sin BC : \sin ACB$; c'est-à-dire, $dAC : dABC :: \sin BC : \sin ACB$.

3°. Le même triangle Ccm donne (*Géom.* 296) $cm : Cm :: R : \operatorname{tang} Ccm$ ou $\operatorname{tang} ACB$; mais (*Géom.* 329) $Cc : RS :: \sin BC : R$; donc $cm : RS :: \sin BC : \operatorname{tang} ACB$, c'est-à-dire $dBC : dABC :: \sin BC : \operatorname{tang} ACB$.

4°. Si on imagine (*Géom.* 336) le triangle supplémentaire $A'B'C'$ (*fig.* 59), la variation de chaque côté ou de chaque angle de celui-ci sera égale à la variation de l'angle ou du côté qui lui sera opposé dans le triangle ABC, puisque chaque partie de l'un est supplément de la partie qui lui est opposée dans l'autre; et le côté AB et l'angle A étant constans, l'angle A' et le côté $A'B'$ seront aussi constans. La question de trouver le rapport de la variation de AC, à celle de l'angle ACB, sera donc réduite à trouver le rapport de la variation de l'angle B' adjacent au côté constant, à celle du côté $B'C'$ opposé à l'angle constant. Or; par le troisième cas de la question présente, on a $dA'B'C' : dB'C' :: \operatorname{tang} A'C'B' : \sin B'C'$, ou (292) $dA'B'C' : dB'C' :: -\operatorname{tang} A'C'B' : \sin B'C'$; mettant donc dAC au lieu de $dA'B'C'$, $dACB$ au lieu de $dB'C'$, $\operatorname{tang} BC$ au lieu de $\operatorname{tang} A'C'B'$, $\sin ACB$ au lieu de $\sin B'C'$, et transportant le signe — au second terme, ce qui ne change point la proportion, on a $dAC : -dACB :: \operatorname{tang} BC : \sin ACB$.

5°. Puisqu'on a $dAC : -dACB :: \operatorname{tang} BC : \sin ACB$, et que, par le premier cas, on a $dBC : dAC :: \cos ACB : R$; en multipliant, on aura $dBC : -dACB :: \operatorname{tang} BC \times \cos ACB : R \times \sin ACB$. Mais (*Géom.* 278) $\cos ACB : \sin ACB :: R : \operatorname{tang} ACB$; multipliant et simplifiant, on aura $dBC : -dACB :: \operatorname{tang} BC : \operatorname{tang} ACB$.

6°. Puisqu'on a $dACB : -dACB :: \operatorname{tang} BC : \operatorname{tang} ACB$, et que, par le troisième cas, on a $dABC : dBC :: \operatorname{tang} ACB : \sin BC$, en multipliant, on aura $dABC : -dACB :: \operatorname{tang} BC : \sin BC$; ou puisque (*Géom.* 278) on a $\operatorname{tang} BC : \sin BC :: R : \cos BC$, on aura $dABC : -dACB :: R : \cos BC$.

299. Question III. *Supposons que les deux côtés* AB *et* AC *du triangle sphérique* ABC (fig. 60) *soient constans; on demande,* 1°. *le rapport des variations des angles adjacens*

à l'un des côtés constans; 2°. le rapport des variations des deux angles adjacens au troisième côté; 3°. le rapport de la variation du troisième côté à celle de l'angle qui lui est opposé; 4°. le rapport de la variation du troisième côté à celle de chacun des deux angles adjacens.

1°. Supposons que le triangle ABC devienne AnC, AB étant égal à An; si des points A et C, comme pôles, on conçoit décrits les arcs Bn, Bm, et qu'on imagine les arcs AB et An, CB et Cn prolongés jusqu'à 90° en R et S, T et V; on aura RS et TV pour les mesures des variations des angles BAC et ACB, dont le premier augmentant, le second diminue. Or (*Géom.* 329) $TV : Bm :: R : \sin BC$; mais le triangle Bmn, censé rectiligne et rectangle en m, donne $Bm : Bn :: \cos mBn : R$, ou $:: \cos ABC : R$, parce que si, de chacun des deux angles droits ABn, CBm, on retranche le même angle ABm, les angles restans mBn et ABC seront égaux. Concluant de ces deux proportions, on aura $TV : Bn :: \cos ABC : \sin BC$; mais (*Géom.* 329) $Bn : RS :: \sin AB : R$; donc $TV : RS :: \cos ABC \times \sin AB : R \times \sin BC$, c'est-à-dire, $-dACB : dBAC :: \cos ABC \times \sin AB : R \times \sin BC$.

On démontrera de même, que $-dABC : dBAC :: \cos ACB \times \sin AC : R \times \sin BC$.

2°. Si dans cette dernière proportion on met les antécédens à la place des conséquens, et qu'on multiplie ensuite par la précédente, on aura $-dACB : -dABC$ ou $dACB : dABC :: \cos ABC \times \sin AB : \cos ACB \times \sin AC$.

Mais puisque (*Géom.* 349) $\sin AB : \sin AC :: \sin ACB : \sin ABC$; que d'ailleurs $\sin ACB : \cos ACB :: \text{tang}\, ACB : R$, et $\cos ABC : \sin ABC :: R : \text{tang}\, ABC$; multipliant ces trois proportions, et simplifiant, on aura $\cos ABC \times \sin AB : \cos ACB \times \sin AC :: \text{tang}\, ACB : \text{tang}\, ABC$; donc aussi $dACB : dABC :: \text{tang}\, ACB : \text{tang}\, ABC$.

3°. On a $RS : Bn :: R : \sin AB$; mais le triangle Bmn donne $Bn : mn :: R : \sin mBn$ ou $\sin ABC$; donc $RS : mn :: R^2 : \sin ABC \times \sin AB$; c'est-à-dire, $dBAC : dBC :: R^2 : \sin ABC \times \sin AB$.

Et puisque (*Géom.* 349) $\sin AB : \sin ACB :: \sin AC : \sin ABC$, ce qui donne $\sin AB \times \sin ABC = \sin AC \times \sin ACB$, on aura également $dBAC : dBC :: R^2 : \sin ACB \times \sin AC$.

4°. On a $mn : Bm :: \text{tang}\, mBn$ ou $\text{tang}\, ABC : R$ (*Géom.* 296); mais (*Géom.* 329) $Bm : TV :: \sin BC : R$; donc $mn : TV$

$:: \sin BC \times \text{tang} ABC : R^2$, c'est-à-dire, $dBC : -dACB :: \sin BC \times \text{tang} ABC : R^2$.

On démontrera de même, que $dBC : -dABC :: \sin BC \times \text{tang} ABC : R^2$.

300. Question IV. *Supposant que les deux angles* A *et* B *du triangle* ABC (fig. 59) *soient constans, on demande*, 1°. *le rapport des variations des deux côtés qui comprennent l'un des deux angles constans*; 2°. *le rapport des variations des deux côtés opposés aux angles constans*; 3°. *le rapport de la variation du troisième angle à celle du côté qui lui est opposé*; 4°. *le rapport de la variation du troisième angle à celle de chacun des deux côtés qui le comprennent.*

Si on imagine le triangle supplémentaire $A'B'C'$, on aura dans celui-ci deux côtés constans, et les variations de ses autres parties seront les variations de celles qui leur sont opposées dans le triangle ACB. Ainsi, d'après la question III, on trouvera facilement les analogies suivantes :

$$
\begin{array}{rl}
1°. & dBC : dAB :: \cos AC \times \sin BAC : R \times \sin ACB, \\
\text{et} & dAC : dAB :: \cos BC \times \sin ABC : R \times \sin ACB; \\
2°. & dBC : dAC :: \cos AC \times \sin BAC : \cos BC \times \sin ABC, \\
\text{ou} & dBC : dAC :: \text{tang} BC : \text{tang} AC; \\
3°. & dACB : dAB :: \sin AC \times \sin BAC : R^2, \\
\text{ou} & dACB : dAB :: \sin BC \times \sin ABC : R^2; \\
4°. & dACB : dBC :: \sin ACB \times \text{tang} AC : R^2, \\
\text{et} & dACB : dAC :: \sin ACB \times \text{tang} BC : R^2.
\end{array}
$$

De la variation totale que subit l'une quelconque des parties d'un triangle sphérique, lorsqu'on ne suppose rien de constant dans ce triangle.

301. Puisqu'un triangle sphérique est déterminé lorsqu'on connaît trois quelconques de ses parties, il est clair que les variations très-petites de trois des parties d'un triangle sphérique connu, déterminent les variations des autres, et que par conséquent on ne peut pas prendre à volonté les variations de plus de trois de ces parties.

Connaissant donc les variations des trois parties d'un triangle sphérique, voici comment on déterminera la variation totale que doit subir l'une quelconque des trois autres.

302. Supposez successivement constantes, deux à deux, les trois parties dont vous connaissez les variations. Avec la variation de la troisième, calculez, par les analogies données dans les questions précédentes, la variation partielle que doit avoir,

dans cette supposition, la partie dont vous cherchez la variation totale. Vous trouverez ainsi trois variations partielles; si elles ont le même signe, leur somme, précédée de ce signe, sera la variation totale demandée; si l'une a un signe différent des deux autres, prenez la différence entre celle-là et la somme de ces deux-ci, et donnez à cette différence le signe commun à ces deux-ci, ou celui de la troisième, selon que cette somme sera plus grande ou plus petite que la troisième.

En effet, la variation totale résultante des variations de plusieurs quantités, doit être telle, que si on suppose toutes ces variations nulles, à l'exception de l'une quelconque, elle se réduise à cette dernière, ce qui ne peut avoir lieu qu'autant qu'elle sera composée de la somme de toutes ces variations prises avec leurs propres signes.

Applications des règles précédentes à divers objets, et particulièrement à quelques méthodes qu'on pourrait être tenté d'employer pour trouver la latitude.

303. I. *Trouver combien une petite variation dans la déclinaison, produit de variation dans le lever ou le coucher d'un astre.*

Soit AC (fig. 60) la distance du pôle au zénith, C le pôle, A le zénith; BC la distance de l'astre au pôle, AB, de 90° s'il s'agit du lever ou du coucher réel. Il est donc question de trouver le rapport de dBC à $dACB$.

Or, par le quatrième cas de la troisième question, on a $dBC : -dACB :: \sin BC \times \operatorname{tang} ABC : R^2$.

Mais, à cause que AB est 90°, on trouvera, par les règles de la Trigonométrie sphérique, que $R : \cos ABC :: \sin BC : \cos AC$.

Cette dernière proportion fera connaître l'angle ABC, (la latitude et la déclinaison étant supposées connues). Alors dans l'analogie précédente, connaissant la variation dBC en déclinaison, on connaîtra tout ce qui est nécessaire pour déterminer $dACB$.

304. Si l'angle ABC était nul ou très-approchant de zéro, c'est-à-dire, si le cercle de la déclinaison ne faisait qu'un angle infiniment petit avec le vertical de l'astre (et c'est le cas où l'astre reste 24 heures sur l'horizon, lorsqu'il est du côté du pole élevé); alors la plus petite erreur en déclinaison, en produirait une infinie sur l'heure du lever ou du coucher; l'analogie ci-dessus, exacte dans cette conclusion

qu'elle donne, ne le serait cependant pas pour déterminer la valeur rigoureuse de cette erreur, parce qu'elle est fondée sur la supposition que les variations soient toutes deux très-petites à l'égard du rayon. Cette circonstance arrive lorsque la latitude du lieu est égale à la distance de l'astre au pôle; par exemple, pour la latitude de $66° \frac{1}{2}$ dans le solstice. Mais si on suppose la latitude plus petite seulement d'un degré, alors on trouvera, par les deux analogies ci-dessus, que l'erreur sur l'angle horaire est moindre que 9 fois celle sur la déclinaison; donc, quand on ferait une erreur d'une minute sur la déclinaison, il n'en résulterait pas $9'$ d'erreur sur l'angle horaire, c'est-à-dire environ une demi-minute de temps sur l'heure du lever et du coucher. Or, en calculant cette heure comme nous l'avons prescrit (191), il s'en faut de beaucoup qu'on puisse faire une erreur d'une minute sur la déclinaison, puisque vers le solstice la variation en déclinaison n'est que d'une demi-minute en 24 heures, et ne serait par conséquent guère que d'un cinquantième de minute en une heure; donc, pour toute latitude, depuis l'équateur jusqu'à environ un degré du parallèle où le soleil ne se couche plus, on peut en toute sureté calculer l'heure du lever ou du coucher, comme nous l'avons prescrit (191).

Lorsque le soleil est fort près de l'équateur, son changement en déclinaison est alors le plus grand qu'il est possible; il est d'environ $1'$ par heure. Mais on peut voir facilement, par la seconde analogie ci-dessus, qu'alors l'angle ABC est égal au complément de la latitude; et comme $\sin BC$ est alors égal au rayon, on a $dBC : -dACB :: \text{tang}\, AC : R$, qui fait voir que tant que la latitude sera au-dessous de 45°, l'erreur sur l'angle horaire sera plus petite que l'erreur en déclinaison; elle deviendra au contraire plus grande que cette dernière, à mesure que la latitude approchera de 90°; mais à 85°, elle ne serait encore qu'environ $11 \frac{1}{2}$ fois aussi forte que l'erreur en déclinaison. Donc quand même on supposerait qu'on emploie une déclinaison qui convient à une heure de distance du lever ou du coucher, il n'en résulterait jamais une minute de temps sur l'heure du coucher, encore faudrait-il être par le parallèle de 85°; mais en-deçà, elle sera toujours beaucoup au-dessous.

305. Tout ce que nous venons de dire a également lieu pour le lever ou le coucher réel, et pour le lever ou le coucher apparent, parce que l'angle ABC ne varie pas sensiblement (si ce n'est dans les cas extrêmes mentionnés ci-

dessus) lorsque l'arc AB, au lieu de 90°, est de 90° plus quelques minutes.

306. II. *Trouver combien un petit changement connu, en latitude, produit de variation dans l'heure du lever ou du coucher d'un astre.*

Soit C le pôle (*fig.* 60), B le zénith, et par conséquent CB le complément de la latitude, CA la distance de l'astre au pôle, et AB le vertical, qui est ici de 90°. Les deux côtés CA et AB sont supposés constans, et il s'agit de trouver le rapport de la variation de BC à celle de l'angle ACB.

Or, par le quatrième cas de la question III, on a dBC : $-dABC$ :: $\sin BC \times \tang ABC$: R^2, ce qui fait voir d'abord que l'angle horaire augmente lorsque la latitude augmente, parce que celle-ci augmentant, BC diminue, ce qui exige qu'en prenant dBC pour la variation de la latitude à laquelle dBC est égale en effet, on lui donne le signe —, c'est-à-dire le même signe qu'à $dACB$, du moins tant que l'angle ABC est plus petit que 90°.

Comme l'arc AB est supposé de 90°, on trouvera par les règles ordinaires de la Trigonométrie sphérique, que $\sin BC$: $\cos AC$ :: R : $\cos ABC$; d'où il sera facile, connaissant la latitude et la déclinaison, de déterminer l'angle ABC; alors, par la première analogie, on aura facilement la variation de l'angle horaire.

307. Comme le cosinus d'un arc plus grand ou plus petit que 90°, est toujours moindre que le rayon, la seconde analogie fait voir que pour que l'astre ait un lever ou un coucher, la latitude doit être plus petite que la distance de l'astre au pôle. Lorsque la latitude, quoique plus petite que la distance de l'astre au pôle, diffère très-peu de celle-ci, l'angle ABC est fort petit, ainsi qu'on peut le voir à l'inspection de la seconde analogie. Alors, par la première, on voit qu'un très-petit changement dans la latitude peut en produire un très-grand sur l'heure du lever ou du coucher. Dans ce cas, l'usage de cette analogie pour trouver la variation du lever ou du coucher, serait insuffisant, parce que cette analogie est fondée sur la supposition que chaque variation soit très-petite à l'égard du rayon.

Au contraire, plus la latitude sera au-dessous de la distance de l'astre au pôle, plus l'angle ABC augmentera, et par conséquent moins le changement en latitude produira de variation dans le lever ou le coucher.

308. Ces conclusions sont également vraies pour le lever

ou le coucher apparent, parce que l'arc AB ne différant (192) que de $3'7'$, d'un cas à l'autre, l'angle ABC ne varie que d'une quantité qui ne peut influer sensiblement sur le rapport de dBC à $dACB$ que lorsque cet angle ABC est très-petit, c'est-à-dire lorsque la latitude diffère peu de la distance de l'astre au pôle.

309. Il paraîtrait donc que l'on pourrait faire usage de cette question pour trouver le changement en latitude par l'observation du lever ou du coucher d'un astre, en supposant d'ailleurs que l'on ait l'heure à l'aide d'une montre réglée peu de temps auparavant. En effet, on pourrait calculer l'heure du lever ou du coucher apparent pour la latitude déduite de l'estime, et en observant le lever ou le coucher apparent, ayant d'ailleurs égard au chemin fait en longitude depuis que la montre a été réglée, la comparaison de l'heure calculée à l'heure observée et réduite, ferait connaître $dACB$. Calculant donc, par la seconde analogie, l'angle ABC qui convient à la latitude estimée, et ayant la déclinaison, on connaîtrait, dans la première analogie, tout, excepté dBC, qui serait donc facile à conclure de cette analogie. Mais outre que l'erreur d'une seconde sur le temps, en produit une de 15 secondes de degré sur $dABC$, il faut remarquer que l'erreur sur $dABC$ influe d'autant plus sur dBC ou sur le changement en latitude, que l'angle ABC est plus grand; la méthode ne pourrait donc guère être employée que lorsque l'azimut ABC serait petit; mais dans ce cas, l'analogie dont on fait usage n'est pas suffisamment exacte pour le lever ou le coucher apparent, ainsi que nous venons de l'observer ci-dessus.

310. III. *Trouver le temps qu'un astre emploie à varier d'une petite quantité en hauteur vers l'horizon.*

Soit A le pôle (*fig.* 60), C le zénith, CB le vertical, et AB le cercle de déclinaison. L'astre étant supposé ne pas changer sensiblement de déclinaison pendant l'intervalle de temps cherché, les deux côtés AC, AB seront constans, il s'agit de trouver le rapport de dBC à $dBAC$ lorsque BC est de 90° ou fort approchant.

Or, par le troisième cas de la question III, on trouve $dBC : dBAC :: \sin AB \times \sin ABC : R^2$.

Et comme BC est supposé de 90°, les règles de la Trigonométrie sphérique donnent $\sin AB : \cos AC :: R : \cos ABC$.

Ainsi connaissant la latitude et la déclinaison, on aura l'angle ABC par la seconde analogie, et la première donnera alors le rapport dBC à $dBAC$.

311. La seconde analogie fait voir que pour qu'on puisse supposer l'astre à l'horizon, il faut que la latitude soit plus petite que la distance de l'astre au pôle, et que si cette latitude, quoique plus petite que la distance de l'astre au pôle, en diffère fort peu, l'angle ABC sera fort petit; d'où et de la première analogie, on conclut qu'une très-petite variation en hauteur, en produit une très-grande dans l'angle horaire, lorsque la latitude diffère peu de la distance de l'astre au pôle.

Au contraire, si la latitude était fort petite à l'égard de la distance de l'astre au pôle, l'angle ABC approcherait beaucoup de 90°, et la première analogie fait voir qu'alors la variation dans l'angle horaire produit le plus grand effet dans la hauteur; mais la variation de la hauteur est toujours moindre que celle de l'angle horaire.

312. Les deux analogies ci-dessus supposent, à la rigueur, que l'astre est à l'horizon; elles auraient cependant encore lieu s'il en était fort près, à l'exception seulement du cas où la latitude différerait peu de la distance de l'astre au pôle, parce que l'angle ABC étant alors fort petit, peut changer sensiblement, par la variation du côté CB, qui a été supposé de 90°.

313. La première analogie présente un moyen de déterminer la latitude par l'observation du temps que le soleil emploie à s'élever ou à s'abaisser de tout son disque à l'égard de l'horizon. En effet, ce temps fait connaître $dBAC$; et comme l'on connaît dBC, qui est le diamètre du soleil, connaissant d'ailleurs la distance AB de l'astre au pôle, cette analogie fera connaître l'angle ABC; alors la seconde analogie donnera facilement BC, complément de la latitude.

Mais d'après les observations ci-dessus, on voit que cette méthode ne doit point être employée lorsque la latitude diffère peu de la distance de l'astre au pôle; car le bord du soleil n'étant point véritablement à l'horizon lorsqu'on l'y observe, l'arc CB n'est pas de 90°; et quoiqu'il en diffère peu, cette différence influe sensiblement sur l'angle horaire dans cette circonstance.

D'ailleurs il ne faut pas perdre de vue qu'une seconde d'incertitude sur le temps, en produit une de 15″ de degré sur l'angle horaire; ainsi l'observation du contact de chaque bord avec l'horizon, exige la plus scrupuleuse exactitude.

On ne doit donc employer cette méthode que lorsqu'on ne pourrait avoir recours à d'autres moyens.

314. La même question que nous venons de traiter (310) sert aussi à déterminer la différence du temps, entre le lever ou le coucher apparent, en prenant pour variation en hauteur, la réfraction plus l'inclinaison de l'horizon due à la hauteur de l'œil.

315. IV. *Trouver l'erreur que peut produire sur la latitude, celle que l'on commettrait sur la hauteur d'un astre.*

Puisque dès que l'on connaît trois choses dans le triangle sphérique ZPS (*fig.* 61), on peut en conclure les trois autres; supposons donc que l'on en ait déterminé trois, dont deux soient exactement déterminées, et que la troisième, qui est la distance ZS du zénith ou le complément de la hauteur, soit susceptible d'une erreur connue; il s'agit de savoir ce que cette erreur peut produire sur la latitude.

Supposons, par exemple, qu'avec la hauteur on emploie l'angle horaire ZPS, et la distance SP de l'astre au pôle.

Puisqu'on ne suppose aucune erreur dans ces deux dernières, la question se réduit donc à trouver le rapport de dZS à dZP dans le triangle ZPS, dont le côté SP et l'angle ZPS sont supposés constans.

Supposant donc ce triangle représenté par le triangle ABC (fig. 58), dont AB représente PS, A représente P, et B représente S; il s'agit de trouver le rapport de dBC à dAC. Or, par le premier cas de la question II (298), on a dBC: dAC :: cos ACB : R, c'est-à-dire (*fig.* 61) dZS : dZP :: cos PZS : R; d'où l'on conclut que l'erreur sur la latitude est toujours plus grande que l'erreur sur la distance au zénith ou sur la hauteur; qu'elle est plus petite dans le méridien, où elle est précisément égale à l'erreur sur la hauteur, et qu'elle croît à mesure que l'azimut approche de 90°; ensorte que la plus petite erreur sur la hauteur, vers le premier vertical, donnerait une très-grande erreur sur la latitude.

On voit par là la nécessité de ne pas employer les hauteurs prises hors du méridien.

Au contraire, l'erreur commise sur la latitude, en produit toujours une moindre qu'elle, sur la hauteur de l'astre, et d'autant moindre que l'astre est plus près du premier vertical, où elle n'a plus aucun effet sur la hauteur.

316. V. *Trouver l'erreur que peut produire sur la latitude, l'erreur commise sur le temps auquel on prendrait la hauteur de l'astre.*

Si c'est le soleil qu'on observe, l'heure donne l'angle horaire ZPS (*fig.* 61). Si c'est une étoile, l'heure donne la distance du soleil au méridien, et la différence d'ascension droite du soleil et de l'étoile donne la distance de l'étoile au soleil en ascension droite; d'où il est facile de conclure l'angle horaire ZPS de l'étoile.

Supposant donc qu'on a mesuré bien exactement la hauteur, avec la distance ZS au zénith, la distance PS de l'astre au pôle, et l'angle horaire ZPS, il est facile de calculer le complément ZP de la latitude; mais si l'on s'est trompé sur l'angle horaire, alors pour trouver l'erreur qui peut en résulter sur la latitude, il faut chercher le rapport de $dZPS$ à dZP, ou le rapport de dBC à $dACB$ (*fig.* 60) dans le triangle ACB, dont C représente P, CA représente PS, AB représente SZ. Or, par le quatrième cas de la question III, on a $dBC : -dACB :: \sin BC \times \tang ABC : R^2$; c'est-à-dire (*fig.* 61) $dPZ : -dZPS :: \sin PZ \times \tang PZS : R^2$.

317. D'où l'on voit que l'erreur sur la latitude est plus petite que l'erreur sur l'angle horaire (toutes choses d'ailleurs égales) tant que l'azimut est au-dessous de 45°; que lorsque l'azimut surpasse 45°, l'erreur sur l'angle horaire influe de plus en plus sur la latitude, ensorte que l'erreur sur cette dernière peut surpasser de beaucoup l'erreur sur l'angle horaire, et d'autant plus que l'azimut approche plus de 90°; et comme l'erreur sur le temps en produit une sur l'angle horaire, qui, numériquement, est 15 fois plus grande, il s'ensuit qu'on ne doit avoir recours à l'angle horaire, pour déterminer la latitude, que lorsqu'on ne peut faire autrement, et s'en abstenir surtout lorsque l'azimut approche de 90°.

318. Au contraire, l'erreur sur la latitude produit sur l'angle horaire une erreur qui (toutes choses d'ailleurs égales), est d'autant plus petite que l'azimut approche plus de 90°. Ainsi *la circonstance la plus favorable pour déterminer l'heure, est d'observer la hauteur de l'astre lorsqu'il passe dans le premier vertical, ou lorsqu'il en est très-près.*

Car alors l'erreur que l'on peut avoir commise sur la latitude, n'influe point, ou que très-peu, sur l'angle horaire. C'est d'ailleurs (257) la circonstance la plus favorable pour observer la hauteur de l'astre exactement, et celle où l'erreur sur cette hauteur influe le moins sur l'angle horaire.

Réflexions sur l'octant et sur la correction qu'on doit faire aux arcs observés avec cet instrument.

319. Nous venons de voir (315) que la méthode la plus sûre pour déterminer la latitude, est l'observation de la hauteur méridienne des astres, et (318) que la circonstance la plus favorable pour déterminer exactement l'heure, est le passage de l'astre par le premier vertical. La détermination de l'heure dépend donc doublement de l'exactitude avec laquelle on peut mesurer les hauteurs avec l'octant, puisqu'elle dépend de la latitude et de la hauteur de l'astre. Il est donc à propos d'examiner ici jusqu'à quel point on peut compter sur les hauteurs prises avec l'octant.

Le rayon de cet instrument ne passant point ordinairement 18 pouces, et l'arc d'une minute dans un cercle de 18 pouces de rayon, n'ayant pas plus d'un 16ᵉ de ligne d'étendue, il s'ensuit que sur l'octant où les minutes sont représentées par des demi-minutes, l'arc qui peut servir à mesurer une minute, n'occupe qu'un 32ᵉ de ligne. Cette quantité est trop petite pour être saisie à la vue simple, si le *nonius* que porte l'alidade n'aidait pas à la distinguer. A l'extrémité de l'alidade est un arc faisant corps avec elle, et dont l'étendue comprend ordinairement $3^{\circ}\frac{1}{2}$ ou 210′ de part et d'autre de la ligne de foi. Ces 210′ sont partagées en 10 parties qui sont par conséquent de 21′ chacune; mais sur le limbe, l'étendue du degré est partagée en trois parties qui sont par conséquent de 20′ chacune; d'où il suit que chaque partie du *nonius* excède chaque partie du limbe de 1′. Or, en plaçant la ligne de foi de l'alidade sur une des divisions du limbe, on voit facilement la différence de la seconde division de l'alidade, à la seconde division du limbe; on peut donc à la vérité s'assurer des divisions du limbe à moins d'une minute près; mais cette différence est si petite, qu'on ne peut, sans témérité, répondre d'en distinguer la moitié à la vue; ainsi on ne peut pas garantir une demi-minute d'erreur dans quelqu'une des divisions de l'instrument.

Cette demi-minute n'occupant qu'un 64ᵉ de ligne, il est clair qu'on ne peut pas en répondre non plus dans l'estimation de la coïncidence d'une division de l'alidade avec une division du limbe. Or chaque observation suppose deux fois cette estimation; une fois pour l'observation même, et une autre fois pour la vérification du parallélisme des miroirs de l'instrument; voilà donc une erreur d'une minute et demie que l'on ne peut garantir, qui à la vérité pourra souvent être moindre, par des compensations; mais en un mot on ne peut en répondre.

Si on ajoute à cela ce que le mouvement du vaisseau peut apporter d'incertitude dans le concours des deux images qu'on réunit, soit en vérifiant le parallélisme des miroirs; soit dans l'observation même; incertitude que l'on ne peut guère estimer au-dessous d'une demi-minute dans chaque cas; il en résultera encore une minute au moins, et l'on n'aura pas de peine à en convenir, si on fait attention combien un arc d'une demi-minute dans le ciel, paraît petit.

320. D'après ces observations, il paraît donc qu'on ne peut pas assurer qu'il n'y ait des cas où, sans maladresse, et avec toute l'habileté possible, on ne peut pas répondre d'un arc mesuré avec l'octant, à moins de deux minutes et demie près.

Tout cela suppose encore que l'instrument soit aussi parfaitement exécuté qu'il est possible. Mais n'est-il pas encore d'autres sources d'erreur qui soient inévitables, et qui cependant peuvent avoir un effet sensible sur les arcs mesurés? Le défaut de parallélisme dans les deux faces opposées de chaque miroir, ne peut-il pas produire une erreur qui mérite attention? C'est ce qu'il est bon d'examiner.

321. Chacune des deux surfaces d'un miroir de glace donne une image de l'objet. Celle qui est du côté de l'objet en donne une très-faible; mais celle qui est étamée donne l'image la plus vive, celle que nous remarquons ordinairement. Or celle-ci est formée, non par une simple réflexion, mais par une réflexion à cette seconde surface, précédée et suivie d'une réfraction à l'entrée et à la sortie de la première. Nonobstant ces deux réfractions, les angles que le rayon ferait avec la première surface, en entrant et en sortant, seraient égaux, si les deux surfaces étaient exactement parallèles; mais si elles ne le sont pas, si petite qu'on suppose cette inclinaison, il peut en résulter dans les observations une erreur plus grande que cette inclinaison. Par exemple, si cette inclinaison est d'une minute seulement, il peut en résulter plusieurs minutes d'erreur sur l'arc mesuré. Or comment peut-on répondre que la différence d'épaisseur d'un côté à l'autre du miroir ne soit pas de la trois-centième partie d'une ligne? C'est cependant toute la différence nécessaire pour produire une minute d'erreur dans la position des faces d'un miroir d'environ 1 pouce de largeur.

Examinons donc comment on peut déterminer l'erreur que peut produire le défaut de parallélisme des faces de chacun des deux miroirs de l'octant.

322. Soit ABC (*fig.* 62) un prisme de verre dont la face BC soit étamée, le rayon Se qui pénètre dans le verre souffre en e une déviation qui l'approche de la perpendiculaire en lui faisant suivre la ligne eg au lieu de Seh, de manière que le sinus de feh est au sinus de feg, comme 3 est à 2. Au point g où le rayon réfracté eg rencontre la surface étamée BC, ce rayon se réfléchit en faisant l'angle hgB égal à l'angle egC, et rencontre de nouveau la surface BA en k. Là, au lieu de continuer sa route suivant kl, il s'en écarte suivant kM, de manière que n étant perpendiculaire à BA, le sinus de nkl ou de gki est au sinus de nkM comme 2 est à 3.

Cela posé, on a donc $\sin Mkn = \frac{3}{2} \sin lkn = \frac{3}{2} \sin ikg = -\frac{3}{2} \cos Bkg$, parce que l'angle Bkg a pour complément ikg; mais comme il est obtus, son cosinus est négatif. Or $Bkg = 180° - B - Bgk = 180° - B - egc$; et $egC = B + Beg = B + 90° - gef$; donc $Bkg = 90° - 2B + gef$; donc $\cos Bkg = \cos \ldots\ldots (90° - 2B + gef) = -$(1) $\sin gef - 2B = \sin 2B \cos gef - \sin gef \cos 2B$ (*Géom.* 284); mais l'angle B étant fort petit, $\sin 2B = 2B$, et $\cos 2B = 1$, en supposant le rayon $= 1$; donc $\cos Bkg = 2B \cos gef - \sin gef$. Or $\sin gef = \frac{2}{3} \sin hef = \frac{2}{3} \sin Ser$; et par conséquent $\cos gef = \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 Ser}$; donc $\cos Bkg = -\frac{2}{3} \sin Ser + 2B \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 Ser}$; donc $\sin Mkn = (-\frac{3}{2} \cos Bkg) = \sin Ser - 3B \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 Ser}$. Par conséquent $\sin Ser - \sin Mkn = 3B \sqrt{1 - \frac{4}{9} \sin^2 Ser}$. Or puisque la différence des sinus de ces deux angles, et par conséquent celle de ces angles même, est petite, il suit de ce qui a été dit (294) que si on nomme D cette dernière différence, on aura

$$1 : \cos Ser :: D : 3B \sqrt{1 - \tfrac{4}{9} \sin^2 Ser}; \text{ donc } D = \frac{3B}{\cos Ser} \ldots\ldots$$

$$\sqrt{1 - \tfrac{4}{9} \sin^2 Ser}, \text{ ou } D = \frac{3B}{\sin a} \sqrt{1 - \tfrac{4}{9} \cos^2 a},$$ en nommant a l'angle d'incidence SeA, complément de Ser.

323. Cette valeur de D suppose tacitement que le rayon incident Se, et le rayon émergent kM soient dans un même plan; ce qui n'est pas vrai à la rigueur, si ce n'est dans un seul cas. Car Se et eg doivent être dans un même plan perpendiculaire

(1) Parce que l'angle BKg est obtus.

à la surface représentée par AB; eg et gk doivent être dans un même plan perpendiculaire à la surface représentée par BC, et gk et kM doivent être dans un même plan perpendiculaire à la surface représentée par AB; or, de là il suit que kM ne peut être dans un même plan avec Se, qu'autant que le plan passant par Se perpendiculairement à la surface représentée par AB, sera en même temps perpendiculaire à la surface représentée par BC. Mais, comme l'angle ABC est supposé très-petit, il s'en faut infiniment peu que Se et kM ne soient dans un même plan; et la valeur que l'on vient de trouver pour l'angle Mkn ne diffère de sa valeur rigoureuse que d'une quantité infiniment plus petite que l'inclinaison ABC. Quant à l'angle ABC, il n'est l'inclinaison des deux faces du prisme que dans le cas où le plan SeA est perpendiculaire à ces deux faces; c'est l'angle que forment entr'elles les sections des deux faces du prisme coupées par le plan conduit par Se, perpendiculairement à la face AB; mais il n'importe nullement, pour notre objet, qu'il soit ou ne soit point l'inclinaison des deux faces.

324. Cela posé, concevons que Sa (*fig.* 63) soit un rayon parti d'un astre S tombant au point a sur le grand miroir EF de l'octant; qu'après avoir subi deux réfractions et une réflexion à ce miroir, il arrive suivant aB au petit miroir HG; d'où, après deux réfractions et une réflexion, il arrive suivant BO à l'œil O. Pour trouver l'erreur que ces réfractions peuvent occasionner dans la mesure de la hauteur de l'astre, j'imagine que le rayon BO retourne sur lui-même suivant $OBaS$, et je conçois par le point a une droite aM parallèle à BO. La hauteur vraie de l'astre (abstraction faite de l'inclinaison de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, dont il est toujours aisé de tenir compte) sera MaS ou $MAE - SaE$, $M'AE - SaE$, en imaginant AM' parallèle à aM; c'est-à-dire, en appelant h la hauteur, $h = M'AE - SaE$.

Mais $M'AE = 180° - M'AF = 180° - M'AB - BAF$; or, à cause des parallèles, on a $M'AB = aBO$; d'ailleurs en imaginant que ef soit la position du grand miroir, lorsque la ligne de foi de l'alidade AR tombe sur le premier point C de la graduation, on a $BAF = BAf - FAf = BAf - CAR$; donc $M'AE = 180° - ABO - BAF + CAR$; donc $h = 180° - ABO - BAF + CAR - SaE$. Voyons donc quelle est la valeur de SaE.

Selon ce que nous avons vu ci-dessus, le rayon incident OB devenant Ba par les réfractions et la réflexion en B, l'angle ABH (égal à QBG par la construction de l'instrument) augmente de la quantité ABa que nous avons nommée D. Or l'angle BaF, qui est actuellement l'angle d'incidence sur le miroir EF, est $= BAF + ABa = BAf - CAR + D$. Soit D' la quantité dont l'angle SaE sera plus grand que l'angle d'incidence BaF, quantité qui se déduit de la valeur de BaF, comme D se déduit de OBG. Nous aurons $SaE = BaF + D' = BAf - CAR + D + D'$; donc $h = 180° - ABO - 2BAf + 2CAR - D - D'$.

Supposons que les surfaces étamées des deux miroirs ne se trouvent pas exactement parallèles lorsque la ligne de foi de l'alidade tombe sur le premier point de la graduation, et qu'elles fassent entre elles un petit angle p; alors BAf qui, si ces surfaces étaient alors parallèles, serait $= ABH = OBG$, sera $= OBG + p$ (ou $OBG - p$, selon le sens de cette inclinaison, lequel se détermine par l'expérience, comme on le verra plus bas). On aura donc $2BAf = 2OBG + 2p = OBG + ABH + 2p$; donc $ABO + 2BAf = OBG + ABO + ABH + 2p = 180° + 2p$; donc $h = -2p + 2CAR - D - D'$; donc $h - 2CAR = -2p - D - D'$.

325. Supposons que l'on observe le terme de l'horizon, c'est-à-dire, que $h = 0$, nous aurons $2CAR = 2p + D + D'$; on voit donc que la quantité $2CAR$, ou la quantité marquée sur le limbe, entre la ligne de foi de l'alidade et le premier point de la graduation, lors de la vérification (220) à l'horizon, ne marque le défaut de parallélisme des deux surfaces étamées, qu'autant qu'il est bien décidé que les deux faces de chaque miroir sont exactement parallèles entre elles; car il n'y a que lorsque leur inclinaison est nulle, que les quantités D et D' sont nulles.

326. Voyons maintenant quelles sont les valeurs de D et D', selon les différentes hauteurs de l'astre sur l'horizon.

Soit a l'angle OBG qui est connu, ou qui peut être déterminé par des mesures prises sur l'instrument même. On aura, d'après ce qui a été dit ci-dessus (322), $D = \frac{3B}{\sin a}\sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos^2 a}$, B étant l'angle que forment entre elles les deux intersections des deux faces du miroir HG par le plan du rayon OB parallèle au plan de l'octant.

Nous venons (324) de trouver $BaF = BAf - CAR + D$, ou (en mettant pour BAf sa valeur trouvée ci-dessus (324) $BaF = OBG - CAR + p + D$; donc si on appelle a' l'angle CAR, ou la moitié du nombre des degrés que l'on trouve marqués de C en R sur le limbe, lorsqu'on observe une hauteur, on aura $BaF = a - a' + p + D$; il faut donc substituer cette quantité au lieu de a dans la valeur de D, pour avoir celle de D'. Mais comme la quantité $p + D$ est supposée très-petite à l'égard des angles a et a', et à l'égard de leur différence $a - a'$, il suffit de substituer $a - a'$ au lieu de a, et nous avons $D = \frac{3B'}{\sin(a - a')} \sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos^2(a - a')}$, en appelant B', pour le grand miroir, ce que nous avons appelé B pour le petit. Donc la correction $h - 2CAR$ ou dh, à faire à une hauteur quelconque estimée par les graduations de l'instrument, est $dh = -2a - \frac{3B}{\sin a} \sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos 2a} - \frac{3B'}{\sin(a - a')}$ $\sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos^2(a - a')}$.

327. Il semble d'abord que, pour être en état de trouver la correction qu'on doit appliquer à chaque hauteur, il faille préalablement déterminer les valeurs des trois quantités p, B et B'. Mais si on fait attention que les quantités $2p$, et $\frac{3B}{\sin a} \sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos^2 a}$ restent les mêmes, quel que soit a', on voit qu'il s'agit moins de connaître les valeurs particulières de ces deux quantités, que la valeur de leur somme qui sera une correction constante; ainsi si on représente cette somme par p', on aura plus simplement $dh = -p' - \frac{3B'}{\sin(a - a')} \times$ $\sqrt{1 - \frac{4}{9}\cos^2(a - a')}$, p' étant une quantité qui, ainsi que B', doit être déterminée par expérience, et qu'on pourra déterminer de la manière suivante.

328. Supposons un octant dans lequel la perpendiculaire AT (*fig.* 63) abaissée du centre A du grand miroir sur la ligne BO, ne soit pas de plus de 3 pouces (elle est beaucoup moindre ordinairement). 1°. On se placera à un point C (*fig.* 64) d'où l'on puisse voir à travers la partie non étamée du petit miroir, un objet B qui ne soit pas éloigné de moins de 300 toises, et l'on fera ensuite concourir avec cet objet, son image vue sur la partie étamée du même miroir. Cette observation donnera, entre la ligne de foi de l'alidade et la première graduation du limbe, une petite quantité quelconque qui sera l'erreur de l'instrument pour le cas où l'objet et le terme de comparaison sont les mêmes. Représentant donc cette quantité

par dh' (1), on aura $dh' = -p' - \frac{3B'}{\sin a} \sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2 a}$, en négligeant a' qui, étant alors la moitié dé dh', est censé nul par rapport à a, parce que, quoique nous supposions qu'on ignore si les deux faces étamées sont parallèles ou non, nous supposons aussi qu'elles ne diffèrent pas beaucoup du parallélisme, ou que si elles en différaient beaucoup, on les y a ramenées à peu près par le moyen ordinaire.

2°. On fera (soit avec un instrument suffisamment exact, soit par les moyens que fournissent la Géométrie et la Trigonométrie) un angle BCA d'une grandeur connue : le plus approchant de 135° sera le meilleur ; ainsi on le fera de 90°, par exemple, puisque c'est le plus grand angle que l'on mesure communément avec l'octant ; et l'on prendra sur son côté CA un point A tel que CA soit égal à CB au moins. Visant à l'objet B à travers la partie non étamée du petit miroir, on fera ensuite concourir l'image de A vue sur la partie étamée, avec l'objet B vu directement, et comparant la mesure que l'instrument donnera pour l'angle ACB avec celle qu'on a donnée à ce même angle, si on représente par dh'' la différence de ces deux angles, on aura $dh'' = -p' - \frac{3B'}{\sin(a-a')} \sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2(a-a')}$.

Alors comme les angles a et a' sont connus, on connaîtra tout dans ces deux équations, excepté p' et B', qu'il sera donc facile de déterminer, tant pour leur valeur que pour le signe qu'ils doivent avoir.

329. Comme la valeur de B' n'est point sujette à changer, lorsqu'une fois elle aura été déterminée, on s'en tiendra à cette valeur pour toutes les opérations faites avec le même octant. Mais comme les quantités dh' et dh'' qui servent à déterminer B' sont fort petites, et que, quelque soin qu'on apporte dans les deux observations par lesquelles on les déterminera, on ne peut pas répondre de ne pas commettre quelqu'erreur, il sera bon de répéter plusieurs fois ces observations, et de ne prendre pour dh' et dh'', que la valeur moyenne entre celles que ces observations auront données pour chacune de ces quantités.

330. Il faut cependant observer que si les deux faces du

(1) Nous supposons ici que l'alidade tombe alors entre C et D; si elle tombe au-delà de C par rapport à D, on mettrait $-dh'$ au lieu de dh'. On doit faire la même observation pour ce qui suit.

grand miroir, non-seulement n'étaient pas parallèles, mais si elles n'étaient pas exactement planes, la valeur de B' varierait pour chaque angle. Ainsi il sera à propos de déterminer pour B, une valeur moyenne entre celles qui résulteront de l'expérience ci-dessus, appliquées à différens angles.

331. A l'égard de p', comme il peut varier par la position respective des deux miroirs, qui peut varier elle-même par quelque dérangement dans l'instrument, il sera toujours sage de le vérifier à chaque observation, et cette vérification est absolument la même que celle que l'on a coutume de faire pour le parallélisme des deux miroirs. Cette vérification donnera, non pas p', mais la valeur de $-p'-\frac{3B'}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2 a}$; d'où il sera facile de déduire p', puisque B' et a étant connus, il est très-aisé de calculer la valeur de $\frac{3B'}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2 a}$.

Au reste, il n'est pas même nécessaire de conclure la valeur de p'; car comme dh a en général pour valeur $-p'-\frac{3B'}{\sin(a-a')}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2(a-a')}$, et qu'à l'horizon on a $dh'=-p'-\frac{3B'}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2 a}$, on aura $dh-dh'=-\frac{3B'}{\sin(a-a')}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2(a-a')}+\frac{3B'}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2 a}$; donc si, d'après la valeur connue de B' et celle de a, on calcule toutes les valeurs successives de $\frac{3B'}{\sin(a-a')}\sqrt{1-\frac{4}{3}\cos^2(a-a')}$, en substituant pour a' tous les nombres depuis 0° jusqu'à 45° (ce qui répond à toutes les hauteurs au-dessus de l'horizon jusqu'à 90°) la différence entre l'une quelconque de ces valeurs et la première, sera $dh-dh'$. Or comme dh' est la correction que fournit la vérification à l'horizon, $dh-dh'$ sera la variation que cette correction doit subir à différens degrés de la hauteur. Ce sera donc la correction à faire à chaque hauteur déjà corrigée par la variation à l'horizon.

Ainsi supposant qu'on ait observé une hauteur quelconque, et qu'on l'ait corrigée d'après la variation ordinaire faite à l'horizon, il faudra de plus appliquer à cette hauteur la correction indiquée par la Table suivante, correction qui doit être retranchée de la hauteur déjà corrigée si B' est positif, et ajoutée dans le cas contraire. Cette Table suppose que l'angle a que le petit miroir fait avec la ligne par laquelle on vise à l'horizon, est de 71° 20′, ainsi que nous l'avons trouvé sur quelques octans. On pourrait l'employer sans erreur sensible pour quelques degrés de plus ou de moins. Nous y avons laissé B' indéterminé, afin qu'on puisse plus facilement avoir la correction qui convient pour la valeur que l'expérience aura fait trouver pour B'.

Pour calculer plus facilement cette Table, on fera..... $\frac{4}{3}\cos(a-a')=\cos k$, et l'on aura $\frac{3B'\sin k}{\sin(a-a')}$ pour la quantité que l'on doit calculer.

Table de la correction qu'on doit faire aux hauteurs observées, lorsqu'elles ont été réduites par la vérification de l'octant à l'horizon.

DEGRÉS DE HAUTEUR.	CORRECTION,
0	0
10	0,06 B
20	0,15 B
30	0,26 B
40	0,40 B
50	0,59 B′
60	0,84 B′
70	1,18 B′
80	1,65 B′
90	2,33 B′

332. Pour connaître plus particulièrement l'effet de l'inclinaison des deux faces de chaque miroir, reprenons la première valeur que nous avons trouvée pour dh, savoir $dh=-2p-\frac{3B}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2 a}-\frac{3B'}{\sin(a-a')}\sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2(a-a')}$, qui, à l'horizon, devient $dh'=-2p-\frac{3B}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2 a}-\frac{3B'}{\sin a}\sqrt{1-\frac{4}{9}\cos^2 a}$. Substituant 71° 20′ pour a, on aura $dh'=-2p-3{,}09\,B-3{,}09\,B'$; donc en ne supposant que 1′ dans la valeur que doune à B et à B' le défaut de parallélisme des deux faces de chaque miroir, on aurait 6′ 18″ ou 6′ 11″ d'erreur; si la vérification à l'horizon ne faisait connaître

que celle qui résulte du défaut de parallélisme des miroirs entr'eux. On trouvera de même, qu'à 90° il y aurait 8′ 32″.

Mais la vérification à l'horizon comprend non-seulement ce qui appartient au défaut de parallélisme des deux surfaces étamées, mais encore l'erreur que peut produire, à l'horizon, le défaut de parallélisme des surfaces de chaque miroir; de sorte qu'il n'y a heureusement d'autre correction à faire que celle de la Table ci-dessus, pour les différentes positions du grand miroir, à chaque observation. Mais comme cette correction augmente proportionnellement à la valeur de B', il est indispensable de s'assurer, par expérience, de la valeur de B' pour l'octant dont on fera usage. Ce n'est que par là qu'on peut savoir si, pour cet octant, on peut négliger l'usage de cette Table.

Examen de l'erreur qu'on peut commettre dans la réduction des routes, en employant le moyen parallèle.

333. Nous supposerons ici que l'on ait connaissance des principes de calcul établis dans la quatrième partie de ce Cours, et particulièrement de ce qui a été dit au n° 127.

Cela posé, soit m la latitude du départ, $m+q$ celle d'arrivée, a le rumb de vent, z la différence de longitude. On aura donc (quatr. part., 127) $z=\frac{1}{2}\operatorname{tang} a \log \frac{1+\sin(m+q)}{1-\sin(m+q)} \times \frac{1-\sin m}{1+\sin m}$, ou, faisant les multiplications indiquées et la division partielle, $z=\frac{1}{2}\operatorname{tang} a \log \left(1+\frac{2[\sin(m+q)-\sin m]}{1-\sin(m+q)(1+\sin m)}\right)$.

Or (*Alg.* 419 et suiv.) on a $\sin(m+q)-\sin m = 2\sin\frac{1}{2}q \cos(m+\frac{1}{2}q)$, $1-\sin(m+q)$ ou $\sin 90° - \sin(m+q) = 2\sin(45°-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}q)\cos(45°+\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}q)$, et $1+\sin m = 2\sin(45°+\frac{1}{2}m)\cos(45°-\frac{1}{2}m)$. Mais (*Alg.* 418) $\sin(45°-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}q)\times\sin(45°+\frac{1}{2}m)=\frac{1}{2}\cos(m+\frac{1}{2}q)-\frac{1}{2}\cos(90°-\frac{1}{2}q) = \frac{1}{2}\cos(m+\frac{1}{2}q)\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}q$. Pareillement $\cos(45°+\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}q)\cos(45°-\frac{1}{2}m) = \frac{1}{2}\cos(90°+\frac{1}{2}q)+\frac{1}{2}\cos(m+\frac{1}{2}q) = -\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}q+\frac{1}{2}\cos(m+\frac{1}{2}q)$; donc $z=\frac{1}{2}\operatorname{tang} a \log \left(1+\frac{4\sin\frac{1}{2}q\cos(m+\frac{1}{2}q)}{[\cos(m+\frac{1}{2}q)-\sin\frac{1}{2}q]^2}\right)$.

Rappelons-nous (quatr. part. 112) que $\log(1+x) = x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\text{etc.}$, et ayant fait $x=\frac{4\sin\frac{1}{2}q\cos(m+\frac{1}{2}q)}{[\cos(m+\frac{1}{2}q)-\sin\frac{1}{2}q]^2}$, ou plutôt $x=$ à la valeur de cette quantité réduite en série (*Alg.* 160), substituons pour x cette valeur dans la série qui exprime $\log(1+x)$; nous aurons, en négligeant ce qui est au-delà de la troisième puissance de $\sin\frac{1}{2}q$, $z=\operatorname{tang}a\left(\frac{2\sin\frac{1}{2}q}{\cos(m+\frac{1}{2}q)}+\frac{\frac{2}{3}\sin^3\frac{1}{2}q}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q)}\right)$.

Or, d'après ce qui a été dit (quatr. part. 114 et 162), on a $\sin\frac{1}{2}q=\frac{1}{2}q-\frac{1}{2.3}q^2+\frac{1}{8}q^3$, en négligeant ce qui est au-delà de l'ordre 3 ; donc $z=\operatorname{tang}a\left(\frac{q}{\cos(m+\frac{1}{2}q)}+\frac{1}{12}q^3\times\frac{(1-\frac{1}{2}q)\cos(m+\frac{1}{2}q)}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q)}\right)$.

Mais si on appelle z' la différence de longitude que donne le moyen parallèle, il est facile de voir qu'on a $z'=\operatorname{tang}a.\frac{q}{\cos(m+\frac{1}{2}q)}$; donc l'erreur $z-z'=\operatorname{tang}a.\frac{1}{12}q^3\left(\frac{1-\frac{1}{2}\cos^2(m+\frac{1}{2}q)}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q}\right)$.

Soit l la longueur de la route. On aura (39) $3l$ pour le nombre de minutes de degrés que vaut cette longueur. Donc puisque la valeur de la minute, dans le cercle qui a pour rayon 1, est 0,00029 à très-peu près, on aura $3l\times 0,00029$ pour la longueur de la route rapportée à la sphère qui a pour rayon 1. Or q étant l'arc correspondant en latitude, on a $3l\times 0,00029\cos a=q$; donc $z-z'=\frac{27}{12}l^3\,\overline{0,00029}^3\sin a\cos^2a\left(\frac{1-\frac{1}{2}\cos^2(m+\frac{1}{2}q)}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q)}\right)$, et par conséquent $\frac{z-z'}{0,00029}=\frac{9}{4}l^3\,\overline{0,00029}^3\sin a\cos^2a\left(\frac{1-\frac{1}{2}\cos^2(m+\frac{1}{2}q)}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q)}\right)$. Or $\frac{z-z'}{0,00029}$ exprime le nombre des minutes de l'arc $z-z'$; donc si on représente ce nombre de minutes par N, on aura $N=\frac{9}{4}\,\overline{l^3.0,00029}^2\sin a\cos^2a\left(\frac{1-\frac{1}{2}\cos^2(m+\frac{1}{2}q)}{\cos^3(m+\frac{1}{2}q)}\right)$.

Soit n le nombre des centaines de lieues de la route; on aura $\frac{l}{100}=n$, ou $l=100n$, et par conséquent $\frac{9}{4}l^3\times\overline{0,00029}^2=0,1892n^3$. Faisons, de plus, $\sqrt{\frac{1}{2}}\times\cos(m+\frac{1}{2}q)=\cos k$; et en substituant, nous aurons enfin $N=0,1892n^3\sin a\cos^2a.\frac{\operatorname{tang}^2k}{2\sqrt{2}.\cos k}$.

Donnons à $\sin a$ la valeur qui rend $\sin a\cos^2a$ le plus grand qu'il est possible ; c'est-à-dire, supposons $\sin a=\sqrt{\frac{1}{3}}$.

nous aurons $N = 0,1892\,n^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\tang^2 k}{2\sqrt{2\cos k}} = \frac{0,0631\,n^3 \tang^2 k}{\cos k \cdot \sqrt{6}}$
$= \frac{0,0257\,n^3 \tang^2 k}{\cos k}$.

334. Si on suppose $m + \frac{1}{2}q$ successivement $= 0°$, $= 45°$, $= 60°$, $= 75°$, $= 80°$, on aura pour valeurs correspondantes de N, $N = 0,036\,n^3$, $N = 0,154\,n^3$, $N = 0,509\,n^3$, $N = 4,05\,n^3$, $N = 13,62\,n^3$. Donc si le moyen parallèle est supposé successivement sous l'équateur à 45°, à 60°, à 75°, à 80°, et que la longueur de la route n'excède pas 200 lieues ou 2 centaines de lieues, alors l'erreur en longitude, résultante de l'usage du moyen parallèle, ne peut pas être de plus de 0′, 29 ou 0′ 17″ sous l'équateur, de 1′, 23 ou 1′ 14″ sous le parallèle de 45°, de 4′, 08 ou 4′ 5″ sous le parallèle de 60°; mais elle serait de 32′, 40 ou 32′ 24″ sous le parallèle de 75°, et de 108′, 96 ou 1° 48′ 58″ sous le parallèle de 80°.

Si la route est moitié plus petite, les erreurs seront huit fois plus petites; et au contraire, elles seront 8 fois, 27 fois, 64 fois plus grandes, si la route est 2 fois, 3 fois, 4 fois plus grande.

335. Réciproquement on aura

$$n^3 = \frac{N \cos k}{0,0257 \tang^2 k} = \frac{38,91\,N \cos k}{\tang^2 k}:$$

d'où l'on pourra conclure quelle doit être la longueur de la route, pour que l'usage du moyen parallèle ne cause pas, dans la longitude, une erreur plus grande qu'une quantité donnée.

Par exemple, si l'on demande quelle peut être la longueur de la route, lorsque le moyen parallèle tombe par 0°, 45°, 60°, 75°, 80° de latitude, pour que l'erreur sur la longitude n'excède pas une minute, on fera $N = 1$, $m + \frac{1}{2}q$ successivement $= 0°$, 45°, 60°, 75°, 80°, et on trouvera $n = 3,02$, $n = 1,87$, $n = 1,25$, $n = 0,62$, $n = 0,42$; c'est-à-dire, que pour que l'erreur causée par l'usage du moyen parallèle n'excède pas une minute, il faut que la route n'excède pas 302 lieues sous la ligne; 187 lieues sous le parallèle de 45°, 125 lieues sous celui de 60°, 62 lieues sous celui de 75°, et 42 lieues sous celui de 80°.

Du rapport qu'ont entr'elles l'erreur commise sur la latitude, l'erreur commise sur le rumb de vent, et celle que chacune de ces deux causes peut produire sur la longitude.

336. Lorsque par l'observation de la latitude, et d'après ce qui a été dit (239 et suiv.), on a déterminé l'erreur en latitude et l'erreur sur le rumb de vent, on peut, sans chercher l'erreur

commise sur la distance, déterminer de la manière suivante la correction qu'on doit faire à la longitude.

Conservant les mêmes dénominations que ci-dessus (333), on a $z = \frac{1}{2}$ tang a log $\frac{1+\sin(m+q)}{1-\sin(m+q)} \times \frac{1-\sin m}{1+\sin m}$. Si on différencie cette quantité en regardant m comme constante, z, a et q, comme variables, on aura $dz = \frac{dq \text{ tang } a}{\cos(m+q)} + \frac{\frac{1}{2} da}{\cos^2 a}$ log. $\frac{1+\sin(m+q)}{1-\sin(m+q)} + \frac{1-\sin m}{1+\sin m}$, ou bien (en mettant pour ce dernier logarithme, sa valeur tirée de la première équation) $dz = \frac{dq \text{ tang } a}{\cos(m+q)} + \frac{z da}{\sin a \cos a}$, équation dans laquelle, quoique dz, dq et da expriment les longueurs mêmes des arcs qui mesurent les variations en longitude, latitude, etc., on peut cependant mettre, au lieu de ces quantités, leurs valeurs en minutes, qui leur sont proportionnelles. Mais comme z est aussi censé exprimé en parties du rayon supposé $= 1$, et qu'il est plus commode de l'avoir exprimé en minutes, si on appelle z' ce nombre de minutes, on aura $z = 0{,}00029\, z'$, en supposant que le rayon R de 100000 parties est un. On aura donc $dz = \frac{dq \text{ tang } a}{\cos(m+q)} + \frac{0{,}00029\, z' da}{\sin a \cos a}$, pour la correction de la longitude, due à l'erreur dq et à l'erreur da.

La première partie de la valeur de dz donne la correction en longitude, due à l'erreur en latitude; et la seconde donne celle que produit l'erreur sur le rumb de vent. L'une et l'autre sont très-faciles à calculer par logarithmes; mais il faut observer que comme cette solution suppose que la latitude et le rumb de vent pèchent tous deux par défaut, si l'un ou l'autre ou tous les deux péchaient par excès, on ferait dq ou da ou tous les deux négatifs.

Prenons pour exemple le cas que nous avons supposé dans le premier exemple (248). L'erreur en latitude était de 8′ par défaut, et l'erreur sur le rumb de vent était de 1° 15′, ou 75′ aussi par défaut. Le rumb de vent estimé était de 56° 15′; la latitude estimée, de 25° 57′, et la différence de longitude estimée, était de 4° 36′ ou 276′. On aura donc, comme il suit....

Log 8'...........	0,90309	Log 75'...........	1,87506
Log tang 56° 15'....	10,17510	Log 0,00029......	6,46240
Complément arithm. log cos 25° 57'...	0,04615	Log 276..........	2,44091
		Complément arithm. sin 56° 15'.......	0,08016
Somme..........	11,12434	Complément arithm. cos 56° 15'.......	0,25526
Nombre correspond.	13',3		
		Somme...........	11,11379
		Nombre correspond.	13',0

Donc la correction à faire à la différence de longitude, est 26', 3", la même à moins d'une minute près que celle que nous avons trouvée dans l'exemple cité.

337. La valeur dz que nous venons de trouver pent servir à résoudre, par approximation, la question dont nous avons fait mention (113); celle où connaissant le lieu de départ, la différence de longitude d'arrivée et de départ, et les lieues de distance, on demanderait la latitude d'arrivée et le rumb de vent.

En effet, on a $dz = \frac{dq \tang a}{\cos(m+q)} + \frac{0{,}00029\, z'\, da}{\sin a \cos a}$, en supposant le rayon $= 1$. Mais on a aussi $q = 3l \times 0{,}00029 \cos a$ (333), et par conséquent $dq = -3lda \times 0{,}00029 \sin a$; donc $dz = \frac{dq \tang a}{\cos(m+q)} - \frac{z'\, dq}{3l.\, \sin^2 a \cos a}$; d'où l'on tire......
$dq = \frac{3ldz \sin^2 a \cos a \cos(m+q)}{3l \sin^3 a - z' \cos(m+q)}$; d'où, connaissant à peu près le rumb de vent et la latitude, on pourra calculer la correction dq qn'on doit faire à cette latitude à peu près connue, en mettant pour a et q leurs valeurs à peu près connues, pour z la différence de longitude qui répond aux valeurs à peu près connues de a et de q, et pour dz la différence entre la différence de longitude donnée, et celle qui répond à la différence de latitude et au rumb de vent à peu près connus.

Par exemple, supposons qu'étant parti de 42° 23' de latitude nord, et 10° de longitude, on ait fait 864 lieues entre le sud et l'est, qu'on soit actuellement dans un lieu dont la longitude est de 72° 53', on estime avoir couru au SE 60° 50' E, et être arrivé par la latitude de 69°; on demande de confirmer ou de rectifier cette estime.

Si la latitude et le rumb estimés étaient exacts, la différence de longitude serait de $63° 31'$, qui excède celle qu'on connaît, de $38'$; j'ai donc $dz = -38'$ $z = 3811$, $a = 51° 58'$, et $m + q = 69° 3' = 2592$; substituant ces valeurs, on trouve $dq = 136' = 2° 16'$; donc la latitude d'arrivée, corrigée, est de $71° 16'$.

Pour connaître si cette correction est suffisante avec cette nouvelle latitude d'arrivée, je calcule le rumb de vent et la différence de longitude; je trouve $a = 48° 2' \frac{1}{2}$, $z' = 3763'$; donc la différence de longitude qui résulte de la correction précédente, est moindre de $10'$ que la différence de longitude donnée; on a donc $dz = +10'$; substituant ces valeurs comme ci-dessus, dans celle de dq, on trouve $dq = -22'$; donc la latitude d'arrivée, corrigée de nouveau, est $70° 54'$. Je calcule de nouveau le rumb et la différence de longitude, et je trouve $48° 38'$ pour le rumb, et $3771' \frac{1}{2}$ ou $62° 51' \frac{1}{2}$ pour la différence de longitude. Il y a donc encore une minute et demie de moins sur la longitude. Je fais donc $dz = + 1' \frac{1}{2}$; et substituant cette valeur et celles qu'on vient de trouver pour a et pour z', j'ai enfin $a = 48° 50'$ et $m + q = 7° 49'$ qui satisfont.

De la correction qu'on doit faire à la latitude et à la longitude déduites de l'estime, lorsqu'on a égard à l'aplatissement de la terre.

338. Jusqu'ici nous avons regardé la terre comme sphérique; mais les observations ayant fait connaître qu'elle s'écarte un peu de cette figure, il est à propos d'examiner quel changement il doit en résulter dans la réduction des routes.

Soit donc PEp (*fig.* 65) l'un des méridiens de la terre, représenté par une ellipse dont le grand axe EC soit l'un des rayons de l'équateur, et dont le petit axe Pp soit l'axe même de la terre. On a trouvé par observation que l'axe Pp était plus petit que le diamètre de l'équateur d'environ $\frac{1}{179}$ de celle-ci; ensorte que $EC : CP :: 179, 178$.

Si à chaque point R de l'ellipse on conçoit des perpendiculaires telles que RI, ces perpendiculaires qui représentent la verticale de chaque lieu R, formeront, par leur rencontre, une ligne courbe AIB, et chacune pourra être considérée comme le rayon du cercle dont la courbe se confond avec celle de l'ellipse au point R; d'où il suit que ces rayons augmentant continuellement de E en P, les arcs qui mesurent un degré, ou une même partie quelconque de degré, augmentent en même rapport, en allant de l'équateur vers le pôle; que par conséquent si on conçoit un demi-cercle MDN, qui ait pour rayon CD, celui que nous avons jusqu'ici supposé à la terre, c'est-à-dire, celui qui donne 57030 toises pour un degré, l'arc ER du méridien compris entre l'équateur et le lieu quelconque R, n'est pas de même longueur que celui DQ (en imaginant CQ parallèle à IR) qui mesurerait la même latitude, et qu'ainsi, pour déterminer la latitude EPR sur le sphéroïde aplati par les arcs ER du méridien, il faut appliquer une correction à la longueur des arcs DQ par lesquels nous avons jusqu'ici mesuré cette latitude.

339. Pour déterminer cette correction et celle qu'on doit faire à la longitude, représentons par a le rayon EC de l'équateur (*fig.* 66); soit b la moitié CP de l'axe, x une abscisse quelconque CQ, y, le rayon QR du parallèle de R, nous aurons (*Alg.* 304) $y = \frac{a}{b}\sqrt{bb - xx}$; et en prenant l'arc RS infiniment petit, $RS = dx\sqrt{\frac{b^4 + (aa - bb)xx}{bb(bb - xx)}}$ (quatr. part. 97), le rayon de la développée RI (*fig.* 65)... $= \frac{[b^4 + (aa - bb)x^2]^{\frac{3}{2}}}{ab^4}$.

Soit k le sinus de la latitude $RP'E$, les triangles semblables RtS, $RP'm$ donneront $Rt : St :: Rm : mP'$, c'est-à-dire $-dy : dx :: k : \sqrt{1 - kk}$, ou $\frac{axdx}{b\sqrt{bb - xx}} : dx :: k : \sqrt{1 - kk}$;

d'où l'on tire $k = \frac{ax\sqrt{1 - kk}}{b\sqrt{bb - xx}}$, et $xx = \frac{kkb4}{aa - (aa - bb)kk}$. Tirant de cette équation la valeur de dx, et la substituant ainsi que celle de xx, dans celles de y, de RS et de RI, on aura $y = \frac{a^2\sqrt{1 - kk}}{\sqrt{a^2 - (aa - bb)kk}}$, $RS = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{a^2b^2dk}{\sqrt{1 - kk} \times [aa - (aa - bb)k^2]^{\frac{3}{2}}}$; $RI = \frac{a^2b^2}{[aa - (aa - bb)k^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Réduisons en série (*Alg.* 160) la valeur de $[aa - (aa - bb)k^2]^{\frac{3}{2}}$, et bornons-nous aux deux premiers termes, nous aurons $\frac{1}{a^3} + \frac{3}{2}\frac{aa - bb}{a^5}k^2$. Substituant cette valeur dans celle de RS, il vient $RS = \left(\frac{b^2dk}{a} + \frac{3}{2}b^2.\frac{aa - bb}{a^3}k^2d^2k\right)(1 - kk)^{-\frac{1}{2}}$.

Pour intégrer cette quantité (quatr. partie 129), je la suppose $= d\,(Ak\,(1-kk)^{\frac{1}{2}} + Bdk\,(1-kk)^{-\frac{1}{2}}$. Exécutant la différentiation indiquée, et comparant les termes affectés des puissances égales de k, on a $A = -\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}(aa-bb)$, et $B = \frac{b^2}{a} + \frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}.(aa-bb)$. Donc $RS = -d\,(\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}.(aa-bb)\,k\,\sqrt{1-kk} + \left(\frac{b^2}{a} + \frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}.(aa-bb)\right)\frac{dk}{\sqrt{1-kk}}$.

Puisque b ne diffère de a que d'une quantité fort petite, supposons $b = a - ma$, m étant $= \frac{1}{179}$; et substituons pour b cette valeur en négligeant le quarré et les puissances plus élevées de m. Nous aurons $RS = -d\,(\frac{3}{2}\,mak.\sqrt{1-kk} + (a-\frac{1}{2}ma) \times \frac{dk}{\sqrt{1-kk}}$.

Mais si on cherche la valeur du rayon de la développée en E et en P, en faisant successivement dans la valeur de RI, $k=0$, et $k=1$, on trouve $\frac{b^2}{a}$ et $\frac{a^2}{b}$ qui, en mettant pour b sa valeur $a - ma$, deviennent $a - 2ma$ et $\frac{a}{1-m}$, ou $a - 2ma$ et $a + ma$ (en divisant par $1-m$, et rejetant les puissances plus élevées de m). Or la moitié de la somme de ces deux quantités est $a - \frac{1}{2}ma$, c'est-à-dire, la quantité qui ci-dessus multiplie $\frac{dk}{\sqrt{1-kk}}$. Donc si on conçoit Cq (*fig.* 65) parallèle à IS, on a $(a-\frac{1}{2}ma)\frac{dk}{\sqrt{1-kk}} = Qq = d\,(DQ)$, puisque la quantité CD qu'on prend pour rayon de la terre supposée sphérique, est moyenne entre le plus petit et le plus grand rayon osculateur. On a donc RS ou $d\,(ER) = -d\,(\frac{3}{2}mak\,\sqrt{1-kk} + d\,(DQ)$; donc en intégrant, $ER = -\frac{3}{2}\,mak\,\sqrt{1-kk} + DQ$ ou $DQ - ER = \frac{3}{2}\,mak\,\sqrt{1-kk}$, intégrale à laquelle il n'y a point de constante à ajouter, parce que lorsque $k=0$, DQ et ER deviennent zéro, ainsi que cela doit être.

Si on représente le rayon moyen CD par 1, on aura donc $a - \frac{1}{2}ma = 1$, et $a = \frac{1}{1-\frac{1}{2}m} = 1 + \frac{1}{2}m$, donc $ma =$

$m + \frac{1}{2} m^2 = m$; on aura donc $DQ - ER = \frac{3}{2} mk \sqrt{1-kk}$ $= \frac{3}{2} m \sin \text{lat} \times \cos \text{lat} = \frac{3}{308} \sin \text{lat} \times \cos \text{lat}$; c'est-à-dire, que pour avoir la différence de longueur entre l'arc qui mesure une latitude proposée pour la terre supposée sphérique, et celui qui mesure la même latitude, en ayant égard à l'aplatissement, il faut prendre les $\frac{3}{308}$ du produit du sinus de la latitude, par le cosinus de la latitude.

Mais comme il est plus commode d'avoir cette correction en minutes de degrés, ou en *mille*, qu'en parties du rayon, il n'y a qu'à diviser cette quantité par 0.00029, qui exprime combien il faut de parties du rayon pour faire la longueur de l'arc d'une minute, et l'on aura, toute réduction faite, *Correct. de la latit.* $= 28', 9 \sin \text{lat.} \times \cos \text{lat.}$ C'est d'après cette formule que nous avons calculé la Table ci-dessous, quant à la latitude.

340. A l'égard de la correction en longitude, d'après ce qui a été dit (quatr. part. 127), il est facile de voir que si on appelle a le rumb de vent, dz la petite différence en longitude, correspondante au changement RS en latitude, on aura $dz = \frac{RS \times \text{tang } a'}{y}$, ou (en mettant pour RS et y, leurs valeurs en k trouvées ci-dessus) $dz = \frac{b^2 dk \text{ tang } a'}{(1-kk)[aa-(aa-bb)k^2]}$.
Pour intégrer cette quantité, je la décompose. (quatr. part. 136) en deux fractions qui aient pour dénominateur, l'une $1 - kk$, et l'autre $aa - (aa - bb) k^2$, et je trouve $dz = \left(\frac{dk}{1-kk} - \frac{(aa-bb) dk}{aa-(aa-bb)k^2} \right) \text{tang } a'$. Or $\frac{dk \text{ tang } a'}{1-kk}$ est (quatr. p. 127) la différentielle de la longitude dans la supposition de la terre sphérique; donc si on la représente par dz', on aura $dz' - dz = \frac{(aa-bb) dk \text{ tang } a'}{aa-(aa-bb)kk}$, et en intégrant $z' - z$, ou la correction de la longitude $=$ $\int \frac{(aa-bb) dk \text{ tang } a'}{aa-(aa-bb)kk}$.

Faisons $k \sqrt{aa-bb} = au$, et nous aurons.........
$\int \frac{(aa-bb) dk \text{ tang } a'}{aa-(aa-bb)kk} = \int \frac{\sqrt{aa-bb}\, du \text{ tang } a'}{a \quad (1-uu)}$; d'où (quatr. part. 227.) nous conclurons que la correction à faire à la longitude est égale à $\frac{\sqrt{aa-bb}}{4}$ multiplié par la

longitude qui correspond à la latitude dont le sinus u est $= \frac{k\sqrt{aa - bb}}{a}$.

341. C'est sur ce principe que sont calculées, dans la Table suivante, les corrections que l'on doit faire à la longitude; corrections qui, ainsi que celles de la latitude, doivent toujours être retranchées de la longitude ou latitude déterminée dans la supposition de la terre sphérique. Les corrections de longitude, dans la table ci-dessous, sont calculées dans la supposition que le rumb est de 45°; elles expriment, à proprement parler, les corrections qu'on doit faire aux latitudes croissantes. Lorsqu'on voudra en faire usage pour tout autre rumb de vent, il faudra les multiplier par la tangente du rumb de vent, ainsi que le fait voir le calcul ci-dessus. Nous avons supposé, comme pour la correction des latitudes $b = a - \frac{1}{179}a$, ce qui donne à très-peu près $\sqrt{\frac{aa - bb}{a}} = \sqrt{\frac{1}{179}}$.

Table de la correction qu'on doit faire aux latitudes simples et aux latitudes croissantes, eu égard à l'aplatissement de la terre.

Degrés de latitude.	Correction de la latit. simpl.	Degrés de latitude.	Correction de la lat. croiss.
0	0',0	0	0',0
5	2,5	5	3,3
10	4,9	10	6,7
15	7,2	15	10,0
20	9,3	20	13,1
25	10,1	25	16,3
30	12,5	30	19,3
35	13,6	35	22,2
40	14,3	40	24,8
45	14,5	45	27,2
50	14,3	50	29,6
55	13,6	55	31,6
60	12,5	60	33,4
65	10,1	65	35,0
70	9,3	70	36,3
75	7,2	75	37,3
80	4,9	80	37,9
85	2,5	85	38,5
90	0,0	90	38,6

342. Pour donner un exemple de l'usage de cette table, supposons qu'on ait couru 954 lieues à l'*ONO*, étant parti de 30° 43' de latitude nord, et de 24° 52' de longitude occidentale comptés de Paris; on demande le lieu de l'arrivée.

En opérant comme il a été dit (109), on trouve que la latitude d'arrivée est de 48° 58', et la longitude, de 82° 51'. Comme la latitude du départ est supposée exacte, c'est-à-dire la même qu'on l'observerait, on ne doit donc corriger la latitude d'arrivée que de l'excès de la quantité qui, dans la Table ci-dessus, répond à cette latitude, sur celle qui répond à le latitude du départ; ainsi, puisqu'à la latitude 48° 58′, il répond 14′,3, et à la latitude 30° 42′, il répond 12′, 6, la correction est 1′, 7, ou 2′ que l'on doit soustraire de la latitude d'arrivée, laquelle sera par conséquent de 48° 56′.

Quant à la longitude, avec les latitudes 30° 43′ et 48° 56′ de départ et d'arrivée, je cherche les corrections qu'on doit faire aux latitudes croissantes correspondantes, et je trouve 19′, 8 et 29′, 1, dont la différence 9′, 3 étant multipliée par la tangente du rumb de vent 67° 30′, donne 22′ $\frac{1}{2}$ pour la correction de la longitude d'arrivée, qui par conséquent est de 82° 28′ $\frac{1}{2}$.

343. Nous avons supposé dans les calculs ci-dessus, que le méridien était une ellipse. Cette supposition ne s'accorde pas parfaitement avec la mesure des degrés faite au Pérou, en France et en Laponie, par laquelle on a fixé le degré du méridien sous l'équateur, à 56768 toises; sous le parallèle de 45°, en France, à 57030 toises, et sous le cercle polaire, à 57422; mais l'erreur que cette supposition peut produire dans l'usage des Tables ci-dessus, n'est d'aucune conséquence.

Résolution de quelques questions de Trigonométrie sphérique qui peuvent être d'usage dans quelques cas.

344. C'est principalement pour donner quelques exemples de la manière d'appliquer le calcul à la Trigonométrie sphérique, que nous plaçons ici les questions suivantes qui peuvent d'ailleurs avoir leur application dans certains cas. Le but qu'on doit principalement se proposer, dans ces sortes d'applications, est de réduire les solutions au seul usage des logarithmes, sans être obligé de repasser aux nombres. En un mot, de rendre la solution de ces questions, semblable à celle que la Trigonométrie donne pour les triangles sphériques.

Supposons d'abord qu'ayant observé trois distances d'un astre au zénith, et les intervalles de temps écoulés entre les observations, on veuille déterminer l'heure, la latitude du lieu, et la déclinaison de l'astre, que l'on suppose rester la même.

Soit HZO (*fig.* 67), le méridien; HAO, l'horizon; ZC, ZB, ZA, les trois verticaux dans lesquels l'astre a été observé en F, E, D; P, le pôle. Soient nommés a la distance ZP du zénith au pôle; b, la distance PF de l'astre au pôle. Soient c, c', c'', les distances au zénith ZF, ZE, ZD; e, e', e'', les angles horaires correspondans ZPF, ZPE, ZPD. Si de Z on conçoit un arc ZQ perpendiculaire sur PF, on aura

(*Géom.* 353) $1 : \cos e :: \tang a : \tang x$, en nommant PQ, x.
Et (*Géom.* 357) $\cos x : \cos(b - x) :: \cos a : \cos c$, ou $\cos x : \cos b \cos x + \sin b \sin x :: \cos a : \cos c$, ou $1 : \cos b + \sin b \tang x :: \cos a \cos c$; donc $\cos c = \cos a \cos b + \cos a \sin b \tang x$, ou enfin, en mettant pour $\tang x$ sa valeur, $\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e$,

En raisonnant de même pour les deux autres triangles ZPE PDZ; on aura donc en tout les trois équations suivantes :

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e \quad \text{(A)}$$
$$\cos c' = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e' \quad \text{(B)}$$
$$\cos c'' = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e'' \quad \text{(C)}$$

retranchant la seconde et la troisième de la première, on aura

$$\cos c - \cos c' = \sin a \sin b (\cos e - \cos e') \quad \text{(D)},$$
$$\cos c - \cos c'' = \sin a \sin b (\cos e - \cos e'') \quad \text{(E)};$$

donc en égalant les deux valeurs de $\sin a \sin b$, on a.....
$\frac{\cos c - \cos c'}{\cos c - \cos c''} = \frac{\cos e - \cos e'}{\cos e - \cos e''}$, équation qui, d'après ce qui a été dit (*Alg.* 419), peut être changée en cette autre,
$\frac{\sin\frac{1}{2}(c' + c)\sin\frac{1}{2}(c' - c)}{\sin\frac{1}{2}(c'' + c)\sin\frac{1}{2}(c'' - c)} = \frac{\sin\frac{1}{2}(e' + e)\sin\frac{1}{2}(e' - e)}{\sin\frac{1}{2}(e'' + e)\sin\frac{1}{2}(e'' - e)}$, donc
$\frac{\sin\frac{1}{2}(e' + e)}{\sin\frac{1}{2}(e'' + e)} = \frac{\sin\frac{1}{2}(c' + c)\sin\frac{1}{2}(c' - c)\sin\frac{1}{2}(e'' - e)}{\sin\frac{1}{2}(c'' + c)\sin\frac{1}{2}(c'' - c)\sin\frac{1}{2}(e' - e)}$; or tout est connu dans ce second membre.

Supposons donc $\frac{\sin\frac{1}{2}(c' + c)\sin\frac{1}{2}(c' - c)\sin\frac{1}{2}(e'' - e)}{\sin\frac{1}{2}(c'' + c)\sin\frac{1}{2}(c'' - c)\sin\frac{1}{2}(e' - e)} = \sin m$, on aura facilement $\sin m$, par logarithmes, et par conséquent m.

On aura donc aussi $\frac{\sin\frac{1}{2}(e' + e)}{\sin\frac{1}{2}(e'' + e)} = \sin m$. Soit $\frac{1}{2}(e' + e) + \frac{1}{2}(e'' - e) = y$, et $\frac{1}{2}(e'' + e) - \frac{1}{2}(e' + e)$, ou $\frac{1}{2}(e'' - e') = g$; g sera connu, et l'on aura $\frac{1}{2}(e'' + e) = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}g$, et $\frac{1}{2}(e' + e) = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}g$; donc $\frac{\sin(\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}g)}{\sin(\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}g)} = \sin m$, ou $\frac{\sin\frac{1}{2}y\cos\frac{1}{2}g - \sin\frac{1}{2}g\cos\frac{1}{2}y}{\sin\frac{1}{2}y\cos\frac{1}{2}g + \sin\frac{1}{2}g\cos\frac{1}{2}y} = \sin m$, ou $\frac{\tang\frac{1}{2}y - \tang\frac{1}{2}g}{\tang\frac{1}{2}y + \tang\frac{1}{2}g} = \sin m$; d'où l'on tire $\tang\frac{1}{2}y = \frac{1 + \sin m}{1 - \sin m}\tang\frac{1}{2}g$.

Mais (*Géom.* 286) $\frac{1+\sin m}{1-\sin m}=\frac{\text{tang}\,(45°+\frac{1}{2}m)}{\text{tang}\,(45°-\frac{1}{2}m)}=\text{tang}^2$ $(45°+\frac{1}{2}m)$, parce que $\text{tang}(45°-\frac{1}{2}m)=\cot 90°-(45°-\frac{1}{2}m)$ $=\cot(45°+\frac{1}{2}m)=\frac{1}{\text{tang}\,(45°+\frac{1}{2}m)}$; donc enfin $\text{tang}\frac{1}{2}y=$ $\text{tang}\frac{1}{2}g\,\text{tang}^2(45°+\frac{1}{2}m)$; il sera donc facile d'avoir y, et par conséquent e, puisqu'on a $\frac{1}{2}(e'+e)=y$, ou $\frac{1}{2}(e'-e+2e)$ $+\frac{1}{2}-(e''-e+2e)=y$, qui donne $e=\frac{1}{2}y-\frac{1}{4}(e'-e)$ $-\frac{1}{4}(e''-e)$, équation dont le second membre est entièrement connu.

345. Pour avoir a et b, je prends dans l'équation (D) la valeur de $\sin a\sin b$, savoir $\frac{\cos c-\cos c'}{\cos e-\cos e'}$; et après avoir ajouté les deux équations (A) et (B), je substitue dans leur somme la valeur de $\sin a\sin b$, et j'en tire celle de $\cos a$ $\cos b=\frac{\cos c'\cos e-\cos c\cos e'}{\cos e-\cos e'}$.

De cette valeur de $\cos a\cos b$, je retranche celle de $\sin a$ $\sin b$, pour avoir celle de $\cos(b+a)$; je les ajoute, au contraire, pour avoir celle de $\cos(b-a)$, et j'ai........

$\cos(b+a)=\frac{\cos c'(1+\cos e)-\cos c(1+\cos e')}{\cos e-\cos e'}$, et

$\cos(b-a)=\frac{\cos c(1-\cos e')-\cos c'(1-\cos e)}{\cos e-\cos e'}$; mettant

donc, au lieu de $\cos e-\cos e'$, sa valeur $2\sin\frac{1}{2}(e'+e)$ $\sin\frac{1}{2}(e'-e)$; pour $(1-\cos e')$, sa valeur $2\sin^2\frac{1}{2}e'$; pour $1+\cos e$, sa valeur $2\cos^2\frac{1}{2}e'$, et ainsi des autres, on aura

$$\cos(b+a)=\frac{\cos c\cos^2\frac{1}{2}e-\cos c\cos^2\frac{1}{2}e}{\sin\frac{1}{2}(e'+e)\sin\frac{1}{2}(e'-e)},$$

$$\cos(b-a)=\frac{\cos c\sin^2\frac{1}{2}e'-\cos c'\sin^2\frac{1}{2}e}{\sin\frac{1}{2}(e'+e)\sin\frac{1}{2}(e'-e)}.$$

Faisons $\frac{\cos c\cos^2\frac{1}{2}e'}{\sin c'\cos^2\frac{1}{2}e}=\text{tang}p$, et $\frac{\cos c'\sin^2\frac{1}{2}e}{\sin c\sin^2\frac{1}{2}e'}=\text{tang}\,p'$, p et p' seront faciles à déterminer par logarithmes. On aura $\cos(b+a)=\cos^2\frac{1}{2}e\,\frac{(\cos c'\cos p+\sin c'\sin p)}{\cos p\sin\frac{1}{2}(e'+e)\sin\frac{1}{2}(e'-e)}$, ou

$\cos(b+a)=\frac{\cos^2\frac{1}{2}e\cos(c'+p)}{\cos p\sin\frac{1}{2}(e'+e)\sin\frac{1}{2}(e'-e)}$, et $\cos(b-a)$ $\frac{\sin^2\frac{1}{2}e'\cos(c+p')}{\cos p'\sin\frac{1}{2}(e'+e)\sin\frac{1}{2}(e'-e)}$; d'où l'on voit qu'en employant les logarithmes, on aura a, b, e, par de simples additions et soustractions.

Mais il faut observer que comme rien ne détermine à prendre $\cos(b-a)$ plutôt que $\cos(a-b)$ pour représenter $\cos a \cos b + \sin a \sin b$, on ne saura, entre la valeur de a et celle de b, quelle est celle qu'on doit prendre pour le complément de la latitude, qu'autant qu'on saura si la latitude est plus grande ou plus petite que la déclinaison.

346. Si les trois hauteurs sont prises dans les environs du méridien, ensorte que les angles horaires e, e', e'' soient petits; alors on peut résoudre la question plus simplement, de la manière suivante :

$b-a$ est la distance méridienne de l'astre au zénith; soit z la différence de c à $b-a$, ensorte que $b-a=c-z$. Cela posé, l'équation $\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e$, qui est la même que $\cos c = \cos(b-a) - \sin a \sin b\,(1-\cos e)$, se change en $\cos(c-z) - \cos c = \sin a \sin b\,(1-\cos e)$; ou, parce que z et e étant de petites quantités, on a $\cos(c-z) = \cos c + z \sin c$, et $1-\cos e = \frac{1}{2}e^2$, on aura $z \sin c = \frac{1}{2}e^2 \sin a \sin b$. Par la même raison, si on fait $c'-c=k$, $c''-c=l$, $e'-e=r$, $e''-e=s$, k, l, r et s étant de petites quantités connues, on aura $z\sin c + k \sin c = \frac{1}{2}(e^2+2er+r^2)\sin a \sin b$, et $z \sin c + l \sin c = \frac{1}{2}(e^2+2es+s^2)\sin a \sin b$. De ces trois équations on conclura facilement $e = \dfrac{ks^2-lr^2}{2(rl-ks)}$, $\sin a \sin b = \dfrac{(rl-ks)\sin c}{2rs(s-r)}$, et ....

$$z = \frac{(ks^2-lr^2)^2}{4rs(s-r)(rl-ks)}.$$

347. Lorsque les intervalles entre les observations sont égaux, on a $s=r$, et z devient $z = \dfrac{(4k-l)^2}{4(2l-4k)}$; c'est la quantité que l'on doit retrancher de la plus petite des trois distances au zénith, pour avoir la distance méridienne au zénith.

348. Quoique cette solution puisse être d'un usage assez étendu, elle ne doit cependant pas être employée sans une vérification que nous allons enseigner.

En effet, dans cette approximation, nous avons supposé $\cos(c-z) = \cos c + z \sin c$, au lieu que la valeur rigoureuse est $\cos c \cos z + \sin c \sin z$, ou (en ne négligeant que les quantités de degrés au-delà de z^2), $\cos c - \frac{1}{2}z^2 \cos c + z \sin c$. Ainsi on aurait, pour la première équation ci-dessus, $-\frac{1}{2}z^2 \cos c + z \sin c = \sin a \sin b\,(1-\cos e)$. Et comme la solution ci-dessus fait connaître que z est de l'ordre e^2, il faut, pour valeur approchée de $1 - \cos e$, prendre non-seulement $\frac{1}{2}e^2$, mais $\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{24}e^4$; ensorte que nous aurons $-\frac{1}{2}z^2\cos c + z\sin c = \sin a \sin b\,(\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{24}e^4)$; d'où l'on tire $z = \operatorname{tang} c - \sqrt{\operatorname{tang}^2 c - \frac{2\sin a\sin b}{\cos c}(\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{24}e^4)} = \operatorname{tang} c -$ $\operatorname{tang} c\left(1 - \frac{\sin a\sin b}{\operatorname{tang}^2 c\cos c}(\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{24}e^4) - \frac{1}{2}\frac{\sin^2 a\sin^2 b}{\operatorname{tang}^2 c\cos^2 c}(\frac{1}{4}e^4)\right)$; en réduisant le radical en série, et négligeant les quantités qui passent l'ordre de e^4. Ainsi on a $z = \frac{\sin a\sin b}{\sin c}\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{24}\frac{\sin a\sin b}{\sin c}e^4 + \frac{1}{8}\frac{\sin^2 a\sin^2 b\cos c}{\sin^3 c}e^4$. Mais en appelant z' la valeur approchée de z, trouvée par la première approximation, on a $z' = \frac{1}{2}e^2\frac{\sin a\sin b}{\sin c}$; on a donc $(z = z' - \frac{1}{12}e^2z' + \frac{1}{2}\frac{e^2z'^2}{\operatorname{tang} c}$.

Donc si la valeur de c et les valeurs trouvées pour z' et pour e étaient telles que $-\frac{1}{12}e^2z' + \frac{1}{2}\frac{e^2z'^2}{\operatorname{tang} c}$, donnât une quantité qui passât la limite jusqu'à laquelle on a besoin d'avoir z, c'est-à-dire, qui passât 1 minute, lorsqu'on veut avoir z à moins d'une minute près, il faudrait s'abstenir de l'usage de cette méthode; et quoique souvent $-\frac{1}{12}e^2z' + \frac{1}{2}\frac{e^2z'^2}{\operatorname{tang} c}$ soit une correction suffisante pour la valeur de z, il vaut mieux en général, dans ce cas, avoir recours à la solution rigoureuse ci-dessus (344).

Observons que dans la quantité $-\frac{1}{12}e^2z' + \frac{1}{2}\frac{e^2z'^2}{\operatorname{tang} c}$, e est censé évalué en parties du rayon, quoique dans celle de z', il soit compté en parties de degré. C'est pourquoi, comme e est donné en parties de degré, il faudra pour substituer dans $-\frac{1}{12}e^2z'$, etc., multiplier la valeur de e, par 0,01745, si e est donné en degrés; pareillement, dans le terme $\frac{\frac{1}{2}e^2z'^2}{\operatorname{tang} c}$, on ne mettra pour z' sa valeur en degrés, qu'une seule fois; et pour l'autre facteur z', on mettra la valeur de z' en degrés, multipliée par 0,01745.

349. Si l'on voulait avoir égard au changement en déclinaison dans l'intervalle des observations, alors, en nommant m le changement en déclinaison, correspondant à $e' - e$, et n,

le changement correspondant à $e'' - e$, on aurait les trois équations..

$$\cos c = \cos(b - a) - \sin a \sin b\,(1 - \cos e)$$
$$\cos c' = \cos(b - a - m) - \sin a \sin(b - m)(1 - \cos e')$$
$$\cos c'' = \cos(b - a - n) - \sin a \sin(b - n)(1 - \cos e''),$$

en supposant que la distance de l'astre au pôle va en augmentant.

Prenant donc $\cos(b - a) + m \sin(b - a)$, au lieu de $\cos(b - a - m)$, et $\cos(b - a) + n \sin(b - a)$, au lieu de $\cos(b - a - n)$; négligeant m et n, dans $\sin(b - m)$ et $\sin(b - n)$, parce que le terme $m \cos b$, et $n \cos b$ qu'ils donneraient, devant être multiplié par $\frac{1}{2}e'^2$, et $\frac{1}{2}e''^2$, serait du troisième ordre; mettant enfin au lieu de $\cos(b - a)$, sa valeur $\cos(c - z)$, et au lieu de $m \sin(b - a)$ et $n \sin(b - a)$ mettant seulement $m \sin c$, et $n \sin c$, on aura, toute réduction faite,..

$$z \sin c = \sin a \sin b\,\tfrac{1}{2} e^2$$
$$z \sin c + k \sin c + m \sin c = \tfrac{1}{2}(e^2 + 2er + r^2) \sin a \sin b:$$
$$z \sin c + l \sin c + \sin c = \tfrac{1}{2}(e^2 + 2er + r^2) \sin a \sin b.$$

D'où il est facile de conclure que pour avoir z, il ne s'agit que de substituer, dans la valeur de z donnée dans la solution précédente, $k+m$, au lieu de k, et $l+n$, au lieu de l. Quant à la distance méridienne au zénith, elle n'est plus $b-a$, mais $b-a$ augmenté du changement en déclinaison correspondant à la valeur de l'angle horaire e, qui se trouvera comme ci-dessus (346), en mettant $k+m$ pour k, et $l+n$ pour l.

350. Proposons-nous actuellement de trouver l'équation du midi conclu par des hauteurs correspondantes, soit à terre, soit à la mer.

Pour connaître la marche d'une horloge lorsqu'on reste dans un même lieu, et si le soleil ne changeait point en déclinaison, la méthode la plus exacte serait d'observer, pendant deux jours consécutifs, les deux instans de chaque jour où le soleil arrive à une même hauteur quelconque sur l'horizon. Le milieu entre ces deux instans serait l'heure que la montre a dû marquer à midi; ensorte que si les observations de chaque jour s'accordaient à donner la même heure, on serait assuré que la montre est bien réglée sur le mouvement du soleil; et la différence entre midi et l'heure que l'on aurait conclue, serait l'erreur absolue de la montre. Que si, au contraire, on trouvait de la différence entre les deux midis consécutifs; si on trouvait, par exemple, qu'au midi du premier jour, la montre a dû marquer $12^h\,4'$, et qu'au midi du second jour elle a dû marquer $12^h\,2'$, on en conclurait que le premier jour elle avançait de $4'$, et le second de $2'$ seulement ; ensorte qu'on connaîtrait qu'elle retarde de $2'$ en 24 heures.

Mais si le soleil change de déclinaison, et si en même temps on change de lieu dans l'intervalle des deux observations d'un même jour, il est visible que le soleil ne sera pas l'après-midi à la même hauteur que le matin, à pareille distance du méridien, et que par conséquent le midi conclu par un milieu pris entre les instans marqués à l'horloge, lors des deux observations d'un même jour, aura besoin d'une correction.

Nous allons la déterminer d'abord en supposant que le changement en déclinaison et le changement de lieu soient quelconques. Nous verrons ensuite une méthode plus expéditive, lorsque l'un et l'autre de ces changemens sont fort petits.

351. Soit donc c la distance du soleil au zénith, lors de l'observation du matin et celle du soir, distance qu'il n'est pas nécessaire de connaître ; il suffit qu'elle soit la même dans chaque cas. Soit a la distance du zénith au pôle ; b, la distance de l'astre au même pôle, et e, l'angle horaire lors de la première observation ; soient a', b', e', les valeurs respectives de ces quantités lors de la seconde observation. On aura

$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e$

$\cos c = \cos a' \cos b' + \sin a' \sin b' \cos e'$

donc $0 = \cos a \cos b - \cos a' \cos b' + \sin a \sin b \cos e - \sin a' \sin b' \cos e'$.

Soit fait $\cos a \cos b = \cos m$, $\cos a' \cos b' = \cos m'$, $\sin a \sin b = \sin p$, $\sin a' \sin b' = \sin p'$. Puisque a, b, a', b', sont connus, il sera aisé d'avoir m, p, m', et p' par les tables, et par de simples additions de logarithmes.

On aura donc $0 = \cos m - \cos m' + \sin p \cos e - \sin p' \cos e'$. Soit $e' + e = q$, et $e' - e = z$; $e' + e$ sera connu en retranchant (si la route porte à l'ouest, ou en ajoutant, si elle porte à l'est) la différence des méridiens, de l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations, réduit en degrés, à raison de 15° par heure. On aura donc $e' = \frac{1}{2}(q + z)$ et $e = \frac{1}{2}(q - z)$.

Donc $0 = \cos m - \cos m' + \sin p \cos \frac{1}{2}(q - z) - \sin p' \cos \frac{1}{2}(q + z)$ (ou bien), Alg. 419 et 415 $(0 = 2) \sin \frac{1}{2}(m' + m) \sin \frac{1}{2}(m' - m) \ldots\ldots\ldots \left.\begin{matrix} + \sin p \cos \frac{1}{2} q \cos \frac{1}{2} z + \sin p \sin \frac{1}{2} q \sin \frac{1}{2} z \\ - \sin p' \cos \frac{1}{2} q \cos \frac{1}{2} z + \sin p' \sin \frac{1}{2} q \sin \frac{1}{2} z \end{matrix}\right\}$, ou $\sin \frac{1}{2}(m' + m) \sin \frac{1}{2}(m' - m) = \cos \frac{1}{2}(p' + p) \sin \frac{1}{2}(p' - p) \cos \frac{1}{2} q \cos \frac{1}{2} z - \sin \frac{1}{2}(p' + p) \cos \frac{1}{2}(p' - p) \sin \frac{1}{2} q \sin \frac{1}{2} z$.

Soit fait $\cos\frac{1}{2}(p'+p)\sin\frac{1}{2}(p'-p)\cos\frac{1}{2}q=\sin\frac{1}{2}(p'+p)\cos\frac{1}{2}(p'-p)\sin\frac{1}{2}q\tang r$, qui est la même chose que $\cot\frac{1}{2}(p'+p)\cot\frac{1}{2}q\tang\frac{1}{2}(p'-p)=\tang r$, il sera facile d'avoir r par de simples additions de logarithmes.

On aura donc $\sin\frac{1}{2}(m'+m)\sin\frac{1}{2}(m'-m)=\sin\frac{1}{2}(p'+p)\cos\frac{1}{2}(p'-p)\sin\frac{1}{2}a\left(\frac{\sin r\cos\frac{1}{2}z-\cos r\sin\frac{1}{2}z}{\cos r}\right)=\sin\frac{1}{2}(p'+p)\cos\frac{1}{2}(p'-p)\sin\frac{1}{2}q\ \frac{\sin(r-\frac{1}{2}z)}{\cos r}$; donc enfin on a $\sin(r-\frac{1}{2}z)=\frac{\sin\frac{1}{2}(m'+m)\sin\frac{1}{2}(m'-m)\cos r}{\sin\frac{1}{2}(p'+p)\cos\frac{1}{2}(p'-p)\sin\frac{1}{2}q}$, équation qui, par de simples additions et soustractions de logarithmes, donnera $r-\frac{1}{2}z$, et par conséquent $\frac{1}{2}z$, et par conséquent aussi e, qui est égal à $\frac{1}{2}(q-z)$, dans lequel q est connu par ce qui a été dit ci-dessus.

352. Si les observations étaient faites dans le même lieu, ensorte que a' fût $=a$, le calcul serait plus simple; car alors on aurait..

$\cos c=\cos a\cos b+\sin a\sin b\cos e$

$\cos c=\cos a\cos b'+\sin a\sin b'\cos e'$,

ou $0=\cos a(\cos b-\cos b')+\sin a(\sin b\cos e)-\sin b'\cos e'$, ou $0=2\cos a\sin\frac{1}{2}(b'+b)\sin\frac{1}{2}(b'-b)+\sin a(\sin b\cos e-\sin b'\cos e')$; faisant donc comme ci-dessus $e'+e=q$, et $e'-e=z$, on aurait

$$0=2\cos a\sin\frac{1}{2}(b'+b)\sin\frac{1}{2}(b'-b)+\sin a\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l}\sin b\cos\frac{1}{2}q\cos\frac{1}{2}z+\sin b\sin\frac{1}{2}q\sin\frac{1}{2}z\\ -\sin b'\cos\frac{1}{2}q\cos\frac{1}{2}z+\sin b'\sin\frac{1}{2}q\sin\frac{1}{2}z,\end{array}\right.$$

ou $\cos a\sin\frac{1}{2}(b'+b)\sin\frac{1}{2}(b'-b)=\sin a[\cos\frac{1}{2}(b'+b)\sin\frac{1}{2}(b'-b)\cos\frac{1}{2}q\cos\frac{1}{2}z-\sin\frac{1}{2}(b'+b)\cos\frac{1}{2}(b'-b)\sin\frac{1}{2}q\frac{1}{2}z)$; d'où en faisant $\cos\frac{1}{2}(b'+b)\sin\frac{1}{2}(b'-b)\cos\frac{1}{2}q=\sin\frac{1}{2}(b'+b)\cos\frac{1}{2}(b'-b)\sin\frac{1}{2}q\tang r$, ou $\cot\frac{1}{2}(b'+b)\tang\frac{1}{2}(b'-b)\cot\frac{1}{2}q=\tang r$, on tirerait comme ci-dessus $\cos(r-\frac{1}{2}z)=\frac{\cot a\tang\frac{1}{2}(b'-b)\cos}{\sin\frac{1}{2}q}$.

353. Si on suppose que les quantités a', b', e', diffèrent peu des quantités a, b, e, ainsi que cela a lieu en effet, lorsqu'il s'agit du soleil et du chemin que le vaisseau peut faire dans un jour; alors, si on fait $a'-a=da$, $b'-b=db$, $e'-e=de$, on aura $\cos a'=\cos(a+da)\cos a-da\sin a$, $\cos b'=\cos b-db\sin b$, $\sin a'=\sin a+da\cos a$, $\sin b'=\sin b+db\cos b$, $\cos e'=\cos e-de\sin e$. Substituant ces quantités dans

l'équation $\cos c = \cos a' \cos b' + \sin a' \sin b' \cos e'$, négligeant les quantités du second ordre, et retranchant de l'équation résultante, l'équation $\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos e$, on aura $de \sin a \sin b \sin e = - da\,(\sin a \cos b - \sin b \cos a \cos e) - db\,(\sin b \cos a - \sin a \cos b \cos e)$, d'où l'on tire $de = - da \left(\frac{\cot b}{\sin e} - \cot a \cot e\right) - db \left(\frac{\cot a}{\sin e} - \cot b \cot e\right)$.

Mais si on appelle t le nombre d'heures écoulées entre les deux observations, et qu'on représente par dM la différence de longitude des deux lieux d'observation, on aura $e' + e = 15^\circ t - dM$, c'est-à-dire, $2e + de = 15^\circ t - dM$, d'où $e = \frac{1}{2}(15^\circ t - dM - de)$, et par conséquent $\frac{e}{15^\circ}$ (où l'heure que la montre aurait dû marquer, lors de la première observation) $= \frac{1}{2}\left(t - \frac{dM + de}{15^\circ}\right)$. Mais comme dM ainsi que de sont fort petits à l'égard de $15^\circ t$, il suffit de substituer pour e, dans la valeur de de, sa valeur approchée $\frac{15^\circ t}{2}$, et l'on aura $de = - da \left(\frac{\cot b}{\sin \frac{15^\circ}{2}} - \cot a \cot \frac{15^\circ t}{2}\right) - db \ldots \left(\frac{\cot a}{\sin \frac{15^\circ}{2} t} - \cot b \cot \frac{15^\circ t}{2}\right)$. Or $\cot b$ est la tangente de la déclinaison, et $\cot a$ est la tangente de la latitude; on a donc $de = - da \left(\frac{\text{tang décl.}}{\sin \frac{15^\circ}{2}} - \text{tang lat.} \cot \frac{15^\circ t}{2} - db\right) \left(\frac{\text{tang lat.}}{\sin \frac{15^\circ}{2} t} - \text{tang décl.} \cot \frac{15^\circ}{2} t\right)$; ainsi mettant pour da et db leurs valeurs en minutes ou en secondes, on aura facilement la valeur de de en minutes ou en secondes; et puisqu'on a $\frac{e}{15^\circ} = \frac{1}{2}\left(t - \frac{dM + de}{15^\circ}\right)$, si on appelle h l'heure que marquait l'horloge, lors de l'observation du matin, on aura $h + \frac{e}{15^\circ} = + \frac{1}{2} t - \frac{1}{2} \frac{dM + de}{15^\circ}$; or $h + \frac{e}{15^\circ}$ est l'heure que la montre a dû marquer à midi, et $h + \frac{1}{2} t$ est celle qu'elle aurait marquée, si, dans l'intervalle des observations, il n'y avait eu ni changement de lieu, ni changement en déclinaison; donc la correction qu'on doit faire au midi conclu, dans cette dernière supposition, est $\frac{1}{2}\left(\frac{dM + de}{15^\circ}\right)$;

c'est-à-dire, que c'est la quantité qu'on doit retrancher du milieu pris entre l'heure de l'observation du matin et celle du soir, en supposant, comme nous l'avons fait ici, qu'on a fait route à l'ouest du méridien du matin, et que la valeur de *de* soit positive. Mais si la route avait porté à l'est, on ferait *dM* négatif. A l'égard du signe de *de*, il est déterminé par ceux de *da* et *db*. Or nous avons supposé que *a* et *b* croissaient; si l'un des deux ou tous les deux diminuaient, on changerait le signe de leur variation *da* ou *db*, dans la valeur de *de*.

354. On peut remarquer dans la valeur que nous venons de trouver pour *de*, 1°. qu'elle est composée principalement de deux parties, dont l'une dépend du changement *da* en latitude, et l'autre du changement *db* en déclinaison; mais que l'une se calcule par des opérations semblables à celles qui donnent l'autre, en changeant le mot *latitude* en celui de *déclinaison*, et réciproquement.

2°. Que chacun de ces deux termes peut croître jusqu'à l'infini par l'augmentation de la latitude, depuis 0° jusqu'à 90°; ensorte que la formule devient insuffisante, lorsqu'on se trouve près du pôle; mais, dans ce cas, on aurait recours à la solution générale (351).

Additions à ce qui a été dit dans la troisième section sur la manière de trouver la longitude en mer, par l'observation de la distance de la lune aux étoiles.

355. Nous avons dit (284) que lorsque l'arc de la distance de la lune à l'étoile est petit, les corrections que l'on fait à la distance apparente, par la méthode exposée (280), devenaient douteuses. Il faut donc alors, ou employer une étoile plus éloignée, ou trouver un moyen de calculer plus exactement la correction qu'on doit faire à la distance. Nous nous arrêterons d'autant plus volontiers sur ce dernier objet, qu'il devient souvent indispensable lorsqu'on fait usage du *mégamètre*. Cet instrument, dans la construction duquel M. de *Charnières*, lieutenant de vaisseau, s'est proposé de rendre l'héliomètre de M. *Bouguer* applicable à la mesure des distances d'étoiles à la lune, a l'avantage de mesurer ces distances avec une précision beaucoup plus grande qu'on ne peut le faire avec l'octant; mais, comme les arcs qu'il peut mesurer dans son état actuel, ne vont guère au-delà de 8 à 10 degrés, il faut pour calculer la correction de la distance, une méthode plus rigoureuse que celle que nous avons donnée (280). Entre plusieurs

que l'on peut aisément trouver, nous nous arrêterons à la suivante.

356. Par l'heure de l'observation de la distance de la lune à l'étoile, on a l'angle horaire du soleil; et par la différence d'ascension droite entre l'étoile et le soleil, on a l'angle au pôle, entre l'étoile et le soleil; on aura donc facilement l'angle horaire de l'étoile. Alors, dans le triangle *ZPS* (*fig.* 68) où l'on connaît le complément *ZP* de la latitude, la distance *PS* de l'étoile au pôle par le catalogue des étoiles, et l'angle horaire *ZPS*, il sera facile de calculer la distance vraie *ZS* de l'étoile ou zénith avec laquelle on trouvera dans la table, la réfraction correspondante.

Par la longitude et la latitude de la lune, calculées comme il a été dit (276 et 287), et par ce qui a été dit (153), on pourra calculer l'ascension droite et la déclinaison de la lune. De cette ascension droite, comparée à celle du soleil, comme il vient d'être dit pour l'étoile, on conclura l'angle horaire de la lune. Avec cet angle horaire, la distance de la lune au pôle, conclue de sa déclinaison, et le complément *ZP* de la latitude du lieu, on calculera la distance vraie *ZS* de la lune au zénith, c'est-à-dire, la distance, selon l'estime, et indépendante de la réfraction et de la parallaxe. Avec cette distance, on trouvera la réfraction dans la Table; puis, pour calculer la parallaxe de hauteur, on fera (169) cette proportion : le rayon est au sinus de la distance au zénith que l'on vient de trouver, comme la parallaxe horizontale est à un quatrième terme qui serait la parallaxe de hauteur, si la distance au zénith que nous venons d'employer, était la distance apparente; mais ce quatrième terme ne sera que la parallaxe approchée : pour l'avoir plus exactement, on ajoutera cette parallaxe approchée avec la distance au zénith, pour avoir la distance apparente au zénith approchée, et on fera cette nouvelle proportion.... : le rayon est au sinus de cette distance apparente au zénith, comme la parallaxe horizontale est à un quatrième terme qui sera la parallaxe de hauteur plus approchée et suffisamment approchée; de cette parallaxe on retranchera la réfraction.

Alors, dans la *fig.* 54, on connaîtra *Ee* réfraction de l'étoile *Ll*; différence entre la réfraction *Ll'* et la parallaxe *l'l* de la lune. Retranchant de la distance vraie *ZE*, la réfraction *Ee*, et ajoutant à la distance vraie *ZL*, la quantité *Ll*, on aura, dans le triangle *Zel*, les deux côtés *Ze*, *Zl*, et l'arc observé *el*; on calculera donc les angles *Zel*, *Zle*, que l'on emploiera ensuite comme il a été dit (281), pour avoir les corrections eq et ls; après quoi on achèvera comme il a été dit (282).

357. Après avoir conclu la différence des méridiens, si on la trouvait différente de celle de l'estime, d'un degré ou plus, pour plus d'exactitude, on recommencerait le calcul précédent, en employant la longitude et la latitude de la lune, calculées d'après cette nouvelle connaissance de la différence des méridiens.

358. Nous terminerons, en démontrant la méthode dont nous avons fait usage (287) pour calculer le lieu de la lune plus exactement que par les parties proportionnelles.

Supposons que AE, BF, CG, DH (*fig.* 69) représentent quatre longitudes de la lune, correspondantes à quatre époques séparées par des intervalles de temps égaux AB, BC, CD, comme de 12 en 12 heures. Soit CG celle qui répond à l'époque la plus prochaine de celle pour laquelle on veut calculer; et ayant représenté par x les parties du temps comptées de C vers Z, et par $-x$, les parties du temps comptées de C vers Y, si on représente par y, une longitude quelconque de la lune, et par a, celle qui correspond à un instant déterminé C; les voisines pourront être représentées assez exactement par $y = a + bx + cx^2$, b et c étant des quantités que nous allons déterminer.

En effet, si la vitesse de la lune était uniforme, sa longitude, après un temps quelconque x compté depuis l'instant C, serait $a + mx$, m étant cette vitesse. Mais, comme cette vitesse est variable, si on suppose (ce qui ne peut s'écarter beaucoup de la vérité pendant de petits intervalles de temps) qu'elle varie uniformément, c'est-à-dire proportionnellement au temps, la vitesse m pourra être représentée par $b + cx$, et par conséquent la longitude sera exprimée par $y = a + bx + cx^2$; il s'agit donc de déterminer b et c.

Soient y', y'', y''', y'''', les longitudes AE, BF, CG, DH, et ayant représenté par l'unité la grandeur de chacun des intervalles de temps AB, BC, CD, les abscisses CA, CB, o, et CD, correspondantes à ces longitudes, seront exprimées par -2, -1, 0, 1, on aura donc.....................

$$\begin{aligned} y' &= a - 2b + 4c \\ y'' &= a - b + c \\ y''' &= a \\ y'''' &= a + b + c \end{aligned}$$

prenant les différences premières.........................

$$y'' - y' = b - 3c$$
$$y''' - y'' = b - c$$
$$y'''' - y''' = b + c;$$

prenant les différences secondes.........................

$$(y''' - y'') - (y'' - y') = 2c$$
$$(y'''' - y''') - (y''' - y'') = 2c.$$

Ce qui fait voir que si la vitesse de la lune était uniformément accélérée, les différences secondes devraient être égales entre elles. Mais puisqu'on sait qu'elles diffèrent peu, il faut prendre pour c, non la valeur que donne l'une ou l'autre de ces deux équations, mais celle qui résulte de leur somme, et qui sera le quart de la somme des deux différences secondes.

Soit e cette différence seconde moyenne, on aura donc $c = e$, et par conséquent $b = (y'''' - y''') - e$; donc $y = a + (y'''' - y''')x - ex + exx$, ou $y = a + (y'''' - y''')x - ex(1 - x)$; ou (parce que nous avons représenté par l'unité, des espaces qui sont de 12 heures) $y = a + (y'''' - y''') \cdot \frac{x}{12} - \frac{ex}{12} \cdot \frac{12 - x}{12}$ qui fournit la règle que nous avons donnée (287), et qui est un corollaire de la méthode des interpolations dont nous avons parlé (*Alg.* 413).

FIN.

SECTION SUPPLÉMENTAIRE.

CALCULS
DES OBSERVATIONS
QUE L'ON FAIT EN MER.

SECTION SUPPLÉMENTAIRE.

CALCULS
DES OBSERVATIONS
QUE L'ON FAIT EN MER.

Calcul de la latitude par plusieurs hauteurs du soleil, prises très-près du méridien.

1. Calculez d'avance, à une demi-minute près, l'heure que doit marquer la montre à l'instant de midi. Commencez les observations 7 à 8′ avant cet instant, et marquez l'heure, la minute et la seconde qui correspond à chaque observation; ne cessez d'observer que 7 ou 8′ après l'heure du passage. Si vous vous servez d'un sextant, vous serez obligé de compter sur le limbe de l'instrument l'arc marqué par l'alidade à la fin de chaque observation, et vous l'écrivez à côté de l'heure correspondante. Dans le cas où vous faites usage du cercle à réflexion, comptez l'arc marqué par l'alidade du grand miroir, à la fin de chaque observation paire. Cette manière de compter vous donnera les moyens de pouvoir rejeter les hauteurs que vous jugerez défectueuses, soit parce qu'elles diffèrent trop des autres, soit parce qu'il serait survenu quelqu'accident imprévu pendant l'observation.

Prenez la somme de toutes les hauteurs, si vous avez observé avec un sextant, ou l'arc parcouru par l'alidade si c'est avec un cercle, et divisez cette somme ou l'arc parcouru, par le nombre des observations, vous aurez une hauteur moyenne apparente. Corrigez cette hauteur de la dépression de l'horizon, du diamètre du soleil, et des effets de la réfraction et de la parallaxe, et vous obtiendrez une hauteur moyenne vraie, qu'il ne s'agira plus que d'augmenter de la quantité que vous trouverez par les règles suivantes, afin d'en conclure la hauteur méridienne et la latitude.

1°. Je suppose que vous ayez calculé, par des observations faites le matin ou le soir, l'heure que la montre devait marquer à midi, dans un lieu peu éloigné, à l'est ou à l'ouest de celui où vous avez observé des hauteurs près du méridien. Corrigez cette heure, au moyen du chemin fait en longitude dans l'intervalle des observations, et vous aurez l'heure du passage du soleil au méridien, pour le lieu où les hauteurs ont été observées.

2°. Cherchez dans la Table X, avec la latitude estimée et la déclinaison, la quantité dont le soleil doit monter ou descendre, une minute avant et après son passage au méridien. Cette quantité est exprimée en secondes et en fractions de seconde; écrivez-la ainsi qu'il est indiqué dans l'exemple suivant.

3°. Prenez la différence qui existe entre l'heure que la montre marquait à l'instant de chaque observation et l'heure du passage au méridien, vous aurez l'angle horaire correspondant à chaque hauteur. Vous trouverez dans la Table XI, à côté de chacun de ces angles horaires, un nombre, et vous l'écrirez à droite de l'angle horaire auquel il appartient. Ajoutez ensemble tous ces nombres, et divisez leur somme par le nombre des observations; le quotient sera un dernier nombre avec lequel vous multiplierez la quantité trouvée dans la Table X. Le produit sera la correction qu'il faut ajouter à la hauteur moyenne vraie de toutes les observations, pour en conclure la hauteur méridienne. Vous emploierez cette hauteur méridienne de la même manière que celle qui aurait été obtenue directement par l'observation, et vous aurez la latitude.

L'exemple suivant servira à éclaircir les règles que l'on vient de donner.

EXEMPLE.

Le 17 juin 1793, étant par 9° 52′ de latitude sud, et par 148° 55′ de longitude orientale, on a observé des hauteurs du soleil près du méridien, pour obtenir la latitude. Il avait été reconnu, par des observations faites dans la matinée, qu'à 7^h 50′ du matin la montre retardait de 1^h 22′ 34″,2 sur le temps vrai. Le lieu où l'on se trouvait à midi était de 4′ 50″ de degré, ou de 19″,3 de temps, à l'ouest de celui où l'on avait observé l'heure. L'élévation de l'œil était de 19 pieds.

L'heure que la montre aurait marquée à midi, dans le lieu où l'on a observé l'angle horaire, serait 10^h 37′ 25″,8; mais le lieu de l'observation de latitude est à l'ouest de 19″,3 de temps, le passage au méridien arrivera donc plus tard de la même quantité. Il faut donc ajouter 19″,3 à 10^h 37′ 25″,8, et l'heure du passage à la montre sera, en négligeant les fractions de seconde, 10^h 37′ 45″. Il sera facile de reconnaître, à la simple inspection, les opérations que l'on doit faire.

L'heure que l'on comptait à Paris, à l'instant du passage au méridien, était 14^h 4′, mais le 17 n'était pas encore commencé, et l'époque du passage est le 16 juin, à $14^h\,4'$; la déclinaison du soleil, correspondante, est $23^\circ\,24'\,29''$ *N*.

Heure du passage au méridien, $10^h\,37'\,45''$.

Heures à la montre.	Intervalles.	Carrés des interv. ou multiplicateurs.
$10^h 35' 47''$	$1' 58''$	3 , 9
36.21	1.24	2 , 0
38. 9	0.24	0 , 2
39.10	1.25	2 , 0
	Somme....	8 , 1

Le quart. Multiplicateur............... 2 ,02

Quantité dont le soleil montait 1′ avant le passage.............................. 3 , 3

6″, 1
0 , 6

Nombre à ajouter à la hauteur moyenne... 6″, 7.

Somme des hauteurs du bord inférieur du ☉..	$226^\circ\ 1'\ 40''$
Le quart. Haut. appar. moyenn. du ☉. *N*...	56.30.25
Élévation, 19^{pi}. Dépression................	— 4.23
Reste............	$56^\circ 26'\ 2''$
Demi-diamètre du ☉....................	+ 15.46
	$56^\circ 41'\ 48''$
Réfraction. — Parallaxe.................	— 33
Hauteur vraie moyenne du ☉...........	$56^\circ 41'\ 15''$
Ajoutez................................	+ 7
Hauteur méridienne.....................	$56^\circ 41'\ 22''$
Distance au zénith *N*..................	33.18.58
Déclinaison du ☉ *N*....................	23.24.29
LATITUDE *S*...........................	$9^\circ 54'\ 9''$.

2. Dans l'intervalle de 14′ que peuvent durer les observations, il est possible de prendre huit, dix hauteurs et quelquefois même un plus grand nombre;

les erreurs des hauteurs se trouveront donc extrêmement atténuées sur la latitude calculée. On pourra obtenir la latitude en un seul jour, avec autant de précision que par les observations de huit ou dix hauteurs méridiennes qui auraient exigé le même nombre de jours que celui des observations; et si l'on prend les hauteurs avec un cercle, l'exactitude sera encore plus grande.

Calcul de la latitude par deux hauteurs du soleil, prises hors du méridien, et par l'intervalle de temps écoulé entre les observations.

3. Lorsque les deux hauteurs ont été prises du même côté du méridien, c'est-à-dire, lorsqu'elles ont été observées toutes les deux le matin ou le soir, les observations sont dites être de même espèce. Si une des deux hauteurs a été observée avant le passage au méridien et l'autre après, les observations sont de différente espèce.

L'azimut correspondant à la hauteur qui a été observée le plus près du midi, ou à la plus grande hauteur, s'appelle *le petit azimut;* celui qui correspond à la plus petite hauteur, s'appelle *le grand azimut.*

PRÉCEPTES GÉNÉRAUX

Pour observer la latitude par deux hauteurs prises hors du méridien.

4. Lorsque la hauteur méridienne doit être de plus de 84°, cette méthode ne peut pas être employée.

La petite hauteur doit être de plus de 6 à 7°.

Le chemin fait dans l'intervalle des observations, ne doit pas être de plus de 12 lieues.

La montre avec laquelle on mesure l'intervalle de temps écoulé entre les observations, ne doit pas s'écarter du temps moyen de plus de 3′ en 24 heures.

OBSERVATIONS DE MÊME ESPÈCE.

Règles pour la hauteur la plus voisine du méridien.

5. Plus l'observation de la grande hauteur est faite près de midi, plus le résultat comporte de précision.

Si l'on mesure l'intervalle avec une montre marine, le petit azimut ne doit pas être plus grand que 40 ou 45°. Dans le cas où l'on ne pourrait obtenir cette mesure qu'avec une montre ordinaire, susceptible de s'écarter du temps moyen de 3′ en 24 heures, le petit azimut ne doit jamais être de plus de 15°.

Règles pour la hauteur la plus éloignée du méridien.

6. L'intervalle de temps écoulé entre les observations, doit toujours être plus grand que le petit angle horaire; mais comme le rapport de ces deux quantités est sujet à varier, suivant que la hauteur méridienne du soleil doit être plus ou moins grande, on ne peut déduire de règles générales que de la valeur des azimuts correspondans aux deux hauteurs.

L'azimut correspondant à la plus petite hauteur, ou le grand azimut, ne doit pas être moindre qu'environ deux fois et demie la valeur du petit azimut. Lorsqu'on se sert d'une montre marine, plus le grand azimut est grand, et plus le résultat comporte de précision, pourvu toutefois que le soleil ait plus de 6 à 7° de hauteur, et que le chemin fait dans l'intervalle des observations, ne soit pas de plus de 12 lieues. Avec une montre ordinaire, le grand azimut ne doit pas être de plus de 75°.

En suivant ces règles, on obtiendra la latitude à 3′ près.

OBSERVATIONS DE DIFFÉRENTE ESPÈCE.

7. Plus les deux hauteurs sont observées près du méridien, plus le résultat comporte de précision.

Règles pour la hauteur la plus voisine du méridien.

8. Si l'on mesure l'intervalle avec une montre marine, le petit azimut ne doit jamais être de plus de 45°; avec une montre ordinaire, il ne doit pas être de plus de 30°.

Règles pour la hauteur la plus éloignée du méridien.

9. Le supplément du grand azimut, ou de l'azimut correspondant à la petite hauteur, ne doit pas être moindre que deux fois et demie la valeur du petit azimut. Cette règle est sans exception toutes les fois que l'on mesure l'intervalle avec une montre marine; mais il faut se rappeler que le soleil ne doit pas être au-dessous de 6 à 7° de hauteur, et que le chemin fait dans l'intervalle, ne doit pas être de plus de 12 lieues. Si l'on se sert d'une montre ordinaire, lorsque le petit azimut sera entre 15 et 30°, la somme des azimuts correspondans aux deux hauteurs, ou l'intervalle en azimut, pourra être de 60°. Dans le cas où le petit azimut serait de 15° et au-dessous, le grand ne devrait pas être plus grand que 75°.

Toutes les fois que l'on se conformera à ces règles, on obtiendra la latitude à 3′ près.

Remarque sur l'application des règles précédentes.

10. Il n'est pas nécessaire de connaître avec précision l'azimut correspondant à chaque hauteur, pour être en état de juger du degré de précision

dont une observation est susceptible; il suffit de pouvoir l'obtenir à 2 ou 3° près. On pourra donc l'observer avec une boussole.

Lorsque vous aurez l'azimut correspondant à la petite hauteur et à la grande, il sera bien facile, d'après les règles précédentes, de vérifier si les circonstances de l'observation sont favorables, et si le résultat doit être compris dans les limites de précision qui viennent d'être indiquées.

CALCUL DE LA LATITUDE.

11. On ne peut pas obtenir directement la latitude du lieu où l'on a observé la plus grande hauteur; on est obligé de calculer plusieurs autres quantités, 1°. il faut se procurer la distance des deux lieux que le soleil occupait dans le ciel par rapport au méridien et au cercle de l'horizon, lors des observations de hauteur; nous la nommerons *distance des lieux du soleil;* 2°. on calcule l'angle formé par l'arc de grand cercle qui mesure cette distance, et par le cercle de déclinaison correspondant à la petite hauteur; c'est le premier angle au soleil; 3°. on cherchera le second angle au soleil, qui est formé par l'arc de la distance et par le vertical de la petite hauteur; 4°. ces deux angles, ajoutés ensemble ou soustraits l'un de l'autre, feront connaître l'angle que le cercle de déclinaison faisait avec le vertical du soleil à l'instant de l'observation de la petite hauteur, ou l'angle de variation; 5°. enfin, au moyen de ce dernier angle, on calculera directement la latitude, et ce sera celle du lieu où la plus grande hauteur a été observée.

12. Avant de commencer les calculs des quantités qui viennent d'être indiquées, il est nécessaire de se procurer les données qui doivent y être employées. Il faudra d'abord chercher, au moyen de la

longitude estimée, l'heure de Paris, correspondante aux deux instans des observations de hauteur; ensuite on prendra, dans *la Connaissance des Temps*, les deux déclinaisons qui avaient lieu à ces instans. La moitié de la somme de ces déclinaisons retranchée de 90°, si le soleil est dans le même hémisphère que le pôle élevé, sera la distance polaire dont on doit se servir dans le calcul. Lorsque le soleil se trouve dans l'autre hémisphère, on ajoute 90° à la demi-somme des deux déclinaisons correspondantes aux observations de hauteur.

13. L'intervalle de temps écoulé entre les observations, tel qu'on l'obtient avec une montre, est le même que l'intervalle qui aurait été mesuré si le vaisseau n'avait pas changé de lieu; en effet, soit qu'il reste immobile ou qu'il se meuve avec une grande vitesse, pourvu que les instans indiqués par la montre soient les mêmes, le temps écoulé sera toujours égal à la différence des heures correspondantes à chaque observation. Mais, dans le calcul, on doit employer la différence des heures que l'on comptait à l'instant des deux observations dans chacun des lieux où elles ont été faites; ainsi il faut ajouter à l'heure de la petite hauteur, la différence en longitude de ces deux lieux, réduite en temps, si le lieu de la petite hauteur est à l'est de celui de la grande; il faudrait au contraire retrancher la différence en longitude, si le lieu de la petite hauteur était à l'ouest de celui de la grande. On prendra la différence qui existe entre l'heure de la petite hauteur corrigée de cette manière, et l'heure de la montre correspondante à la grande hauteur, et l'on obtiendra un intervalle en temps, dont la moitié réduite en degrés, sera le demi-intervalle avec lequel on fera le calcul. Lorsque les observations sont de même espèce, c'est-à-dire, quand elles ont

toutes les deux été faites le matin ou le soir, retranchez la plus petite des heures que la montre marquait à l'instant de ces observations, de la plus grande, et vous aurez l'intervalle de temps qui les sépare. Si les observations sont de différente espèce, retranchez l'heure correspondante à l'observation faite avant midi, de l'heure qui correspond à celle du soir, augmentée de 12 heures.

14. Les deux hauteurs observées doivent être corrigées de la dépression de l'horizon, du demi-diamètre du soleil et des effets de la réfraction et de la parallaxe, d'après les règles qui ont été données dans le Traité de Navigation précédent; il faut, de plus, appliquer à la petite hauteur une autre correction, afin d'avoir égard au chemin que le vaisseau a fait en latitude dans l'intervalle des observations.

Avec l'azimut correspondant à la petite hauteur, on cherchera dans la Table XII le multiplicateur qui lui correspond, et à l'aide de ce multiplicateur on cherchera la petite hauteur corrigée, pour avoir égard au changement en latitude dans l'intervalle des observations.

15. La petite hauteur corrigée se trouvera en se conformant aux règles suivantes.

Si la hauteur méridienne doit être plus grande dans le lieu de la grande hauteur que dans le lieu de la petite, ajoutez la différence en latitude à la petite hauteur; ensuite retranchez de la somme le produit de cette même différence en latitude, multipliée par le nombre ou multiplicateur que vous avez trouvé précédemment.

Si la hauteur méridienne doit être plus petite dans le lieu de la grande hauteur que dans celui de la petite, retranchez la différence en latitude de la petite hauteur; ensuite ajoutez au reste le produit de la même différence en latitude, multipliée par le nombre ou multiplicateur que vous avez trouvé au moyen de la Table XII.

Il faut remarquer, pour rendre l'application de ces dernières règles encore plus facile, que le produit de la différence en latitude, par le multiplicateur de la table, doit toujours être employé en sens contraire de la différence en latitude elle-même, c'est-à-dire qu'il faut retrancher le produit toutes les fois qu'on a dû ajouter la différence en latitude: il faut, au contraire, ajouter le produit lorsque la petite hauteur a été diminuée de la différence en latitude.

16. Dès que l'on aura rassemblé les données du calcul, et que l'on aura acquis la certitude que le résultat doit se trouver dans les limites de la précision requise, on cherchera la latitude en se conformant aux règles suivantes.

1°. *Distance des lieux du soleil.* Ajoutez le logarithme sinus de la moitié de l'intervalle au logarithme sinus de la distance polaire; la somme sera le logarithme sinus de la demi-distance des lieux du soleil; vous en prendrez le double, et vous aurez la distance entière.

2°. *Premier angle au soleil.* Ajoutez le logarithme de la cotangente de la moitié de l'intervalle avec le complément du logarithme cosinus de la distance polaire; la somme sera le logarithme de la tangente du premier angle au soleil. La moitié de l'arc correspondant sera la moitié du premier angle au soleil.

L'arc correspondant au logarithme de la tangente du premier angle au soleil, doit être moindre que 90°, si la distance du soleil au pôle élevé est moindre que 90°; il doit être de plus de 90°, si la distance polaire est plus grande que 90° : ainsi, dans le premier cas, l'arc que l'on trouvera dans les Tables sera le premier angle au soleil; dans le second, il faudra le retrancher de 180°.

Les données du calcul de ces deux premières quantités sont les mêmes; on les disposera comme on le voit dans le tableau de l'exemple qui va être donné. Immédiatement après avoir pris le logarithme sinus de la moitié de l'intervalle, on prendra celui de sa cotangente, qui s'écrira à côté. Il en sera de même à l'égard de la distance polaire; après avoir trouvé le logarithme de son sinus, on prendra le complément arithmétique de celui de son cosinus.

3°. *Second angle au soleil.* Écrivez les unes au-dessus des autres, et dans l'ordre suivant, la grande hauteur, la petite hauteur corrigée et la distance des lieux du soleil. Ajoutez ensemble ces trois quantités, prenez la moitié de la somme, et de la demi-somme retranchez la grande hauteur.

Cherchez ensuite, dans les Tables, le complément arithmétique du logarithme cosinus de la petite hauteur, et le complément arithmétique de celui du sinus de la distance des lieux du soleil. Vous trouverez de même le logarithme cosinus de la demi-somme et celui du sinus de cette demi-somme moins la grande hauteur. Ajoutez les deux complémens arithmétiques avec les deux logarithmes, la moitié de leur somme sera le logarithme sinus de la moitié du second angle au soleil; vous écrirez cette moitié du second angle au soleil au-dessous de celle du premier, que vous avez déjà trouvée.

4°. *Angle de variation.* Si le soleil passe au méridien du côté du pôle abaissé, prenez la différence des deux moitiés du premier et du second angle au soleil. Dans le cas où le soleil passe au méridien du côté du pôle élevé, prenez leur somme;

vous aurez la moitié de l'angle formé par le vertical du soleil et son cercle de déclinaison, à l'instant de l'observation de la petite hauteur, ou la moitié de l'angle de variation.

5°. *Latitude*. Au-dessous du demi-angle de variation, écrivez la distance du soleil au pôle élevé, et immédiatement après, la petite hauteur corrigée. Retranchez la petite hauteur de la distance polaire, et prenez la différence du reste, à 90°; écrivez au-dessous la moitié de cette différence.

Cherchez le logarithme cosinus de la moitié de l'angle de variation; ajoutez-y d'abord la moitié du logarithme sinus de la distance polaire, ensuite la moitié du logarithme cosinus de la petite hauteur, et enfin le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-différence à 90°. La somme de ces quatre nombres sera le logarithme sinus d'un arc auxiliaire. Vous prendrez le logarithme cosinus de cet arc, dont vous retrancherez le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-différence à 90°; le reste sera le logarithme cosinus de la moitié de la somme de la latitude, plus 90°. Doublez l'arc correspondant, et après avoir retranché 9 des dixaines et des centaines de degrés du produit, vous aurez la latitude du lieu où vous avez observé la plus grande hauteur.

EXEMPLE.

Le 17 juillet 1809, à environ $6^h\ 40'$ du matin, étant par $43°\ 6'$ de latitude estimée nord, et $148°\ 56'$ de longitude orientale, lorsque la montre marquait $6^h\ 44'\ 20''$, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil, de $21°\ 34'\ 50''$; et lorsque la même montre marquait $11^h\ 12'\ 36'',6$, on a pris une seconde hauteur du bord inférieur, et on l'a trouvée de $65°\ 18'\ 58''$. L'élévation de l'œil, à ces deux observations, est de 20 pieds. Dans l'intervalle de ces deux observations, le vaisseau s'était avancé de 25′ 3″ de degré en longitude vers l'ouest, et de 27′ 26″ en latitude vers le nord. On demande la latitude du lieu de la grande hauteur.

Les règles qui ont été données précédemment suffisent pour mettre en état de trouver les élémens du calcul de cet exemple; et à l'inspection du tableau suivant, il sera facile de prendre connaissance des opérations que l'on doit faire. On a eu soin d'indiquer, dans le même tableau, les quantités qui doivent être additives et celles qui sont soustractives. Lorsque les mêmes quantités peuvent avoir, dans différens cas, l'un ou l'autre signe, on a écrit à côté les circonstances qui déterminent le sens dans lequel elles doivent être employées. Ainsi, avec le secours de ce seul tableau, il sera possible de calculer toutes les observations, quelles que puissent être d'ailleurs les circonstances dans lesquelles elles ont été faites.

Calcul de l'angle horaire.

17. Les circonstances où l'observation de la hauteur du soleil procure l'angle horaire avec le plus de précision, sont celles où le mouvement en hauteur est le plus rapide; lorsque le soleil est près du méridien, l'observation de la hauteur n'est plus propre à faire connaître l'angle horaire. La théorie enseigne que l'instant du plus grand mouvement en hauteur, est celui du passage au premier vertical, ou bien celui où l'azimut du soleil est parvenu à sa plus grande valeur. Il faudra donc que les hauteurs destinées au calcul de l'angle horaire soient prises aussi près qu'il est possible de cet instant. On trouvera dans la Table XIII, au moyen de la déclinaison du soleil et de la latitude du lieu, la hauteur

que le soleil doit avoir, quand il est au premier vertical, ou bien quand il est parvenu à son plus grand azimut. L'observation doit donc être faite, lorsque le soleil est près d'atteindre la hauteur marquée dans cette Table XIII.

Il est essentiel de prévenir que l'on ne doit faire usage de cette Table que dans le cas où le soleil est dans l'hémisphère de l'observateur, c'est-à-dire, lorsque la déclinaison du soleil et la latitude sont de même dénomination; car dans le cas contraire, ou bien quand la déclinaison et la latitude sont de dénomination différente, le soleil ne peut jamais parvenir jusqu'au premier vertical. Alors le moment où l'azimut du soleil est le plus grand, est celui de son lever et de son coucher; les observations devront donc être faites lorsque le soleil sera près de l'horizon. Mais il ne faudra pas faire usage de hauteurs moindres que 6 à 7°, parce que, au-dessous de cette hauteur, les réfractions sont très-incertaines, et pourraient occasionner des erreurs sensibles sur l'heure qui résulterait du calcul.

18. En général, plus l'azimut correspondant à la hauteur observée approchera de 90°, plus le résultat du calcul comportera de précision. L'erreur que l'on aura à craindre sur l'angle horaire sera au contraire d'autant plus grande, que les observations auront été faites près du méridien, et que l'azimut correspondant sera plus petit. Il résulte de là que l'observation de la hauteur n'est pas propre à faire connaître l'heure du lieu, pendant quelque temps, avant le passage au méridien, et pendant quelque temps après le même passage. Cependant les résultats auront toujours la précision qu'exige la sûreté de la navigation, si les hauteurs ont été observées avant 10 heures $\frac{1}{2}$ du matin, et après 1 heure $\frac{1}{2}$ du soir; alors on obtiendra l'heure du lieu à 8 ou 10″ de temps près.

Lorsque le temps est couvert, on n'est pas toujours maître de faire les observations dans les circonstances les plus favorables; et il peut arriver qu'une hauteur prise entre 10 heures $\frac{1}{2}$ et midi, ou bien entre midi et une heure et demie du soir, soit encore propre à donner la connaissance de l'heure avec une exactitude suffisante. Alors il ne faut pas que l'azimut correspondant à la hauteur, soit plus petit que 20°; mais, dans ce dernier cas, on ne pourra pas se flatter d'obtenir l'heure à moins de 20 à 25 secondes de temps près.

19. Toutes les fois que l'on voudra obtenir l'heure du lieu, par l'observation de la hauteur du soleil, on prendra les hauteurs aussi près qu'il sera possible des circonstances les plus favorables. On observera plusieurs hauteurs de suite, et l'on écrira l'heure, la minute et la seconde qui correspondent à chaque observation. Il sera facile d'en conclure l'heure moyenne correspondante à la hauteur moyenne; ensuite le calcul s'effectuera de la manière suivante.

20. Cherchez d'abord, au moyen de l'heure approchée du lieu et de la longitude estimée, l'heure de Paris à l'instant des observations. Cette heure vous servira à trouver, dans *la Connaissance des Temps*, la déclinaison du soleil, dont vous conclurez la distance au pôle élevé, qui doit être employée dans le calcul. Faites ensuite à la hauteur observée du bord inférieur du soleil, les corrections nécessaires pour obtenir la hauteur vraie du centre.

Ecrivez dans l'ordre suivant, la hauteur vraie, la latitude et la distance polaire; prenez la somme de ces trois quantités, et la moitié de cette somme; ensuite, de la demi-somme retranchez la hauteur vraie. Cherchez, dans les Tables, le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude, et le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance polaire. Ajoutez ces deux complémens arithmétiques au logarithme cosinus de la demi-somme, et au logarithme sinus de la demi-somme, moins la hauteur vraie, vous aurez un nombre dont la moitié sera le logarithme sinus du demi-angle horaire. Vous trouverez, dans les Tables, l'arc correspondant; ce sera la moitié de l'angle horaire compté en degrés. Vous devriez multiplier cet arc par deux, pour avoir l'angle horaire; ensuite, pour le réduire en temps, vous seriez obligé de multiplier encore le produit par quatre. Le calcul sera beaucoup abrégé, si vous multipliez tout de suite par huit, l'arc trouvé dans les Tables; mais vous compterez les secondes du produit pour des tierces, les minutes pour des secondes, et les degrés pour des minutes; alors vous aurez l'angle horaire du soleil en temps. Si l'observation a été faite le soir, cet angle horaire sera égal à l'heure du lieu; si elle a été faite le matin, son complément à 24 heures sera l'heure comptée astronomiquement, et son complément à 12 heures, sera l'heure civile; mais, dans ce dernier cas, vous aurez soin d'indiquer si l'observation a été faite le matin ou le soir.

21. L'heure ainsi trouvée s'appelle *le temps vrai*, parce qu'il est immédiatement conclu de la position actuelle du soleil, par rapport au méridien du lieu de l'observation.

EXEMPLE.

Le 14 juillet 1792, à environ $8^h\ 18'$ du matin, étant par $5°\ 55'\ 45''$ de latitude sud, et par $152°\ 3'$, de longitude orientale, on a fait les observations suivantes, dont on veut conclure l'heure du lieu. L'élévation de l'œil était de 13 pieds:

Heures à la montre.			
	$8^h\ 8'\ 48''$	Som. des haut. ⊙.	$172°\ 46'\ 20''$
	9.19	Haut. moyenne ⊙.	28.47.43
	10. 3 ,5	Dépression......	− 3.40
	11. 7		
	12. 8		$28°44'\ 3$
	12.58	Demi-diamètre ⊙.	+ 15.47
Somme.......	$64'\ 23'',5$		$28°\ 59'\ 50''$
Heure moyenne.	$8^h\ 10.43\ ,9$	Réfract. parall...	− 1.36
		Hauteur vraie....	$28°\ 58'\ 14''$

L'heure de Paris, conclue de l'heure approchée du lieu de l'observation et de la longitude, est 10^h $10'$. La déclinaison correspondante est $21°39'30''$N; comme le soleil se trouve dans un autre hémisphère que l'observateur, on doit y ajouter 90°, et la distance du soleil au pôle élevé, sera de $111°39'30''$.

Il est inutile, en calculant l'angle horaire, de prendre des parties proportionnelles pour les secondes; en conséquence, on ajoutera aux trois données du calcul, ou l'on en retranchera le nombre de secondes nécessaire pour que les logarithmes des lignes trigonométriques qui leur correspondent, se trouvent directement dans les Tables. Il faudra aussi avoir l'attention de faire subir à ces mêmes données les petits changemens dont on vient de parler, de manière que les dixaines de leur somme puissent être un nombre pair, comme on va le voir.

Hauteur vraie ⊙.......	$28°\ 58'\ 10''$		
Latitude.............	5.55.40	com. cos	0,0023285
Distance polaire.......	111.39.30	com. sin	0,0317968
Somme............	$146°\ 33'\ 20''$		
$\frac{1}{2}$ somme..........	73.16.40	cos	9,4589882
$\frac{1}{2}$ somme. — Hauteur.	44.18.30	sin	9,8441785
		Somme........	19,3372920
		$\frac{1}{2}$ somme.... sin	9,6686460

Demi-angle horaire.	27° 47′ 30″
Multipliant par.....	8
Si l'observation a été faite le soir. Angle horaire .	3^h 42′ 20″
Si l'observ. a été faite le matin, retranchez-en 12^h.	8^h 17′ 40″
Heure de la montre....	8.10.43 ,9
La montre retardait de..	0^h 6′ 56″, 1

L'heure de la montre est plus faible que l'heure du lieu, de 6′ 56″1; la montre retardait donc de cette quantité sur le temps vrai. Si l'heure de la montre avait été la plus grande, la différence des deux heures eût été son avance sur le temps vrai.

22. L'heure peut aussi être obtenue par l'observation de la hauteur d'une étoile. Il faudra suivre les règles qui ont été données relativement aux observations de la hauteur du soleil, soit pour profiter des circonstances favorables, soit pour le calcul de l'angle horaire. Dans ce cas, l'angle horaire de l'étoile sera la différence en ascension droite qui existe à l'instant de l'observation, entre le méridien céleste du lieu, et le cercle de déclinaison de l'étoile. L'ascension droite du cercle de déclinaison d'une étoile, ou l'ascension droite de l'étoile elle-même, étant connue, il sera facile d'en conclure l'ascension droite du méridien. Voici comment on y parviendra. Si la hauteur de l'étoile a été observée à l'ouest du méridien, ajoutez son angle horaire à son ascension droite réduite en temps; la somme sera l'ascension droite du méridien. Si la hauteur a été observée à l'est, retranchez au contraire l'angle horaire de l'ascension droite, et le reste sera l'ascension droite du méridien. Ensuite ôtez l'ascension droite du soleil de celle du méridien, et vous aurez la différence des ascensions droites du soleil et du méridien, ou l'heure du lieu. On trouve dans *la Connaissance des Temps*, au lieu de l'ascension

droite du soleil, la distance de l'équinoxe au soleil qui en est le complément à 360°, ou 24 heures; il faudra donc, pour avoir l'heure du lieu, ajouter cette quantité à l'ascension droite du méridien; si la somme surpasse 24 heures, on en retranchera 24 heures. La distance de l'équinoxe au soleil doit être calculée pour l'heure de Paris, conclue de l'heure approchée du lieu de l'observation et de sa longitude. Dans le cas où l'heure qui résulte du calcul diffère de plus de 5′ de l'heure approchée du lieu, on calculera de nouveau la distance de l'équinoxe au soleil, et l'on obtiendra une seconde heure qui sera beaucoup plus précise que la première. Il serait possible de parvenir au dernier degré d'exactitude, en faisant un troisième calcul de la distance de l'équinoxe au soleil; mais le second aura toujours la précision que l'on peut desirer.

EXEMPLE.

Le 20 mai 1810, à $10^h\,15'$, étant par 21° 11′ de latitude sud, et par 30° 6′ de longitude occidentale, on a observé des hauteurs d'*Antarès*. L'heure moyenne de la montre était $9^h\,43'\,55''$, et la hauteur moyenne 59° 22′ 30″. L'élévation de l'œil, de 18 pieds ½. On demande l'heure vraie de l'observation.

L'heure de Paris, correspondante à l'heure du lieu, est $12^h\,15'$. La déclinaison d'*Antarès* est de 25° 59′ 57″ sud, et sa distance au pôle élevé 64°0′3″. Son ascension droite 244° 27′, et en temps $16^h\,17'\,48''$. La distance de l'équinoxe au soleil de $20^h\,11'\,56'',7$.

Hauteur apparente d'Antarès...............	59° 22′ 30″
Élévation 18 pieds ½. Dépression...........	—4.21
	59° 18′ 9″
Réfraction..................	0.34
Hauteur vraie d'Antarès.................	59°7′ 35″

Haut. vraie de l'étoile.	59° 17′ 40″		
Latitude............	21.11. 0 com.	cos.	0,0303842
Distance polaire......	64. 0. 0 com.	sin.	0,0463398
Somme..............	144° 28′ 40″		
$\frac{1}{2}$ somme..............	72.14.20	cos.	9,4843696
$\frac{1}{2}$ somme. — Haut....	12.56.40	sin.	9,3502600
	Somme............		18,9113536
	Demi-somme...sin..		9,4556768
	Demi-angle horaire..		16° 35′ 30″
	Multipliant par.....		8
	En temps..........		2^h 12′ 44″
	Ascens. droite de l'étoile.		16.17.48
L'★ à l'E. *Differ.* L'★ à l'O. *Somme.*	Ascens. droite du mérid...		14^h 5′ 4″
	Dist. de l'équinoxe au ☉..		20.11.57
	Somme. Heure du lieu....		10^h 17′ 1″
	Heure de la montre......		9.43.55
	La mont. retard. sur T.V...		0^h 33′ 6″

L'heure qui résulte du calcul ne diffère que de 2′ de l'heure approchée du lieu, et il est inutile de calculer une seconde fois la distance de l'équinoxe au soleil.

Calcul de la hauteur des astres.

23. Ce problème est l'inverse du précédent. Dans le premier, on trouve l'angle horaire d'un astre par l'observation de sa hauteur ; dans celui-ci, il faut calculer la hauteur par le moyen de l'angle horaire ; il exige donc, avant tout, que l'on ait connaissance de l'heure du lieu. Lorsqu'on veut calculer la hauteur du soleil, son angle horaire est bien facile à trouver. Il est égal à l'heure vraie, si la hauteur doit avoir lieu après midi, et il est égal au complément de l'heure vraie à 24 heures, ou à 12 heures, dans le cas où la hauteur aurait lieu le matin ou avant midi.

Mais lorsqu'il s'agit d'obtenir la hauteur de la lune ou d'une étoile, il faut calculer l'angle horaire de la manière suivante.

24. Cherchez d'abord, au moyen de la longitude, l'heure de Paris correspondante à l'heure du lieu, et prenez, dans *la Connaissance des Temps*, la distance de l'équinoxe au soleil. Vous retrancherez cette distance de l'heure du lieu augmentée, s'il est nécessaire, de 24 heures, et vous aurez l'ascension droite du méridien. La différence que vous prendrez entre l'ascension droite du méridien et l'ascension droite de l'étoile ou de la lune, que vous aurez calculée pour l'instant auquel vous voulez avoir la hauteur, sera l'angle horaire de la lune ou de cette étoile à l'instant proposé. Cherchez ensuite, dans *la Connaissance des Temps*, quelle était la déclinaison de la lune ou de l'étoile au même instant, et vous en conclurez la distance au pôle élevé. L'angle horaire, la distance polaire et la latitude sont les trois données nécessaires au calcul que vous ferez de la manière suivante.

25. Ecrivez d'abord l'angle horaire, et prenez-en la moitié; au-dessous de cette moitié, placez la distance de l'astre au pôle élevé, et immédiatement après la latitude. Retranchez ensuite la latitude de la distance polaire, et prenez la différence du reste, à 90°; écrivez au-dessous la moitié de cette différence. Cherchez, dans les tables, le logarithme cosinus de la moitié de l'angle horaire; écrivez au-dessous la moitié du logarithme sinus de la distance polaire, et la moitié du logarithme cosinus de la latitude; prenez enfin le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-différence à 90°. La somme de ces quatre logarithmes sera le logarithme sinus d'un angle auxiliaire; vous écrirez au-dessous le logarithme cosinus de cet angle auxiliaire,

et vous en retrancherez le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-différence à 90°. Le reste sera le logarithme cosinus de la demi-somme de 90°, plus la hauteur ; vous doublerez l'arc qui lui correspond, et après avoir ôté 9 des dixaines et des centaines de degré, vous aurez la hauteur vraie que vous voulez obtenir.

26. Lorsqu'il a été impossible d'observer les hauteurs des astres dont a on mesuré la distance, on les calcule par cette méthode ; elles servent, comme on le verra bientôt, à corriger cette distance des effets de la réfraction et de la parallaxe. Une minute d'erreur dans la hauteur calculée, ne peut avoir sur la distance vraie, qu'une influence insensible ; on pourra donc négliger les secondes en faisant le calcul, et l'on ne prendra les logarithmes qu'avec cinq décimales. On va faire l'application des règles précédentes à un calcul de la hauteur d'une étoile, et à un autre de la hauteur de la lune.

EXEMPLE I.

Le 19 juin 1793, étant par 9° 45′ 50″ de latitude sud, et par 148° 43′ de longitude orientale ; lorsqu'une montre marquait $3^h\ 41'\ 5'',5$, on a trouvé par des observations de hauteurs du soleil qu'elle retardait sur le temps vrai de $1^h.21'\ 34'',3$. On demande quelle était la hauteur d'*Antarès*, lorsque la même montre marquait $6^h\ 8'\ 10'',8$. Entre ces deux époques, le vaisseau s'était avancé de 1′ vers le nord, et de 4′ en longitude vers l'est.

Heure de la montre	$6^h\ 8'\ 10'',8$
La montre retarde. (*Ajoutez*)	$1.21.34.,3$
Temps vrai	$7^h\ 29'\ 45'',1$
Le lieu où l'on est, de 41′ à l'E. de celui de la 1re observation, ou 16″ de temps. (*Ajoutez*)	$+\ 16$
Temps vrai du lieu de la hauteur	$7^h\ 30'\ 1'',1$
Heure approchée de Paris	$21^h\ 35.$

Temps vrai du lieu de la hauteur		7.30′ 1″,1
Dist. de l'équinoxe au ⊙. (*Retranchez*)		18. 6.54 ,6
Ascension droite du méridien		13ʰ 23′ 6″,5
en degrés		200° 46.38
Ascension droite d'*Antarès*		244. 11.40
Angle horaire. *Antarès* à l'Est du méridien		43° 25′ 2″
Latitude du lieu de la hauteur *S*		9.44.50
Déclinaison d'*Antarès*		25.57.30. *S*
Distance au pôle élevé		64. 2.30
Demi-angle horaire	21° 43′	cos. 9,96803
Distance polaire	64. 3	½ sin. 4,97692
Latitude	9.45	½ cos. 4,99684
Distance polaire. — Latitude	54° 18′	
Différence à 90°	35.42	
Demi-différence à 90°	17.51	com. cos. 0,02143
	sin. angle auxil.	9.96322
	cos. angle auxil.	9,59627
(cos. angle auxil. — com. cos. ½ différence) cos.		9,57484
½ (90° + hauteur)		67°.56′
(Double — 90°) HAUTEUR VRAIE de l'étoile		45 .52

EXEMPLE II.

Les données étant les mêmes que dans l'exemple précédent, on demande quelle était la hauteur de la lune au même instant.

Heure approchée de Paris		21° 35′
Ascension droite du méridien		200.46′.38″
Ascension droite de la ☾		208. 7
Angle horaire de la ☾ à l'E.		7° 20′ 22″
Déclinaison de la ☾		7.25 *S*.
Distance au pôle élevé		82.35
Demi-angle horaire	3° 40′	cos. 9,99911
Distance polaire	82.35	½ sin. 4,99817
Latitude	9.45	½ cos. 4,99684
Distance polaire. — Latitude	72° 50′	

Différence à 90°	17° 10	
Demi-différence à 90°	8.35 com. cos	0,00489
	sin. angle auxil.	9,99901
	cos. angle auxil.	8,82888
(cos angle auxil. — com. cos ½ différence.) cos		8,82399
½ (90° + hauteur)		86°.10′
(Double — 90°) HAUTEUR VRAIE de l'étoile		82. 20

Moyens de régler une montre marine.

27. Les aiguilles des montres marines doivent parcourir des arcs égaux dans des temps égaux; elles ne peuvent donc indiquer que le temps moyen (voyez art. 120 et 121 du Traité précédent). L'heure que l'on conclut des observations est donnée par la position du soleil, et est comptée en temps vrai. La différence du temps vrai au temps moyen est ce qu'on appelle *l'équation du temps* qu'il faut ajouter quelquefois au temps vrai, tandis que d'autres fois on doit la soustraire, pour avoir le temps moyen, qui est le seul qui puisse servir à régler les montres marines.

L'équation du temps varie à chaque instant; elle est ordinairement donnée dans les Ephémérides pour tous les jours à midi. Mais, dans *la Connaissance des Temps*, au lieu de l'équation du temps, on a inséré l'heure qu'une pendule ou une montre réglée sur le temps moyen, doit marquer à l'instant du passage du soleil au méridien. Cette quantité y est désignée sous le nom de *temps moyen au midi vrai*, et elle s'y trouve pour tous les jours, à l'instant où l'on compte le midi vrai à l'Observatoire de Paris; il sera facile de la calculer pour tout autre instant. Lorsque le temps moyen est en avance sur le temps vrai, le nombre qu'on trouve dans *la Connaissance des Temps* est égal à l'équation du temps, et il doit être ajouté à l'heure que l'on conclut du calcul de l'angle horaire. Lorsque le temps moyen est en retard sur le temps vrai, l'équation du temps est alors soustractive; mais, dans ce cas, le temps moyen à midi vrai est son complément à 12 heures; et pour obtenir le temps moyen, il faudra également ajouter la quantité que l'on trouve dans *la Connaissance des Temps*, à l'heure qui résulte du calcul de l'angle horaire; alors il sera nécessaire de retrancher 12 heures de la somme. D'après ce qui vient d'être dit, il sera facile de se rendre raison des deux règles suivantes.

28. Lorsque vous connaissez le temps vrai correspondant à un instant quelconque, et que vous voulez obtenir le temps moyen qui répond au même instant, ajoutez à l'heure proposée le temps moyen au midi vrai.

Si vous connaissez le temps moyen, il faut au contraire en retrancher le temps moyen au midi vrai, et vous aurez le temps vrai correspondant au même instant.

29. Les hauteurs du soleil destinées à régler une montre marine, doivent être prises aussi près qu'il est possible de l'instant où cet astre passe au premier vertical, c'est-à-dire de celui où il est parvenu à la hauteur marquée dans la Table XIII. Dans le cas où le soleil n'est pas dans le même hémisphère que l'observateur, on commencera à prendre des hauteurs dès qu'il sera au moins de 7° au-dessus de l'horizon. Alors les erreurs de la latitude estimée, et celles de la hauteur auront la moindre influence possible sur l'heure calculée. On prendra six hauteurs de suite; on écrira l'heure, la minute et la seconde correspondante à chaque observation, et on conclura la hauteur apparente moyenne correspondante à l'heure moyenne des observations. Le calcul de l'angle horaire doit se faire d'après les

règles précédentes ; il donnera le temps vrai correspondant à l'heure moyenne de la montre. Il faut ajouter à ce temps vrai le temps moyen au midi vrai, pris dans *la Connaissance des Temps*, pour l'heure approchée de Paris; et l'on aura le temps moyen correspondant, d'où il sera facile de conclure l'avance ou le retard de la montre sur le temps moyen à l'instant où les observations ont été faites.

Je suppose qu'un ou plusieurs jours après avoir fait la première observation, on prenne de nouvelles hauteurs, il faudra calculer de la même manière le temps moyen correspondant à l'heure moyenne des secondes observations, et l'on en conclura l'avance ou le retard de la montre sur le temps moyen, à l'époque où ces observations ont été faites.

Si l'avance ou le retard de la montre, trouvé par les secondes observations, est le même que l'avance ou le retard trouvé par les premières, ce sera une preuve que dans l'intervalle la montre a suivi exactement le tems moyen. Mais si l'avance des secondes observations est plus grande que celle des premières, le mouvement de la montre aura été plus rapide que celui du temps moyen ; et la différence des deux avances sera la quantité dont la montre a avancé dans l'intervalle. Si l'avance des secondes observations avait été plus petite que celle des premières, la montre aurait retardé dans le même intervalle, d'une quantité égale à la différence des deux avances conclues des calculs d'angles horaires. Dans le cas où la montre se serait trouvée en retard sur le temps moyen, une augmentation dans le retard des premières observations indiquerait que la montre a retardé entre les deux époques où les observations ont été faites; une diminution dans le retard annoncerait au contraire que la montre a avancé sur le temps moyen. Dès que l'on connaît l'avance ou le retard d'une montre dans l'intervalle des observations, on calculera son avance ou son retard en 24 heures, de la manière suivante. Cette dernière quantité est ce qu'on appelle la *variation diurne d'une montre*, ou plus simplement sa *marche*. On fera cette proportion : l'intervalle entre les observations, est à l'avance ou au retard dans cet intervalle, comme 24 heures sont à la variation diurne, que l'on obtiendra en multipliant le second terme par 24, et on divisant le produit par l'intervalle des observations. Nous allons en donner un exemple.

Il est essentiel de remarquer que dans le calcul de l'angle horaire, il faut tenir compte des secondes de degré, et prendre des parties proportionnelles pour obtenir les logarithmes des lignes trigonométriques qui doivent entrer dans ce calcul.

EXEMPLE.

Le 29 mars 1793, dans le havre de Tongatabou, étant par 21° 7′ 35″ de latitude Sud, et par 177° 33′ 14″ de longitude occidentale, on a pris dans la matinée, des hauteurs du bord inférieur du soleil. L'heure moyenne de la montre marine était 7^h 34′ 28″,99, la hauteur moyenne apparente du centre du soleil était 19° 23′ 13″,4. On calculera par les règles données, le temps vrai correspondant, et l'on en conclura, ainsi qu'il suit, l'avance ou le retard absolu de la montre sur le temps moyen.

Temps vrai des observations	7^h 29′ 0″,89
Temps moyen au midi vrai	0. 4.54 ,23
Temps moyen des observations	7^h 33′ 55″,12
Heure de la montre	7.34.28 ,82
Le 29 mars à $7^h \frac{1}{2}$, la montre avançait sur le temps moyen, de	0. 0′ 33″,70

Dans la matinée du 7 avril, étant au même lieu, on a fait d'autres observations. L'heure moyenne de la montre était $7^h\ 57'\ 3'',23$, la hauteur apparente du centre du soleil était $23°\ 26'\ 20''$. On opérera de la même manière que pour la première observation.

Temps vrai des observations...............	$7^h\ 53'\ 31'',32$
Temps moyen au midi vrai................	$0.\ 2.10\ ,98$
Temps moyen des observations..............	$7^h\ 55'\ 42'',30$
Heure de la montre.......................	$7.57.\ 3\ ,23$
Le 7 avril à $7^h\ 53'$, la montre avançait sur le temps moyen, ou le 6 à $19^h\ 53'$.........	$0^h\ .'\ 20'',93$
Le 29 mars à $7^h\ \frac{1}{2}$, elle avançait de........	$0.\ 0.33\ ,70$
En 9 jours la montre a avancé de..........	$0'\ 47'',23$
En 24 heures, de.........................	$+\ 5\ ,24$

30. Toutes les fois que le vaisseau est à l'ancre, et que l'horizon ne se trouve pas borné par la terre, les hauteurs destinées à calculer la variation diurne d'une montre, peuvent être observées avec un sextant ou avec un cercle à réflexion. Les observations doivent être faites près du passage au premier vertical, ou près de l'instant du plus grand azimut; et la latitude du mouillage peut être obtenue avec une assez grande précision. Mais malgré toutes ces précautions, on aura encore à craindre sur l'heure du lieu, une erreur de $3''$ à $4''$ et même une erreur un peu plus grande. Il ne faudra donc pas se borner à une seule série composée de six hauteurs, comme on le fait ordinairement à la mer. Il sera bon d'observer trois ou quatre séries, alors il sera probable que l'avance ou le retard moyen de la montre conclu de toutes ces séries, aura la précision de $2''$ ou $3''$. L'avance ou le retard de la même montre dans l'intervalle des observations, pourra donc être affecté d'une erreur double de ces

quantités, c'est-à-dire de $4''$ ou $6''$; cette erreur aura lieu, lorsque les erreurs des observations du premier et du second jour seront à leur plus grande valeur et agiront en sens contraires. Il faudrait dans ce cas que l'intervalle des observations fût de plus de 6 jours, pour que l'erreur probable de la variation diurne, fût moindre qu'une seconde. Une pareille erreur est assez considérable, et l'on ne doit pas négliger de prendre, pour l'atténuer, les moyens qui vont être indiqués.

31. Il a été remarqué qu'un même observateur mesure toutes les hauteurs ou un peu trop grandes, ou un peu trop petites; les erreurs provenant de ce défaut du coup-d'œil, auront donc lieu dans le même sens sur toutes les hauteurs; mais celles qui auraient influé, dans un sens, sur l'heure des observations du matin, influeront en sens contraire sur l'heure des observations du soir. Les plus grandes erreurs auront lieu par conséquent sur les avances ou les retards conclus de la comparaison du résultat d'une observation faite le matin, avec le résultat d'une observation faite le soir; dès-lors il ne faudra comparer que les résultats des observations du matin entre eux, et les résultats des observations du soir aussi entre eux. L'erreur probable de l'avance ou du retard calculé de cette manière, ne sera plus que d'environ $3''$, et au bout de 6 jours l'on pourra se flatter d'avoir obtenu la variation diurne à une demi-seconde près. On parviendra même à une plus grande précision, si l'on prend un milieu entre la variation diurne qui résulte des observations du matin, et celle qui résulte des observations du soir. Le contraire aura lieu à l'égard de l'avance ou du retard absolu de la montre, le dernier jour des observations qui doit, ainsi que la variation diurne, servir à calculer la longitude; il faudra prendre le

milieu entre le résultat des observations du matin et celui des observations du soir. Alors les erreurs qui sont de nature à agir en sens contraire sur ces deux résultats, n'influeront que de la moitié de leur différence sur l'avance ou le retard absolu de la montre.

32. Lorsqu'on ne peut pas voir l'horizon de la mer, il faut faire les observations à terre. On se sert alors d'un horizon artificiel.

Trouver la longitude par les montres marines.

33. Les montres marines conservent, ainsi qu'on l'a déjà dit, une telle régularité dans leurs mouvemens, que l'on peut supposer, sans avoir à craindre de trop grandes erreurs, qu'ils sont uniformes pendant un certain laps de temps; ce qui revient au même que de supposer que la variation diurne observée au port de départ, reste toujours la même pendant le cours de la navigation qui suit immédiatement l'époque à laquelle les observations ont été faites.

34. Dès que l'on connaît l'avance ou le retard absolu d'une montre sur le temps moyen d'un lieu quelconque, et sa variation diurne, il est bien facile d'en conclure son avance ou son retard absolu sur le temps moyen du même lieu, à une époque postérieure à celle où cette montre a été réglée. Je suppose que l'on ait fait en mer des observations de hauteurs du soleil pour obtenir la longitude par une montre marine; on calculera son avance ou son retard absolu sur le temps moyen du lieu où elle a été réglée, par les règles suivantes.

Si la montre était en avance sur le temps moyen, et qu'on ait reconnu qu'elle avance aussi tous les jours d'un certain nombre de secondes; ajoutez à l'avance absolue, le produit de ce nombre de secondes multiplié par le nombre de jours et de fractions de jour écoulés entre les deux époques des observations; si la variation diurne est au contraire un retard, vous retrancherez ce produit, de l'avance absolue observée au lieu où elle a été réglée, vous aurez l'avance absolue correspondante à l'époque proposée.

Dans le cas où la montre aurait été en retard, il faudrait ajouter à ce retard, le produit des retards diurnes multipliés par le nombre de jours et de fractions de jour, écoulés entre les deux époques des observations : on retrancherait au contraire du retard absolu, le produit de l'avance diurne par le même nombre de jours; et l'on aurait le retard absolu de la montre sur le temps moyen du lieu où elle a été réglée, pour l'époque proposée.

Vous retrancherez ensuite l'avance absolue, de l'heure moyenne correspondante à la hauteur moyenne, ou bien vous ajouterez le retard absolu à cette même heure; et vous aurez le temps moyen que l'on devait compter à l'instant de l'observation d'angle horaire, dans le lieu où la montre avait été réglée. Otez le temps moyen, à midi vrai de cette heure, le reste sera le temps vrai correspondant. Le calcul de l'angle horaire vous fera connaître le temps vrai du vaisseau; la différence de ces deux heures sera égale à la différence en longitude, qui existe entre le lieu du vaisseau et le lieu où la montre a été réglée : on la réduira en degrés par les règles connues. Le vaisseau sera à l'est, si l'heure provenant du calcul de l'angle horaire est la plus grande; enfin il serait à l'ouest au contraire, si elle est la plus petite. Enfin ajoutez cette différence en longitude à la longitude du lieu où la montre a été réglée, ou bien retranchez-la de la longitude du même lieu, suivant que le vaisseau est à l'est ou à l'ouest; et vous obtiendrez la longitude du vaisseau, comptée du premier méridien ou de celui de Paris. Lorsque la montre a été réglée sur le premier méridien, la différence entre l'heure vraie obtenue par la montre et l'heure qui résulte du calcul de l'angle horaire, donne directement la longitude du vaisseau.

EXEMPLE.

Le 15 avril 1793, étant par 19° 51′ 20″ de latitude sud, et d'après l'estime par 167° 40′ de longitude orientale; c'est-à-dire, 8 jours après les dernières observations faites à Tongatabou, pour régler la montre marine (voyez page 283), on a observé des hauteurs du bord inférieur du soleil, à environ $2^h46'$ de l'après-midi, afin d'obtenir la longitude par la montre marine. L'élévation de l'œil au-dessus de la surface de la mer, était de 19 pieds. La longitude du havre de Tongatabou est de 177° 33′ 14″ occidentale.

Il est inutile d'entrer dans les détails du calcul de cet exemple, on trouvera dans le type suivant, toutes les quantités qui doivent y être employées dans l'ordre le plus commode et le plus propre à faciliter les opérations; il suffira pour faire connaître la manière dont on doit faire tous les autres calculs du même genre.

35. On doit remarquer que pour obtenir chaque jour l'avance ou le retard absolu de la montre sur le temps moyen du lieu où elle a été réglée, il faut ajouter successivement à l'avance ou au retard trouvé par les observations, ou en retrancher la variation diurne de la montre. La quantité que l'on doit ajouter ou retrancher chaque jour, est donc la somme de toutes les variations diurnes des jours précédens; dès-lors, du moment où le mouvement de la montre vient à changer, la variation diurne que l'on emploie est affectée d'une erreur qui doit

influer chaque jour de toute sa valeur, sur la longitude conclue de l'heure de la montre marine. Au bout d'un certain temps les erreurs de la longitude sont égales à la somme de toutes les erreurs des longitudes observées les jours précédens. Il en résulte que les montres marines ne peuvent donner avec une grande précision, que les différences en longitude des lieux où l'on a fait des observations à des époques très-rapprochées les unes des autres. C'est par cette raison qu'elles sont employées avec le plus grand succès à la construction des cartes marines; dans ce cas, elles font connaître les positions relatives en longitude de tous les lieux que l'on place sur ces cartes. Mais lorsqu'on s'en sert dans les usages ordinaires de la navigation, c'est-à-dire, pour calculer la distance à laquelle on se trouve d'une terre où l'on veut aborder, il serait imprudent de s'y fier entièrement, et il est nécessaire de comparer les longitudes obtenues par les montres, à celles que l'on conclut des observations de distances de la lune au soleil et aux étoiles; ces dernières doivent toujours se trouver dans les limites d'une précision connue, et sont très-propres à faire connaître si les montres ont conservé la même régularité dans leurs mouvemens, et si l'on peut se fier aux longitudes que l'on en conclut, sans compromettre la sûreté du vaisseau.

36. La méthode de se procurer la longitude par les montres marines, est peut-être celle qui a le plus contribué aux progrès de l'hydrographie et de la géographie. Il n'y a, pour s'en assurer, qu'à jeter les yeux sur les observations astronomiques publiées à la suite de la relation des grands voyages français et anglais qui ont été faits depuis le premier voyage de Cook; on verra le parti qui en a été tiré. Cependant il est impossible de se dissimuler que ces

Latitude estimée *S*.....imodou, dans le havre de Tonga-
Longitude estimée orient tre a été réglée 177° 38′ 14″ *Occ.*
Sommes des hauteurs obs En temps.... 11h50.13
Hauteur moyenne du ⊙ 0.23.19
Élévation de l'œil 18pi ½. 0.23.57
0.24.42
Reste........ 0.25.21
Demi-diamèt............... 0.26.58
0.27.42
Réfraction—
151.59
Hauteur vraie du centre
Avance sur le T. M. d yenne........ 0.25.19,83
le 7 avril, à 7h 53′ (*Vo* arine, lors de
Avance diurne + 5″,24, *tez*.......... 3.38. 8,17

Av. sur T. M. de Tongat. 4. 3.28
Heure de Paris, le 14 avri secondes. *Otez* 0.15. 0
Déclinaison du ⊙ *N*... ine.......... 3.45.28
Distance au pôle élevé...gatabou. *Otez* 0. 2. 4,42
abou........ 3.46.23,58
rai. *Otez*.... 11.59.56,47
bou.......... 3.46.27,11

montres, d'une utilité si généralement reconnue, peuvent éprouver subitement, et sans qu'on puisse en assigner la cause, des dérangemens dont les conséquences pourraient devenir funestes, si l'on négligeait d'employer les autres moyens que l'astronomie nautique nous fournit pour connaître la position du vaisseau. On ne peut trop insister sur la nécessité de vérifier les longitudes des montres, par des observations de distances de la lune au soleil et aux étoiles.

Les montres marines dont la marche a été le mieux suivie, ont donné généralement la longitude à moins d'un demi-degré près, au bout d'une navigation de trois mois. La montre, n° 14, de M. *Louis Berthoud*, qui a servi pendant le voyage du contre-amiral d'*Entrecasteaux*, a toujours donné la longitude du vaisseau à environ un quart de degré près, même à la fin d'une navigation de plus de trois mois. Mais cette précision étonnante, qui doit, à la vérité, être attribuée en grande partie à la régularité des mouvemens de la montre de M. *Louis Berthoud*, peut aussi provenir de ce que quelques-unes des erreurs ont été de nature à se compenser.

Moyen de corriger les longitudes obtenues par des montres marines.

Lorsqu'on se sert des montres marines pour diriger la route d'un vaisseau et attérir sur une côte, les observations que l'on fait pendant les relâches, ne peuvent avoir d'autre utilité que celle de faire connaître la variation diurne qui doit être employée à trouver les longitudes pendant la traversée suivante. Mais si l'on a déterminé la position géographique de quelques-uns des lieux dont on a eu connaissance dans une traversée quelconque, alors la variation diurne observée pendant la relâche qui lui succède, peut servir dans certains cas, à corriger la longitude de ces lieux, et à en augmenter beaucoup la précision. Ces corrections deviennent surtout indispensables, toutes les fois que la variation diurne a changé d'une assez grande quantité, dans l'intervalle des observations qui ont été faites pour régler la montre. Nous allons donner le moyen de calculer ces corrections.

37. Je suppose que l'on ait reconnu par des observations astronomiques, que la variation diurne d'une montre marine n'était pas la même que celle qui avait été trouvée au port du départ. Calculez d'abord la différence en longitude qui doit exister entre le port de départ et celui de relâche, avec la variation diurne observée immédiatement avant le départ; ensuite prenez la moitié de la somme des deux variations diurnes, et calculez la même différence en longitude avec cette variation diurne moyenne. Le résultat du second calcul sera la différence en longitude corrigée; et la quantité dont elle est plus grande ou plus petite que la première, sera la correction que l'on doit appliquer à cette première différence en longitude : c'est cette correction qui doit servir à trouver toutes les corrections des autres longitudes observées pendant la traversée dont il s'agit. Remarquez si elle doit placer le port de relâche dans l'est ou dans l'ouest de la position qui lui avait été assignée par le calcul fait avec la variation diurne trouvée au port de départ; et toutes les autres corrections devront être employées dans le même sens.

Cherchez dans la Table XIV, vis-à-vis du nombre qui exprime celui des jours écoulés depuis que la montre avait été réglée pour la première fois, un autre nombre, intitulé *multiple de la différence seconde;* divisez ensuite, en opérant par logarithmes, la correction de la longitude du port de relâche par ce nombre ; et vous aurez la différence seconde des corrections de toutes les longitudes observées pendant la traversée. Vous trouverez la correction des autres longitudes en multipliant cette différence seconde par le multiple correspondant au nombre qui exprime la quantité des jours écoulés depuis l'époque où la montre a été réglée, jusqu'à celle où l'on a observé la longitude dont vous voulez calculer la correction. Ces règles vont être éclaircies par un exemple.

EXEMPLE.

On a trouvé, page 283, que l'avance diurne de la montre, n° 14, était à Tongatabou de $+ 5'',24$; le 6 avril 1793, à $19^h\ 53'\ 31'',44$, dernier jour des observations, la montre avançait sur le temps moyen de Tongatabou, de $0^h\ 1'\ 29'',93$. On est allé de Tongatabou au havre de Ballade ; et l'on a fait dans ce havre de nouvelles observations pour obtenir la variation diurne de la même montre : elle a été trouvée de $+ 8'',56$. Le 22 avril, premier jour des observations de Ballade, la montre avançait sur le temps moyen de ce port, de $1^h\ 24'\ 23'',71$.

Variation diurne trouvée à Tongatabou.....	$+ 5'',24$
Variation diurne trouvée à Ballade.........	$+ 8\ ,56$
Somme...........................	$13\ ,80$
Demi-somme. Variat. diurne moy......	$+ 6\ ,9$
Différence en longitude entre le havre de Tongatabou et celui de Ballade, par la 1re variation diurne $+ 5''\ ,24$.................	$20°\ 24'\ 34''$
Différence en longitude par la variation diurne moyenne.............................	$20.\ 17.\ 55$
La différence en longitude doit être diminuée, et le havre de Ballade être plus à l'est de..	$6'\ 39''$

On demande la correction de la longitude observée le 17 avril à $7^h\ 34'$.

19..

Correction de la longitude de Ballade après 16'..6'.39", ou 399"		log.	2,60097
Multiple de la table XIV, correspondant à 16 jours.....	136	comp. log.	7,86646
		log. constant.	0,46743
Du 6 avril au 17, il y a 11 jours.	Multiple 66.	log.	1,81954
		Somme........	2,28697
Correction de la longitude du 17 avril..........			3'.14"

La correction de la longitude du 17, doit placer le lieu de l'observation plus à l'est ; parce que Ballade doit également être à l'est de la position calculée par la variation diurne que l'on avait trouvée à Tongatabou.

On calculera la correction de la longitude des autres jours de la même traversée, en ajoutant au logarithme constant, le logarithme du multiple de la table XIV, qui correspond au nombre des jours écoulés depuis le 6 avril jusqu'à l'époque où la longitude que l'on veut corriger, a été observée.

38. Il est indispensable de corriger de cette manière les longitudes observées à la fin d'une longue traversée, pendant laquelle la variation diurne a éprouvé des changemens. Les corrections des longitudes du commencement seront toujours assez petites et par conséquent moins nécessaires ; mais les corrections des longitudes observées au milieu d'une longue traversée doivent être très-incertaines, et les positions qu'elles ont servi à fixer, ne sont guère susceptibles d'être rectifiées que par les résultats des distances. Je suppose qu'après une traversée de trois mois, on ait reconnu que la variation diurne d'une montre a changé de plusieurs secondes; alors les longitudes corrigées du premier et du dernier mois, peuvent être considérées comme ayant été rapprochées des longitudes vraies ; mais les

longitudes corrigées du second mois doivent toujours être regardées comme incertaines.

Moyens de se procurer les hauteurs des astres dont on observe la distance.

39. Lorsqu'on n'a pas de montre marine, ni de montre à secondes, l'observation des distances exige le concours de trois observateurs; tandis que l'un d'eux mesure la distance, les autres doivent prendre les hauteurs; par ce moyen l'on obtient cette distance et les deux hauteurs qui lui correspondent, par trois observations simultanées. Mais la distance est celle de ces trois données, qu'il est le plus important de se procurer avec précision, parce que les erreurs dont elle peut être affectée doivent avoir plus d'influence sur le résultat, que les erreurs des hauteurs; il faut donc que les observateurs qui prennent les hauteurs, ramènent chacun un astre à l'horizon, et aient l'attention de suivre ses mouvemens avec la vis de rappel de l'instrument, de manière que l'un de ses bords soit toujours en contact avec ce cercle. A l'instant où celui qui observe la distance aura fait coïncider le bord du soleil, ou une étoile avec un des bords de la lune, il avertira ses deux coopérateurs, et ceux-ci compteront, sur leurs instrumens, les deux hauteurs qui avaient lieu en même temps que la distance observée. On écrira séparément les deux hauteurs et la distance, si cette dernière a été observée avec un sextant. Il est nécessaire de faire de la sorte au moins quatre observations; mais, toutes les fois qu'on le pourra, il faudra en faire six. Dans le cas où la distance est observée avec un cercle à réflexion, on ne comptera l'arc parcouru par l'alidade qu'à la fin de la dernière observation, et l'on aura directement la somme des distances observées. La somme

des hauteurs de chacun des deux astres et celle des distances étant divisées par le nombre des observations, feront connaître les hauteurs moyennes correspondantes à la distance moyenne.

EXEMPLE.

Le 16 juin 1793, à $1^h \frac{1}{2}$ après-midi, étant par 10° 16′ 40″ de latitude sud, et par 149° de longitude orientale d'après l'estime, on a observé six distances des bords les plus proches du soleil et de la lune; et aux mêmes instans où ces observations ont été faites, on a mesuré six hauteurs du bord inférieur du soleil et six hauteurs du bord supérieur de la lune.

	Hauteur du ☉.		Hauteur de la ☾.
	48° 49′		26° 56′
	48.28		27.27
	48.18		27.51
	48. 6		28. 8
	47.57		28.22
	47.47		28.37
Somme.......	289° 25′	Somme......	167° 21′
Sixième......	48. 14′. 10″	Haut. obs. ☾	27.53.30″
Rectif. de l'inst.	+ 2. 0		
Haut. obs. ☉..	48° 16′ 10″		

	Somme des distances ☉☾.
	500° 40′ 40″
Dist. obs. ☉☾.	83.26.46

40. La difficulté de suivre exactement le mouvement des astres, avec la vis de rappel des instrumens, rend les hauteurs prises de cette manière susceptibles d'une moins grande précision que celles des observations où l'observateur ne compte la hauteur de l'astre que quand il a la certitude d'avoir fait une bonne observation. On ne pourra guère ré-

pondre des hauteurs, à moins de 2′ près, et quelquefois les erreurs pourront aller jusqu'à 3′. Ces erreurs n'auront jamais une grande influence sur la distance vraie; mais comme on est obligé de calculer l'heure du lieu de l'observation avec la hauteur du soleil, elles pourraient en avoir une sensible sur la longitude; c'est pourquoi il faudra toujours que la hauteur du soleil soit prise par un observateur très-exercé à faire ce genre d'observations, et avec un instrument bien rectifié.

41. Lorsqu'on possède une montre marine, ou simplement une montre à secondes, la méthode qui va être indiquée est toujours préférable. Tenez compte de l'heure, de la minute et de la seconde auxquelles chaque observation de distance a été faite, vous obtiendrez une distance moyenne qui correspondra à l'heure moyenne. Quelques instans avant ces observations, prenez une ou plusieurs hauteurs de chacun des deux astres dont vous voulez mesurer la distance, et tenez pareillement compte de l'heure correspondante à chacune de ces hauteurs. Immédiatement après avoir achevé l'observation de distances, prenez de nouvelles hauteurs des deux astres; la différence de la hauteur observée avant la distance, à celle qui a été observée après, donnera le mouvement en hauteur de chaque astre dans l'intervalle des observations, lequel doit être égal à la différence des heures qui correspondent aux hauteurs. Prenez ensuite la différence de l'heure des premières observations de hauteurs à l'heure moyenne correspondante à la distance moyenne, et vous aurez un second intervalle; vous calculerez, par des parties proportionnelles, le mouvement en hauteur qui lui correspond. Ajoutez ce dernier mouvement en hauteur à la première hauteur observée, si l'astre s'élève sur l'horizon; retranchez-le au contraire de

la première hauteur, si l'astre s'abaisse, et vous aurez la hauteur qui a eu lieu à l'instant correspondant à la distance moyenne. Ces règles vont être éclaircies par un exemple.

EXEMPLE.

Le 17 juin 1793, à $4^h 32'$ du soir, étant par $9° 57'$ de latitude sud, et par $148° 50'$ de longitude orientale, on a fait les observations suivantes de la distance de la lune au soleil, et des hauteurs de ces deux astres, avec une montre à secondes. L'élévation de l'œil était de 19 pieds.

	Heures des distances.	
	1^h 48′ 55″	
	49.55	
	51. 2	Som. des dist. ⊙☾. 571° 2′ 0″
	52.34	Dist. moyenne..... 95.10.20
	53.53	
	54.51	
Somme....	311′ 10″	
Heur. moy.	1^h 51′ 51″,6	

	Heures.		Hauteurs ⊙.
1^{re} observation....	1^h 49′ 25″		32° 21′ 30″
2^e observation....	1.54.22		31.22
1^{er} intervalle......	0^h 4′ 57″	Différ.	0° 59′ 30″
Heure de la 1^{re} observation....................			1^h 49′ 25″
Heure de la distance........................			1.51.51
2^e intervalle..................................			0^h 2′ 26″

1^{re} *int.* 4′ 57″ : 1^{er} *chang. en haut.* 59′ 30″ :: 2^e *int.* 2′ 26″ : x

1^{er} changement en hauteur...	59′ 30″	log.	3,55267
1^{er} intervalle...............	4.57	com log.	7,52724
2^e intervalle...............	2.26	log.	2,16435
		log. x	3,24426

x ou 2^e changement en hauteur............	0° 29′ 15″
1^{re} hauteur du ⊙..........................	32.21.30
Le ⊙ *descend. Différence.* Hauteur du ⊙....	31° 52′ 15″

	Heures		Hauteurs ☾
1re observation....	1h 51′ 2″		40° 45′
2e observation....	1.52.34		41. 5
1er intervalle	0. 1′ 32″	Différ.	0° 20′
Heure de la 1re observation..................			1h 51′ 2″
Heure de la distance.......................			1.51.51
2e intervalle................................			0h 0′ 49″
1er int. 1′ 32″ : *1er chang. en haut.* 0° 20′ :: *2e int.* 0′ 49″ : x			
1er changement en hauteur....	0° 20′	log.	3,07918
1er intervalle..................	1′ 32″	com. log.	8,03621
2e intervalle..................	0.49	log.	1,69020
		log. x	2,80559
x ou 2e changement en hauteur............			0° 10′ 39″
1re hauteur de la ☾.......................			40.45. 0
La ☾ monte. Somme.... Hauteur de la ☾..			40° 55′ 39″

42. Les observations peuvent être faites de cette manière par un seul observateur; mais il serait avantageux que celui qui observe les distances, eût un collaborateur pour mesurer les hauteurs, et principalement celles du soleil. Ces dernières ont l'inconvénient de fatiguer extrêmement la vue, lorsque le soleil n'est pas très-élevé; alors ses reflets font souvent briller l'horizon d'une lumière si éclatante, qu'on est obligé de l'affaiblir avec un verre coloré. Les hauteurs peuvent être prises 7 à 8′ avant l'observation de distances, et 7′ à 8′ après; cependant il est essentiel de faire remarquer que les hauteurs correspondantes à la distance, seront susceptibles d'une précision d'autant plus grande, que les hauteurs auront été prises plus près de l'instant où cette distance a dû avoir lieu. Il faut aussi que l'heure moyenne correspondante à la distance moyenne, soit entre les heures qui correspondent aux deux hauteurs observées. Toutes les fois que l'on n'aura négligé aucune de ces attentions, les

hauteurs conclues par des parties proportionnelles, auront une précision à peu près égale à celles des hauteurs obtenues directement par l'observation.

43. Lorsque l'horizon visuel se trouve borné par la terre, dans la direction de l'un des astres dont on mesure la distance, il faut, si l'on a une montre à secondes, tâcher de se procurer son avance ou son retard sur le temps vrai, par une observation de hauteur, faite quand le soleil répondait à un des points de l'horizon où la mer paraissait libre. Alors on calculera la hauteur de l'astre par les règles qu'on a données précédemment.

44. Nous avons parlé de la difficulté que l'on éprouve à observer des hauteurs d'étoiles et même celles de la lune pendant la nuit. Les erreurs de 5 ou 6′ dont nous avons dit qu'elles étaient susceptibles, n'auront pas une grande influence sur la distance vraie de la lune à une étoile; ainsi l'on peut, si on le préfère, observer les hauteurs qui doivent servir à corriger la distance. Mais comme une erreur de 5 ou 6′ pourrait, dans certains cas, occasionner sur l'angle horaire une erreur de 30″ de temps, et même quelquefois une erreur plus grande, il ne faudra jamais calculer l'heure du lieu avec la hauteur de l'étoile. On doit, pour y suppléer, calculer l'avance ou le retard de la montre sur laquelle on a compté les heures correspondantes aux distances, par une observation de la hauteur du soleil, faite dans la soirée qui précède les observations de distances, ou dans la matinée qui les suit; alors, au moyen du chemin fait en longitude, on pourra se procurer l'heure du lieu où les distances ont été observées. Dans ce cas, on peut se dispenser d'observer les hauteurs des deux astres; car on les obtiendra avec beaucoup plus de précision par le calcul que par l'observation. Cette méthode a été

recommandée par *Borda*, dans son *Traité du Cercle à réflexion*, et c'est celle que l'on doit mettre en pratique. On trouve aux art. 24 et 25, des détails très-circonstanciés sur les opérations que l'on doit faire pour calculer les hauteurs des astres.

Calcul de la distance vraie et de l'heure de Paris.

45. Dès que l'on a obtenu les hauteurs correspondantes à la distance moyenne, par un des moyens qui viennent d'être indiqués, il faut procéder au calcul de la distance vraie et de l'heure de Paris, en se conformant aux règles suivantes. Nous donnerons d'abord un exemple pour le cas où l'on s'est procuré les hauteurs directement par observation; ensuite nous ferons connaître, par un second exemple, la manière dont on doit opérer dans le cas où l'on obtient par le calcul, les hauteurs vraies des deux astres dont on a mesuré la distance.

46. Calculez d'abord l'heure de Paris, correspondante à l'instant des observations, au moyen de l'heure approchée ou de l'heure vraie du lieu, et de la longitude estimée; ensuite cherchez, dans *la Connaissance des Temps*, les demi-diamètres que le soleil et la lune doivent avoir à cet instant. Vous trouverez, dans la Table II, l'augmentation du demi-diamètre de la lune qui convient à sa hauteur, et vous aurez son demi-diamètre apparent. Cherchez aussi la parallaxe équatoriale qui avait lieu à l'instant de l'observation, et la Table III vous fera connaître, au moyen de la latitude, la quantité dont vous devez la diminuer, pour obtenir celle qui convient au lieu de l'observation. Ces premières données vous serviront à trouver la distance apparente des centres du soleil et de la lune, ou la distance apparente de l'étoile au centre de la lune, ainsi que

les hauteurs apparentes et les hauteurs vraies des centres des deux astres.

47. Lorsqu'on a pris des distances de la lune au soleil, l'observation donne toujours la distance des bords les plus proches de ces astres; dès-lors il faut que le demi-diamètre du soleil et le demi-diamètre de la lune soient ajoutés à la distance observée. Si l'on a pris des distances de la lune à une étoile, l'observation fait connaître la distance de cette étoile au bord éclairé de la lune, qui tantôt est le plus proche et tantôt le plus éloigné; il faut donc remarquer, en faisant l'observation, quel est le bord dont on a observé la distance. Lorsqu'on a mesuré celle du bord le plus proche, il faut, comme dans la règle précédente, ajouter le demi-diamètre apparent de la lune à la distance observée; mais si l'on a mesuré la distance de l'étoile au bord le plus éloigné de la lune, il faut au contraire retrancher de cette distance le demi-diamètre apparent de ce dernier astre. La distance ainsi trouvée s'appelle *distance apparente*.

48. Corrigez ensuite les hauteurs observées de la dépression de l'horizon, et s'il s'agit du soleil ou de la lune, du demi-diamètre de l'un ou de l'autre de ces deux astres, et vous aurez la hauteur apparente de l'étoile ou du soleil, et la hauteur apparente de la lune. Cherchez ensuite les réfractions et les parallaxes qui conviennent à ces hauteurs, et vous obtiendrez les hauteurs vraies. Il sera nécessaire de corriger les réfractions de la Table V et celles de la Table VIII, d'après l'élévation du mercure dans le thermomètre et dans le baromètre, toutes les fois que la hauteur de l'un des deux astres est moindre que 40 degrés.

49. Dans le cas où l'on a obtenu par le calcul, la hauteur vraie du centre de la lune, on est obligé

de chercher d'abord dans la Table VIII, avec cette hauteur vraie, au lieu de la hauteur apparente, un nombre approché qui différera quelquefois de près d'une minute, de celui qui doit exprimer la véritable parallaxe de hauteur, moins la réfraction. Calculez avec ce nombre une première hauteur apparente, et cherchez ensuite, dans la même table, le nombre qui lui correspond; ce sera la parallaxe de hauteur, moins la réfraction, que vous devez retrancher de la hauteur vraie qui résulte du calcul, pour avoir la hauteur apparente du centre de la lune.

50. La distance apparente des deux astres, leurs hauteurs apparentes et leurs hauteurs vraies, sont les cinq données avec lesquelles on doit faire le calcul de la distance vraie. Voici les règles qu'il faut suivre pour la trouver.

Ecrivez, dans l'ordre suivant, d'abord la distance apparente des deux astres, ensuite la hauteur apparente du soleil ou de l'étoile, et enfin la hauteur apparente de la lune; ajoutez ensemble ces trois quantités, et prenez la moitié de leur somme. La distance apparente et la demi-somme étant ainsi connues, retranchez la plus petite de ces deux quantités de la plus grande. Ecrivez au-dessous du reste, la hauteur vraie du soleil ou de l'étoile, et après, la hauteur vraie de la lune; ajoutez ces deux hauteurs vraies, et prenez la moitié de leur somme. Dès que cette préparation du calcul est achevée, cherchez successivement dans les tables de logarithmes, les complémens arithmétiques des logarithmes cosinus des hauteurs apparentes; vous y chercherez pareillement les logarithmes cosinus de la demi-somme de ces hauteurs et de la distance apparente, ainsi que le logarithme cosinus de la demi-différence, et vous écrirez ces deux logarithmes au-dessous des complémens arithmétiques que vous avez trouvés précédemment : ensuite vous écrirez encore au-dessous des derniers, les logarithmes des cosinus des hauteurs vraies. Ajoutez ensemble les deux complémens arithmétiques et les quatre logarithmes, vous aurez un nombre dont vous prendrez la moitié ; de cette moitié vous retrancherez le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, et le reste sera le logarithme du sinus d'un angle auxiliaire. Vous placerez le logarithme du cosinus de cet angle auxiliaire au-dessous de celui du cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies ; enfin la somme de ces deux derniers logarithmes sera le logarithme sinus de la demi-distance vraie. Le double de l'arc correspondant sera la distance corrigée des effets de la réfraction et de la parallaxe, ou la distance vraie avec laquelle vous devez calculer l'heure de Paris.

Lorsqu'on calcule la distance vraie par cette méthode, il peut arriver que la somme de la distance apparente et des hauteurs apparentes, soit plus grande que 180° ; alors il ne faut pas continuer le calcul, et l'on peut corriger la distance apparente, en prenant d'abord la différence de la correction de la hauteur de la lune à celle de la hauteur du soleil ou de l'étoile, et en retranchant cette différence de la distance apparente des deux astres.

51. Cherchez, dans la Connaissance des temps, les deux distances entre lesquelles se trouve la distance qui résulte du calcul ; écrivez-les au-dessous l'une de l'autre, ensuite prenez leur différence, et vous aurez le changement en distance qui répond à trois heures. Prenez aussi la différence qui existe entre la distance calculée et la première distance des tables ; et, au moyen du changement qui répond à trois heures, vous conclurez, par des parties proportionnelles, l'intervalle de temps qui correspond à cette différence. Ce second intervalle doit être

calculé par logarithmes. Il faudra toujours l'ajouter à l'heure de la première distance des tables ; et la somme sera l'heure de Paris que l'on cherche.

On va exposer en détail toutes les opérations qu'il est nécessaire de faire, soit pour se procurer la distance et les hauteurs apparentes, soit pour obtenir les hauteurs vraies, soit enfin pour calculer la distance vraie qui fait connaître l'heure de Paris et la longitude. On reprendra l'exemple de la page 294, dans lequel les hauteurs et la distance ont été obtenues par des observations simultanées.

EXEMPLE.

Le 16 juin 1793, à environ une heure et demie après midi, étant par 10° 16′ 40″ de latitude sud, et par 149° de longitude estimée, on a fait six observations de distance de la lune au soleil, et six observations simultanées des hauteurs des deux astres. La distance moyenne des bords les plus proches a été trouvée de 83° 26′ 46″; la hauteur moyenne du bord inférieur du soleil, de 48° 16′ 10″; et celle du bord supérieur de la lune, de 27° 53′ 30″.

On trouve, au moyen de l'heure approchée du lieu de l'observation et de la longitude estimée, que l'heure approchée de Paris, qui répond à l'observation de distance, est le 15 juin à $15^h 36'$. Le demi-diamètre du soleil, pris dans la Connaissance des Temps, était à cet instant, de 15′ 46″. Le demi-diamètre de la lune était de 14′ 54″; la petite table II fait connaître qu'à 27° 53′, ou 28° de hauteur, il faut y ajouter 7″ pour avoir le demi-diamètre apparent, qui sera alors de 15′ 1″ : ces dernières quantités doivent être employées pour obtenir la distance et les hauteurs apparentes des centres du soleil et de la lune. La parallaxe équatoriale est de 54′ 41″, mais à 10° de latitude, il faut la diminuer de 1″; ainsi il faut employer dans le calcul 54′ 40″.

Dès que ces premiers élémens sont connus, il faut procéder au calcul de la distance apparente. On va donner successivement les calculs de toutes les quantités que l'on est obligé de se procurer, pour obtenir la distance vraie, et enfin la longitude; mais afin d'en rendre les procédés encore plus clairs, on a réuni toutes ces quantités dans un tableau; il pourra servir de guide à ceux qui voudront s'exercer à faire le calcul des longitudes par les distances.

Distance observée des bords du ☉☾..........	83° 26′ 46″
Demi-diamètre du ☉..........................	+ 15.46
Demi-diamètre de la ☾........................	+ 15. 1
Distance apparente des centres du ☉☾.........	83° 57′ 33″

On corrigera les hauteurs observées des deux astres, de la dépression de l'horizon et de leurs demi-diamètres, et l'on obtiendra la hauteur apparente des centres; ensuite il faudra aussi corriger ces hauteurs apparentes des effets de la réfraction, au moyen des nombres que l'on trouve dans les tables V et VIII, et l'on aura les hauteurs vraies. Il est essentiel d'avoir égard aux variations que ces derniers nombres doivent éprouver relativement à la hauteur du mercure dans le thermomètre et dans le baromètre, ainsi qu'on va le voir.

Hauteur observée du ☉........................		48° 16′ 10″
Elévation de l'œil, 19 pieds. Dépression........		— 4.24
		48° 11′ 46″
Demi-diamètre du ☉..........................		+ 15,46
Hauteur apparente............................		48° 27′ 32″
Réfraction. — Parallaxe.............	0′ 45″	
Thermomètre + 26° 2..............	— 2	— 0.43
Baromètre 0^m,762	0	
Hauteur vraie du ☉..........................		48° 26′ 49″

Hauteur observée de la ☾		27°53′ 30″
Élévation de l'œil 19 pieds. Dépression		— 4.24
		27° 49′ 6″
Demi-diamètre de la ☾		— 15. 1
Hauteur apparente de la ☾		27° 34′ 5″
Parallaxe. — Réfraction	46′ 38″	
Thermomètre... 26° 2	+ 5	46.43
Baromètre... 0m762	0	
Hauteur vraie de la ☾		28° 20′ 48″

Il est nécessaire, en faisant le calcul de la distance, de prendre des parties proportionnelles, pour avoir les logarithmes correspondans aux secondes de degré. On peut cependant en éviter une grande partie, comme on va le voir, si on retranche de la distance apparente, le nombre de secondes nécessaires pour que le reste ne contienne que des dixaines de secondes. Par exemple, dans ce cas-ci, il faut écrire 83°.57′ 30″, au lieu de 83° 57′ 33″; mais on notera les trois secondes qui ont été retranchées au-dessus de la distance, avec le signe + qui indique qu'elles doivent être ajoutées à la distance vraie que l'on obtiendra par le calcul. Il faut pareillement retrancher des hauteurs apparentes, le nombre de secondes nécessaires pour qu'elles ne contiennent que des dixaines de seconde, ou bien y ajouter le nombre de secondes qui peut les compléter. Ces petits changemens s'opéreront toujours de manière que les dixaines de seconde de la somme, de la distance et des hauteurs apparentes, soient un nombre pair; alors la demi-somme et la différence de cette demi-somme à la distance, ainsi que les hauteurs apparentes, ne contiendront que des dixaines de seconde : on pourra donc prendre deux complémens arithmétiques et deux logarithmes, sans être obligé de calculer des parties proportionnelles.

Il est important de ne pas oublier, en écrivant les hauteurs vraies, d'en retrancher ou d'y ajouter le même nombre de secondes que l'on avait précédemment retranché des hauteurs apparentes, ou qu'on y avait ajouté, afin que la différence de la hauteur vraie à la hauteur apparente de chaque astre, reste toujours la même. C'est de la valeur de cette différence que dépend, en grande partie, celle de la réduction de la distance apparente, ou la différence de celle-ci à la distance vraie. Dans cet exemple, on a retranché 2″ de la hauteur apparente du soleil, il faudra donc les retrancher aussi de la hauteur vraie, et écrire 48° 26′ 47″, au lieu de 48° 26′ 49″. On avait retranché 5″ de la hauteur apparente de la lune, il faudra donc employer dans le calcul la hauteur vraie de 28° 20′ 43″, au lieu de 28° 20′ 48″.

	+ 3″				
Dist. app. ☉ ☾.	83°57′ 30				
Haut. app. ☉.	48.27.30	com. cos.	0,1783-87		
Haut. app. ☾.	27.34. 0	com. cos.	0,0523345		
Somme......	159°59′ 0″				
Demi-somme...	79.59.30	cos.	9,2400283		
Dist. — ½ somm.	3.58. 0	cos.	9,9989584		
Haut. vraie ☉..	48.26.47	cos.	9,8217234		
Haut. vraie ☾..	28.20.43	cos.	9,9445332		
Somme.....	76°47′ 30	Somme.	39,2359565		
		½ somme.	19,6179782	9,7238069 sin. angle auxiliaire.	
Demi-somme..	38.23.30	cos.	9,8941713	31°58′ 0″ angle auxiliaire.	
Angle auxiliaire.................		cos.	9,9285783		
Somme.....................		sin.	9,8227496		
Demi-distance.....................			41°40′ 26″		
Double. Distance..................			83.20.52		
Ajoutez les secondes négligées.....			+ 3		
Distance vraie.....................			83°20′ 55″	1er intervalle 3h	log. 4,03342
Distances des tables à 15h........			83. 2. 9	1re diff. 0° 18′ 46″	log. 3,05154
Distances des tables à 18h........			84:24.33	2e diff. 1.22..24 com.	log. 6,30592
Heure de la 1re distance des tables..			15° 0′ 0″	Somme.	3,39088
2e intervalle			0.41. 0	2e intervalle..............	0h41′ 0″
Heure de Paris.....................			15h41′ 0″		

52. La distance qui résulte du calcul, est 83° 20′52″;

il faut y ajouter les 3″ que l'on avait négligées avant de commencer le calcul, et la distance vraie se trouve de 83° 20′ 55″. Les deux distances de la Connaissance des temps, entre lesquelles se trouve cette distance calculée, sont 83° 2′ 9″ et 83° 24′ 33″. La première a dû avoir lieu à 15h, et la deuxième à 18h. L'intervalle qui les sépare, et que nous nommons *premier intervalle*, est de 3h. Écrivez ces distances et les heures auxquelles elles répondent, au-dessous de la distance vraie, comme ci-dessus; ensuite prenez la différence de la distance vraie à la première distance des tables, et vous aurez une première différence que vous écrirez à droite des distances auxquelles elle répond. Prenez également la différence des deux distances des tables, et vous obtiendrez une deuxième différence, qui est le changement en distance dans l'intervalle de 3h ou dans le premier intervalle. Ces quantités doivent servir à calculer le second intervalle, ou celui qui répond à la différence prise entre la distance calculée et la première distance des tables, que nous avons appelée *première différence*. Faites cette proportion : la deuxième différence est au premier intervalle de 3h, comme la première différence de 18′ 46″ est au second intervalle, qu'il faudra toujours ajouter à l'heure de la première distance pour avoir l'heure de Paris. Le quatrième terme de cette proportion doit être calculé par logarithmes ; ainsi, pour avoir le logarithme du second intervalle, ajoutez ensemble le logarithme constant de 3h, celui de la première différence et le complément arithmétique de la seconde différence.

Calcul de l'heure du lieu.

53. La méthode que l'on doit suivre pour se procurer l'heure du lieu, dépend de la manière dont

on a obtenu les hauteurs des deux astres. Lorsqu'elles ont été mesurées, ainsi que la distance, par des observations simultanées, et que l'on n'a pas pu compter l'heure de ces observations sur une montre, il faut calculer l'angle horaire du soleil avec la hauteur observée, d'après les règles qu'on a données; ensuite on en conclura l'heure du lieu. La différence qui existe entre cette heure et l'heure de Paris, qui a été conclue de la distance vraie, réduite en degrés, sera la longitude du vaisseau. Lorsque l'heure du lieu est plus grande que celle de Paris, cette longitude est orientale; mais si elle est plus petite, le vaisseau est à l'ouest du méridien de Paris, et sa longitude est occidentale.

54. Cherchons à présent quelle était l'heure du vaisseau, correspondante à l'heure de Paris, que nous avons trouvée précédemment. Prenez d'abord, dans la Connaissance des Temps, la déclinaison du soleil qui correspond à l'heure de Paris, que vous venez de calculer; dans ce cas-ci, elle est de 23° 22′ 47″ nord, mais la latitude est de 10° 16′ 40″ sud: la distance au pôle élevé sera donc de 113° 22′ 47″. Procédez, avec ces quantités et la hauteur vraie du soleil, au calcul de l'angle horaire. Il est essentiel de faire remarquer qu'il ne faut pas employer la hauteur diminuée ou augmentée d'un certain nombre de secondes, mais qu'il faut faire le calcul avec celle que l'on a déduite immédiatement de la hauteur observée. Ainsi, dans l'exemple dont il est question, la hauteur du soleil, que l'on doit employer pour calculer l'heure, est 48° 26′ 49″, au lieu de 48° 26′ 47″.

Hauteur vraie ☉......	48° 26′ 49″		
Latitude *S*...........	10.16.40	com. cos.	0,0070251
Distance polaire ☉....	113.22.47	com. sin.	0,0372070
Somme...............	172° 6′ 16″		
Demi-somme..........	86. 3. 8	cos.	8,8378864
½ somme. — Haut......	37.36.19	sin.	9,7854851
Somme........................			18,6676036
Demi somme....................			9,3338018
Demi-angle horaire................			12° 27′ 18″
Multipliant par..................			8
(*Ajoutez* 24ʰ.) Heure du lieu.........			1ʰ 39′ 38″ 24‴
Heure de Paris......................			15.41. 0. 0
Différence.........................			9ʰ 58′ 38″ 24‴
LONGITUDE orientale.................			149° 39′ 36″

L'heure du lieu, dans ce cas-ci, paraît plus petite que l'heure de Paris, mais elle est réellement plus grande. En effet, on comptait un jour de plus à bord du vaisseau, et il faut ajouter 24ʰ à l'heure déduite du calcul, qui est le 16 juin à 1ʰ 39′ 38″ 24‴, tandis que l'on n'était à Paris qu'au 15 juin, et que l'on y comptait à l'instant de l'observation 15ʰ 41′.

55. Cette méthode de se procurer l'heure du lieu, ne doit être employée que lorsqu'on ne peut pas compter sur une montre, l'heure des observations. Toutes les fois que l'on aura une montre marine ou une bonne montre à secondes, soit que l'on fasse des observations simultanées, soit qu'on calcule les hauteurs correspondantes à la distance par des parties proportionnelles, il faudra toujours tenir compte des heures auxquelles chaque observation de distance a été faite. Quelque temps avant de prendre les distances, ou peu de temps après avoir achevé les observations, on observera des hauteurs du soleil, qui feront connaître l'heure du lieu où ces hauteurs ont été prises. Il faudra corriger, comme dans

l'exemple précédent, la distance apparente avec les hauteurs observées dans le même lieu que cette distance ; mais alors on prendra la différence qui existe entre l'heure de Paris conclue de la distance vraie, et l'heure du lieu où l'on a observé l'angle horaire : par ce moyen on obtiendra la longitude de ce lieu. Cette seconde méthode jouit d'un grand avantage, lorsqu'on a une montre marine qui peut donner aussi la longitude du lieu de l'observation d'angle horaire, car elle procure deux résultats que l'on peut comparer directement entr'eux sans avoir aucune réduction à faire. Dans le cas même où l'on ne pourrait compter l'heure des observations que sur une montre à secondes ordinaire, l'observation d'un angle horaire, faite avant ou après celle des distances, aurait l'avantage d'abréger beaucoup le calcul. En effet, si l'on ne veut pas se contenter d'une seule série d'observations de distance, le même angle horaire pourra suffire au calcul de la longitude de toutes les séries qui auront été observées.

56. Nous avons déjà eu occasion de dire que l'on ne devait pas calculer l'heure du lieu avec la hauteur des étoiles, et qu'il fallait se la procurer par une hauteur du soleil, prise dans la soirée qui précède l'observation de la distance de la lune à une étoile, ou dans la matinée qui la suit ; nous avons recommandé de calculer les hauteurs vraies de deux astres avec l'heure du lieu de l'observation d'angle horaire, rapportée à celui de l'observation de la distance, au moyen du chemin fait en longitude dans l'intervalle de ces deux observations. Si l'on comparait l'heure qui a servi au calcul des hauteurs avec l'heure de Paris, conclue du calcul de la distance vraie, on obtiendrait la longitude du lieu où les distances ont été observées ; mais il vaudra mieux,

Hauteur du bord inférieur du ⊙	48°49′	Hauteur du	500°40′ 40″
	48.28	de la ☾	83.26.46
	48.18		
	48. 6		
	47.57		
	47.47		
Somme.....	289.25		
Le sixième...............	48°14′ 10″	Hauteur ob	
Rectification de l'instrument	+ 2. 0		
Hauteur observée du ⊙...	48.16.10		

ÉLÉMENS DU CALCUL.		R AIE.
Latitude S..............	10°16′ 40″	
Heure approchée.........	1h30	Distance ap
Longitude estimée........	9.56	
He		
De		
De		
A		
D		
P		
I		
I		

comme précédemment, prendre la différence de l'heure de Paris à celle du lieu où l'on a observé l'angle horaire, afin de se procurer une longitude qui puisse être comparée directement à celle qui aurait été obtenue par une montre marine.

57. Les circonstances dans lesquelles on peut prendre des distances de la lune aux étoiles, sont bien plus fréquentes que celles où l'on peut mesurer des distances de la lune au soleil. Il ne faudra donc pas négliger cette espèce d'observation, qui, souvent, est la seule d'où l'on puisse conclure la position du vaisseau. Lorsqu'on possède une montre à secondes, l'observation des distances des étoiles à la lune est aussi facile que celle de la lune au soleil. On ne saurait trop recommander aux navigateurs de ne pas se laisser effrayer par la longueur des calculs qui, dans ce cas, sont, à la vérité, augmentés de celui des hauteurs; on peut les assurer que ce qu'ils pourraient avoir de pénible et de fastidieux dans le commencement, disparaîtra bientôt: il ne faut s'y exercer que pendant bien peu de temps, pour parvenir à se les rendre familiers. D'ailleurs il est inutile de chercher une précision imaginaire, dont l'observation n'est pas susceptible, et il suffira de calculer les hauteurs à la minute, en ne prenant les logarithmes qu'avec cinq décimales. Le calcul de la distance vraie d'une étoile à la lune, est le même que celui d'une distance de la lune au soleil; et, si l'on a égard à toutes les abréviations que nous avons indiquées, il sera possible de faire le calcul de deux ou trois séries d'observations en très-peu de temps. Il faudra s'exercer au calcul de l'exemple suivant. Les règles que l'on doit suivre se trouvent dans ce qui précède. Nous nous contenterons, en conséquence, de donner le simple énoncé de la question, avec le résultat du calcul; mais nous avons

réuni dans un même tableau, comme nous l'avons fait à l'égard du premier exemple, toutes les données et les quantités nécessaires au calcul : elles y sont rangées dans l'ordre le plus propre à faciliter les opérations.

EXEMPLE II.

Le 19 juin 1793, étant par 9° 45′ 50″ de latitude sud, et par 148° 43′ de longitude orientale, lorsqu'une montre marquait $3^h41'5'',54$ (*voyez pag. 277 et suiv.*), on a trouvé par des hauteurs du soleil, qu'elle retardait sur le temps vrai de $1^h\ 21'\ 34'',3$. A l'instant où la même montre devait marquer $6^h\ 8'\ 10'',8$, on a reconnu, par une série de six distances de la lune à *Antarès*, que la distance de cette étoile au bord le plus éloigné de la lune, était de 39° 12′ 13″. On demande la longitude du lieu où l'on a observé l'angle horaire.

Les hauteurs calculées sont les mêmes que celles des pages 278 et 279; on y trouvera en détail les opérations qu'il faut faire pour se les procurer.

Heure du lieu de l'observ. d'angle horaire......	$31^h29'45''$
Heure de Paris..............................	21.32.21
Différence..................................	$9^h57'24''$
LONGITUDE orientale.........................	$149°21'\ 0''$

Méthode d'approximation pour réduire les distances apparentes.

La méthode que l'on trouve dans le Traité de navigation de M. Bezout, art. 281, pour corriger les distances apparentes de la lune au soleil ou aux étoiles, est une méthode d'approximation; et les deux corrections que cet auteur enseigne à calculer, ne suffisent pas dans tous les cas. Lorsque la distance des deux astres est très-petite, que l'arc qui mesure cette distance est très-incliné sur l'horizon, et en-

La
As
De
As

fin que les hauteurs ne dépassent pas 30° ou 40°; la distance corrigée pourrait être affectée de plus de 30″ d'erreur, qui feraient un quart de degré sur la longitude. On est obligé, dans cette circonstance, de calculer une troisième correction, si l'on ne veut pas avoir à craindre une erreur de plus de 2″ sur la distance : en général on fera toujours bien de la calculer, parce que les cas où elle doit être nulle, sont fort rares.

Le sens dans lequel les deux premières corrections doivent être employées, est sujet à des distinctions de cas embarrassantes; c'est pourquoi nous ne donnerons pas la méthode de M. Bezout, par laquelle on est obligé de calculer les deux angles au soleil et à la lune. Nous avons préféré celle que M. de Mendoza y Rios a publiée pour la première fois dans les *Transactions philosophiques*, en 1797. Ceux qui seront privés des tables de Callet, pourront en faire usage avec avantage.

Le calcul de la distance apparente et des hauteurs apparentes se fait par les mêmes procédés que dans la méthode de Borda; c'est-à-dire que l'on corrige la distance observée des demi-diamètres des astres, et les hauteurs observées de ces mêmes demi-diamètres, et en outre, de la dépression de l'horizon; au lieu de calculer les hauteurs vraies, comme dans la méthode précédente, on se contentera de calculer par les tables les deux corrections des hauteurs apparentes.

Nous appellerons les corrections de la distance apparente, *équations* de cette distance, pour les distinguer des corrections des hauteurs dont on vient de parler. La première de ces équations dépend de la correction de la hauteur du soleil ou de l'étoile, nous l'appellerons *équation du soleil* ou de l'*étoile*; la seconde dépend de la correction de la hauteur de la lune ; nous la nommerons *équation de la lune*. La troisième équation dépend aussi de la hauteur de la lune, mais elle ne sera accompagnée d'aucun autre mot pour la distinguer.

Dès que vous aurez obtenu les principales données, vous procéderez au calcul des équations, sans avoir égard aux secondes de la distance et des hauteurs apparentes. Ecrivez d'abord la distance apparente, ensuite la hauteur apparente du soleil ou de l'étoile, et au-dessous de celle-ci la hauteur apparente de la lune. Prenez la somme de ces trois quantités, et la moitié de cette somme. Ecrivez au-dessous de cette demi-somme, sa différence avec la hauteur du soleil ou de l'étoile, ce sera le premier reste, la différence de la demi-somme avec la hauteur de la lune sera le second reste. Immédiatement après vous placerez la correction de la hauteur du soleil ou de l'étoile, et ensuite celle de la hauteur de la lune.

Cette préparation du calcul étant achevée, vous disposerez les logarithmes que vous prendrez dans les tables, sur deux colonnes, comme dans le tableau ci-joint. La première colonne ou la plus proche des nombres sera intitulée *équation du soleil* ou de l'*étoile;* la seconde colonne ou la plus éloignée des nombres sera intitulée *équation de la lune*.

Vous écrirez dans la première colonne, le complément arithmétique du logarithme sinus de la distance, et le complément arithmétique du cosinus de la hauteur du soleil ou de l'étoile. Ensuite vous y placerez le logarithme cosinus de la demi-somme et celui du sinus du second reste; enfin le logarithme de la correction de la hauteur du soleil ou de l'étoile.

Vous transcrirez dans la seconde colonne, le complément arithmétique du sinus de la distance ;

vous écrirez au-dessous le complément arithmétique du cosinus de la hauteur de la lune. Ensuite vous transcrirez le logarithme cosinus de la demi-somme; vous placerez au-dessous le logarithme sinus du premier reste, et enfin le logarithme de la correction de la hauteur de la lune.

La somme des cinq logarithmes de la première colonne sera le logarithme de la moitié de l'équation du soleil ou de l'étoile : le double sera cette équation entière.

La somme des cinq logarithmes de la seconde colonne sera le logarithme de la moitié de l'équation de la lune, que vous doublerez pour avoir l'équation entière.

Les procédes par lesquels on obtient la distance corrigée de ces deux équations, n'exigent aucune distinction de cas; il faut toujours ajouter à la distance apparente, la somme de l'équation de la lune, plus la correction de la hauteur du soleil ou de l'étoile; et retrancher du total de ces trois quantités, la somme de l'équation du soleil ou de l'étoile, plus la correction de la hauteur de la lune.

Il ne s'agit plus que de calculer la troisième équation; pour y parvenir, vous écrirez d'abord la correction de la hauteur de la lune, et au-dessous la demi-équation de la lune; vous prendrez la différence de ces deux quantités; vous placerez à la suite l'équation entière de la lune et la distance apparente. La somme du logarithme de la différence de ces deux quantités, plus celui de la correction de la lune, plus le logarithme de la cotangente de la distance apparente, plus enfin le logarithme du sinus de 1″, sera le logarithme de la troisième équation, laquelle doit être additive si la distance est plus petite que 90°, et soustractive si elle est plus grande.

Quoique l'on soit obligé de chercher un plus grand nombre de logarithmes en faisant usage de cette méthode, que dans celle de Borda; le calcul n'exigera cependant pas plus de temps, parce qu'on ne prendra pas de parties proportionnelles pour les secondes, et que l'on peut se contenter d'écrire les logarithmes et leurs complémens avec quatre décimales seulement.

On trouvera dans le tableau ci-joint le type du calcul, et l'on pourra y voir, à l'aide des règles qui viennent d'être données, la manière la plus commode de disposer les quantités sur lesquelles on doit opérer.

EXEMPLE.

Le 8 août 1814, par 32° 10′ de latitude S. et 89° 30′ de longitude orientale, on a pris six distances du bord le plus proche de la lune à Aldébaran. L'élévation de l'œil au-dessus du niveau de la mer était de 20 pieds. La montre retardait, sur le temps vrai, de $0^h\ 12'\ 22''$, et marquait $4^h\ 57'\ 38''$ à l'instant de la distance. La hauteur du bord inférieur de la lune était 44° 7′ 30″, et la hauteur observée de l'étoile 33° 34′.

Calcul de l'azimut et de l'amplitude du soleil.

58. Voici comment il faut procéder au calcul de l'azimut. Cherchez l'heure de Paris correspondante à l'instant de l'observation, au moyen de l'heure approchée du lieu et de la longitude estimée. Vous prendrez dans *la Connaissance des Temps* la déclinaison que le soleil avait à cet instant, et vous en conclurez sa distance au pôle élevé. Cette distance polaire, la hauteur vraie que vous déduirez de la hauteur observée par les règles du Traité de navigation, et la latitude du vaisseau, sont les trois données nécessaires au calcul.

Ecrivez les unes au-dessous des autres et dans

l'ordre suivant, la distance du soleil au pôle élevé, sa hauteur vraie et la latitude; ajoutez ensemble ces trois quantités, et prenez la moitié de leur somme; ensuite placez au-dessous de la demi-somme la différence qui existe entre cette demi-somme et la distance polaire; c'est-à-dire retranchez la plus petite de ces deux quantités de la plus grande. Vous prendrez d'abord dans les tables, les complémens arithmétiques des logarithmes cosinus de la hauteur vraie du soleil et de la latitude; ensuite vous écrirez au-dessous de ces complémens les deux logarithmes des cosinus de la demi-somme et de la différence de cette demi-somme à la distance polaire; ajoutez ces quatre quantités ensemble, et la moitié de leur somme sera le logarithme cosinus du demi-angle azimutal; le double de l'arc correspondant sera l'azimut du soleil, qui sera toujours compté en partant du côté du pôle élevé: dès-lors si le pôle élevé se trouve dans la partie du méridien qui est du côté du nord, l'azimut sera compté en partant du nord; si le pôle élevé est du côté du sud, l'azimut sera compté en partant du sud. Il faut par conséquent que l'azimut observé avec la boussole soit compté à partir du pôle élevé ou du même côté que l'azimut calculé, avant de pouvoir en conclure la déclinaison de l'aiguille aimantée.

Le calcul de l'azimut doit se faire sans avoir égard aux secondes de degré; ainsi l'on ne prendra les logarithmes qu'avec cinq décimales.

59. La déclinaison de l'aiguille est égale à la différence qui existe entre l'azimut observé, avec la boussole et l'azimut calculé; mais, pour savoir de quel côté du méridien elle doit avoir lieu, il faut avoir égard aux remarques suivantes: Supposez pour un instant que vous êtes tourné du côté du soleil, et que vous regardez dans la direction

où il a été relevé ; alors il vous sera bien facile de reconnaître si l'azimut qui résulte du calcul, répond sur la rose du compas, à gauche ou à *babord* (*) de l'azimut observé avec la boussole ; vous reconnaîtrez également, s'il répond à droite ou à *tribord*. Mais la direction de l'aiguille aimantée doit être située à l'égard de la ligne nord et sud, exactement de la même manière que la direction résultante du calcul est située à l'égard de celle qui a été observée avec la boussole ; dès-lors toutes les fois que l'azimut calculé répond sur la rose du compas, à babord de l'azimut observé avec la boussole, il s'ensuit que la direction de l'aiguille doit être à babord du nord du monde : dans ce cas, cette aiguille décline du côté de l'ouest, et sa déclinaison prend la dénomination de *nord-ouest*. Si l'azimut calculé place le soleil à tribord de l'azimut observé, l'aiguille décline vers l'est, et la déclinaison prend la dénomination de *nord-est*. Les marins appellent vulgairement la déclinaison de l'aiguille aimantée, *variation de la boussole*, et disent que la variation est nord-ouest ou nord-est.

60. Lorsque l'aiguille décline de deux rumbs de vent vers le nord-ouest ou à babord du nord du monde, la véritable direction du nord de la boussole est le nord-nord-ouest, et lorsqu'elle décline de deux rumbs vers le nord-est ou à tribord, la véritable direction du nord de la boussole est le nord-nord-est. Le rumb de vent corrigé est donc toujours situé, à l'égard du rumb observé, de la même manière que le nord de la boussole par rapport au nord du monde. Cette considération fait croire qu'il y aurait de l'avantage à conserver les

(*) En terme de marine, *babord* veut dire la gauche, et *tribord* la droite.

deux dénominations à la déclinaison de l'aiguille aimantée; on dirait, par exemple, *déclinaison nord-ouest* ou *babord*, et *déclinaison nord-est* ou *tribord*. On en tirerait une règle générale bien simple, pour corriger la route d'un vaisseau et les relèvemens observés avec une boussole. Il suffirait de recommander d'employer la déclinaison de l'aiguille, de manière que le relèvement corrigé fût à babord ou à tribord du relèvement observé, selon la dénomination que doit avoir cette déclinaison. Les dénominations de nord-ouest et de nord-est dérivent plus naturellement des principes, et sont essentielles à ceux qui s'occupent de la théorie de l'aimant; les autres dénominations seraient d'une grande commodité dans la pratique, et pourraient sauver bien des méprises qui n'ont lieu que parce que les hommes même les plus exercés, sont sujets à se tromper sur le véritable sens dans lequel les relèvemens doivent être corrigés. Les marins ont sans doute été guidés par une analogie de cette espèce, quand ils ont dit que la dérive était à babord ou à tribord, et que la variation était du même côté ou du côté opposé. Nous ne cherchons donc pas à introduire un nouveau terme, nous proposons seulement de rendre générale une dénomination dont on s'est servi dans un cas particulier.

EXEMPLE.

Le 2 mars 1792, à environ 6 heures du matin, étant par 34°48′ de latitude sud, et par 35° 49′ de longitude orientale, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil, de 6° 15′. Au même instant, l'azimut du soleil observé avec une boussole, était de 57° 17′, c'est-à-dire que le centre du soleil avait été relevé au S. 57° 17′ est; l'élévation de l'œil au-dessus de la surface de la mer était de 19 pieds.

On demande l'azimut vrai du soleil et la déclinaison de l'aiguille aimantée.

L'heure de Paris correspondante à l'instant de l'observation, est le 1er. mars à 15h 37'; on trouve, dans *la Connaissance des Temps*, que la déclinaison du soleil, à cet instant, était 6° 57' S. Mais la latitude est de même dénomination que cette déclinaison, par conséquent la distance au pôle élevé est de 83° 3'. La hauteur vraie du centre du soleil est 6° 19'. On disposera ces données, et l'on effectuera le calcul de la manière suivante:

Dist. au pôle élevé.	83° 3'		
Haut. vraie du ☉..	6. 19	com. cos.	0,00264
Latitude..........	34. 48	com. cos.	0,08558
Somme............	124° 10'		
Demi-somme......	62. 5	cos.	9,67042
Dist. pol. — ½ som.	20. 58	cos.	9,97025
	Somme........		19,72889
	Demi-somm. cos.		9,86444
	Demi-azimut....		42° 57'
Double. Azimut du S. à l'E........			85. 54
Le soleil a été relevé au S..........			57. 17 E.
DÉCLINAISON de l'aiguille aimantée...			28° 37' N. O. ou babord.

Dans cet exemple, le pôle sud est celui qui est élevé sur l'horizon, par conséquent l'azimut du soleil calculé est compté à partir de ce pôle. Il faut aussi que l'azimut observé à la boussole, soit compté en partant du même pôle, et il est le sud 57° 17' est. La différence de cet azimut observé à l'azimut qui résulte du calcul, est la déclinaison cherchée, et elle se trouve de 28° 37'. A présent, pour savoir dans quel sens cette déclinaison doit avoir lieu, je remarque que l'azimut calculé étant plus grand que l'azimut observé avec la boussole, il doit répondre sur la rose du compas, à gauche ou à babord de l'azimut observé; il s'ensuit que la déclinaison de l'aiguille doit être nord-ouest, et si l'on adopte la double dénomination que l'on vient de proposer, elle sera nord-ouest ou babord.

61. L'instant où il est le plus facile d'observer le relèvement du soleil avec une boussole, est celui de son lever ou de son coucher, parce qu'alors cet astre se trouve, à peu de chose près, dans le plan de la rose du compas. Les marins font plus d'usage de cette observation que de la précédente, parce que le calcul en est moins long, et qu'il n'est pas nécessaire d'observer la hauteur du soleil qui est nulle à l'instant où son centre est à l'horizon : cependant le résultat n'est pas susceptible, comme on le verra bientôt, de la précision à laquelle il est possible d'atteindre par l'autre méthode. On a inséré, dans presque tous les recueils de tables d'astronomie nautique, des tables à double entrée, à l'aide desquelles il est facile de trouver, au moyen de la latitude et de la déclinaison du soleil, l'amplitude de cet astre à l'instant de son lever ou de son coucher. Cet arc n'est autre chose que la partie de l'horizon comprise entre le soleil et le véritable point de l'est ou de l'ouest; il est le complément de l'azimut du soleil, ou bien, dans certains cas, il est égal à la quantité dont ce même azimut est plus grand que 90°. La différence de l'amplitude trouvée dans ces tables, à l'amplitude observée avec la boussole, est égale à la déclinaison de l'aiguille; on pourra reconnaître, par des moyens semblables à ceux que l'on vient de donner relativement à l'azimut, si l'aiguille décline vers le nord-ouest ou vers le nord-est.

Les tables des amplitudes doivent avoir, pour être utiles, une certaine étendue; on les supprime dans la collection de tables qui accompagnent cette section supplémentaire ; mais on peut y suppléer par un calcul très-court qui fera connaître l'amplitude du soleil par l'addition de deux logarithmes à cinq décimales.

62. Avant de faire le calcul, cherchez l'heure de Paris, correspondante à l'instant du lever ou du coucher du soleil, et vous prendrez, dans *la Connaissance des Temps*, la déclinaison que le soleil avait à cet instant. Ensuite ajoutez le logarithme du sinus de la déclinaison, avec le complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude, et la somme sera le logarithme sinus de l'amplitude du soleil. Lorsque le soleil se trouve au nord de l'équateur, il se lève et se couche au nord de la ligne est et ouest; et lorsqu'il est au sud de l'équateur, il se lève ou se couche au sud de cette même ligne : l'amplitude est donc toujours de même dénomination que la déclinaison.

63. L'amplitude que l'on trouve dans les tables, et celle que l'on obtient par le calcul précédent, supposent que l'on a relevé le soleil avec une boussole, à l'instant où son centre était réellement à l'horizon ; mais, en vertu de la réfraction, le centre du soleil doit alors paraître élevé de 33′ ; il ne faudra donc observer le relèvement que lorsque le bord inférieur paraît être au-dessus de l'horizon, d'environ la valeur du demi-diamètre. C'est la difficulté de saisir cet instant qui rend les déclinaisons de l'aiguille conclues de l'observation de l'amplitude, susceptibles d'une moindre précision que celles qui résultent de l'observation d'un azimut. Néanmoins, si l'on a l'attention de relever le soleil peu de temps avant que son bord inférieur se détache de l'horizon, et de ne pas prendre le relèvement quand la hauteur de ce bord paraît plus grande que le diamètre

entier, alors l'erreur de l'amplitude calculée ne sera jamais de beaucoup plus d'un demi-degré, pourvu toutefois que la latitude ne soit pas de plus de 60°. Mais d'un autre côté, l'amplitude observée peut être aussi affectée d'une erreur d'un demi-degré; ainsi, quand les circonstances ne seront pas très-défavorables, c'est-à-dire, lorsque la mer ne sera pas très-agitée, on pourra obtenir la déclinaison de l'aiguille aimantée à un degré près: cette exactitude est suffisante pour la sûreté de la navigation; mais si l'on veut l'obtenir avec une plus grande précision, il ne faut faire usage que de l'observation de l'azimut du soleil.

EXEMPLE.

Le 11 juin 1792, à environ 6h 56′ du matin, étant par 27° 10′ de latitude sud, et par 164° 22′ de longitude orientale, on a observé avec une boussole l'amplitude ortive du soleil, de 57° 27′ vers le nord. On demande quelle était la déclinaison de l'aiguille aimantée.

L'heure de Paris, à l'instant du lever du soleil, dans le lieu de l'observation, était, le 10 juin, à 7h 53′; par conséquent la déclinaison se trouvait de 23° 7′ nord.

Déclin. du ☉ *N*.	23° 7′	sin.	9,59396
Latitude	27.10	com. cos.	0,05077
	Somme	sin.	9,64473
Amplitude du ☉		*E*.	26° 11′ *N*.
Le soleil a été relevé à l'*E*			37.27 *N*.
DÉCLINAISON de l'aiguille aimantée.			11° 16′ *N*. *E*. ou tribord.

Dans cet exemple, le relèvement calculé répond sur la rose du compas, à droite ou à tribord du relèvement pris avec la boussole; la déclinaison de l'aiguille est donc nord-est ou tribord.

21..

Des relèvemens astronomiques.

64. On vient de donner le moyen de calculer l'azimut ou le relèvement du soleil, par l'observation de sa hauteur. Si, en même temps que l'on prend cette hauteur, on mesure la distance du soleil à un objet terrestre, et la hauteur de cet objet lui-même, l'astronomie nautique fournit les moyens de calculer, avec ces données, la différence qui existe, à l'instant de l'observation, entre le relèvement du soleil et le relèvement de l'objet dont la distance au soleil a été mesurée. Le relèvement du soleil étant connu, et la différence de ce relèvement à celui de l'objet l'étant aussi, il est facile d'en conclure le relèvement de l'objet lui-même. Ce sont ces relèvemens que l'on appelle *relèvemens astronomiques*, parce qu'ils dérivent immédiatement de l'observation des astres. Ils sont, comme on va le voir, les plus propres à faire connaître avec exactitude la déclinaison de l'aiguille aimantée; on doit aussi les employer de préférence aux relèvemens faits à la boussole, lorsqu'on veut construire des cartes hydrographiques ou marines.

65. L'observation des relèvemens astronomiques exige le concours de deux observateurs, tandis que l'un d'eux prend la hauteur du soleil, le second observateur doit mesurer la distance de l'objet au bord du soleil qui en est le plus proche. On pourra faire deux observations de distance et de hauteur, et l'on en conclura la hauteur moyenne correspondante à la distance moyenne. La hauteur de l'objet doit toujours être très-petite, et ne peut pas varier d'une quantité sensible dans un court intervalle de temps; il faudra donc la mesurer peu de temps avant ou après les observations de la hauteur du soleil et de la distance. Comme il est inutile d'obtenir le

relèvement d'un objet terrestre à un petit nombre de secondes près, ce genre d'observation n'exige pas que l'on ait égard aux règles que nous avons recommandé de suivre, lorsqu'on observe des distances de la lune au soleil et aux étoiles; ainsi les observations simultanées de la distance du soleil à l'objet et de la hauteur du soleil, auront toujours l'exactitude nécessaire.

On ne tiendra pas compte de l'heure, de la minute et de la seconde auxquelles chaque observation a été faite, et l'on pourra calculer les quantités que l'on cherche dans *la Connaissance des Temps*, avec l'heure de Paris conclue d'une heure approchée du lieu, qui pourrait, sans inconvénient, être en erreur de 15 minutes à 20 minutes.

Lorsqu'on veut conclure la déclinaison de l'aiguille aimantée du relèvement astronomique d'un objet terrestre, il faut que deux autres observateurs prennent avec une boussole le relèvement du même objet, à l'instant où l'on observe sa distance au soleil. Cette manière d'obtenir la déclinaison de l'aiguille exige donc le concours de quatre observateurs, c'est-à-dire celui d'une personne de plus, que quand on l'obtient par l'observation de l'azimut du soleil. La méthode des amplitudes n'exige que deux observateurs, et c'est une des raisons qui la rendent d'un usage plus commode.

66. Le calcul des relèvemens astronomiques, d'après ce qui a été dit plus haut, est composé de deux parties; 1°. du calcul de l'azimut du soleil; 2°. du calcul de la différence de l'azimut de cet astre à celui de l'objet. Il s'ensuit que la précision du résultat dépend de celle avec laquelle la hauteur du soleil fera connaître son azimut; elle dépend aussi de la précision de la différence en azimut calculée. Nous avons vu que les mouvemens en hauteurs

étaient très-lents près du méridien ; par conséquent les hauteurs prises à une petite distance de midi, ne sont pas propres à faire connaître l'azimut correspondant. En général, il ne faudra jamais calculer l'azimut du soleil avec des hauteurs prises entre 10 heures et demie du matin et 1 heure et demie du soir. Les hauteurs qui auraient été prises à tous les autres instans de la journée, procureront l'azimut à 2′ près. Il y a cependant des circonstances où l'on pourra obtenir le relèvement astronomique par une distance observée entre 10 heures et demie du matin et une heure et demie du soir; mais alors il faut calculer l'azimut du soleil avec son angle horaire au lieu de sa hauteur : nous donnerons dans la suite la manière de faire ce calcul.

67. Toutes les circonstances ne sont pas non plus également favorables à l'observation de la différence de l'azimut du soleil, à celui d'un objet terrestre ; on pourrait même faire des observations dont les résultats seraient très-défectueux ; c'est pourquoi il sera essentiel de consulter les règles suivantes, avant de faire les observations; et, si l'on a l'attention de s'y conformer, on obtiendra, dans tous les cas, la différence en azimut à 2′ ou 3′ près.

1°. N'observez jamais de relèvement astronomique, quand le soleil a plus de 60° de hauteur.

2°. Choisissez un objet qui ne soit pas éloigné du point où le vertical du soleil coupe l'horizon, de beaucoup plus ou de beaucoup moins de 90 degrés.

3°. Dans le cas où vous ne pouvez pas observer un objet éloigné d'environ 90° du vertical du soleil, choisissez-en un autre situé, par rapport au soleil, de manière que l'angle d'inclinaison de l'instrument avec lequel vous mesurerez la distance, ne soit pas de plus de 45 degrés.

Une erreur de 10° à 12°, dans l'estime que vous pouvez faire, soit de la différence des azimuts du soleil et de l'objet, soit de l'angle d'inclinaison de l'instrument avec lequel vous mesurerez la distance, ne peut pas avoir une grande influence sur le résultat.

68. Voici les règles que l'on doit suivre pour se procurer les quantités nécessaires au calcul. De l'heure approchée du lieu et de la longitude, vous déduirez l'heure de Paris correspondante à l'instant de l'observation; ensuite vous chercherez, dans *la Connaissance des Temps*, la déclinaison que le soleil avait à cet instant, et vous en conclurez sa distance au pôle élevé. Corrigez la hauteur observée du soleil, de la dépression de l'horizon et de son demi-diamètre, et vous aurez la hauteur apparente de cet astre, que vous diminuerez de la réfraction, afin d'obtenir la hauteur vraie avec laquelle vous ferez le calcul de l'azimut par les règles données. Vous ajouterez le demi-diamètre du soleil à la distance observée, si vous avez mis l'objet en contact avec le bord du soleil qui en était le plus voisin; vous retrancherez au contraire le demi-diamètre du soleil de la distance, si vous avez mis l'objet en contact avec le bord qui en était le plus éloigné. Dans ces deux cas, vous obtiendrez la distance apparente de l'objet au centre du soleil; vous retrancherez aussi la dépression de l'horizon de la hauteur de l'objet; ce reste sera la hauteur apparente de cet objet qui, avec la distance apparente et la hauteur apparente du soleil, doit vous servir à trouver la différence des azimuts par les règles que l'on va donner.

69. Ecrivez, dans l'ordre suivant, la distance apparente, la hauteur apparente du soleil et la hauteur apparente de l'objet; ajoutez ensemble ces trois quantités, et prenez la moitié de leur somme;

prenez aussi la différence de la demi-somme à la distance apparente. Ensuite cherchez dans les tables, le complément arithmétique du logarithme cosinus de la hauteur apparente du soleil, et le complément arithmétique du logarithme cosinus de la hauteur apparente de l'objet. Vous placerez au-dessous de ces deux complémens arithmétiques, le logarithme du cosinus de la demi-somme, et celui du cosinus de la différence de la demi-somme à la distance apparente. La moitié de la somme de ces quatre nombres sera le logarithme cosinus de la demi-différence des azimuts du soleil et de l'objet. Prenez le double de l'angle correspondant, et vous aurez la différence des azimuts que vous cherchez.

Supposez pour un instant que vous faites face au pôle élevé, et remarquez si le vertical du soleil est à gauche ou à droite de ce pôle; remarquez également si l'objet dont vous avez pris la distance était à gauche ou à droite du vertical du soleil. Toutes les fois que le vertical du soleil sera à gauche du pôle élevé, et que l'objet se trouvera en même temps à gauche de ce vertical, ajoutez la différence des azimuts à l'azimut du soleil. Ajoutez également ces mêmes quantités, lorsque le vertical du soleil étant à droite du pôle élevé, l'objet sera aussi à droite de ce vertical; mais si le soleil est à droite du pôle élevé, et que l'objet soit à gauche du même vertical et réciproquement, alors prenez la différence qui existe entre l'azimut du soleil et la différence en azimut qui résulte du calcul. L'azimut de l'objet calculé d'après ces règles, sera toujours compté à partir du pôle élevé, et dans le même sens que l'azimut du soleil : cette règle est générale, toutes les fois que l'on a pris la somme des résultats des deux calculs; mais dans le cas où l'on aurait retranché l'un de l'autre, et que la différence des azimuts eût été plus grande que l'azimut du soleil, alors l'azimut de l'objet devrait être compté dans un sens contraire à celui du soleil, c'est-à-dire, que l'un serait vers l'est et l'autre vers l'ouest du pôle élevé.

EXEMPLE.

Le 10 juillet 1792, à 7h du matin, étant par 7° 31′ de latitude sud, et 153° 10′ de longitude orientale, on a observé la hauteur du bord inférieur du soleil de 10° 30′; au même instant on a pris la distance du sommet d'une montagne que l'on voyait dans l'éloignement, au bord le plus proche du soleil; elle a été trouvée de 95° 16′. Cette montagne se trouvait à gauche du vertical du soleil, et la hauteur observée de sa partie la plus élevée, était, à l'instant de l'observation, de 3° 20′; l'élévation de l'œil de l'observateur était de 19 pieds. On demande le relèvement de cette montagne.

Latitude *S*	7° 31′
Longitude orientale	153. 10
en temps	10h 37′
Heure approchée du lieu	19. 0
Heure de Paris	8h 23′
Déclinaison du ⊙	22° 14′ *N.*
Distance au pôle élevé	112. 14
Hauteur observée du ⊙	10° 30′
Élévation de l'œil, 19 pieds. Dépression	— 4
	10° 26′
Demi-diamètre du ⊙	+ 16
Hauteur apparente du ⊙	10° 42′
Réfraction	— 5
Hauteur vraie du ⊙	10° 37′
Distance au bord le plus proche du ⊙	95° 16′
Demi-diamètre du ⊙	+ 16
Distance au centre du ⊙	95° 32′

Hauteur de la montagne....................	3° 20′
Élévation de l'œil, 19 pieds. Dépression.......	— 4
Hauteur apparente de la montagne..........	3° 16′

Calcul de l'azimut du ☉.

Dist. polaire du ☉........	112° 14′		
Hauteur vraie du ☉.......	10.37	com. cos.	0,00750
Latitude	7.31	com. cos.	0,00375
Somme	130° 22′		
Demi-somme.............	65.11	cos.	9,62296
Dist. pol. — Demi-somm...	47. 3	cos.	9,83338
Somme..................			19,46759
Demi-somme..........		cos.	9,73379
Demi-angle azimutal........			57° 12′
Double. Le soleil restait au *S*..............			140° 24′ *E.*

Calcul de la différence des azimuts.

Dist. apparente au ☉......	95° 32′		
Hauteur apparente du ☉...	10.42	com. cos.	0,00762
Haut. appar. de la mont...	3.16	com. cos.	0,00071
Somme..................	109° 30′		
Demi-somme.............	54.45	cos.	9,76129
Dist. app. — Demi-somm...	40.47	cos.	9,87920
Somme........................			19,64882
Demi-somme..............		cos	9,82441
Demi-différence des azimuts....			48° 8′
La mont. *à gauche* du vert. du ☉. Diff. des azim.			96. 16
Le ☉ *à gauche* du pôle élevé, restait au *S*....			114. 24 *E.*
Ajoutez LA MONTAGNE restait au *S*....			210° 40′ *E.*
Retranchez 180° ou au *N*....			30. 40 *O.*

La latitude est sud dans cet exemple, par conséquent le pôle élevé est le pôle sud, et tous les relèvemens que l'on conclut immédiatement du calcul, doivent être comptés à partir de ce pôle. L'azimut du soleil est 114° 24′, et parce que l'observation a été faite le matin, son relèvement est le sud 114° 24′

est; le vertical du soleil était donc à gauche du pôle élevé. Mais la montagne se trouvait, à l'instant de l'observation, aussi à gauche du vertical du soleil; dès-lors il faut ajouter ensemble l'azimut du soleil et la différence des azimuts; leur somme sera le relèvement de la montagne compté en partant du pôle sud et en allant vers l'est, ou dans le même sens que l'on a compté l'azimut du soleil. Dans ce cas-ci, la somme de ces deux quantités est 210°40′, et elle est plus grande que 180°, ce qui fait connaître que la montagne est au-delà du pôle nord, et à gauche de ce pôle; par conséquent il faut en retrancher 180°, le reste sera le relèvement de la montagne, ou le nord 30° 40′ ouest, comme on le voit ci-dessus.

70. Nous avons dit que l'on pouvait obtenir l'azimut du soleil à 2′ près; la différence de l'azimut de cet astre à celui d'un objet terrestre, peut être également calculée à 2′ ou 3′ près. En conséquence, si l'on se conforme aux règles qui ont été données relativement aux circonstances où il faut faire l'observation, on aura la certitude que les relèvemens astronomiques résultans du calcul, ne seront pas affectés d'une erreur plus grande que 4 à 5 minutes.

71. Lorsque le soleil passe au méridien au-dessous de 60° de hauteur, il est possible d'obtenir, comme nous l'avons déjà dit, le relèvement astronomique d'un objet terrestre, par une observation faite entre 10 heures et demie du matin et une heure et demie du soir. Ces relèvemens pourront même être observés très-près du passage du soleil au méridien. Dans ce cas, il faut compter les heures correspondantes aux distances du soleil à l'objet, sur une montre à secondes dont on a observé l'avance ou le retard sur le temps vrai, quelque temps avant de prendre cette distance, ou quelque temps après

l'avoir mesurée. L'avance ou le retard de la montre servira à trouver l'heure que l'on devait compter dans le lieu de l'observation d'angle horaire, à l'instant où l'on a observé le relèvement astronomique. Il faudra, au moyen du chemin fait en longitude, rapporter cette heure au lieu où l'on a observé le relèvement, et l'on obtiendra l'heure vraie correspondante à la distance du soleil à l'objet. Si cette distance a été prise avant le passage au méridien, on en prendra le complément à 24 heures ou à 12 heures, et l'on aura l'angle horaire du soleil; mais dans le cas où elle aurait été observée après midi, l'angle horaire sera égal à l'heure du lieu de l'observation. On calculera l'heure de Paris qui lui correspond au moyen de la longitude; cette heure servira à trouver la déclinaison du soleil, d'où on conclura sa distance au pôle élevé. La distance polaire du soleil, le complément de la latitude et l'angle horaire du soleil, sont les trois données qui servent à calculer l'azimut : voici les règles que l'on doit suivre pour effectuer le calcul.

72. Ecrivez la distance polaire du soleil, et placez au-dessous le complément de la latitude; prenez la somme de ces deux quantités, et immédiatement après leur différence. Ecrivez à la suite la demi-somme et la demi-différence; au-dessous de la demi-différence, vous écrirez l'angle horaire, et vous en prendrez la moitié. Vous ajouterez ensemble le complément arithmétique du logarithme sinus de la demi-somme, le logarithme sinus de la demi-différence, et le logarithme de la cotangente du demi-angle horaire; la somme sera le logarithme de la tangente d'un arc que vous appellerez le *premier angle*. Vous écrirez à la droite de ces premiers logarithmes, le complément arithmétique du logarithme cosinus de la demi-somme, le logarithme

du cosinus de la demi-différence et le logarithme de la cotangente du demi-angle horaire. Vous ajouterez pareillement ensemble ces trois logarithmes, vous aurez le logarithme de la tangente d'un second angle que vous chercherez dans les tables.

Il est à remarquer que ces deux calculs ont un logarithme commun, et qu'il ne faut réellement chercher dans les tables que cinq logarithmes. Le calcul se trouvera beaucoup abrégé, si l'on supprime les secondes de toutes les données, et si l'on ne prend le logarithme qu'avec cinq chiffres décimaux. On disposera ces données, comme on le voit dans l'exemple suivant; alors immédiatement après avoir pris le complément arithmétique du logarithme sinus de la demi-somme, on pourra prendre celui de son cosinus qui se trouve à côté; on prendra également le logarithme du cosinus de la demi-différence, immédiatement après avoir pris celui de son sinus.

Toutes les fois que le soleil passe au méridien du côté du pôle abaissé, ajoutez ensemble le premier et le second angle que vous venez de calculer; leur somme sera l'azimut du soleil, qui sera compté à partir du pôle élevé; c'est-à-dire, dans ce cas-ci, du côté opposé à celui du passage au méridien: il sera donc plus grand que 90°, et même approchera souvent de 180°.

Toutes les fois que le soleil passe au méridien du côté du pôle élevé, prenez la différence des deux angles que vous avez trouvée par le calcul; cette différence sera l'azimut du soleil qui, alors, sera compté à partir du pôle élevé, c'est-à-dire, du côté où le soleil passe au méridien; et, dans ce cas, il sera toujours plus petit que 90°.

Vous calculerez la différence des azimuts du soleil et de l'objet dont vous avez observé la distance, d'après les règles de l'art. 66, et vous conclurez l'azimut de l'objet ou son relèvement, de la même manière que si vous aviez calculé l'azimut du soleil par sa hauteur.

Les règles que l'on vient de donner vont être éclaircies dans l'exemple suivant.

EXEMPLE.

Le 17 juin 1792, étant par 22° 53′ de latitude sud, et par 164° 43′ de longitude orientale; lorsqu'une montre marquait $2^h\,25'\,31''$, on a observé la distance du bord le plus proche du soleil au sommet le plus élevé de l'île des Pins, située à l'extrémité sud-est de la Nouvelle Calédonie; elle était de 85° 51′. L'île des Pins se trouvait à droite du vertical du soleil. La hauteur du bord inférieur du soleil au même instant, était de 43° 11′; celle de l'objet, 5° 10′; l'œil de l'observateur était élevé de 19 pieds au-dessus de la surface de la mer.

On avait reconnu, par des observations de la hauteur du soleil, faites dans la matinée, que la montre avançait sur le temps vrai, de $2^h\,2'\,27''$; le lieu de l'observation du relèvement se trouvait de 2′ de degré, ou de 8 secondes de temps, dans l'ouest du lieu où l'on avait observé l'angle horaire.

Heure à la montre..........................	$2^h\,25'\,31''$
Avance sur le temps vrai. *Retranchez*.........	2. 2.27
Heure du lieu de l'angle horaire...............	$0^h\,23'\,4''$
Le lieu du relèvement à l'*O.* de..............	— 8
Temps vrai du relèvement, ou angle horaire....	$0^h\,22'\,56''$
Angle horaire en degrés....,....................	5° 44′

Latitude *S*.	22° 53′
Complément de la latitude	67. 7
Longitude orientale	164.43
Longitude en temps	10.59
Heure du relèvement	0.23
Heure de Paris	13^h 24′
Déclinaison du ⊙ *N*.	23° 25′
Distance du ⊙ au pôle élevé	113.25
Hauteur observée du ⊙	43° 11′
Élévation de l'œil 19^pi. Dépression	— 4
	43° 7′
Demi-diamètre du ⊙	+ 16
Hauteur apparente du ⊙	43° 23′
Distance au bord le plus proche du ⊙	85° 51′
Demi-diamètre du ⊙	+ 16
Distance au centre du ⊙	86° 7′
Hauteur observée de la montagne	5° 10′
Élévation de l'œil 19^pi. Dépression	— 4
Hauteur apparente de la montagne	5° 6′

Calcul de l'azimut du soleil.

Dist. du ⊙ au pôle élevé	113° 25′				
Complém. de la latitude.	67. 7				
Somme	180° 32′				
Différence	46.18				
Demi-somme	90° 16′	com. sin.	0,00000	com. cos.	2,33216
Demi-différence	23. 9	sin.	9,59455	cos.	9,96354
Angle horaire	5.44				
Demi-angle horaire	2.52	cotang.	1,30038	cotang.	1,30038
		tang.	0,89493	tang.	3,59608
		1er. ang.	82° 44′	2e. ang.	89° 59′
				1er. ang.	82.44

Le soleil passe au méridien du côté du pôle abaissé. *Ajoutez*	172° 43′
Le soleil restait au *S*	172.43′ *O*.

Calcul de la différence des azimuts.

Distance apparente au ⊙.	86° 7′		
Hauteur apparente du ⊙.	43.23	com. cos.	0,13860
Haut. appar. de la mont.	5. 6	com. cos.	0,00172
Somme................	134°36′		
Demi-somme..........	67.18	cos.	9,58648
Dist. app. — Demi-somm.	18.49	cos.	9,97615
Somme..................			19,70295
Demi-somme.............			9,85147
Demi-différence des azimuts.			44° 44′
La mont. A DROITE *du vert.* du ⊙. diff. des azim.			89.28
Le ⊙ A DROITE *du pôle élevé*, restait au *S*......			172.43 *O.*
AJOUTEZ La montagne restait au *S*..			262° 11′ *O.*
Retranchez 180° ou au *N*.			82.11 *E.*

L'observation a été faite après midi, par conséquent le soleil était à droite du pôle sud qui, dans ce cas-ci, était le pôle élevé; mais la montagne était aussi à droite du vertical du soleil; il faut donc ajouter ensemble l'azimut du soleil et la différence des azimuts. La somme de 262° 11′ est un arc compté à partir du pôle sud, en allant vers l'ouest, ou dans le même sens que l'azimut du soleil. Cet arc étant plus grand que 180°, doit se terminer au-delà du nord. Il faut donc retrancher 180° de la somme qu'on vient de trouver; alors le véritable relèvement de la montagne est le nord 82° 11′ est, comme on l'a vu ci-dessus.

73. Les relèvemens astronomiques observés aux environs de midi, ne sont pas, en général, susceptibles d'une aussi grande précision que ceux qui résultent d'une observation faite lorsque le soleil est peu élevé sur l'horizon; mais ils sont toujours préférables aux relèvemens observés avec une boussole, pourvu toutefois que l'on se conforme aux règles qui ont été données, relativement aux cir-

constances dans lesquelles cette observation doit être faite. Lorsque le soleil ne sera pas élevé de plus de 40°, l'erreur dont ils pourront être affectés ne sera jamais de plus de 6′ à 8′; et, si la hauteur du soleil approche de 60°, elle ne dépassera jamais 12 ou 14 minutes. Il est utile cependant de remarquer que ces erreurs seront, la plupart du temps, beaucoup au-dessous de l'évaluation qui vient d'en être faite.

74. Lorsqu'on veut employer les relèvemens astronomiques à la construction des cartes hydrographiques ou marines, il faut choisir l'objet de la côte le mieux terminé et le plus avantageusement situé, par rapport au vertical du soleil, et observer son relèvement. Pendant que l'on fera cette observation, plusieurs observateurs mesureront, avec des instrumens à réflexion, les distances angulaires de l'objet relevé à tous les autres objets que l'on veut placer sur la carte. Il sera facile de conclure de tous ces angles, le relèvement de chaque objet en particulier. Les erreurs des distances angulaires mesurées avec des octans ou avec des sextans les plus ordinaires, ne seront jamais de plus de 1′ ou 2′. Tous les relèvemens observés de cette manière, auront donc, à peu de chose près, la précision du relèvement astronomique d'où ils ont été conclus; et les cartes construites avec des relèvemens de cette espèce, auront par conséquent une très-grande exactitude.

75. Les circonstances ne permettent pas toujours d'observer des relèvemens astronomiques; alors on est forcé de relever les objets avec une boussole, mais il faut, dans ce cas, suivre la méthode qui va être indiquée : elle jouit de l'avantage de remédier à une partie des imperfections dont les relèvemens faits avec la boussole sont susceptibles. Je

suppose, dans tout ce qui va être dit, que l'on ait déterminé la déclinaison de l'aiguille aimantée, le plus exactement qu'il est possible, par un des moyens qui ont été enseignés dans ce chapitre. Choisissez un objet bien distinct et assez éloigné pour que son relèvement ne puisse pas changer sensiblement pendant le peu de temps que doit durer l'observation : les objets que l'on voit à peu près de l'avant ou de l'arrière du vaisseau, sont ceux qui doivent être préférés. Observez d'abord avec une boussole le relèvement de l'objet que vous avez choisi ; ensuite dérangez les pinnules, et prenez un second relèvement. Vous ferez de la sorte trois ou quatre observations, et vous obtiendrez, par le milieu de tous les relèvemens observés, un dernier relèvement qui aura bien plus de précision que si vous vous étiez contentés de faire une seule observation. Tandis que l'on prend ce relèvement, d'autres observateurs doivent mesurer, avec des instrumens à réflexion, comme dans le cas précédent, les distances angulaires de l'objet relevé à tous les autres objets qu'on veut placer sur la carte ; ces angles feront connaître le relèvement de chacun des objets en particulier. Les distances angulaires peuvent être considérées comme très-exactes ; dès-lors les erreurs de tous les relèvemens seront à peu près les mêmes, et auront en conséquence peu d'influence sur les positions relatives que l'on doit conclure de tous ces relèvemens.

FIN DU CALCUL DES OBSERVATIONS.

TABLES

A L'USAGE

DE LA NAVIGATION.

AVERTISSEMENT.

L'USAGE des Tables I, II, III, IV et V est expliqué pag. 115 et suiv. jusqu'à 119.

Celui des Tables VI et VII est expliqué page 119.

Celui des Tables VIII et IX est évident.

Celui des Tables X, XI, XII est expliqué pag. 125, 126, 127.

Celui de la Table XIII est expliqué pag. 129, 130 et en divers autres endroits.

Celui des Tables XIV, XV et XVI, pag. 107 et suivantes, jusqu'à 110.

Celui des Tables XVII et XVIII, pag. 141, 142.

Celui de la Table XIX est expliqué pag. 74 et suiv.

TABLE I.

DE L'ÉQUATION DU TEMPS.

ARGUMENT. Longitude du soleil.

Degrés.	♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
	ajou.	*soust*	*soust*	*ajout*	*ajout*	*ajout*	*soust.*	*soust.*	*soust.*	*soust.*	*ajout.*	*ajout.*
0	7′ 35″	1′ 10″	3′ 53″	1′ 10″	5′ 54″	2′ 19″	7′ 37″	15′ 29″	13′ 29″	1′ 9″	11′ 29″	14′ 19″
1	7 16	1 24	3 49	1 24	5 55	2 3	7 57	15 36	13 12	0 39	11 46	14 13
2	6 57	1 37	3 45	1 37	5 57	1 46	8 18	15 43	12 55	0 10	12 3	14 6
										ajout.		
3	6 39	1 49	3 40	1 50	5 57	1 29	8 39	15 49	12 37	0 20	12 18	13 59
4	6 20	2 1	3 34	2 4	5 57	1 12	8 59	15 54	12 18	0 49	12 33	13 51
5	6 1	2 12	3 28	2 17	5 57	0 54	9 19	15 58	11 59	1 18	12 46	13 42
6	5 42	2 23	3 21	2 30	5 56	0 36	9 39	16 2	11 39	1 47	12 59	13 33
7	5 23	2 34	3 14	2 43	5 54	0 18	9 58	16 5	11 18	2 16	13 12	13 23
						soust						
8	5 4	2 44	3 7	2 55	5 51	0 1	10 17	16 7	10 57	2 45	13 24	13 13
9	4 45	2 53	2 59	3 8	5 48	0 20	10 38	16 8	10 34	3 13	13 34	13 2
10	4 26	3 2	2 50	3 20	5 44	0 39	10 55	16 9	10 12	3 42	13 44	12 50
11	4 7	3 10	2 41	3 32	5 40	0 58	11 13	16 9	9 47	4 10	13 53	12 38
12	3 49	3 18	2 31	3 43	5 35	1 18	11 31	16 8	9 25	4 37	14 2	12 26
13	3 30	3 25	2 21	3 54	5 29	1 38	11 49	16 6	9 0	5 4	14 9	12 13
14	3 12	3 32	2 11	4 5	5 22	1 59	12 6	16 3	8 35	5 31	14 16	11 59
15	2 54	3 38	2 0	4 16	5 16	2 19	12 23	16 0	8 10	5 58	14 22	11 45
16	3 35	3 43	1 49	4 26	5 8	2 40	12 39	15 55	7 44	6 24	14 27	11 31
17	3 17	2 48	1 38	4 35	4 59	3 1	12 55	15 50	7 18	6 49	14 31	11 16
18	2 0	3 52	1 26	4 44	4 50	3 22	13 10	15 44	6 51	7 14	14 35	11 1
19	1 42	3 55	1 14	4 53	4 41	3 43	13 25	15 37	6 24	7 30	14 38	10 45
20	1 25	3 58	1 2	5 1	4 31	4 4	13 39	15 30	5 57	8 3	14 39	10 29
21	1 8	4 0	0 50	5 9	4 20	4 25	13 53	15 21	5 29	8 26	14 40	10 13
22	0 51	4 2	0 37	5 16	4 9	4 47	14 6	15 12	5 0	8 49	14 41	9 56
23	0 35	4 3	0 24	5 23	3 57	5 8	14 18	15 2	4 32	9 12	14 41	9 40
24	0 19	4 3	0 11	5 29	3 44	5 29	14 30	14 51	4 4	9 33	14 40	9 23
			ajout									
25	0 3	4 3	0 3	5 35	3 31	5 51	14 42	14 39	3 35	9 54	14 38	9 5
	soust											
26	0 13	4 2	0 16	5 40	3 18	6 12	14 52	14 27	3 6	10 15	14 36	8 48
27	0 28	4 1	0 30	5 44	3 4	6 33	15 2	14 13	2 37	10 34	14 33	8 30
28	0 42	3 59	0 43	5 48	2 49	6 54	15 12	13 59	2 7	10 54	14 29	8 12
29	0 56	3 56	0 57	5 51	2 34	7 15	15 21	13 44	1 38	11 12	14 24	7 53
30	1 10	3 53	1 10	5 54	2 19	7 37	15 29	13 29	1 9	11 29	14 19	7 35

Les abréviations *ajout.*, *soust.*, marquent que l'équation doit être ajoutée au temps vrai, ou en être soustraite, pour le réduire au temps moyen : c'est le contraire pour réduire le temps moyen au vrai.

On trouve l'équation du temps dans la *Connaissance des Tems*, sous le nom de temps moyen à midi vrai. On ne fera aucun usage de cette table. (*Note de l'Éditeur*).

TABLE II.

Époques des longitudes moyennes du soleil pour les années.

Années Grégorienne.		Long. Moy. S. D. M. S.	Long. Apog. S. D. M. S.	Années Grégorienne.		Long. moy. S. D. M. S.	Long. Apog. S. D. M. S.
	1747	9 9 44 34	3 8 34 47		1774	9 1[illegible] 11 45	3 9 4 16
Biss.	1748	9 10 29 22	3 8 35 53		1775	9 9 57 25	3 9 5 21
	1749	9 10 15 3	3 8 36 58	Biss.	1776	9 10 42 14	3 9 6 27
	1750	9 10 0 43	3 8 38 4		1777	9 10 27 54	3 9 7 32
	1751	9 9 46 24	3 8 39 9		1778	9 10 13 35	3 9 8 38
Biss.	1752	9 10 31 13	3 8 40 15		1779	9 9 59 16	3 9 9 43
	1753	9 10 16 53	3 8 41 20	Biss.	1780	9 10 44 4	3 9 10 49
	1754	9 10 2 34	3 8 42 26		1781	9 10 29 45	3 9 11 54
	1755	9 9 48 14	3 8 43 31		1782	9 10 15 25	3 9 13 0
Biss.	1756	9 10 33 3	3 8 44 37		1783	9 10 1 6	3 9 14 5
	1757	9 10 18 43	3 8 45 42	Biss.	1784	9 10 45 54	3 9 15 11
	1758	9 10 4 24	3 8 46 48		1785	9 10 31 35	3 9 16 16
	1759	9 9 50 4	3 8 47 53		1786	9 10 17 15	3 9 17 22
Biss.	1760	9 10 34 53	3 8 48 59		1787	9 10 2 56	3 9 18 27
	1761	9 10 20 34	3 8 50 4	Biss.	1788	9 10 47 45	3 9 19 33
	1762	9 10 6 14	3 8 51 10		1789	9 10 33 25	3 9 20 38
	1763	9 9 51 55	3 8 52 15		1790	9 10 19 6	3 9 21 44
Biss.	1764	9 10 36 43	3 8 53 21		1791	9 10 4 46	3 9 22 49
	1765	9 10 22 24	3 8 54 26	Biss.	1792	9 10 49 35	3 9 23 55
	1766	9 10 8 4	3 8 55 32		1793	9 10 35 15	3 9 25 0
	1767	9 9 53 45	3 8 56 37		1794	9 10 20 56	3 9 26 6
Biss.	1768	9 10 38 34	3 8 57 43		1795	9 10 6 36	3 9 27 11
	1769	9 10 24 14	3 8 58 48	Biss.	1796	9 10 51 25	3 9 28 17
	1770	9 10 9 54	3 8 59 54		1797	9 10 37 6	3 9 29 22
	1771	9 9 55 35	3 9 0 59		1798	9 10 22 46	3 9 30 28
Biss.	1772	9 10 40 24	3 9 2 5		1799	9 10 8 27	3 9 31 33
	1773	9 10 26 4	3 9 3 10	Com.	1800	9 9 54 7	3 9 3[illegible] 39

TABLE III.

Des moyens mouvemens du soleil pour les mois complets.

MOIS.	Mouv. Moy. du Soleil. S. D. M. S.	M. de l'Ap. M. S.	MOIS.	Mouv. moy. du Soleil. S. D. M. S.	M. de l'Ap. M. S.
Janvier..........	0 0 0 0	0 0	Juillet............	5 28 24 8	0 32
Février...........	1 0 33 18	0 5	Août..............	6 28 57 26	0 38
Mars.............	1 28 9 12	0 11	Septembre.........	7 29 30 44	0 43
Avril.............	2 28 42 30	0 16	Octobre...........	8 29 4 54	0 49
Mai..............	3 28 16 40	0 22	Novembre.........	9 29 38 12	0 54
Juin..............	4 28 49 58	0 27	Décembre.........	10 29 12 22	1 0

On trouve la longitude, l'ascension droite et la déclinaison du Soleil, dans la *Connaissance des Tems;* elles y sont calculées avec une grande précision. Il sera bon néanmoins d'apprendre l'usage de ces Tables; quoique très-incomplètes, elles pourront servir d'introduction à celui des grandes Tables Astronomiques. (*Note de l'Édit*).

TABLE IV.

Des moyens mouvemens du soleil pour les jours du mois, les heures, les minutes et les secondes.

Jours.	Mouvem. moy.				Ap.	H.	Mouv.		M.	Mouv.		M.	Mouv.		S.	Mouv.
	S.	D.	M.	S.	S.		M.	S.		M.	S.		M.	S.		S.
1	0	0	59	8	0	1	2	28	1	0	3	31	1	16	2	0
2	0	1	58	17	0	2	4	56	2	0	5	32	1	19	4	0
3	0	2	57	25	1	3	7	24	3	0	7	33	1	21	6	0
4	0	3	56	33	1	4	9	51	4	0	10	34	1	24	8	0
5	0	4	55	42	1	5	12	19	5	0	12	35	1	26	10	0
6	0	5	54	50	1	6	14	47	6	0	15	36	1	29	12	0
7	0	6	53	58	1	7	17	15	7	0	17	37	1	31	14	1
8	0	7	53	7	1	8	19	43	8	0	20	38	1	34	16	1
9	0	8	52	15	2	9	22	11	9	0	22	39	1	36	18	1
10	0	9	51	23	2	10	24	39	10	0	25	40	1	39	20	1
11	0	10	50	32	2	11	27	6	11	0	27	41	1	41	22	1
12	0	11	49	40	2	12	29	34	12	0	30	42	1	44	24	1
13	0	12	48	48	2	13	32	2	13	0	32	43	1	46	26	1
14	0	13	47	56	2	14	34	30	14	0	35	44	1	48	28	1
15	0	14	47	5	3	15	36	58	15	0	37	45	1	51	30	1
16	0	15	46	13	3	16	39	26	16	0	39	46	1	53	32	1
17	0	16	45	22	3	17	41	53	17	0	42	47	1	56	34	1
18	0	17	44	30	3	18	44	21	18	0	44	48	1	58	36	1
19	0	18	43	38	3	19	46	49	19	0	47	49	2	1	38	2
20	0	19	42	47	3	20	49	17	20	0	49	50	2	3	40	2
21	0	20	41	55	4	21	51	45	21	0	52	51	2	6	42	2
22	0	21	41	3	4	22	54	13	22	0	54	52	2	8	44	2
23	0	22	40	12	4	23	56	41	23	0	57	53	2	11	46	2
24	0	23	39	20	4	24	59	8	24	0	59	54	2	13	48	2
25	0	24	38	28	5				25	1	2	55	2	16	50	2
26	0	25	37	37	5				26	1	4	56	2	18	52	2
27	0	26	36	45	5				27	1	7	57	2	20	54	2
28	0	27	35	53	5				28	1	9	58	2	23	56	2
29	0	28	35	2	5				29	1	11	59	2	25	58	2
30	0	29	34	10	5				30	1	14	60	2	28	60	2
31	1	0	33	18	6											

Dans les années bissextiles il faut ôter de la date proposée, un jour, pendant les mois de janvier et de février.

TABLE V.

ÉQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

Degrés.	*Argument.* Anomalie moyenne du soleil.															
	O signe.					I.					II.					
	Soustr.			Diff.		*Soustr.*			Diff.		*Soustr.*			Diff.		
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	
0	0	0	0			0	56	44			1	38	59			30
1	0	1	59	1	59	0	58	27	1	43	1	40	0	1	1	29
2	0	3	57	1	58	1	0	9	1	42	1	40	59	0	59	28
3	0	5	55	1	58	1	1	50	1	40	1	41	57	0	58	27
4	0	7	54	1	58	1	3	29	1	39	1	42	52	0	55	26
5	0	9	52	1	58	1	5	8	1	39	1	43	46	0	54	25
6	0	11	50	1	58	1	6	46	1	38	1	44	37	0	51	24
7	0	13	48	1	58	1	8	22	1	36	1	45	27	0	50	23
8	0	15	45	1	57	1	9	57	1	35	1	46	15	0	48	22
9	0	17	42	1	57	1	11	32	1	35	1	47	2	0	47	21
10	0	19	39	1	57	1	13	4	1	32	1	47	46	0	44	20
11	0	21	36	1	57	1	14	36	1	32	1	48	28	0	42	19
12	0	23	32	1	56	1	16	6	1	30	1	49	8	0	40	18
13	0	25	28	1	56	1	17	35	1	29	1	49	47	0	39	17
14	0	27	23	1	55	1	19	3	1	28	1	50	24	0	37	16
15	0	29	18	1	55	1	20	29	1	26	1	50	58	0	34	15
16	0	31	13	1	55	1	21	54	1	25	1	51	30	0	32	14
17	0	33	7	1	54	1	23	17	1	23	1	52	1	0	31	13
18	0	35	0	1	53	1	24	39	1	22	1	52	29	0	28	12
19	0	36	53	1	53	1	26	0	1	21	1	52	56	0	27	11
20	0	38	45	1	52	1	27	18	1	18	1	53	20	0	24	10
21	0	40	36	1	51	1	28	36	1	18	1	53	43	0	23	9
22	0	42	27	1	51	1	29	52	1	16	1	54	3	0	20	8
23	0	44	17	1	50	1	31	6	1	14	1	54	21	0	18	7
24	0	46	6	1	49	1	32	19	1	13	1	54	37	0	16	6
25	0	47	55	1	49	1	33	30	1	11	1	54	51	0	14	5
26	0	49	42	1	47	1	34	39	1	9	1	55	3	0	12	4
27	0	51	29	1	47	1	35	47	1	8	1	55	13	0	10	3
28	0	53	15	1	46	1	36	53	1	6	1	55	21	0	8	2
29	0	55	0	1	45	1	37	57	1	4	1	55	27	0	6	1
30	0	56	44	1	44	1	39	0	1	3	1	55	30	0	3	0
	Ajouter.					Ajonter.					Ajouter.					Deg.
	XI.					X.					IX.					

SUITE DE LA TABLE V.

ÉQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

Degrés.	*Argument.* Anomalie moyenne du soleil.																	
	III.					IV.					V.							
	Soustr.			Diff.		*Soustr.*			Diff.		*Soustr.*			Diff.				
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.			
0	1	55	30	0	2	1	41	6	1	0	0	58	50	1	47	30		
1	1	55	32	0	1	1	40	6	1	2	0	57	3	1	48	29		
2	1	55	31	0	3	1	39	4	1	4	0	55	15	1	48	28		
3	1	55	28	0	5	1	38	0	1	6	0	53	27	1	50	27		
4	1	55	23	0	6	1	36	54	1	8	0	51	37	1	51	26		
5	1	55	17	0	9	1	35	46	1	9	0	49	46	1	52	25		
6	1	55	8	0	12	1	34	37	1	11	0	47	54	1	52	24		
7	1	54	56	0	13	1	33	26	1	13	0	46	2	1	54	23		
8	1	54	43	0	16	1	32	13	1	15	0	44	8	1	54	22		
9	1	54	27	0	17	1	30	58	1	16	0	42	14	1	56	21		
10	1	54	10	0	20	1	29	42	1	18	0	40	18	1	56	20		
11	1	53	50	0	22	1	28	24	1	20	0	38	22	1	57	19		
12	1	53	28	0	23	1	27	4	1	21	0	36	25	1	57	18		
13	1	53	5	0	26	1	25	43	1	24	0	34	28	1	58	17		
14	1	52	39	0	28	1	24	19	1	24	0	32	30	1	59	16		
15	1	52	11	0	30	1	22	55	1	27	0	30	31	1	59	15		
16	1	51	41	0	33	1	21	28	1	27	0	28	32	2	0	14		
17	1	51	8	0	34	1	20	1	1	30	0	26	32	2	1	13		
18	1	50	34	0	36	1	18	31	1	31	0	24	31	2	1	12		
19	1	49	58	0	39	1	17	0	1	32	0	22	30	2	1	11		
20	1	49	19	0	40	1	15	28	1	34	0	20	29	2	2	10		
21	1	48	39	0	43	1	13	54	1	35	0	18	27	2	2	9		
22	1	47	56	0	44	1	12	19	1	37	0	16	25	2	2	8		
23	1	47	12	0	46	1	10	42	1	38	0	14	23	2	3	7		
24	1	46	26	0	49	1	9	4	1	39	0	12	20	2	3	6		
25	1	45	37	0	50	1	7	25	1	41	0	10	17	2	3	5		
26	1	44	47	0	53	1	5	44	1	41	0	8	14	2	3	4		
27	1	43	54	0	54	1	4	3	1	44	0	6	11	2	3	3		
28	1	43	0	0	56	1	2	19	1	44	0	4	7	2	3	2		
29	1	42	4	0	58	1	0	35	1	45	0	2	4	2	4	1		
30	1	41	6			0	58	50			0	0	0			0		
	Ajouter.					Ajouter.					Ajouter.					Deg.		
	VIII.					VII.					VI.							

TABLE VI.

De ce que l'on doit retrancher de la longitude vraie du soleil, ou lui ajouter, pour avoir l'ascension droite.

Degrés.	*Argument.* Longitude vraie du soleil. Os. VI. D.	M.	S.	Diff. M.	S.	I. VII. D.	M.	S.	Diff. M.	S.	II. VIII. D.	M.	S.	Diff. M.	S.	
0	0	0	0	4	58	2	5	43	2	37	2	11	16	2	33	30
1	0	4	58	4	57	2	8	20	2	29	2	8	43	2	43	29
2	0	9	55	4	57	2	10	49	2	19	2	6	0	2	54	28
3	0	14	52	4	56	2	13	8	2	10	2	3	6	3	2	27
4	0	19	48	4	55	2	15	18	2	1	2	0	4	3	13	26
5	0	24	43	4	53	2	17	19	1	52	1	56	51	3	21	25
6	0	29	36	4	51	2	19	11	1	41	1	53	30	3	31	24
7	0	34	27	4	49	2	20	52	1	32	1	49	59	3	39	23
8	0	39	16	4	46	2	22	24	1	21	1	46	20	3	48	22
9	0	44	2	4	44	2	23	45	1	12	1	42	32	3	56	21
10	0	48	46	4	40	2	24	57	1	1	1	38	36	4	4	20
11	0	53	26	4	37	2	25	58	0	50	1	34	32	4	11	19
12	0	58	3	4	33	2	26	48	0	40	1	30	21	4	19	18
13	1	2	36	4	29	2	27	28	0	30	1	26	2	4	26	17
14	1	7	5	4	25	2	27	58	0	19	1	21	36	4	33	16
15	1	11	30	4	20	2	28	17	0	8	1	17	3	4	39	15
16	1	15	50	4	15	2	28	25	0	3	1	12	24	4	44	14
17	1	20	5	4	10	2	28	22	0	14	1	7	40	4	51	13
18	1	24	15	4	4	2	28	8	0	25	1	2	49	4	55	12
19	1	28	19	3	59	2	27	43	0	35	0	57	54	5	1	11
20	1	32	18	3	52	2	27	8	0	47	0	52	53	5	5	10
21	1	36	10	3	46	2	26	21	0	57	0	47	48	5	8	9
22	1	39	56	3	39	2	25	24	1	9	0	42	40	5	12	8
23	1	43	35	3	33	2	24	15	1	19	0	37	28	5	16	7
24	1	47	8	3	25	2	22	56	1	30	0	32	12	5	18	6
25	1	50	33	3	18	2	21	26	1	41	0	26	54	5	20	5
26	1	53	51	3	10	2	19	45	1	51	0	21	34	5	22	4
27	1	57	1	3	2	2	17	54	2	3	0	16	12	5	23	3
28	2	0	3	2	55	2	15	51	2	12	0	10	49	5	24	2
29	2	2	58	2	45	2	13	39	2	23	0	5	25	5	25	1
30	2	5	43			2	11	16			0	0	0			0
	V. XI.					IV. X.					III. IX.					Deg.

On doit retrancher depuis o signe jusqu'à III signes exclusivement, et depuis VI signes jusqu'à IX exclusivement; au contraire, on doit ajouter dans les autres signes.

TABLE VII.

POUR LA DÉCLINAISON DU SOLEIL.

Degrés.	*Argument*. Longitude vraie du soleil.																
	O. VI.			Diff.		I. VII.			Diff.		II. VIII.			Diff.			
	Déclinaison.					Déclinaison.					Déclinaison.						
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.		
0	0	0	0	23	55	11	29	12	21	3	20	10	39	12	33	30	
1	0	23	55	23	53	11	50	15	20	50	20	23	12	12	11	29	
2	0	47	48	23	53	12	11	5	20	38	20	35	23	11	48	28	
3	1	11	41	23	51	12	31	43	20	26	20	47	11	11	22	27	
4	1	35	32	23	50	12	52	9	20	12	20	58	33	11	3	26	
5	1	59	22	23	48	13	12	21	20	0	21	9	36	10	39	25	
6	2	23	10	23	46	13	32	21	19	48	21	20	15	10	12	24	
7	2	46	56	23	44	13	52	9	19	31	21	30	27	9	51	23	
8	3	10	40	23	40	14	11	40	19	18	21	40	18	9	26	22	
9	3	34	20	23	37	14	30	58	19	3	21	49	44	9	0	21	
10	3	57	57	23	34	14	50	1	18	49	21	58	44	8	37	20	
11	4	21	31	23	30	15	8	50	18	33	22	7	21	8	12	19	
12	4	45	1	23	24	15	27	23	18	17	22	15	33	7	45	18	
13	5	8	25	23	21	15	45	40	18	3	22	23	18	7	21	17	
14	5	31	46	23	15	16	3	43	17	45	22	30	39	6	55	16	
15	5	55	1	23	10	16	21	28	17	28	22	37	34	6	30	15	
16	6	18	11	23	4	16	38	56	17	10	22	44	4	6	2	14	
17	6	41	15	22	57	16	56	6	16	54	22	50	6	5	37	13	
18	7	4	12	22	50	17	13	0	16	36	22	55	43	5	10	12	
19	7	27	2	22	43	17	29	36	16	17	23	0	53	4	44	11	
20	7	49	45	22	37	17	45	53	15	59	23	5	37	4	18	10	
21	8	12	22	22	30	18	1	52	15	39	23	9	55	3	51	9	
22	8	34	52	22	19	18	17	31	15	20	23	13	46	3	23	8	
23	8	57	11	22	11	18	32	51	15	0	23	17	9	2	57	7	
24	9	19	22	22	4	18	47	51	14	40	23	20	6	2	29	6	
25	9	41	26	21	53	19	2	31	14	21	23	22	35	2	3	5	
26	10	3	19	21	44	19	16	52	13	58	23	24	38	1	35	4	
27	10	25	3	21	34	19	30	50	13	38	23	26	13	1	8	3	
28	10	46	37	21	24	19	44	28	13	16	23	27	21	0	41	2	
29	11	8	1	21	11	19	47	44	12	55	23	28	2	0	13	1	
30	11	29	12			20	10	39			23	28	15			0	
	V. XI.					IV. X.					III. IX.					Deg.	

La déclinaison est septentrionale dans les six premiers signes, et méridionale dans les six derniers.

TABLE VIII.

Pour réduire le temps en parties de l'équateur.

Heures.	Degrés.	M.	°	′	M.	°	′
		S.	′	″	S.	′	″
		T.	″	‴	T.	″	‴
1	15	1	0	15	31	7	45
2	30	2	0	30	32	8	0
3	45	3	0	45	33	8	15
4	60	4	1	0	34	8	30
5	75	5	1	15	35	8	45
6	90	6	1	30	36	9	0
7	105	7	1	45	37	9	15
8	120	8	2	0	38	9	30
9	135	9	2	15	39	9	45
10	150	10	2	30	40	10	0
11	165	11	2	45	41	10	15
12	180	12	3	0	42	10	30
13	195	13	3	15	43	10	45
14	210	14	3	30	44	11	0
15	225	15	3	45	45	11	15
16	240	16	4	0	46	11	30
17	255	17	4	15	47	11	45
18	270	18	4	30	48	12	0
19	285	19	4	45	49	12	15
20	300	20	5	0	50	12	30
21	315	21	5	15	51	12	45
22	330	22	5	30	52	13	0
23	345	23	5	45	53	13	15
24	360	24	6	0	54	13	30
		25	6	15	55	13	45
		26	6	30	56	14	0
		27	6	45	57	14	15
		28	7	0	58	14	30
		29	7	15	59	14	45
		30	7	30	60	15	0

TABLE IX.

Pour réduire en temps les parties de l'équateur.

D.	H.	M.	D.	H.	M.	Degrés.	Heures.	Minutes.
′	M.	S.	′	M.	S.			
″	S.	T.	″	S.	T.			
1	0	4	31	2	4	70	4	40
2	0	8	32	2	8	80	5	20
3	0	12	33	2	12	90	6	0
4	0	16	34	2	16	100	6	40
5	0	20	35	2	20	110	7	20
6	0	24	36	2	24	120	8	0
7	0	28	37	2	28	130	8	40
8	0	32	38	2	32	140	9	20
9	0	36	39	2	36	150	10	0
10	0	40	40	2	40	160	10	40
11	0	44	41	2	44	170	11	20
12	0	48	42	2	48	180	12	0
13	0	52	43	2	52	190	12	40
14	0	56	44	2	56	200	13	20
15	1	0	45	3	0	210	14	0
16	1	4	46	3	4	220	14	40
17	1	8	47	3	8	230	15	20
18	1	12	48	3	12	240	16	0
19	1	16	49	3	16	250	16	40
20	1	20	50	3	20	260	17	20
21	1	24	51	3	24	270	18	0
22	1	28	52	3	28	280	18	40
23	1	32	53	3	32	290	19	20
24	1	36	54	3	36	300	20	0
25	1	40	55	3	40	310	20	40
26	1	44	56	3	44	320	21	20
27	1	48	57	3	48	330	22	0
28	1	52	58	3	52	340	22	40
29	1	56	59	3	56	350	23	20
30	2	0	60	4	0	360	24	0

Il peut être utile dans certains cas de se servir de ces Tables. (*Note de l'Éditeur.*)

TABLES

Des corrections qu'on doit faire aux hauteurs observées.

TABLE X.

Pour l'inclinaison de l'horizon de la mer.

Élévation de l'œil au-dessus de la mer.	Inclinaison.	
Pieds.	M.	S.
1	1	6
4	2	12
9	3	18
16	4	23
25	5	29
36	6	35
49	7	41
64	8	47
81	9	53
100	10	59
121	12	5
144	13	10
169	14	16
196	15	22
225	16	28

On voit par cette Table que les carrés des angles d'inclinaison, lorsqu'ils sont petits, sont comme les hauteurs de l'œil.

TABLE XI.

Pour la réfraction.

Distance au zénith.	Réfraction.		Hauteurs observées.
D.	M.	S.	D.
0	0	0	90
10	0	12	80
20	0	24	70
30	0	38	60
40	0	55	50
50	1	18	40
55	1	33	35
60	1	53	30
65	2	20	25
70	2	53	20
71	3	2	19
72	3	10	18
73	3	18	17
74	3	28	16
75	3	42	15
76	4	0	14
77	4	18	13
78	4	38	12
79	5	3	11
80	5	32	10
81	6	7	9
82	6	49	8
83	7	42	7
84	8	48	6
85	9	47	5
86	11	48	4
87	15	19	3
88	20	30	2
89	27	24	1
90	32	30	0

TABLE XII.

Des demi-diamètres du soleil.

Jours du mois.		Demi-diamètre.		Jours du mois.	
		M.	S.		
Janv.	1	16	18	25	
	7	16	18	19	
	13	16	17	13	
	19	16	17	7	
	25	16	16	1	Déc.
Fevr.	1	16	15	25	
	7	16	14	19	
	13	16	13	13	
	19	16	12	7	
	25	16	10	1	Nov.
Mars.	1	16	9	25	
	7	16	8	19	
	13	16	6	13	
	19	16	4	7	
	25	16	3	1	Oct.
Avril.	1	16	1	25	
	7	15	59	19	
	13	15	58	13	
	19	15	56	7	
	25	15	54	1	Sept.
Mai.	1	15	53	25	
	7	15	52	19	
	13	15	50	13	
	19	15	49	7	
	25	15	48	1	Août.
Juin.	1	15	47	25	
	7	15	46	19	
	13	15	46	13	
	19	15	46	7	
	25	15	45	1	Juill.

On trouvera ces Tables à la fin de l'Ouvrage ; elles y sont plus étendues et plus commodément disposées. (*Note de l'Éditeur.*)

TABLE XIII.

De l'ascension droite et de la déclinaison des principales étoiles au commencement de 1760, et la variation annuelle.

La variation en déclinaison doit être retranchée lorsqu'elle a le signe —, et ajoutée lorsqu'elle a le signe +.

CARACTÈRES ET NOMS DES ÉTOILES.	Grand.	Ascension droite.	Augm. ann.	Déclinaison.	Varia. ann.
γ de Pégase, ou *Algenib*........	2	0°13′33″	46″	13°50′59″ N	+ 20″
α du Phénix..................	2	3.35.30	45	43.36.27 S	— 20
α de Cassiopée..................	2	6.45.15	50	55.13. 0 N	+ 20
β de la Baleine..................	2	7.53. 2	45	19.18.28 S	— 20
α Étoile polaire..................	2	11. 6. 4	151	88. 1.19 N	+ 20
α de l'Éridan, ou *Achernar*......	1	22.11.30	34	58.27.48 S	— 19
β Tête de Méduse, ou *Algol*.....	2	43. 9.30	58	40. 0.42 N	+ 12
α de Persée..................	2	46.49.54	63	48.59.10 N	+ 14
η des Pleyades..................	3	53.18.51	53	23.20.40 N	+ 12
α œil du Taureau, ou *Aldébaran*.	1	65.32.36	51	16. 0.27 N	+ 8
α *la Chèvre*..................	1	74.44.53	66	45.43.34 N	+ 5
β d'Orion, ou *Rigel*...........	1	75.45.23	43	8.29.46 S	— 5
β du Taureau..................	2	77.46.54	57	28.22.51 N	+ 4
δ d'Orion..................	2	79.56.31	46	0.29.43 S	— 4
ϵ d'Orion..................	2	81. 0.47	46	1.22.29 S	— 3
α d'Orion..................	1	85.32.49	49	7.30.31 S	— 3
α du Navire, ou *Canobus*.......	1	94.39.30	20	52.34.24 S	+ 2
β du grand Chien..............	2	92. 2. 3	40	17.51.19 S	+ 1
α du grand Chien, ou *Sirius*....	1	98.38.45	40	16.24. 5 S	+ 3
δ du grand Chien..............	2	104.39.34	37	26. 1.43 S	+ 5
α des Gemeaux..................	2	109.48.42	58	32.23.29 N	— 7
α du petit Chien, ou *Procyon*....	1	111.40.57	48	5.49.29 N	— 7
β des Gemeaux..................	2	112.39. 1	56	28.35. 6 N	— 8
α de l'Hydre..................	2	138.57. 4	44	7.37.43 S	+ 15
α Cœur du Lion, ou *Régulus*.....	1	148.53.28	49	13. 8. 0 N	— 7
δ du Lion..................	2	165.19.26	48	21.50.11 N	— 19
β du Lion..................	2	174.12. 4	47	15.54.51 N	— 20
α *l'Épi de la Vierge*...........	1	198. 8.47	47	9.54. 1 S	+ 19
α du Bouvier, ou *Arcturus*.......	1	211.11. 2	42	20.26.48 N	— 17
β de la Balance..................	2	226. 1.55	48	8.28.48 S	+ 14
α de la Couronne du Nord........	2	231. 7.58	38	27.32.16 N	— 13
β du Scorpion..................	2	237.52.52	52	19. 7.40 S	+ 11
α Cœur du Scorpion, ou *Antarès*.	1	243.41. 4	55	25.52.36 S	+ 9
α d'Hercule..................	2	255.55.37	41	14.40.57 N	— 5
α d'Ophiucus..................	2	260.57. 0	42	12.45.17 N	— 3
α la Lyre..................	1	277.12. 7	30	38.34.26 N	+ 2
α de l'Aigle..................	2	294.46. 2	44	8.15. 9 N	+ 8
α du Cigne..................	2	308.18.44	31	44.26. 0 N	+ 12
α du Poisson aust., ou *Fomalhaut*.	1	341. 5. 3	50	30.53.12. S	— 19
α d'Andromède..................	2	356. 0.21	46	27.45.56 N	— 20

Il faut consulter le Catalogue qui est dans la *Connaissance des Tems*. L'Astronomie s'est beaucoup perfectionnée dans ces derniers temps ; les positions des étoiles sont déterminées avec plus de précision ; d'ailleurs elles sont calculées pour une époque plus récente. (*Note de l'Éditeur.*)

TABLES XIV ET XV.

Pour calculer les temps vrais des phases de la lune pour le méridien de Paris.

POUR LES ANNÉES.

Années.		J.	H.	M.	A.	P.	Années.		J.	H.	M.	A.	P.
Biss.	1760	0	22	19	678	3	Biss.	1780	4	18	3	927	1
	1761	5	1	31	74	1		1781	1	12	4	55	2
	1762	1	19	31	202	2		1782	5	15	14	451	4
	1763	5	22	42	599	4		1783	2	9	14	580	1
Biss.	1764	1	16	41	727	1	Biss.	1784	5	12	25	976	3
	1765	5	19	52	124	3		1785	2	6	24	105	4
	1766	2	13	52	252	4		1786	6	9	35	501	2
	1767	6	17	3	649	2		1787	3	3	35	630	3
Biss.	1768	2	11	2	777	3	Biss.	1788	6	6	46	26	1
	1769	6	14	13	174	1		1789	3	0	45	155	2
	1770	3	8	13	302	2		1790	7	3	56	551	4
	1771	0	2	12	431	3		1791	3	21	56	680	1
Biss.	1772	3	5	23	827	1	Biss.	1792	7	1	6	76	3
	1773	7	8	34	224	3		1793	3	19	6	205	4
	1774	4	2	34	352	4		1794	0	13	6	333	1
	1775	0	20	33	481	1		1795	4	16	16	730	3
Biss.	1776	3	23	41	877	3	Biss.	1796	0	10	16	858	4
	1777	0	17	43	5	4		1797	4	13	27	254	2
	1778	4	20	54	402	2		1798	1	7	26	383	3
	1779	1	14	53	530	3		1799	5	10	37	779	1

POUR LES MOIS.

M.	J.	H.	M.	A.	P.	M.	J.	H.	M.	A.	P.	M.	J.	H.	M.	A.	P.
Janvier.	7	9	35	268	1	Mai.	5	14	49	555	1	Septem.	7	21	12	110	2
	14	19	6	536	2		12	23	52	823	2		15	6	18	377	3
	22	4	38	804	3		20	8	37	91	3		22	15	26	645	4
	29	14	9	72	4		27	17	28	359	4		30	0	36	913	1
Février.	5	23	34	340	1	Juin.	4	2	15	626	1	Octobre.	7	9	51	181	2
	13	9	10	608	2		11	11	8	894	2		14	19	8	449	3
	20	18	36	875	3		18	19	47	162	3		22	4	33	717	4
	28	4	3	143	4		26	4	39	430	4		29	13	57	985	1
Mars.	7	13	33	411	1	Juillet.	3	13	22	698	1	Novemb.	5	23	18	253	2
	14	22	54	679	2		10	22	4	966	2		13	8	46	521	3
	22	8	13	947	3		18	6	47	234	3		20	18	15	789	4
	29	17	27	215	4		25	15	40	502	4		28	3	49	57	1
Avril.	6	2	39	483	1	Août.	2	0	28	770	1	Décembre.	5	13	15	325	2
	13	11	47	751	2		9	9	20	38	2		12	22	45	593	3
	20	20	51	19	3		16	18	11	306	3		20	8	18	861	4
	28	5	52	287	4		24	3	8	574	4		27	17	56	128	1
							31	12	0	842	1						

Dans les mois de janvier et février des années bissextiles, il faut ajouter un jour au temps de la phase trouvée par ces Tables.

Ces deux Tables et la suivante ne font connaître qu'à peu près l'époque des phases de la lune; on ne doit pas en faire usage; il faut chercher ces époques dans la *Connaissance des Tems*. (*Note de l'Éditeur.*)

TABLE XVI.

Pour calculer l'heure vraie des phases de la lune.

De l'équation qu'il faut toujours ajouter aux jours, heures et minutes trouvés par les Tables XIV et XV de la page précédente, selon la somme des nombres A, et selon que la somme des nombres P indique une syzigie ou une quadrature.

A	Syzigies.		Quadrat.		A	Syzigies.		Quadrat.		A	Syzigies.		Quadrat.	
	H.	M.	H.	M.		H.	M.	H.	M.		H.	M.	H.	M.
0	14	55	14	55	330	23	16	27	55	670	6	34	1	55
10	15	34	15	50	340	22	57	27	29	680	6	16	1	30
20	16	13	16	45	350	22	36	27	2	690	6	0	1	7
30	16	51	17	40	360	22	13	26	33	700	5	46	0	47
40	17	29	18	35	370	21	48	26	1	710	5	35	0	30
50	18	6	19	30	380	21	22	25	23	720	5	25	0	16
60	18	42	20	23	390	20	54	24	43	730	5	17	0	6
70	19	17	21	16	400	22	25	23	58	740	5	12	0	0
80	19	51	22	7	410	19	55	23	11	750	5	10	0	1
90	20	24	22	55	420	19	25	22	23	760	5	8	0	7
100	20	56	23	41	430	18	53	21	35	770	5	10	0	18
110	21	25	24	25	440	18	21	20	44	780	5	13	0	32
120	21	53	25	7	450	17	48	19	51	790	5	19	0	48
130	22	19	25	45	460	17	14	18	55	800	5	28	1	6
140	22	43	26	19	470	16	40	17	57	810	5	39	1	25
150	23	6	26	48	480	16	5	16	57	820	5	51	1	46
160	23	28	27	15	490	15	30	15	56	830	6	5	2	10
170	23	45	27	40	500	14	55	14	55	840	6	22	2	35
180	23	59	28	4	510	14	20	13	54	850	6	44	3	2
190	24	11	28	25	520	13	45	12	53	860	7	7	3	31
200	24	22	28	44	530	13	10	11	53	870	7	31	4	5
210	24	31	29	2	540	12	36	10	55	880	7	57	4	43
220	24	37	29	18	550	12	2	9	59	890	8	25	5	25
230	24	40	29	32	560	11	29	9	6	900	8	54	6	9
240	24	42	29	43	570	10	57	8	15	910	9	26	6	55
250	24	40	29	49	580	10	25	7	27	920	9	59	7	43
260	24	38	29	50	590	9	55	6	39	930	10	33	8	34
270	24	33	29	44	600	9	25	5	52	940	11	8	9	27
280	24	25	29	34	610	8	56	5	7	950	11	44	10	20
290	24	15	29	20	620	8	28	4	27	960	12	21	11	15
300	24	4	29	3	630	8	2	3	49	970	12	59	12	10
310	23	50	28	43	640	7	37	3	17	980	13	37	13	5
320	23	34	28	20	650	7	14	2	48	990	14	16	14	0
330	23	16	27	55	660	6	53	2	21	1000	14	55	14	55

	Syzigies.	*Quadrature.*
P étant	1 ou 5 indique Nouv. Lune.	2 ou 6 indique Prem. Quartier.
	3 ou 7 indique Pleine Lune.	4 ou 8 indique Dern. Quartier.

TABLE XVII.

De l'heure de l'établissement pour quelques ports.

H.	M.		H.	M.		H.	M.	
3	0	Côte de Gascogne.	6	45	Granville.	6	45	Bristol.
3	30	Saint-Jean-de-Luz et Bayonne.	9	0	Caen. Honfleur. Le Havre-de-Grace.	6	0	Plimouth.
3	45	La Rochelle.	1	15	Rouen.	10	30	Yarmouth.
4	15	Rochefort.	10	30	Dieppe et Calais.	11	30	Douvres.
3	0	Côte de Poitou.	12	0	Dunkerque. Nieuport. Ostende.	5	15	Baltimore.
1	30	Belle-Isle.				9	15	Dublin.
3	45	Vannes et Auray.				12	30	L'Écluse.
3	15	Brest.				1	30	Bergue.
6	0	Saint-Malo.				3	0	Amsterdam.

TABLE XVIII.

De la Correction qu'il faut appliquer à l'heure de l'établissement d'un port, pour avoir le temps de la plus haute marée à un jour proposé.

Intervalle de temps.		Après la N. Lune.		Avant le P. Quar.		Après le P. Quar.		Avant la Pl. Lune.		Après la Pl. Lune.		Avant le D. Quar.		Après le D. Quar.		Avant le D. Quar.	
		Addit.		*Addit.*		*Addit.*		*Soustr.*		*Addit.*		*Addit.*		*Addit.*		*Soustr.*	
J.	H.	H.	M.	H.	M.	H.	M	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.
0	0	0	0	5	6	5	6	0	0	0	0	5	6	5	6	0	0
	6	0	8	4	51	5	22	0	9	0	8	4	51	5	22	0	9
	12	0	17	4	37	5	40	0	18	0	17	4	37	5	40	0	18
	18	0	26	4	23	6	0	0	27	0	26	4	23	6	0	0	27
1	0	0	36	4	9	6	20	0	37	0	36	4	9	6	20	0	37
	6	0	45	3	56	6	39	0	47	0	45	3	56	6	39	0	47
	12	0	54	3	44	6	58	0	57	0	54	3	44	6	58	0	57
	18	1	2	3	32	7	18	1	7	1	2	3	32	7	18	1	7
2	0	1	11	3	21	7	37	1	17	1	11	3	21	7	37	1	17
	6	1	19	3	11	7	56	1	28	1	19	3	11	7	56	1	28
	12	1	28	3	1	8	14	1	39	1	28	3	1	8	14	1	39
	18	1	37	2	50	8	31	1	51	1	37	2	50	8	31	1	51
3	0	1	46	2	40	8	47	2	4	1	46	2	40	8	47	2	4
	6	1	54	2	30	9	2	2	16	1	54	2	30	9	2	2	16
	12	2	3	2	21	9	17	2	29	2	3	2	21	9	17	2	29
	18	2	12	2	12	9	31	2	44	2	12	2	12	9	31	2	44
4	0	2	21	2	3	9	44	2	58	2	21	2	3	9	44	2	58

TABLE XIX.

Des latitudes croissantes, ou des longueurs qu'on doit donner au divisions du méridien dans les cartes réduites.

M.	D.	Lon.	D.	Lon.	D.	Long.	D.	Lon.	D.	Lon.	D.	Lon.	D.	Lon.
0	0	0	7	421	14	848	21	1289	28	1751	35	2244	42	2782
10		10		431		859		1300		1762		2256		2795
20		20		441		869		1311		1774		2269		2809
30		30		451		879		1321		1785		2281		2822
40		40		461		890		1332		1797		2293		2836
50		50		471		900		1343		1808		2306		2849
0	1	60	8	482	15	910	22	1354	29	1819	36	2318	43	2863
10		70		492		921		1364		1831		2330		2877
20		80		502		931		1375		1842		2343		2890
30		90		512		941		1386		1854		2355		2904
40		100		522		952		1397		1865		2368		2918
50		110		532		962		1408		1877		2380		2932
0	2	120	9	542	16	973	23	1419	30	1888	37	2393	44	2946
10		130		552		983		1429		1900		2405		2960
20		140		562		993		1440		1911		2418		2974
30		150		573		1004		1451		1923		2430		2988
40		160		583		1014		1462		1935		2443		3002
50		170		593		1025		1473		1946		2456		3016
0	3	180	10	603	17	1035	24	1484	31	1958	38	2468	45	3030
10		190		613		1046		1495		1970		2481		3044
20		200		623		1056		1506		1981		2494		3058
30		210		634		1067		1517		1993		2506		3072
40		220		644		1077		1528		2005		2519		3087
50		230		654		1088		1539		2017		2532		3101
0	4	240	11	664	18	1098	25	1550	32	2028	39	2545	46	3116
10		250		674		1109		1561		2040		2558		3130
20		260		684		1119		1572		2052		2571		3144
30		270		695		1130		1583		2064		2584		3159
40		280		705		1140		1594		2076		2597		3173
50		290		715		1151		1605		2088		2610		3188
0	5	300	12	725	19	1161	26	1616	33	2099	40	2623	47	3203
10		310		735		1172		1628		2111		2635		3217
20		320		746		1183		1639		2123		2649		3232
30		330		756		1193		1650		2135		2662		3247
40		340		766		1204		1661		2147		2675		3262
50		350		776		1214		1672		2159		2688		3276
0	6	360	13	787	20	1225	27	1684	34	2171	41	2702	48	3291
10		370		797		1236		1695		2184		2715		3306
20		380		807		1246		1706		2196		2728		3321
30		390		818		1257		1717		2208		2741		3337
40		400		828		1268		1729		2220		2755		3352
50		410		838		1278		1740		2232		2768		3367

SUITE DE LA TABLE XIX.

Des latitudes croissantes, ou des longueurs qu'on doit donner aux divisions du méridien dans les cartes réduites.

M.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.
0	49	3382	56	4074	63	4905	70	5966	77	7467	84	10137
10		3397		4092		4927		5995		7512		10234
20		3412		4110		4949		6025		7557		10334
30		3428		4128		4972		6055		7603		10437
40		3443		4146		4994		6085		7650		10543
50		3459		4164		5017		6115		7697		10652
0	50	3474	57	4183	64	5039	71	6146	78	7745	85	10765
10		3490		4201		5062		6177		7793		10881
20		3506		4219		5085		6208		7842		11002
30		3521		4230		5108		6240		7892		11127
40		3537		4257		5132		6271		7942		11257
50		3553		4275		5155		6303		7994		11392
0	51	3569	58	4294	65	5179	72	6335	79	8046	86	11533
10		3585		4313		5202		6367		8099		11679
20		3601		4332		5226		6400		8152		11832
30		3617		4351		5250		6433		8207		11992
40		3633		4370		5275		6467		8262		12160
50		3649		4389		5299		6500		8318		12334
0	52	3655	59	4409	66	5323	73	6534	80	8375	87	12522
10		3681		4429		5348		6569		8433		12719
20		3698		4448		5373		6603		8492		12927
30		3714		4468		5398		6638		8552		13149
40		3731		4488		5423		6674		8614		13387
50		3747		4507		5448		6710		8676		13641
0	53	3764	60	4527	67	5474	74	6746	81	8739	88	13917
10		3780		4547		5500		6782		8803		14216
20		3797		4568		5526		6819		8869		14543
30		3814		4588		5552		6856		8936		14906
40		1831		4608		5578		6894		9004		15311
50		3848		4620		5604		6932		9074		15770
0	54	3865	61	4649	68	5631	75	6970	82	9145	89	16300
10		3882		4670		5658		7009		9218		16926
20		3899		4691		5685		7048		9292		17694
30		3916		4712		5712		7088		9368		18682
40		3933		4733		5739		7128		9446		20075
50		3950		4754		5767		7169		9525		22458
0	55	3967	62	4775	69	5794	76	7210	83	9606	90	Infini.
10		3985		4796		5822		7251		9689		
20		4003		4818		5851		7293		9774		
30		4021		4839		5879		7336		9861		
40		4038		4861		5908		7379		9951		
50		4056		4883		5937		7423		10043		

b

TABLES

DE LA

SECTION SUPPLÉMENTAIRE.

TABLE Ire.

DÉPRESSION DE L'HORIZON.

Élévation de l'œil en pieds.	Élévation de l'œil en mètres.	Dépression.	Élévation de l'œil en pieds.	Élévation de l'œil en mètres.	Dépression.	Élévation de l'œil en pieds.	Élévation de l'œil en mètres.	Dépression.
pi. po.	metr.		pi. po.	metr.		pi. po.	metr.	
1. 6,5	0,5	1′ 15″	23. 1,1	7,5	4′ 51″	58. 5,9	19,0	7′ 44″
3. 0,9	1,0	1.46	24. 7,5	8,0	5. 1	61. 6,8	20,0	7.56
4. 7,4	1,5	2.10	26. 2,0	8,5	5.10	64. 7,8	21,0	8. 8
6. 1,9	2,0	2.30	27. 8,5	9,0	5.19	67. 8,7	22,0	8.19
7. 8,4	2,5	2.48	29. 2,9	9,5	5.28	70. 9,7	23,0	8.30
9. 2,8	3,0	3. 4	30. 9,4	10,0	5.36	73.10,6	24,0	8.41
10.10,3	3,5	3.19	33.10,4	11,0	5.53	80. 0,5	26,0	9. 2
12. 3,8	4,0	3.33	36.11,3	12,0	6. 9	86. 2,4	28,0	9.23
13.10,2	4.5	3.46	40. 0,2	13,0	6.24	92. 4,2	30,0	9.43
15. 4,7	5,0	3.58	43. 1,2	14,0	6.38	98. 6,1	32,0	10. 2
16.11,2	5,5	4.10	46. 2,1	15,0	6.53	104. 8,0	34,0	10.20
18. 5,7	6,0	4.21	49. 3,0	16,0	7. 6	111. 9,9	36,0	10.38
20. 0,1	6,5	4.31	52. 4,0	17,0	7.19	116.11,8	38,0	10.56
21. 6.6	7,0	4.41	55. 4,9	18,0	7.31	123. 1,7	40,0	11.13
23. 1,1	7,5	4.51	58. 5,9	19,0	7.44	129. 3,5	42,0	11.29

TABLE II.

Augmentation du demi-diamètre de la lune.

Hauteur apparente.	Demi-diamètre horizontal.		
	14′ 30″	15′ 30″	16′ 30″
0°	0″	0″	0″
4	1	1	1
8	2	2	2
12	3	3	4
16	4	4	5
20	5	5	6
25	6	7	7
30	7	8	9
35	8	9	10
40	9	10	11
45	10	11	12
55	11	13	14
65	12	14	16
75	13	15	17
90	14	16	18

TABLE III.

Diminution de la parallaxe équatoriale. à divers degrés de latitude.

Latitude.	Parallaxe équatoriale.	
	53′	61′
0°	0″	0″
20	1	1
25	2	2
30	3	3
35	4	4
40	4	5
45	5	6
50	6	7
55	7	8
60	8	9
65	9	10
75	10	11

TABLE IV.

Des erreurs des surfaces du grand miroir, lorsque ces surfaces font entre elles un angle de 1′.

Angles observés.	Observat. à droite.	Observat. à gauche.	Observat. croisées.	Angles observés.	Observat. à droite.	Observat. à gauche.	Observat. croisées.
0°	0″	0″	0″	80°	1′ 4″	16″	24″
10	2	1	2	85	1. 15	19	28
20	6	2	4	90	1. 28	23	32
30	10	1	6	95	1. 43	28	37
40	16	0	8	100	2. 1	33	43
45	19	1	9	105	2. 23	38	53
50	23	2	11	110	2. 50	47	1′ 2
55	28	4	12	115	3. 23	55	1. 12
60	33	6	14	120	4. 5	1′ 4	1. 31
65	38	8	15	125	5. 0	1. 15	1. 53
70	47	10	18	130	5. 58	1. 28	2. 15
75	55	13	21				

TABLE V.

Réfraction pour 28p,1l du baromètre, et + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

Hauteur apparente.	Réfraction moins parallaxe du ⊙	Réfraction des ★	Diff.	Hauteur apparente.	Réfraction moins parallaxe du ⊙	Réfraction des ★	Diff.
0° 0′	33′ 7″	33′ 16″	110″	6° 0′	8′ 13″	8′ 22″	11″
10	31.17	31.25	103	10	8. 2	8.11	11
20	29.33	29.42	96	20	7.51	7.59	11
30	27.57	28. 6	88	30	7.40	7.48	11
40	26.29	26.38	82	40	7.29	7.38	10
50	25. 7	25.15	76	50	7.19	7.28	10
1. 0	23.50	23.59	70	7. 0	7. 9	7.18	9
10	22.40	22.49	65	10	7. 0	7. 9	9
20	21.35	21.44	61	20	6.51	7. 0	9
30	20.34	20.43	56	30	6.43	6.51	8
40	19.38	19.47	53	40	6.35	6.44	8
50	18.45	18.54	48	50	6.27	6.36	7
2. 0	17.57	18. 6	45	8. 0	6.20	6.28	7
10	17.12	17.20	43	10	6.13	6 21	7
20	16.29	16.38	39	20	6. 5	6.14	7
30	15.50	15.59	37	30	5.58	6. 7	6
40	15.13	15.22	35	40	5.52	6. 1	6
50	14.39	14.47	32	50	5.46	5.54	6
3. 0	14. 6	14.15	30	9. 0	5.39	5.48	6
10	13.36	13.45	29	10	5.33	5.42	6
20	13. 7	13.16	27	20	5.28	5.36	6
30	12.41	12.49	25	30	5.22	5.31	5
40	12.15	12.24	24	40	5.17	5.25	5
50	11.51	12. 0	22	50	5.12	5.20	5
4. 0	11.29	11.38	22	10. 0	5. 6	5.15	28
10	11. 7	11.16	20	11. 0	4.39	4.47	23
20	10.47	10.56	19	12. 0	4.15	4.24	20
30	10.28	10.37	18	13. 0	3.55	4. 4	18
40	10.10	10.19	17	14. 0	3.38	3.46	15
50	9.53	10. 2	16	15. 0	3.23	3.31	14
5. 0	9.37	9.45	15	16. 0	3. 9	3.18	12
10	9.21	9.30	15	17. 0	2.57	3. 6	11
20	9. 6	9.15	14	18. 0	2.47	2.55	10
30	8.52	9. 1	14	19. 0	2.37	2.45	9
40	8.38	8.47	13	20. 0	2.28	2.36	8
50	8.26	8.34	12	21. 0	2.20	2.28	
6. 0	8.13	8.22					

SUITE DE LA TABLE V.

Réfraction pour 28p,1l du baromètre, et + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

Hauteur apparente.	Réfraction moins parallaxe du ⊙	Réfraction des ★	Diff.	Hauteur apparente.	Réfraction moins parallaxe du ⊙	Réfraction des ★	Diff.
21°	2′ 20″	2′ 28″	7″	56°	0′ 34″	0′ 39″	1″
22	2.13	2.21	7	57	0.33	0.37	1
23	2. 6	2.14	6	58	0.31	0.36	1
24	2. 0	2. 8	5	59	0.30	0.35	1
25	1.55	2. 3	6	60	0.29	0.33	1
26	1.49	1.57	5	61	0.28	0.32	1
27	1.44	1.52	4	62	0.26	0.31	1
28	1.40	1.48	4	63	0.25	0.29	1
29	1.36	1.43	4	64	0.24	0.28	1
30	1.32	1.39	4	65	0.23	0.27	1
31	1.28	1.35	4	66	0.22	0.26	1
32	1.24	1.32	3	67	0.21	0.24	1
33	1.21	1.28	3	68	0.20	0.23	1
34	1.18	1.25	3	69	0.19	0.22	1
35	1.15	1.22	3	70	0.18	0.21	1
36	1.12	1.19	3	71	0.17	0.20	1
37	1. 9	1.16	3.	72	0.16	0.19	1
38	1. 6	1.13	2	73	0.15	0.18	1
39	1. 4	1.11	2	74	0.14	0.17	1
40	1. 2	1. 8	2	75	0.13	0.15	1
41	0.59	1. 6	2	76	0.12	0.14	1
42	0.57	1. 4	2	77	0.11	0.13	1
43	0.55	1. 2	2	78	0.10	0.12	1
44	0.53	0.59	2	79	0.10	0.11	1
45	0.51	0.57	2	80	0. 9	0.10	1
46	0.49	0.55	1	81	0. 8	0. 9	1
47	0.48	0.54	2	82	0. 7	0. 8	1
48	0.46	0.52	2	83	0. 6	0. 7	1
49	0.44	0.50	1	84	0. 5	0. 6	1
50	0.43	0.48	2	85	0. 4	0. 5	1
51	0.41	0.46	1	86	0. 3	0. 4	1
52	0.39	0.45	1	87	0. 3	0. 3	1
53	0.38	0.43	1	88	0. 2	0. 2	1
54	0.37	0.42	2	89	0. 1	0. 1	1
55	0.35	0.40	1	90	0. 0	0. 0	
56	0.34	0.39					

TABLE VI.

Corrections des réfractions relatives à la température.

Les réfractions de la Table V répondent à + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

Le froid augmente la réfraction.

Ajoutez les nombres ci-dessous aux réfractions de la Table V:

Retranchez-les des nombres de la Table VIII, ou de la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Thermomètre de Réaumur.

Haut. appar.	−1°,6	0°	+1°,6	+3°,2	+4°,8	+6°,4	+ 8°	+9°,6	+11°,2
5°	37″	32″	28″	23″	18″	14″	9″	5″	0″
5 ½	35	30	26	21	17	13	8	4	0
6	32	28	24	20	16	12	8	4	0
7	28	24	21	17	14	10	7	3	0
8	25	22	18	15	12	9	6	3	0
9	22	19	16	14	11	8	5	3	0
10	20	17	15	12	10	7	5	3	0
12	17	15	12	10	8	6	4	2	0
14	14	13	11	9	7	5	4	2	0
16	13	11	9	8	6	5	3	2	0
18	11	10	8	7	5	4	3	1	0
20	10	9	7	6	5	4	2	1	0
25	8	7	6	5	4	3	2	1	0
30	6	6	5	4	3	2	2	1	0
40	4	4	3	3	2	2	1	1	0
50	3	3	2	2	2	1	1	0	0
60	2	2	2	1	1	1	1	0	0
70	1	1	1	1	1	1	0	0	0
80	1	1	1	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0

SUITE DE LA TABLE VI.

Corrections des réfractions relatives à la température.

Les réfractions de la Table V répondent à + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

La chaleur diminue la réfraction.

Retranchez les nombres ci-dessous des réfractions de la Table V.

Ajoutez-les aux nombres de la Table VIII, ou à la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Thermomètre de Réaumur.

Haut. appar.	+11°,2	+12°,8	+14°,4	+16°	+17°,6	+19°,2	+20°,8	+22°,4	+24°
5°	0"	4"	9"	13"	17"	21"	25"	29"	33"
5½	0	4	8	12	16	20	23	27	31
6	0	4	7	11	14	18	22	25	28
7	0	3	6	10	13	16	19	22	25
8	0	3	6	9	11	14	17	21	22
9	0	3	5	8	10	13	15	17	20
10	0	2	5	7	9	11	14	16	18
12	0	2	4	6	8	10	11	13	15
14	0	2	3	5	7	8	10	11	13
16	0	1	3	4	6	7	9	10	11
18	0	1	3	4	5	6	8	9	10
20	0	1	2	3	5	6	7	8	9
25	0	1	2	3	4	5	5	6	7
30	0	1	2	2	3	4	4	5	6
40	0	1	1	2	2	3	3	3	4
50	0	0	1	1	1	2	2	2	3
60	0	0	1	1	1	1	1	2	2
70	0	0	0	1	1	1	1	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	1	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE VII.

Corrections des réfractions, relatives au poids de l'atmosphère.

Les réfractions de la Table V ont lieu lorsque l'atmosphère soutient une colonne de mercure de $28^p,1^l$.

Les réfractions augmentent en même temps que le poids de l'atmosphère.

Ajoutez les nombres ci-dessous aux réfractions de la Table V.

Retranchez-les des nombres de la Table VIII, ou de la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Hauteur du baromètre en mètres.

Hauteur apparente.	$0^m,795$	$0^m,790$	$0^m,785$	$0^m,780$	$0^m,775$	$0^m,770$	$0^m,765$	$0^m,760$
5°	27″	23″	19″	16″	12″	8″	4″	0″
5 ½	25	22	18	14	11	7	4	0
6	24	20	17	13	10	7	3	0
7	21	18	15	12	9	6	3	0
8	18	16	13	10	8	5	3	0
9	16	14	12	9	7	5	2	0
10	15	12	11	8	6	4	2	0
12	12	11	9	7	5	4	2	0
14	10	9	8	6	5	3	2	0
16	9	8	7	5	4	2	1	0
18	8	7	6	5	4	2	1	0
20	7	6	5	4	3	2	1	0
25	6	5	4	3	3	2	1	0
30	5	4	3	3	2	1	1	0
40	3	3	2	2	1	1	1	0
50	2	2	2	1	1	1	0	0
60	2	1	1	1	1	1	0	0
70	1	1	1	1	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0	0	0
Hauteur apparente.	$29^p\cdot4^l,4$	$29^p\cdot2^l,2$	$29^p\cdot0^l,0$	$28^p\cdot9^l,8$	$28^p\cdot7^l,6$	$28^p\cdot5^l,4$	$28^p\cdot3^l,1$	$28^p\cdot0^l,9$

Hauteur du baromètre en pouces.

SUITE DE LA TABLE VII.

Corrections des réfractions, relatives au poids de l'atmosphère.

Les réfractions de la Table V ont lieu lorsque l'atmosphère soutient une colonne de mercure de $28^p,1^l$.

Les réfractions diminuent en même temps que le poids de l'atmosphère.

Retranchez les nombres ci-dessous des réfractions de la Table V.

Ajoutez-les aux nombres de la Table VIII, ou à la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Hauteur du baromètre en mètres.

Hauteur apparente.	$0^m,760$	$0^m,755$	$0^m,750$	$0^m,745$	$0^m,740$	$0^m,735$	$0^m,730$	$0^m,725$
5°	0″	4″	8″	12″	16″	20″	24″	27″
5 ½	0	4	7	11	15	18	22	25
6	0	3	7	10	14	17	20	24
7	0	3	6	9	12	15	18	21
8	0	3	5	8	11	14	16	18
9	0	2	5	7	10	12	14	16
10	0	2	4	6	9	11	13	15
12	0	2	4	5	7	9	11	12
14	0	2	3	5	6	8	9	11
16	0	1	3	4	5	7	8	9
18	0	1	2	4	5	6	7	8
20	0	1	2	3	4	5	6	7
25	0	1	2	2	3	4	5	6
30	0	1	1	2	3	3	4	5
40	0	0	1	1	2	2	3	3
50	0	0	1	1	1	2	2	2
60	0	0	0	1	1	1	1	2
70	0	0	0	0	1	1	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0
Hauteur apparente.	$28^p\cdot 0^l,9$	$27^p\cdot 10^l,8$	$27^p\cdot 8^l,5$	$27^p\cdot 6^l,3$	$27^p\cdot 4^l,1$	$27^p\cdot 1^l,8$	$26^p\cdot 11^l,6$	$26^p\cdot 9^l,4$

Hauteur du baromètre en pouces.

TABLE

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur	Parallaxe horizontale.								
appar.	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
0° 0′	19′ 44″	20′ 44″	21′ 44″	22′ 44″	23′ 44″	24′ 44″	25′ 44″	26′ 44″	27′ 44″
10	21.36	22.36	23.36	24.36	25.36	26,36	27.36	28.36	29.36
20	23.18	24.18	25.18	26.18	27.18	28.18	29.18	30.18	31.18
30	24.54	25.54	26.54	27.54	28.54	29.54	30.54	31.54	32.54
40	26.22	27.22	28.22	29.22	30.22	31.22	32.22	35.22	34.22
50	27.45	28.45	29.45	30.45	31.45	32.45	33.45	34.45	35.45
1. 0	29. 1	30. 1	31. 1	32. 1	33. 1	34. 1	35. 1	36. 1	37. 1
10	30. 9	31. 9	32. 9	33. 9	34. 9	35. 9	36. 9	37. 9	38. 9
20	31.16	32.16	33.16	34.16	35.16	36.16	37.16	38.16	39.16
30	32.16	33.16	34.16	35.16	36.16	37.16	38.16	39.16	40.16
40	33.12	34.12	35.12	36.12	37.12	38.12	39.12	40.12	41.12
50	34. 5	35. 5	36. 5	37. 5	38. 5	39. 5	40. 5	41. 5	42. 5
2. 0	34.52	35.52	36.52	37.52	38.52	39.52	40.52	41.52	42.52
10	35.38	36.38	37.38	38.38	39.38	40.37	41.37	42.37	43.37
20	36.19	37.19	38.19	39.19	40.19	41.19	42.19	43.19	44.19
30	36.58	37.58	38.58	39.57	40.57	41.57	42.57	43.57	44.57
40	37.35	38.35	39.35	40.35	41.34	42.34	43.34	44.34	45.34
50	38. 9	39. 9	40. 9	41. 9	42. 9	43. 9	44. 9	45. 9	46. 9
3. 0	38.41	39.41	40.40	41.40	42.40	43.40	44.40	45.42	46.40
10	39.10	40.10	41.10	42.10	43.10	44. 9	45. 9	46. 9	47. 9
20	39.38	40.38	41.38	42.38	43.38	44.38	45.38	46.38	47.37
30	40. 5	41. 5	42. 5	43. 4	44. 4	45. 4	46. 4	47. 4	48. 4
40	40.30	41.30	42.29	43.29	44.29	45.29	46.29	47.29	48.29
50	40.53	41.53	42.53	43.53	44.53	45.53	46.52	47.52	48.52
4. 0	41.14	42.14	43.14	44.14	45.14	46.13	47.13	48.13	49.13
10	41.36	42.36	43.35	44.35	45.35	46.35	47.35	48.35	49.34
20	41.55	42.55	43.55	44.55	45.54	46.54	47.54	48.54	49.54
30	42.13	43.13	44.13	45.13	46.13	47.13	48.12	49.12	50.12
40	42.30	43.30	44.30	45.30	46.30	47.30	48.29	49.29	50.29
50	42.47	43.47	44.46	45.46	46.46	47.46	48.45	49.45	50.45
5. 0	43. 3	44. 3	45. 3	46. 2	47. 2	48. 2	49. 2	50. 1	51. 1
10	43.17	44.17	45.17	46.17	47.16	48.16	49.16	50.16	51.15
20	43.32	44.32	45.31	46.31	47.31	48.31	49.30	50.30	51.30
30	43.44	44.44	45.44	46.44	47.44	48.43	49.43	50.43	51.42
40	43.57	44.57	45.57	46.57	47.57	48.56	49.56	50.56	51.55
50	44. 9	44. 9	46. 9	47. 8	48. 8	49. 8	50. 7	51. 7	52. 7
6. 0	44.21	45.21	46.20	47.20	48.20	49.19	50.19	51.19	52.18
10	44.31	45.31	46.30	47.30	48.30	49.29	50.29	51.29	52.28
20	44.41	45.41	46.41	47.41	48.40	49.40	50.40	51.39	52.39
30	44.51	45.51	46.51	47.51	48.50	49.50	50.50	51.49	52.49
40	45. 0	46. 0	47. 0	47.59	48.59	49.58	50.58	51.58	52.57
50	45. 9	46. 9	47. 9	48. 8	49. 8	50. 7	51. 7	52. 7	53. 6

VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′		
0″	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		

SUITE DE LA PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
7° 0′	45′ 18″	46′ 18″	47′ 17″	48′ 17″	49′ 16″	50′ 16″	51′ 16″	52′ 15″	53′ 15″
10	45.26	47.26	47.26	48.25	49.25	50.24	51.24	52.23	53.23
20	45.34	46.34	47.34	48.33	49.33	50.32	51.32	52.31	53.31
30	45.41	46.41	47.41	48.40	49.40	50.39	51.39	52.38	53.38
40	45.48	46.48	47.48	48.47	49.47	50.46	51.46	52.45	53.45
50	45.54	46.54	47.54	48.53	49.53	50.52	51.51	52.51	53.50
8. 0	46. 1	47. 1	48. 0	49. 0	49.59	50.58	51.58	52.57	53.57
10	46. 6	47. 6	48. 5	49. 5	50. 4	51. 3	52. 3	53. 2	54. 2
20	46.12	47.12	48.11	49.10	50.10	51. 9	52. 9	53. 8	54. 7
30	46.17	47.17	48.17	49.16	50.15	51.15	52.14	53.13	54.13
40	46.23	47.23	48.22	49.21	50.21	51.20	52.19	53.18	54.18
50	46.28	47.28	48.27	49.26	50.26	51.25	52.24	53.23	54.23
9. 0	46.33	47.32	48.32	49.31	50.30	51.30	52.29	53.28	54.27
10	46.37	47.37	48.36	49.36	50.35	51.34	52.33	53.32	54.32
20	46.42	47.41	48.41	49.40	50.39	51.38	52.37	53.37	54.36
30	46.46	47.45	48.44	49.43	50.42	51.41	52.40	53.40	54.39
40	46.49	47.48	48.48	49.47	50.46	51.45	52.44	53.43	54.41
50	46.52	47.52	48.51	49.50	50.50	51.49	52.48	53.47	54.46
10. 0	46.57	47.56	48.55	49.54	50.53	51.52	52.51	53.50	54.49
10	47. 0	47.59	48.58	49.57	50.56	51.55	52.54	53.53	54.53
20	47. 3	48. 2	49. 1	50. 0	50.59	51.58	52.57	53.57	54.56
30	47. 6	48. 5	49. 4	50. 3	51. 2	52. 1	53. 0	53.59	54.58
40	47. 9	48. 8	49. 7	50. 6	51. 5	52. 4	53. 3	54. 2	55. 1
50	47.12	48.11	49.10	50. 9	51. 8	52. 7	53. 6	54. 4	55. 3
11. 0	47.14	48.13	49.12	50.11	51.10	52. 9	53. 8	54. 7	55. 6
10	47.17	48.16	49.15	50.14	51.12	52.11	53.10	54. 9	55. 8
20	47.19	48.18	49.17	50.16	51.15	52.13	53.12	54.11	55.10
30	47.21	48.20	49.19	50.18	51.17	52.15	53.14	54.13	55.12
40	47.23	48.22	49.21	50.20	51.19	52.17	53.16	54.15	55.14
50	47.25	48.24	49.23	50.22	51.20	52.10	53.18	54.16	55.15
12. 0	47.27	48.26	49:25	50.23	51.22	52.21	53.19	54.18	55.17
10	47.29	48.27	49.26	50.25	51.23	52.22	53 21	54.19	55.18
20	47.30	48.29	49.28	50.26	51.25	52.23	53.22	54.21	55.19
30	47.32	48.30	49.29	50.28	51.26	52.25	53.23	54.22	55.20
40	47.33	48.32	49.30	50.29	51.27	52.26	53.24	54.23	55.21
50	47.34	48.33	49.31	50.30	51.28	52.27	53.25	54.24	55.22
13. 0	47.35	48.34	49.32	50.31	51.29	52.27	53.26	54.25	55.23
10	47.36	48.35	49.83	50.32	51.30	52.28	53.27	54.25	55.24
20	47.36	48.36	49.34	50.32	51.31	52.29	53.28	54.26	55.24
30	47:38	48.36	49.35	50.33	51.31	52.30	53.28	54.26	55.25
40	47.39	48.37	49.35	50.34	51.32	52.30	53.29	54.27	55.25
50	47.39	48.38	49.36	50.34	51.32	52.31	53.29	54.27	55.25

TABLE VIII.

IOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	−	+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1′	0″
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	2	0
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	3	1
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	1
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	5	1
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	2
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	8	2
20	21	22	23	24	24	25	26	27	28	9	2
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	2	0
20	21	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	0
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	5	1
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	1
10	11	12	13	14	15	16	17	18	10	8	1
19	20	21	22	23	24	25	26	27	[illegible]	9	1
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	53	54	55	56	57		

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUN

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
14° 0′	47′ 40″	48′ 38″	49′ 36″	50′ 35″	51′ 33″	52′ 31″	53′ 29″	54′ 27″	55′ 26″
10	47.40	48.38	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.28	55.26
20	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
30	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
40	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
50	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.25
15. 0	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.25
10	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.24
20	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.28	54.26	55.24
30	47.41	48.39	49.37	50.34	51.32	52.30	53.28	54.26	55.24
40	47.41	48.38	49.36	50.34	51.32	52.30	53.27	54.25	55.23
50	47.40	48.38	49.36	50.34	51.31	52.29	53.27	54.24	55.22
16. 0	47.40	48.38	49.35	50.33	51.31	52.28	53.26	54.24	55.21
10	47.40	48.37	49.35	50.32	51.30	52.28	53.25	54.23	55.21
20	47.39	48.36	49.34	50.32	51.29	52.27	53.24	54.22	55.20
30	47.38	48.36	49.33	50.31	51.29	52.26	53.24	54.21	55.19
40	47.38	48.35	49.33	50.30	51.28	52.25	53.23	54.20	55.18
50	47.37	48.34	49.32	50.29	51.27	52.24	53.22	54.19	55.16
17. 0	47.36	48.34	49.31	50.28	51.26	52.23	53.21	54.18	55.15
10	47.35	48.33	49.30	50.27	51.25	52.22	53.19	54.17	55.14
20	47.34	48.32	49 29	50.26	51.24	52.21	53.18	54.15	55.13
30	47.34	48.31	49:28	50.25	51.22	52.20	53.17	54.14	55.11
40	37.33	48.30	49.27	50,24	51.21	52.18	53.16	54.14	55.10
50	47.31	48.29	49.26	50.23	51.20	52.16	53.14	54.12	55. 8
18. 0	47.30	48.27	49.24	50.22	51.19	52.16	53.13	54.10	55. 7
10	47.29	48.26	49.23	50.20	51.17	52.14	53.11	54. 8	55. 5
20	47.28	48.25	49.22	50.19	51.16	52.13	53.10	54. 7	55. 4
30	47.27	48.24	49.20	50.17	51.14	52.11	53. 8	54. 5	55. 2
40	47.25	48.22	49.19	60.16	51.13	52. 9	53. 6	54. 3	55. 0
50	47.24	48.21	49.17	50.14	51.11	52. 8	53. 5	54. 1	54.58
19. 0	47.22	48.19	49.16	50.13	51. 9	52 6	53. 3	54. 0	54.56
10	47.21	48.18	49.14	50.11	51. 8	52. 4	53. 1	53.58	54.54
20	47.19	48.16	49.13	50. 9	51. 6	52. 2	52.59	53.56	54.52
30	47.18	48.14	49.11	50. 8	51. 4	52. 1	52.57	53.54	54.50
40	47.16	48.13	49. 9	50. 6	51. 2	51.59	52.55	53.52	54.48
50	47.14	48.11	49. 7	50. 4	51. 0	51.57	52.53	53.49	54.46
20. 0	47.13	48. 9	49. 5	50. 2	50.58	51.55	52.51	53.47	54.44
10	47.11	48. 7	49. 3	50. 0	50.56	51.52	52.49	53.45	54.41
20	47. 9	48. 5	49. 2	49.58	50.54	51.50	52.47	53.43	54.39
30	47. 7	48. 3	49. 0	49.56	50.52	51.48	52.44	53.41	54.37
40	47. 5	48. 1	48.57	49.54	50.50	51.46	52.42	53.38	54.34
50	47. 3	47.59	48.55	49.51	50.48	51.44	52.40	53.36	54.32

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1′	0
10	11	12	13	14	15	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	0
39	40	41	42	43	44	45	46	46	47	5	0
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	6	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	0
10	11	12	13	14	14	15	16	17	18	8	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	9	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	39	40	41	42	43	44	45	46	47		
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57		—
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
10	11	12	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	35	36	37	4	0
38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	5	1
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	1
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	1
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	9	1
29	30	30	31	32	33	34	35	36	37		
38	39	40	41	42	43	44	45	46	47		
48	49	50	51	51	52	53	54	55	56		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	27	3	0
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	4	1
38	39	40	41	42	43	44	45	46	46	5	1
47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	1
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	1
19	20	21	22	23	24	24	25	26	27	9	1
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37		
38	39	40	41	41	42	43	44	45	46		
47	48	49	50	51	52	53	54	55	56		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	22	23	24	25	26	27	3	1
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	4	1
37	38	39	40	41	42	43	44	45	45	5	1
47	48	49	50	51	51	52	53	54	55	6	1

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
21° 0′	47′ 1″	47′ 57″	48′ 53″	49′ 49″	50′ 45″	51′ 41″	52′ 37″	53′ 33″	54′ 29″
10	46.59	47.55	48.51	49.47	50.43	51.39	52.35	53.31	54.27
20	46.57	47.53	48.49	49.45	50.41	51.36	52.32	53.28	54.24
30	46.55	47.51	48.46	49.42	50.38	51.34	52.30	53.26	54.21
40	46.53	47.48	48.44	49.40	50.36	51.31	52.27	53.23	54.19
50	46.50	47.46	48.42	49.37	50.33	51.29	52.25	53.20	54.16
22. 0	46.48	47.44	48.39	49.35	50.31	51.26	52.22	53.18	54.13
10	46.46	47.41	48.37	49.32	50.28	51.24	52.19	53.15	54.10
20	46.43	47.39	48.34	49.30	50.25	51.21	52.16	53.12	54. 7
30	46.41	47.36	48.32	49.27	50.23	51.18	52.14	53. 9	54. 4
40	46.39	47.34	48.29	49.25	50.20	51.15	52.11	53. 6	54. 1
50	46.36	47.31	48.27	49.22	50.17	51.13	52. 8	53. 3	54.58
23. 0	46.34	47.29	48.24	49.19	50.14	51.10	52. 5	53. 0	53.55
10	46.31	47.26	48.21	49.17	50.12	51. 7	52. 2	52.57	53.52
20	46.28	47.23	48.19	49.14	50. 9	51. 4	51.59	52.54	53.49
30	46.26	47.21	48.16	49.11	50. 6	51. 1	51.56	52.51	53.46
40	46.23	47.18	48.13	49. 8	50. 3	50.58	51.53	52.48	53.43
50	46.20	47.15	48.10	49. 5	50. 0	50.55	51.50	52.45	53.39
24. 0	46.18	47.12	48. 7	49. 2	49.57	50.52	51.46	52.41	53.36
10	46.15	47. 9	48. 4	48.59	49.54	50.48	51.43	52.38	53.33
20	46.12	47. 7	48. 1	48.56	49.51	50.45	51.40	52.35	53.28
30	46. 9	47. 4	47.58	48.53	49.48	50.42	51.37	52.31	53.26
40	46. 6	47. 1	47.55	48.50	49.44	50.39	51.33	52.28	53.22
50	46. 3	46.57	47.51	48.47	49.41	50.36	51.30	52.24	53.19
25. 0	46. 0	46.55	47.49	48.43	49.38	50.32	51.27	52.21	53.15
10	45.57	46.52	47.46	48.40	49.35	50.29	51.23	52.17	53.12
20	45.54	46.48	47.43	48.37	49.31	50.25	51.20	52.14	53. 7
30	45.51	46.45	47.40	48.34	49.28	50.22	51.16	52.10	53. 4
40	45.48	46.42	47.36	48.30	49.24	50.18	51.13	52. 7	53. 1
50	45.45	46.39	47.33	48.27	49.21	50.15	51. 9	52. 3	52.57
26. 0	45.42	46.36	47.30	48.24	49.17	50.11	51. 5	51.59	52.53
10	45.38	46.32	47.26	48.20	49.14	50. 8	51. 2	51.55	52.49
20	45.35	46.29	47.23	48.17	49.10	50. 4	50.58	51.52	52.45
30	45.32	46.26	47.19	48.13	49. 7	50. 0	50.54	51.48	52.42
40	45.29	46.22	47.16	48. 9	49. 3	49.57	50.50	51.44	52.38
50	45.25	46.19	47.12	48. 6	48.59	49.53	50.47	51.40	52.34
27. 0	45.22	46.15	47. 9	48. 2	48.56	49.49	50.43	51.36	52.30
10	45.18	46.11	47. 5	47.59	48.52	49.45	50.39	51.32	52.26
20	45.15	46. 8	47. 2	47.55	48.48	49.42	50.35	51.28	52.21
30	45.12	46. 5	46.58	47.51	48.44	49.38	50.31	51.24	52.17
40	45. 8	46. 1	46.54	47.47	48.41	49.34	50.27	51.20	52.13
50	45. 4	45.58	46.51	47.44	48.37	49.30	50.23	51.16	52. 9

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0	1	2	3	4	5	6	7	7	8	7′	2″
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	2
19	20	20	21	22	23	24	25	26	27	9	2
28	29	30	31	32	33	33	34	35	36		
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46		
47	47	48	49	50	51	52	53	54	55		
0	1	2	3	4	5	6	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	1
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	3	1
28	29	30	30	31	32	33	34	35	36	4	1
37	38	39	40	41	42	43	43	44	45	5	1
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	6	2
0	1	2	3	4	5	6	6	7	8	7	2
9	10	11	12	13	14	15	16	17	17	8	2
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	9	2
28	28	29	30	31	32	33	34	35	36		
37	38	39	39	40	41	42	43	44	45		
46	47	48	49	50	50	51	52	53	54		
0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	15	16	17	2	1
18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	3	1
27	28	29	30	31	32	33	34	35	35	4	1
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	5	2
46	46	47	48	49	50	51	52	53	54	6	2
0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	7	2
9	10	11	12	13	14	14	15	16	17	8	3
18	19	20	21	22	23	23	24	25	26	9	3
27	28	29	30	31	32	32	33	34	35		
36	37	38	39	40	41	41	42	43	44		
45	46	47	48	49	50	51	51	52	53		
0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	13	14	15	16	17	2	1
18	19	20	21	21	22	23	24	25	26	3	1
27	28	29	30	30	31	32	33	34	35	4	1
36	37	38	38	39	40	41	42	43	44	5	2
45	46	47	47	48	49	50	51	52	53	6	2
0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	7	2
9	10	11	12	12	13	14	15	16	17	8	3
18	19	20	20	21	22	23	24	25	26	9	3
27	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
35	36	37	38	39	40	41	42	43	43		
44	45	46	47	48	49	50	51	51	52		

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
28° 0′	45′ 1″	45′ 54″	46′ 47″	47′ 40″	48′ 33″	49′ 26″	50′ 19″	51′ 12″	52′ 5″
10	44.57	45.50	46.43	47.36	48.29	49.22	50.15	51. 8	52. 0
20	44.54	45.46	46.39	47.32	48.25	49.18	50.11	51. 3	51.56
30	44.50	45.43	46.35	47.28	48.21	49.14	50. 6	50.59	51.52
40	44.46	45.39	46.32	47.24	48.17	49. 9	50. 2	50.55	51.47
50	44.43	45.35	46.28	47.20	48.13	49. 5	49.58	50.50	51.43
29. 0	44.39	45.31	46.24	47.16	48. 9	49. 1	49.54	50.46	51.39
10	44.35	45.27	46.20	47.12	48. 5	48.57	49.49	50.42	51.34
20	44.31	45.23	46.16	47. 8	48. 0	48.53	49.45	50.37	51.30
30	44.27	45.20	46.12	47. 4	47.56	48.48	49.41	50.33	51.24
40	44.23	45.16	46. 8	47. 0	47.52	48.44	49.36	50.28	51.20
50	44.19	45.11	46. 4	46.56	47.48	48.40	49.32	50.24	51.16
30. 0	44.16	45. 7	45.59	46.51	47.43	48.35	49.27	50.19	51.11
10	44.12	45. 3	45.55	46.47	47.39	48.31	49.23	50.15	51. 6
20	44. 7	44.59	45.51	46.43	47.35	48.26	49.18	50.10	51. 2
30	44. 3	44.55	45.47	46.39	47.30	48.22	49.14	50. 5	50.57
40	43.59	44.51	45.43	46.34	47.26	48.17	49. 9	50. 1	50.51
50	43.55	44.47	45.38	46.30	47.21	48.13	49. 4	49.56	51.47
31. 0	43.51	44.43	45.34	46.25	47.17	48. 8	49. 0	49.51	50.43
10	43.47	44.38	45.30	46.21	47.12	48. 4	48.55	49.46	50.38
20	43.43	44.34	45.25	46.17	47. 8	47.59	48.50	49.42	50.33
30	43.39	44.30	45.21	46.12	47. 3	47.54	48.46	49.37	50.28
40	43.34	44.25	45.16	46. 8	46.59	47.50	48.41	49.32	50.23
50	43.30	44.21	45.12	46. 3	46.54	47.45	48.36	49.27	50.18
32. 0	43.16	44.17	45. 8	45.58	46.49	47.40	48.31	49.22	50.13
10	43.21	44.12	45. 3	45.54	46.45	47.35	48.26	49.17	50. 8
20	43.17	44. 8	44.58	45.49	46.40	47.31	48.21	49.12	50. 3
30	43.13	44. 3	44.54	45.45	46.35	47.26	48.16	49. 7	49.58
40	43. 8	43.59	44.49	45.40	46.30	47.21	48.11	49. 2	49.52
50	43. 4	43.53	44.45	45.35	46.26	47.16	48. 6	48.57	49.47
33. 0	42.59	43.50	44.40	45.30	46.21	47.11	48. 1	48.52	49.42
10	42.55	43.45	44.35	45.26	46.16	47. 6	47.56	48.46	49.37
20	42.50	43.39	44.31	45.21	46.11	47. 1	47.51	48.41	49.31
30	42.46	43.36	44.26	45.16	46. 6	46.56	47.46	48.36	49.26
40	42.41	43.31	44.21	45.11	46. 1	46.51	47.41	48.31	49.21
50	42.37	43.26	44.16	45. 6	45.56	46.46	47.36	48.26	49.15
34. 0	42.32	43.22	44.12	45. 1	45.51	46.41	47.30	48.20	49.10
10	42.27	43.17	44. 7	44.56	45.46	46.36	47.25	48.15	49. 4
20	42.23	43.12	44. 2	44.51	45.41	46.30	47.20	48. 9	48.59
30	42.18	43. 7	43.57	44.46	45.36	46.25	47.15	48. 4	48.54
40	42.13	43. 3	43.52	44.41	45.31	46.20	47. 9	47.59	48.48
50	42. 8	42.58	43.47	44.36	45.25	46.15	47. 4	47.53	48.42

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0″	1	2	3	4	4	5	6	7	8	1′	0″.
9	10	11	11	12	13	14	15	16	17	2	1
18	18	19	20	21	22	23	24	25	25	3	1
26	27	28	29	30	31	32	32	33	34	4	2
35	36	37	38	39	40	40	41	42	43	5	2
44	45	46	47	47	48	49	50	51	52	6	2
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
9	10	10	11	12	13	14	15	16	17	8	3
17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	9	4
26	27	28	29	30	30	31	32	33	34		
35	36	37	37	38	39	40	41	42	43		
44	44	45	46	47	48	49	50	50	51		
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	1	0
9	9	10	11	12	13	14	15	16	16	2	1
17	18	19	20	21	22	22	23	24	25	3	1
26	27	28	28	29	30	31	32	33	34	4	2
34	35	36	37	38	39	40	41	41	42	5	2
43	44	45	46	47	47	48	49	50	51	6	3
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
9	9	10	11	12	13	14	15	15	16	8	4
17	18	19	20	20	21	22	23	24	25	9	4
26	26	27	28	29	30	31	32	32	33		
34	35	36	37	38	38	39	40	41	42		
43	44	44	45	46	47	48	49	49	50		
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	1	0
8	9	10	11	12	13	13	14	15	16	2	1
17	18	19	19	20	21	22	23	24	24	3	1
25	26	27	28	29	30	30	31	32	33	4	2
34	35	35	36	37	38	39	40	40	41	5	2
42	43	44	45	46	47	47	48	49	50	6	3
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
8	9	10	11	12	13	13	14	15	16	8	4
17	18	18	19	20	21	22	23	23	24	9	4
25	26	27	28	28	29	30	31	32	33		
33	34	35	36	37	38	38	39	40	41		
42	43	43	44	45	46	47	48	48	49		
0	1	2	2	3	4	5	6	7	7	1	1
8	9	10	11	12	12	13	14	15	16	2	1
16	17	18	19	20	21	21	22	23	24	3	2
25	26	26	27	28	29	30	30	31	32	4	2
33	34	35	35	36	37	38	39	40	40	5	3
41	42	43	44	44	45	46	47	48	49	6	3

TABLE VI.

Corrections des réfractions relatives à la température.

Les réfractions de la Table V répondent à + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

Le froid augmente la réfraction.

Ajoutez les nombres ci-dessous aux réfractions de la Table V:

Retranchez-les des nombres de la Table VIII, ou de la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Thermomètre de Réaumur.

Haut. appar.	−1°,6	0°	+1°,6	+3°,2	+4°,8	+6°,4	+8°	+9°,6	+11°,2
5°	37"	32"	28"	23"	18"	14"	9"	5"	0"
5½	35	30	26	21	17	13	8	4	0
6	32	28	24	20	16	12	8	4	0
7	28	24	21	17	14	10	7	3	0
8	25	22	18	15	12	9	6	3	0
9	22	19	16	14	11	8	5	3	0
10	20	17	15	12	10	7	5	3	0
12	17	15	12	10	8	6	4	2	0
14	14	13	11	9	7	5	4	2	0
16	13	11	9	8	6	5	3	2	0
18	11	10	8	7	5	4	3	1	0
20	10	9	7	6	5	4	2	1	0
25	8	7	6	5	4	3	2	1	0
30	6	6	5	4	3	2	2	1	0
40	4	4	3	3	2	2	1	1	0
50	3	3	2	2	2	1	1	0	0
60	2	2	2	1	1	1	1	0	0
70	1	1	1	1	1	1	0	0	0
80	1	1	1	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0

SUITE DE LA TABLE VI.

Corrections des réfractions relatives à la température.

Les réfractions de la Table V répondent à + 11°,2 du thermomètre de Réaumur.

La chaleur diminue la réfraction.

Retranchez les nombres ci-dessous des réfractions de la Table V.

Ajoutez-les aux nombres de la Table VIII, ou à la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Thermomètre de Réaumur.

Haut. appar.	+11°,2	+12°,8	+14°,4	+16°	+17°,6	+19°,2	+20°,8	+22°,4	+24°
5°	0"	4"	9"	13"	17"	21"	25"	29"	33"
5½	0	4	8	12	16	20	23	27	31
6	0	4	7	11	14	18	22	25	28
7	0	3	6	10	13	16	19	22	25
8	0	3	6	9	11	14	17	21	22
9	0	3	5	8	10	13	15	17	20
10	0	2	5	7	9	11	14	16	18
12	0	2	4	6	8	10	11	13	15
14	0	2	3	5	7	8	10	11	13
16	0	1	3	4	6	7	9	10	11
18	0	1	3	4	5	6	8	9	10
20	0	1	2	3	5	6	7	8	9
25	0	1	2	3	4	5	5	6	7
30	0	1	2	2	3	4	4	5	6
40	0	1	1	2	2	3	3	3	4
50	0	0	1	1	1	2	2	2	3
60	0	0	1	1	1	1	1	2	2
70	0	0	0	1	1	1	1	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	1	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE VII.

Corrections des réfractions, relatives au poids de l'atmosphère.

Les réfractions de la Table V ont lieu lorsque l'atmosphère soutient une colonne de mercure de $28^p,1^l$.

Les réfractions augmentent en même temps que le poids de l'atmosphère.

Ajoutez les nombres ci-dessous aux réfractions de la Table V.

Retranchez-les des nombres de la Table VIII, ou de la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Hauteur du baromètre en mètres.

Hauteur apparente.	$0^m,795$	$0^m,790$	$0^m,785$	$0^m,780$	$0^m,775$	$0^m,770$	$0^m,765$	$0^m,760$
5°	27″	23″	19″	16″	12″	8″	4″	0″
5 ½	25	22	18	14	11	7	4	0
6	24	20	17	13	10	7	3	0
7	21	18	15	12	9	6	3	0
8	18	16	13	10	8	5	3	0
9	16	14	12	9	7	5	2	0
10	15	12	11	8	6	4	2	0
12	12	11	9	7	5	4	2	0
14	10	9	8	6	5	3	2	0
16	9	8	7	5	4	2	1	0
18	8	7	6	5	4	2	1	0
20	7	6	5	4	3	2	1	0
25	6	5	4	3	3	2	1	0
30	5	4	3	3	2	1	1	0
40	3	3	2	2	1	1	1	0
50	2	2	2	1	1	1	0	0
60	2	1	1	1	1	1	0	0
70	1	1	1	1	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0	0	0	0	0	0	0	0
Hauteur apparente.	$29^p \cdot 4^l,4$	$29^p \cdot 2^l,2$	$29^p \cdot 0^l,0$	$28^p \cdot 9^l,8$	$28^p \cdot 7^l,6$	$28^p \cdot 5^l,4$	$28^p \cdot 3^l,1$	$28^p \cdot 0^l,9$

Hauteur du baromètre en pouces.

SUITE DE LA TABLE VII.

Corrections des réfractions, relatives au poids de l'atmosphère.

Les réfractions de la Table V ont lieu lorsque l'atmosphère soutient une colonne de mercure de $28^{p},1^{l}$.

Les réfractions diminuent en même temps que le poids de l'atmosphère.

Retranchez les nombres ci-dessous des réfractions de la Table V.

Ajoutez-les aux nombres de la Table VIII, ou à la parallaxe de la ☾ moins la réfraction.

Hauteur du baromètre en mètres.

Hauteur apparente.	0m,760	0m,755	0m,750	0m,745	0m,740	0m,735	0m,730	0m,725
5°	0″	4″	8″	12″	16″	20″	24″	27″
5 ½	0	4	7	11	15	18	22	25
6	0	3	7	10	14	17	20	24
7	0	3	6	9	12	15	18	21
8	0	3	5	8	11	14	16	18
9	0	2	5	7	10	12	14	16
10	0	2	4	6	9	11	13	15
12	0	2	4	5	7	9	11	12
14	0	2	3	5	6	8	9	11
16	0	1	3	4	5	7	8	9
18	0	1	2	4	5	6	7	8
20	0	1	2	3	4	5	6	7
25	0	1	2	2	3	4	5	6
30	0	1	1	2	3	3	4	5
40	0	0	1	1	2	2	3	3
50	0	0	1	1	1	2	2	2
60	0	0	0	1	1	1	1	2
70	0	0	0	0	1	1	1	1
80	0	0	0	0	0	0	0	1
90	0	0	0	0	0	0	0	0
Hauteur apparente.	$28^{p}\cdot 0^{l},9$	$27^{p}\cdot 10^{l},8$	$27^{p}\cdot 8^{l},5$	$27^{p}\cdot 6^{l},3$	$27^{p}\cdot 4^{l},1$	$27^{p}\cdot 1^{l},8$	$26^{p}\cdot 11^{l},6$	$26^{p}\cdot 9^{l},4$

Hauteur du baromètre en pouces.

TABLE

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
0° 0′	19′ 44″	20′ 44″	21′ 44″	22′ 44″	23′ 44″	24′ 44″	25′ 44″	26′ 44″	27′ 44″
10	21.36	22.36	23.36	24.36	25.36	26,36	27.36	28.36	29.36
20	23.18	24.18	25.18	26.18	27.18	28.18	29.18	30.18	31.18
30	24.54	25.54	26.54	27.54	28.54	29.54	30.54	31.54	32.54
40	26.22	27.22	28.22	29.22	30.22	31.22	32.22	35.22	34.22
50	27.45	28.45	29.45	30.45	31.45	32.45	33.45	34.45	35.45
1. 0	29. 1	30. 1	31. 1	32. 1	33. 1	34. 1	35. 1	36. 1	37. 1
10	30. 9	31. 9	32. 9	33. 9	34. 9	35. 9	36. 9	37. 9	38. 9
20	31.16	32.16	33.16	34.16	35.16	36.16	37.16	38.16	39.16
30	32.16	33.16	34.16	35.16	36.16	37.16	38.16	39.16	40.16
40	33.12	34.12	35.12	36.12	37.12	38.12	39.12	40.12	41.12
50	34. 5	35. 5	36. 5	37. 5	38. 5	39. 5	40. 5	41. 5	42. 5
2. 0	34.52	35.52	36.52	37.52	38.52	39.52	40.52	41.52	42.52
10	35.38	36.38	37.38	38.38	39.38	40.37	41.37	42.37	43.37
20	36.19	37.19	38.19	39.19	40.19	41.19	42.19	43.19	44.19
30	36.58	37.58	38.58	39.57	40.57	41.57	42.57	43.57.	44.57
40	37.35	38.35	39.35	40.35	41.34	42.34	43.34	44.34	45.34
50	38. 9	39. 9	40. 9	41. 9	42. 9	43. 9	44. 9	45. 9	46. 9
3. 0	38.41	39.41	40.40	41.40	42.40	43.40	44.40	45.42	46.40
10	39.10	40.10	41.10	42.10	43.10	44. 9	45. 9	46. 9	47. 9
20	39.38	40.38	41.38	42.38	43.38	44.38	45.38	46.38	47.37
30	40. 5	41. 5	42. 5	43. 4	44. 4	45. 4	46. 4	47. 4	48. 4
40	40.30	41.30	42.29	43.29	44.29	45.29	46.29	47.29	48.29
50	40.53	41.53	42.53	43.53	44.53	45.53	46.52	47.52	48.52
4. 0	41.14	42.14	43.14	44.14	45.14	46.13	47.13	48.13	49.13
10	41.36	42.36	43.35	44.35	45.35	46.35	47.35	48.35	49.34
20	41.55	42.55	43.55	44.55	45.54	46.54	47.54	48.54	49.54
30	42.13	43.13	44.13	45.13	46.13	47.13	48.12	49.12	50.12
40	42.30	43.30	44.30	45.30	46.30	47.30	48.29	49.29	50.29
50	42.47	43.47	44.46	45.46	46.46	47.46	48.45	49.45	50.45
5. 0	43. 3	44. 3	45. 3	46. 2	47. 2	48. 2	49. 2	50. 1	51. 1
10	43.17	44.17	45.17	46.17	47.16	48.16	49.16	50.16	51.15
20	43.32	44.32	45.31	46.31	47.31	48.31	49.30	50.30	51.30
30	43.44	44.44	45.44	46.44	47.44	48.43	49.43	50.43	51.42
40	43.57	44.57	45.57	46.57	47.57	48.56	49.56	50.56	51.55
50	44. 9	44. 9	46. 9	47. 8	48. 8	49. 8	50. 7	51. 7	52. 7
6. 0	44.21	45.21	46.20	47.20	48.20	49.19	50.19	51.19	52.18
10	44.31	45.31	46.30	47.30	48.30	49.29	50.29	51.29	52.28
20	44.41	45.41	46.41	47.41	48.40	49.40	50.40	51.39	52.39
30	44.51	45.51	46.51	47.51	48.50	49.50	50.50	51.49	52.49
40	45. 0	46. 0	47. 0	47.59	48.59	49.58	50.58	51.58	52.57
50	45. 9	46. 9	47. 9	48. 8	49. 8	50. 7	51. 7	52. 7	53. 6

VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′		
0″	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		

SUITE DE L

PARALLAXE DE LA LUN

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
7° 0′	45′ 18″	46′ 18″	47′ 17″	48′ 17″	49′ 16″	50′ 16″	51′ 16″	52′ 15″	53′ 15′
10	45.26	47.26	47.26	48.25	49.25	50.24	51.24	52.23	53.23
20	45.34	46.34	47.34	48.33	49.33	50.32	51.32	52.31	53.31
30	45.41	46.41	47.41	48.40	49.40	50.39	51.39	52.38	53.38
40	45.48	46.48	47.48	48.47	49.47	50.46	51.46	52.45	53.45
50	45.54	46.54	47.54	48.53	49.53	50.52	51.51	52.51	53.50
8. 0	46. 1	47. 1	48. 0	49. 0	49.59	50.58	51.58	52.57	53.57
10	46. 6	47. 6	48. 5	49. 5	50. 4	51. 3	52. 3	53. 2	54. 2
20	46.12	47.12	48.11	49.10	50.10	51. 9	52. 9	53. 8	54. 7
30	46.17	47.17	48.17	49.16	50.15	51.15	52.14	53.13	54.13
40	46.23	47.23	48.22	49.21	50.21	51.20	52.19	53.18	54.18
50	46.28	47.28	48.27	49.26	50.26	51.25	52.24	53.23	54.23
9. 0	46.33	47.32	48.32	49.31	50.30	51.30	52.29	53.28	54.27
10	46.37	47.37	48.36	49.36	50.35	51.34	52.33	53.32	54.32
20	46.42	47.41	48.41	49.40	50.39	51.38	52.37	53.37	54.36
30	46.46	47.45	48.44	49.43	50.42	51.41	52.40	53.40	54.39
40	46.49	47.48	48.48	49.47	50.46	51.45	52.41	53.43	54.43
50	46.52	47.52	48.51	49.50	50.50	51.49	52.48	53.47	54.46
10. 0	46.57	47.56	48.55	49.54	50.53	51.52	52.51	53.50	54.49
10	47. 0	47.59	48.58	49.57	50.56	51.55	52.54	53.53	54.53
20	47. 3	48. 2	49. 1	50. 0	50.59	51.58	52.57	53.57	54.56
30	47. 6	48. 5	49. 4	50. 3	51. 2	52. 1	53. 0	53.59	54.58
40	47. 9	48. 8	49. 7	50. 6	51. 5	52. 4	53. 3	54. 2	55. 1
50	47.12	48.11	49.10	50. 9	51. 8	52. 7	53. 6	54. 4	55. 3
11. 0	47.14	48.13	49.12	50.11	51.10	52. 9	53. 8	54. 7	55. 6
10	47.17	48.16	49.15	50.14	51.12	52.11	53.10	54. 9	55. 8
20	47.19	48.18	49.17	50.16	51.15	52.13	53.12	54.11	55.10
30	47.21	48.20	49.19	50.18	51.17	52.15	53.14	54.13	55.12
40	47.23	48.22	49.21	50.20	51.19	52.17	53.16	54.15	55.14
50	47.25	48.24	49.23	50.22	51.20	52.19	53.18	54.16	55.15
12. 0	47.27	48.26	49:25	50.23	51.22	52.21	53.19	54.18	55.17
10	47.29	48.27	49.26	50.25	51.23	52.22	53 21	54.19	55.18
20	47.30	48.29	49.28	50.26	51.25	52.23	53.22	54.21	55.19
30	47.32	48.30	49.29	50.28	51.26	52.25	53.23	54.22	55.20
40	47.33	48.32	49.30	50.29	51.27	52.26	53.24	54.23	55.21
50	47.34	48.33	49.31	50.30	51.28	52.27	53 25	54.24	55.22
13. 0	47.35	48.34	49.32	50.31	51.29	52.27	53.26	54.25	55.23
10	47.36	48.35	49.33	50.32	51.30	52.28	53.27	54.25	55.24
20	47.36	48.36	49.34	50.32	51.31	52.29	53.28	54.26	55.24
30	47.38	48.36	49.35	50.33	51.31	52.30	53.28	54.26	55.25
40	47.39	48.37	49.35	50.34	51.32	52.30	53.29	54.27	55.25
50	47.39	48.38	49.36	50.34	51.32	52.31	53.29	54.27	55.25

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″	−	+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1′	0″
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	2	0
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	3	1
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	1
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	5	1
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	2
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	8	2
20	21	22	23	24	24	25	26	27	28	9	2
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	2	0
20	21	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	0
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	5	1
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	1
10	11	12	13	14	15	16	17	18	10	8	1
19	20	21	22	23	24	25	26	27	[illegible]	9	1
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48		
49	50	51	52	53	53	54	55	56	57		

SUITE DE L[A]

PARALLAXE DE LA LUN[E]

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
14° 0′	47′ 40″	48′ 38″	49′ 36″	50′ 35″	51′ 33″	52′ 31″	53′ 29″	54′ 27″	55′ 26″
10	47.40	48.38	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.28	55.26
20	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
30	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
40	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.30	54.28	55.26
50	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.25
15. 0	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.25
10	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.29	54.27	55.24
20	47.41	48.39	49.37	50.35	51.33	52.31	53.28	54.26	55.24
30	47.41	48.39	49.37	50.34	51.32	52.30	53.28	54.26	55.24
40	47.41	48.38	49.36	50.34	51.32	52.30	53.27	54.25	55.23
50	47.40	48.38	49.36	50.34	51.31	52.29	53.27	54.24	55.22
16. 0	47.40	48.38	49.35	50.33	51.31	52.28	53.26	54.24	55.21
10	47.40	48.37	49.35	50.32	51.30	52.28	53.25	54.23	55.21
20	47.39	48.36	49.34	50.32	51.29	52.27	53.24	54.22	55.20
30	47.38	48.36	49.33	50.31	51.29	52.26	53.24	54.21	55.19
40	47.38	48.35	49.33	50.30	51.28	52.25	53.23	54.20	55.18
50	47.37	48.34	49.32	50.29	51.27	52.24	53.22	54.19	55.16
17. 0	47.36	48.34	49.31	50.28	51.26	52.23	53.21	54.18	55.15
10	47.35	48.33	49.30	50.27	51.25	52.22	53.19	54.17	55.14
20	47.34	48.32	49 29	50.26	51.24	52.21	53.18	54.15	55.1
30	47.34	48.31	49:28	50.25	51.22	52.20	53.17	54.14	55.11
40	37.33	48.30	49.27	50,24	51.21	52.18	53.16	54.14	55.1
50	47.31	48.29	49.26	50.23	51.20	52.16	53.14	54.12	55.
18. 0	47.30	48.27	49.24	50.22	51.19	52.16	53.13	54.10	55.
10	47.29	48.26	49.23	50.20	51.17	52.14	53.11	54. 8	55.
20	47.28	48.25	49.22	50.19	51.16	52.13	53.10	54. 7	55.
30	47.27	48.24	49.20	50.17	51.14	52.11	53. 8	54. 5	55.
40	47.25	48.22	49.19	50.16	51.13	52. 9	53. 6	54. 3	55.
50	47.24	48.21	49.17	50.14	51.11	52: 8	53. 5	54. 1	54.5
19. 0	47.22	48.19	49.16	50.13	51. 9	52 6	53. 3	54. 0	54.5
10	47.21	48.18	49.14	50.11	51. 8	52. 4	53. 1	53.58	54.5
20	47.19	48.16	49.13	50. 9	51. 6	52. 2	52.59	53.56	54.5
30	47.18	48.14	49.11	50. 8	51. 4	52. 1	52.57	53.54	54.5
40	47.16	48.13	49. 9	50. 6	51. 2	51.59	52.55	53.52	54.4
50	47.14	48.11	49. 7	50. 4	51. 0	51.57	52.53	53.49	54.4
20. 0	47.13	48. 9	49. 5	50. 2	50.58	51.55	52.51	53.47	54.
10	47.11	48. 7	49. 3	50. 0	50.56	51.52	52.49	53.45	54.
20	47. 9	48. 5	49. 2	49.58	50.54	51.50	52.47	53.43	54.
30	47. 7	48. 3	49. 0	49.56	50.52	51.48	52.44	53.41	54.
40	47. 5	48. 1	48.57	49.54	50.50	51.46	52.42	53.38	54.
50	47. 3	47.59	48.55	49.51	50.48	51.44	52.40	53.36	54.

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0"	1"	2"	3"	4"	5"	6"	7"	8"	9"		+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1'	0
10	11	12	13	14	15	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	4	0
39	40	41	42	43	44	45	46	46	47	5	0
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	6	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	0
10	11	12	13	14	14	15	16	17	18	8	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	9	0
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
39	39	40	41	42	43	44	45	46	47		
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57		—
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
10	11	12	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	3	0
29	30	31	32	33	34	35	35	36	37	4	0
38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	5	1
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	7	1
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	1
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	9	1
29	30	30	31	32	33	34	35	36	37		
38	39	40	41	42	43	44	45	46	47		
48	49	50	51	51	52	53	54	55	56		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	27	3	0
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	4	1
38	39	40	41	42	43	44	45	46	46	5	1
47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	6	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	1
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	1
19	20	21	22	23	24	24	25	26	27	9	1
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37		
38	39	40	41	41	42	43	44	45	46		
47	48	49	50	51	52	53	54	55	56		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	0
19	20	21	22	22	23	24	25	26	27	3	1
28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	4	1
37	38	39	40	41	42	43	44	45	45	5	1
47	48	49	50	51	51	52	53	54	55	6	1

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
21° 0′	47′ 1″	47′ 57″	48′ 53″	49′ 49″	50′ 45″	51′ 41″	52′ 37″	53′ 33″	54′ 29″
10	46.59	47.55	48.51	49.47	50.43	51.39	52.35	53.31	54.27
20	46.57	47.53	48.49	49.45	50.41	51.36	52.32	53.28	54.24
30	46.55	47.51	48.46	49.42	50.38	51.34	52.30	53.26	54.21
40	46.53	47.48	48.44	49.40	50.36	51.31	52.27	53.23	54.19
50	46.50	47.46	48.42	49.37	50.33	51.29	52.25	53.20	54.16
22. 0	46.48	47.44	48.39	49.35	50.31	51.26	52.22	53.18	54.13
10	46.46	47.41	48.37	49.32	50.28	51.24	52.19	53.15	54.10
20	46.43	47.39	48.34	49.30	50.25	51.21	52.16	53.12	54. 7
30	46.41	47.36	48.32	49.27	50.23	51.18	52.14	53. 9	54. 4
40	46.39	47.34	48.29	49.25	50.20	51.15	52.11	53. 6	54. 1
50	46.36	47.31	48.27	49.22	50.17	51.13	52. 8	53. 3	54.58
23. 0	46.34	47.29	48.24	49.19	50.14	51.10	52. 5	53. 0	53.55
10	46.31	47.26	48.21	49.17	50.12	51. 7	52. 2	52.57	53.52
20	46.28	47.23	48.19	49.14	50. 9	51. 4	51.59	52.54	53.49
30	46.26	47.21	48.16	49.11	50. 6	51. 1	51.56	52.51	53.46
40	46.23	47.18	48.13	49. 8	50. 3	50.58	51.53	52.48	53.43
50	46.20	47.15	48.10	49. 5	50. 0	50.55	51.50	52.45	53.39
24. 0	46.18	47.12	48. 7	49. 2	49.57	50.52	51.46	52.41	53.36
10	46.15	47. 9	48. 4	48.59	49.54	50.48	51.43	52.38	53.33
20	46.12	47. 7	48. 1	48.56	49.51	50.45	51.40	52.35	53.28
30	46. 9	47. 4	47.58	48.53	49.48	50.42	51.37	52.31	53.26
40	46. 6	47. 1	47.55	48.50	49.44	50.39	51.33	52.28	53.22
50	46. 3	46.57	47.51	48.47	49.41	50.36	51.30	52.24	53.19
25. 0	46. 0	46.55	47.49	48.43	49.38	50.32	51.27	52.21	53.15
10	45.57	46.52	47.46	48.40	49.35	50.29	51.23	52.17	53.12
20	45.54	46.48	47.43	48.37	49.31	50.25	51.20	52.14	53. 7
30	45.51	46.45	47.40	48.34	49.28	50.22	51.16	52.10	53. 4
40	45.48	46.42	47.36	48.30	49.24	50.18	51.13	52. 7	53. 1
50	45.45	46.39	47.33	48.27	49.21	50.15	51. 9	52. 3	52.57
26. 0	45.42	46.36	47.30	48.24	49.17	50.11	51. 5	51.59	52.53
10	45.38	46.32	47.26	48.20	49.14	50. 8	51. 2	51.55	52.49
20	45.35	46.29	47.23	48.17	49.10	50. 4	50.58	51.52	52.45
30	45.32	46.26	47.19	48.13	49. 7	50. 0	50.54	51.48	52.42
40	45.29	46.22	47.16	48. 9	49. 3	49.57	50.50	51.44	52.38
50	45.25	46.19	47.12	48. 6	48.59	49.53	50.47	51.40	52.34
27. 0	45.22	46.15	47. 9	48. 2	48.56	49.49	50.43	51.36	52.30
10	45.18	46.11	47. 5	47.59	48.52	49.45	50.39	51.32	52.26
20	45.15	46. 8	47. 2	47.55	48.48	49.42	50.35	51.28	52.21
30	45.12	46. 5	46.58	47.51	48.44	49.38	50.31	51.24	52.17
40	45. 8	46. 1	46.54	47.47	48.41	49.34	50.27	51.20	52.13
50	45. 4	45.58	46.51	47.44	48.37	49.30	50.23	51.16	52. 9

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0	1	2	3	4	5	6	7	7	8	7′	2″
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	2
19	20	20	21	22	23	24	25	26	27	9	2
28	29	30	31	32	33	33	34	35	36		
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46		
47	47	48	49	50	51	52	53	54	55		
0	1	2	3	4	5	6	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	2	1
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	3	1
28	29	30	30	31	32	33	34	35	36	4	1
37	38	39	40	41	42	43	43	44	45	5	1
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	6	2
0	1	2	3	4	5	6	6	7	8	7	2
9	10	11	12	13	14	15	16	17	17	8	2
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	9	2
28	28	29	30	31	32	33	34	35	36		
37	38	39	39	40	41	42	43	44	45		
46	47	48	49	50	50	51	52	53	54		
0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	14	15	15	16	17	2	1
18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	3	1
27	28	29	30	31	32	33	34	35	35	4	1
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	5	2
46	46	47	48	49	50	51	52	53	54	6	2
0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	7	2
9	10	11	12	13	14	14	15	16	17	8	3
18	19	20	21	22	23	23	24	25	26	9	3
27	28	29	30	31	32	32	33	34	35		
36	37	38	39	40	41	41	42	43	44		
45	46	47	48	49	50	51	51	52	53		
0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	1	0
9	10	11	12	13	13	14	15	16	17	2	1
18	19	20	21	21	22	23	24	25	26	3	1
27	28	29	30	30	31	32	33	34	35	4	1
36	37	38	38	39	40	41	42	43	44	5	2
45	46	47	47	48	49	50	51	52	53	6	2
0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	7	2
9	10	11	12	12	13	14	15	16	17	8	3
18	19	20	20	21	22	23	24	25	26	9	3
27	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
35	36	37	38	39	40	41	42	43	43		
44	45	46	47	48	49	50	51	51	52		

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
28° 0′	45′ 1″	45′ 54″	46′ 47″	47′ 40″	48′ 33″	49′ 26″	50′ 19″	51′ 12″	52′ 5″
10	44.57	45.50	46.43	47.36	48.29	49.22	50.15	51. 8	52. 0
20	44.54	45.46	46.39	47.32	48.25	49.18	50.11	51. 3	51.56
30	44.50	45.43	46.35	47.28	48.21	49.14	50. 6	50.59	51.52
40	44.46	45.39	46.32	47.24	48.17	49. 9	50. 2	50.55	51.47
50	44.43	45.35	46.28	47.20	48.13	49. 5	49.58	50.50	51.43
29. 0	44.39	45.31	46.24	47.16	48. 9	49. 1	49.54	50.46	51.39
10	44.35	45.27	46.20	47.12	48. 5	48.57	49.49	50.42	51.34
20	44.31	45.23	46.16	47. 8	48. 0	48.53	49.45	50.37	51.30
30	44.27	45.20	46.12	47. 4	47.56	48.48	49.41	50.33	51.24
40	44.23	45.16	46: 8	47. 0	47.52	48.44	49.36	50.28	51.20
50	44.19	45.11	46. 4	46.56	47.48	48.40	49.32	50.24	51.16
30. 0	44.16	45. 7	45.59	46.51	47.43	48.35	49.27	50.19	51.11
10	44.12	45. 3	45.55	46.47	47.39	48.31	49.23	50.15	51. 6
20	44. 7	44.59	45.51	46.43	47.35	48.26	49.18	50.10	51. 2
30	44. 3	44.55	45.47	46.39	47.30	48.22	49.14	50. 5	50.57
40	43.59	44.51	45.43	46.34	47.26	48.17	49. 9	50. 1	50.51
50	43.55	44.47	45.38	46.30	47.21	48.13	49. 4	49.56	51.47
31. 0	43.51	44.43	45.34	46.25	47.17	48. 8	49. 0	49.51	50.43
10	43.47	44.38	45.30	46.21	47.12	48. 4	48.55	49.46	50.38
20	43.43	44.34	45.25	46.17	47. 8	47.59	48.50	49.42	50.33
30	43.39	44.30	45.21	46.12	47. 3	47.54	48.46	49.37	50.28
40	43.34	44.25	45.16	46. 8	46.59	47.50	48.41	49.32	50.23
50	43.30	44.21	45.12	46. 3	46.54	47.45	48.36	49.27	50.18
32. 0	43.16	44.17	45. 8	45.58	46.49	47.40	48.31	49.22	50.13
10	43.21	44.12	45. 3	45.54	46.45	47.35	48.26	49.17	50. 8
20	43.17	44. 8	44.58	45.49	46.40	47.31	48.21	49.12	50. 3
30	43.13	44. 3	44.54	45.45	46.35	47.26	48.16	49. 7	49.58
40	43. 8	43.59	44.49	45.40	46.30	47.21	48.11	49. 2	49.52
50	43. 4	43.53	44.45	45.35	46.26	47.16	48. 6	48.57	49.47
33. 0	42.59	43.50	44.40	45.30	46.21	47.11	48. 1	48.52	49.42
10	42.55	43.45	44.35	45.26	46.16	47. 6	47.56	48.46	49.37
20	42.50	43.39	44.31	45.21	46.11	47. 1	47.51	48.41	49.31
30	42.46	43.36	44.26	45.16	46. 6	46.56	47.46	48.36	49.26
40	42.41	43.31	44.21	45.11	46. 1	46.51	47.41	48.31	49.21
50	42.37	43.26	44.16	45. 6	45.56	46.46	47.36	48.26	49.15
34. 0	42.32	43.22	44.12	45. 1	45.51	46.41	47.30	48.20	49.16
10	42.27	43.17	44. 7	44.56	45.46	46.36	47.25	48.15	49. 4
20	42.23	43.12	44. 2	44.51	45.41	46.30	47.20	48. 9	48.59
30	42.18	43. 7	43.57	44.46	45.36	46.25	47.15	48. 4	48.54
40	42.13	43. 3	43.52	44.41	45.31	46.20	47. 9	47.59	48.48
50	42. 8	42.58	43.47	44.36	45.25	46:15	47. 4	47.53	48:42

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0″	1	2	3	4	4	5	6	7	8	1′	0″
9	10	11	11	12	13	14	15	16	17	2	1
18	18	19	20	21	22	23	24	25	25	3	1
26	27	28	29	30	31	32	32	33	34	4	2
35	36	37	38	39	40	40	41	42	43	5	2
44	45	46	47	47	48	49	50	51	52	6	2
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
9	10	10	11	12	13	14	15	16	17	8	3
17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	9	4
26	27	28	29	30	30	31	32	33	34		
35	36	37	37	38	39	40	41	42	43		
44	44	45	46	47	48	49	50	50	51		
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	1	0
9	9	10	11	12	13	14	15	16	16	2	1
17	18	19	20	21	22	22	23	24	25	3	1
26	27	28	28	29	30	31	32	33	34	4	2
34	35	36	37	38	39	40	41	41	42	5	2
43	44	45	46	47	47	48	49	50	51	6	3
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
9	9	10	11	12	13	14	15	15	16	8	4
17	18	19	20	20	21	22	23	24	25	9	4
26	26	27	28	29	30	31	32	32	33		
34	35	36	37	38	38	39	40	41	42		
43	44	44	45	46	47	48	49	49	50		
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	1	0
8	9	10	11	12	13	13	14	15	16	2	1
17	18	19	19	20	21	22	23	24	24	3	1
25	26	27	28	29	30	30	31	32	33	4	2
34	35	35	36	37	38	39	40	40	41	5	2
42	43	44	45	46	47	47	48	49	50	6	3
0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	7	3
8	9	10	11	12	13	13	14	15	16	8	4
17	18	18	19	20	21	22	23	23	24	9	4
25	26	27	28	28	29	30	31	32	33		
33	34	35	36	37	38	38	39	40	41		
42	43	43	44	45	46	47	48	48	49		
0	1	2	2	3	4	5	6	7	7	1	1
8	9	10	11	12	12	13	14	15	16	2	1
16	17	18	19	20	21	21	22	23	24	3	2
25	26	26	27	28	29	30	30	31	32	4	2
33	34	35	35	36	37	38	39	40	40	5	3
41	42	43	44	44	45	46	47	48	49	6	3

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
35° 0′	42′ 4″	42′ 53″	43′ 42″	44′ 31″	45′ 20″	46′ 9″	46′ 59″	47′ 48″	48′ 37″
10	41.59	42.48	43.37	44.26	45.15	46. 4	46.53	47.42	48.31
20	41.54	42.43	43.32	44.21	45.10	45.59	46.48	47.37	48.26
30	41.49	42.38	43.27	44.16	45. 5	45.53	46.42	47.31	48.20
40	41.44	42.33	43.22	44.10	44.59	45.48	46.37	47.25	48.14
50	41.39	42.28	43.17	44. 5	44.54	45.43	46.31	47.20	48. 8
36. 0	41.34	42.23	43.11	44. 0	44.49	45.37	46.26	47.14	48. 3
10	41.29	42.18	43. 6	43.55	44.43	45.32	46.20	47. 8	47.57
20	41.24	42.13	43. 1	43.49	44.38	45.26	46.14	47. 3	47.51
30	41.19	42. 8	42.56	43.44	44.32	45.21	46. 9	46.57	47.45
40	41.14	42. 2	42.51	43.39	44.27	45.15	46. 3	46.51	47.39
50	41. 9	41.57	42.46	43.33	44.21	45. 9	45.57	46.45	47.33
37. 0	41. 4	41.52	42.40	43.28	44.16	45. 4	45.52	46.40	47.28
10	40.59	41.47	42.35	43.22	44.10	44.58	45.46	46.34	47.22
20	40.54	41.42	42.29	43.17	44. 5	44.52	45.40	46.28	47.16
30	40.49	41.36	42.24	43.12	43.59	44.47	45.34	46.22	47.10
40	40.43	41.31	42.18	43. 6	43.53	44.41	45.28	46.16	47. 3
50	40.38	41.26	42.13	43. 0	43.48	44.35	45.23	46.10	46.57
38. 0	40.33	41.20	42. 8	42.55	43.42	44.29	45.17	46. 4	46.51
10	40.28	41.15	42. 2	42.49	43.36	44.24	45.11	45.58	46.45
20	40.22	41.10	41.57	42.44	43.31	44.18	45. 5	45.52	46.39
30	40.17	41. 4	41.51	42.38	43.25	44.12	44.59	45.46	46.33
40	40.12	40.59	41.45	42.32	43.19	44. 6	44.53	45.40	46.27
50	40. 6	40.53	41.40	42.27	43.13	44. 0	44.47	45.34	46.20
39. 0	40. 1	40.48	41.34	42.21	43. 8	43.54	44.41	45.27	46.14
10	39.56	40.42	41.29	42.15	43. 2	43.48	44.35	45.21	46. 8
20	39.50	40.37	41.23	42. 9	42.56	43.42	44.29	45.15	46. 1
30	39.45	40.31	41.17	42. 4	42.50	43.36	44.23	45. 9	45 55
40	39.39	40.25	41.12	41.58	42.44	43.30	44.16	45. 3	45.49
50	39.34	40.20	41. 6	41.52	42.38	43.24	44.10	44.56	45.42
40. 0	39.28	40.14	41. 0	41.46	42.32	43.18	44. 4	44.50	45.36
10	39.23	40. 8	40.54	41.40	42.26	43.12	43.58	44.44	45.29
20	39.17	40. 3	40.48	41.34	42.20	43. 6	43.51	44.37	45.23
30	39.11	39.57	40.43	41.28	42.14	43. 0	43.45	44.31	45.17
40	39. 6	39.51	40.37	41.22	42. 8	42.53	43.39	44.24	45.10
50	39. 0	39.46	40.31	41.16	42. 2	42.47	43.33	44.18	45. 3
41. 0	38.54	39.40	40.25	41.10	41.56	42.41	43.26	44.11	44.57
10	38.49	39.34	40.19	41. 4	41.50	42.35	43.20	44. 5	44.50
20	38.43	39.28	40.13	40.58	41.43	42.28	43.13	43.58	44.43
30	38.37	39.22	40. 7	40.52	41.37	42.22	43. 7	43.52	44.37
40	38.32	39.16	40. 1	40.46	41.31	42.16	43. 0	43.45	44.30
50	38.26	39.11	39.55	40.40	41.25	42. 9	42.54	43.39	44 23

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0 8 16 24 33 41	1 9 17 25 33 42	2 10 18 26 34 42	2 11 19 27 35 43	3 11 20 28 36 44	4 12 20 28 37 45	5 13 21 29 37 46	6 14 22 30 38 46	7 15 23 31 39 47	7 15 24 32 40 48	7′ 8 9	4″ 4 5
0 8 16 24 32 40	1 9 17 25 33 41	2 10 18 26 34 42	2 10 18 27 35 43	3 11 19 27 35 43	4 12 20 28 36 44	5 13 21 29 37 45	6 14 22 30 38 46	6 14 23 31 39 47	7 15 23 31 39 47	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5
0 8 16 24 32 40	1 9 17 25 33 40	2 10 17 25 33 41	2 10 18 26 34 42	3 11 19 27 35 43	4 12 20 28 36 44	5 13 21 29 36 44	6 13 21 29 37 45	6 14 22 30 38 46	7 15 23 31 39 47		
0 8 16 23 31 39	1 9 16 24 32 40	2 9 17 25 33 41	2 10 18 26 34 41	3 11 19 27 34 42	4 12 20 27 35 43	5 13 20 28 36 44	5 13 21 29 37 45	6 14 22 30 38 45	7 15 23 31 38 46	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5
0 8 15 23 31 39	1 9 16 24 32 39	2 9 17 25 32 40	2 10 18 25 33 41	3 11 19 26 34 42	4 12 19 27 35 42	5 12 20 28 36 43	5 13 21 29 36 44	6 14 22 29 37 45	7 15 23 30 38 46		
0 8 15 23 30 38	1 8 16 24 31 39	1 9 17 24 32 40	2 10 17 25 33 40	3 11 18 26 33 41	4 11 19 27 34 42	5 12 20 27 35 43	5 13 21 28 36 43	6 14 21 29 36 44	7 14 22 30 37 45	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 4 4 5 5
0 7 15 22 30 37	1 8 16 23 31 38	1 9 16 24 31 39	2 10 17 25 32 40	3 10 18 25 33 40	4 11 19 26 34 41	4 12 19 27 34 42	8 13 20 28 35 43	6 13 21 28 36 43	7 14 22 29 37 44		

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
42° 0′	38′ 20″	39′ 5″	39′ 49″	40′ 34″	41′ 18″	42′ 3″	42′ 8″	43′ 32″	41′ 17″
10	38.14	38.50	39.43	40.28	41.12	41.56	42.41	43.25	44.10
20	38. 8	38.53	39.37	40.21	41. 6	41.50	42.34	43.19	44. 3
30	38. 2	38.47	39.31	40.15	40.59	41.44	42.28	43.12	43.56
40	37.57	38.41	39.25	40. 9	40.53	41.37	42.21	43. 5	43.49
50	37.51	38.35	39.19	40. 3	40.47	41,31	42.15	42.59	43.43
43. 0	37.45	38.29	39.12	39.56	40.40	41.24	42. 8	42.52	43.36
10	37.39	38.22	39. 6	39.50	40.34	41.17	42. 1	42.45	43.29
20	37.33	38.16	39. 0	39.44	40.27	41.11	41.55	42.38	43.22
30	37.27	38.10	38.54	39.37	40.21	41. 4	41.48	42.31	43,15
40	37.21	38. 4	38.47	39.31	40.14	40.58	41.41	42.24	43. 8
50	37.15	37.58	38.41	39.24	40. 8	40.51	41.34	42.18	43. 1
44. 0	37. 9	37.52	38.35	39.18	40. 1	40.44	41.28	42.11	42.54
10	37. 2	37.44	38.28	39.11	39.54	40.37	41.20	42. 4	42.47
20	36.56	37.39	38.22	39. 5	39.48	40.31	41.14	41.57	42.40
30	36.50	37.33	38.16	38.59	39.41	40.24	41. 7	41.50	42.33
40	36.44	37.27	38. 9	38.52	39.35	40.17	41. 0	41.43	42.25
50	36.38	37.20	38. 3	38.46	39.28	40.11	40.53	41.36	42.18
45. 0	36.32	37.14	37.56	38.39	39.21	40. 4	40.46	41.29	42.11
10	36.25	37. 8	37.50	38.32	39.15	39.57	40.39	41.22	42. 4
20	36.19	37. 1	37.44	38.26	39. 8	39.50	40.32	41.14	41.57
30	36.13	36.55	37.37	38.19	39. 1	39.43	40.25	41. 7	41.49
40	36. 7	36.49	37.31	38.12	38.54	39.36	40.18	41. 0	41.42
50	36. 0	36.42	37.24	38. 6	38.48	39.29	40.11	40.53	41.35
46. 0	35.54	36.36	37.17	37.59	38.41	39.22	40. 4	40.46	41.27
10	33.48	36.29	37.11	37.52	38.34	39.15	39.57	40.39	41.20
20	35.41	36.23	37. 4	37.46	38.27	39. 8	39.50	40.31	41.13
30	35.35	36.16	36.58	37.39	38.20	39. 1	39.43	40.24	41. 5
40	35.29	36. 9	36.51	37.32	38.13	38.54	39.36	40.17	40.58
50	35.22	36. 3	36.44	37.26	38. 6	38.47	39.28	40. 9	40.50
47. 0	35.16	35.57	36.38	37.18	37.59	38.40	39.21	40. 2	40.43
10	35. 9	35.50	36.31	37.12	37.52	38.33	39.14	59.55	40.36
20	35. 3	35.43	36.24	37. 5	37.45	38.26	39. 7	39.47	40.28
30	34.56	35.37	36.17	36.58	37.38	38.19	38.59	39.40	40.20
40	34.50	35.30	36.10	36.51	37.31	38.12	38.52	39.33	40.13
50	34.43	35.23	36. 4	36.44	37.24	38. 5	38.45	39.25	40. 5
48. 0	34.37	35.17	35.57	36.37	37.17	37.57	38.37	39.18	39.58
10	34.30	35.10	35.50	36.30	37.10	37.50	38.30	39.10	39.50
20	34.23	35. 3	35.43	36.23	37. 3	37.43	38.23	39. 3	39.42
30	34.17	34.56	35.36	36.16	36.56	37.36	38.15	38.55	39.35
40	34.10	34.50	35.29	36. 9	36.49	27.28	38. 8	38.47	39.27
50	34. 3	34.43	35.22	36. 2	36.41	37.21	38. 0	38.40	39.19

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0	1	1	2	3	4	4	5	6	7	1′	1″
7	8	9	10	10	11	12	13	13	14	2	1
15	15	16	17	18	18	19	20	21	21	3	2
22	23	24	24	25	26	27	27	28	29	4	3
29	30	31	32	32	33	34	35	35	36	5	3
37	38	38	39	40	41	41	42	43	43	6	4
0	1	1	2	3	4	4	5	6	7	7	5
7	8	9	9	10	11	12	12	13	14	8	5
15	15	16	17	17	18	19	20	20	21	9	6
22	22	23	24	25	25	26	27	28	28		
29	30	30	31	32	33	33	34	35	36		
36	37	38	38	39	40	41	41	42	43		
0	1	1	2	3	4	4	5	6	6	1	1
7	8	9	9	10	11	11	12	13	14	2	1
14	15	16	16	17	18	19	19	20	21	3	2
21	22	23	24	24	25	26	26	27	28	4	3
29	29	30	31	31	32	33	34	34	35	5	3
36	36	37	38	39	39	40	41	41	42	6	4
0	1	1	2	3	4	4	5	6	6	7	5
7	8	8	9	10	11	11	12	13	13	8	5
14	15	15	16	17	18	18	19	20	20	9	6
21	22	22	23	24	25	25	26	27	27		
28	29	29	30	31	32	32	33	34	34		
35	36	36	37	38	39	39	40	41	41		
0	1	1	2	3	4	4	5	6	6	1	1
7	8	8	9	10	10	11	12	12	13	2	1
14	14	15	16	17	17	18	19	19	20	3	2
21	21	22	23	23	24	25	25	26	27	4	3
28	28	29	30	30	31	32	32	33	34	5	4
34	35	36	36	37	38	39	39	40	41	6	4
0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	7	5
7	7	8	9	9	10	11	11	12	13	8	6
14	14	15	16	16	17	18	18	19	20	9	6
20	21	22	22	23	24	24	25	26	26		
27	28	28	29	30	30	31	32	32	33		
34	34	35	36	37	37	38	39	39	40		
0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	1	1
7	7	8	9	9	10	11	11	12	13	2	1
13	14	15	15	16	17	17	18	19	19	3	2
20	21	21	22	23	23	24	25	25	26	4	3
27	27	28	29	29	30	30	31	32	32	5	4
33	34	34	35	36	36	37	38	38	39	6	4

SUITE DE L

PARALLAXE DE LA LUN

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
49° 0′	33′ 57″	34′ 36″	35′ 16″	35′ 55″	36′ 34″	37′ 14″	37′ 53″	38′ 32″	39′ 12″
10	33.59	24.29	35. 9	35.48	36.27	37. 6	37.45	38.25	39. 4
20	33.43	34.22	35. 2	35.41	36.20	36.59	37.38	38.17	38.56
30	33.37	34.16	34.55	35.34	36.12	36.51	37.30	38. 9	38.48
40	33.30	34. 9	34.48	35.26	36. 5	36.44	37.23	38. 2	38.41
50	33.23	34. 2	34.40	35.19	37.58	36.37	37.15	37.54	38.33
50. 0	33.16	33.55	34.33	35.12	35.51	36.29	37. 8	37.46	38.25
10	33. 9	33.48	34.26	35. 5	35.43	36.22	37. 0	37.38	38.17
20	33. 3	33.41	34.19	34.58	35.36	36.14	36.52	37.31	38. 9
30	32.56	33.34	34.12	34.50	35.28	36. 7	36.45	37.23	38. 1
40	32.49	33.27	34. 5	34.43	35.21	35.59	36.37	37.15	37.53
50	32.42	33.20	33.58	34.36	35.14	35.51	36.29	37. 7	37.45
51. 0	32.35	33.13	33.51	34.28	35. 6	35.44	36.22	36.59	37.37
10	32.28	33. 6	33.43	34.21	34.59	35.36	36.14	36.52	37.29
20	32.21	32.59	33.36	34.14	34.51	35.29	36. 6	36.44	37.21
30	32.14	32.52	33.29	34. 6	34.44	35.21	35.58	36.36	37.13
40	32. 7	32.45	33.22	33.59	34.36	35.13	35.51	36.28	37. 5
50	32. 0	32.37	33.14	33.52	34.29	35. 6	35.43	36.20	36.57
52. 0	31.53	32.30	33. 7	33.44	34.21	34.58	35.35	36.12	36.49
10	31.46	32.23	33. 0	33.37	34.13	34.50	35.27	36. 4	36.41
20	31.39	32.16	32.53	33.29	34. 6	34.43	35.19	35.56	36.33
30	31.32	32. 9	32.45	33.22	33.58	34.35	35.11	35.48	36.24
40	31.25	32. 1	32.38	33.14	33.51	34.27	35. 3	35.40	36.16
50	31.18	31.54	32.30	33. 7	33.43	34.19	34.55	35.32	36. 8
53. 0	31.11	31.47	32.23	32.59	33.35	34.11	34.48	35.24	36. 0
10	31. 4	31.40	32.16	32.52	33.28	34. 4	34.40	35.15	35.51
20	30.57	31.32	32. 8	32.44	35.20	33.56	34.32	35.17	35.43
30	30.49	31.25	32. 1	32.36	33.12	33.48	34.24	34.59	35.35
40	30.42	31.18	31.53	32.29	33. 4	33.40	34.15	34.51	35.27
50	30.35	31.10	31.45	32.21	32.57	33.32	34. 7	34.43	35.18
54. 0	30.28	31. 3	31.38	32.13	32.49	33.24	33.59	34.35	35.10
10	30.21	30.56	31.31	32. 6	32.41	33.16	33.51	34.26	35. 2
20	30.13	30.48	31.23	31.58	32.33	33. 8	33.43	34.18	34.53
30	30. 6	30.41	31.16	31.51	32.25	33. 0	33.35	34.10	34.45
40	29.59	30.33	31. 8	31.43	32.18	32.52	33.27	34. 2	34.36
50	29.51	30.26	31. 1	31.35	32.10	32.44	33.19	33.53	34.28
55. 0	29.44	30.19	30.53	31.27	32. 2	32.36	33.11	33.45	34.19
10	29.37	30.11	30.45	31.20	31.54	32.28	33. 2	33.37	34.11
20	29.29	30. 4	30.38	31.12	31.46	32.20	32.54	33.28	34. 2
30	29.22	29.56	30.30	31. 4	31.38	32.12	32.46	33.20	33.54
40	29.15	25.47	30.21	30.56	31.29	32. 3	32.37	33.11	33.44
50	29. 7	29.40	30.14	30.47	31.21	31.55	32.28	33. 2	33.36

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	7′	5″
6	7	8	8	9	10	10	11	12	12	8	6
13	14	14	15	16	16	17	18	18	19	9	6
19	20	21	21	22	23	23	24	25	25		
26	27	27	28	29	29	30	31	31	32		
32	33	34	34	35	36	36	37	38	38		
0	1	1	2	3	3	4	4	5	6	1	1
6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	2	2
13	13	14	15	15	16	17	17	18	18	3	2
19	20	20	21	22	22	23	24	24	25	4	3
25	26	27	27	28	29	29	30	31	31	5	4
32	32	33	34	34	35	36	36	37	38	6	5
0	1	1	2	2	3	4	4	5	6	7	5
6	7	7	8	9	9	10	11	11	12	8	6
12	13	14	14	15	16	16	17	17	18	9	7
19	19	20	21	21	22	22	23	24	24		
25	26	26	27	27	28	29	29	30	30		
31	32	32	33	34	34	35	35	36	37		
0	1	1	2	2	3	4	4	5	5	1	1
6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	2	2
12	13	13	14	15	15	16	16	17	18	3	2
18	19	19	20	21	21	22	23	23	24	4	3
24	25	26	26	27	27	28	29	29	30	5	4
30	31	32	32	33	33	34	35	35	36	6	5
0	1	1	2	2	3	4	4	5	5	7	5
6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	8	6
12	12	13	14	14	15	15	16	17	17	9	7
18	18	19	20	20	21	21	22	23	23		
24	24	25	26	26	27	27	28	29	29		
30	30	31	32	32	33	33	34	35	35		
0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	1	1
6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	2	2
12	12	13	13	14	15	15	16	16	17	3	2
17	18	19	19	20	20	21	21	22	23	4	3
23	24	24	25	26	26	27	27	28	28	5	4
29	30	30	31	31	32	32	33	34	34	6	5
0	1	1	2	2	3	3	4	6	5	7	6
6	6	7	7	8	8	9	10	[illegible]	11	8	6
11	12	12	13	14	14	15	15	[illegible]	16	9	7
17	18	18	19	19	20	20	21	22	22		
23	23	24	24	25	26	26	27	27	28		
28	29	29	30	31	31	32	32	33	33		

SUITE DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
56° 0′	29′ 0″	29′ 33″	30′ 7″	30′ 40″	31′ 14″	31′ 48″	32′ 21″	32′ 55″	33′ 28″
10	28.52	29.26	29.59	30.33	31. 6	31.39	32.14	32.46	33.20
20	28.45	29.18	29.51	30.25	30.58	31.31	32. 4	32.38	33.11
30	28.37	29.11	29.44	30.17	30.50	31.23	31.56	32.29	33. 2
40	28.30	29. 3	29.36	30. 9	30.42	31.15	31.48	32.21	32.54
50	28.22	28.55	29.28	30. 1	30.34	31. 7	31.39	32.12	32.45
57. 0	28.15	28.48	29.20	29.53	30.26	30.58	31.31	32. 4	32.36
10	28. 7	28.40	29.12	29.45	30.18	30.50	31.22	31.55	32.28
20	28. 0	28.32	29. 5	29.37	30. 9	30.42	31.14	31.47	32.19
30	27.52	28.24	28.57	29.29	30. 1	30.33	31. 6	31.38	32.10
40	27.45	28.17	28.49	29.21	29.53	30.25	30.57	31.29	32. 1
50	27.37	28. 9	28.41	29.13	29.45	30.17	30.49	31.21	31.53
58. 0	27.30	28. 1	28.33	29. 5	29.37	30. 9	30.40	31.12	31.44
10	27.22	27.53	28.25	28.57	29.29	30. 0	30.32	31. 3	31.35
20	27.14	27.46	28.17	28.49	29.20	29.52	30.23	30.55	31.26
30	27. 7	27.38	28. 9	28.41	29.12	29.43	30.15	30.46	31.17
40	26.59	27.30	28. 1	28.33	29. 4	29.35	30. 6	30.37	31. 9
50	26.51	27.22	27.53	28.24	28.56	29.27	29.58	30.29	31. 0
59. 0	26.44	27.15	27.45	28.16	28.47	29.18	29.49	30.20	30.51
10	26.36	27. 7	27.37	28. 8	28.39	29.10	29.40	30.11	30.42
20	26.28	26.59	27.30	28. 0	28.31	29. 1	29.32	30. 2	30.33
30	26.20	26.51	27.21	27.52	28.22	28.53	29.23	29.54	30.24
40	26.13	26.43	27.13	27.44	28.14	28.44	29.14	29.45	30.15
50	26. 5	26.35	27. 5	27.35	28. 6	28.36	29. 6	29.36	30. 6
60. 0	25.57	26.27	26.57	27.27	27.57	28.27	28.57	29.27	29.57
10	25.49	26.19	26.49	27.19	27.49	28.19	28.48	29.18	29.48
20	25.41	26.11	26.41	27.11	27.40	28.10	28.40	29. 9	29.39
30	25.34	26. 3	26.33	27. 2	27.32	28. 1	28.31	29. 1	29.30
40	25.26	25.55	26.25	26.54	27.23	27.53	28.22	28.52	29.21
50	25.18	25.47	26.16	26.46	27.15	27.44	28.13	28.43	29.12
61. 0	25.10	25.39	26. 8	26.37	27. 6	27.36	28. 5	28.34	29. 3
10	25. 2	25.31	26. 0	26.29	26.58	27.27	27.56	28.25	28.54
20	24.54	25.23	25.52	26.21	26.49	27.18	27.47	28.16	28.45
30	24.46	25.15	25.44	26.12	26.41	27.10	27.38	28. 7	28.35
40	24.39	25. 7	25.35	26. 4	26.32	27. 1	27.29	27.58	28.26
50	24.31	24.59	25.27	25.56	26.24	26.52	27.21	27.49	28.17
62. 0	24.23	24.51	25.19	25.47	26.15	26.43	27.12	27.40	28. 8
10	24.15	24.43	25.11	25.39	26. 7	26.35	27. 3	27.31	27.59
20	24. 7	24.35	25. 2	25.30	25.58	26.26	26.54	27.22	27.50
30	23.59	24.26	24.54	25.22	25.50	26.17	26.45	27.13	27.40
40	23.51	24.17	24.46	25.13	25.41	26. 8	26.36	27. 4	27.31
50	23.43	24.10	24.38	25. 5	25.32	26. 0	26.27	26.54	27.22

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5′	6″	7″	8″	9″		″
0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	1′	1″
6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	2	2
11	12	12	13	13	14	14	15	15	16	3	2
17	17	18	18	19	19	20	20	21	22	4	3
22	23	23	24	24	25	25	26	26	27	5	4
28	28	29	29	30	30	31	31	32	33	6	5
0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	6
5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	8	6
11	11	12	12	13	13	14	19	15	16	9	7
16	17	17	18	18	18	19	20	20	21		
21	22	23	23	24	24	25	25	26	26		
27	27	28	28	29	30	30	31	[illegible]	32		
0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	1	1
5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	2	2
10	11	11	12	13	13	14	14	15	15	3	3
16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	4	3
21	21	22	22	23	23	24	25	25	26	5	4
26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	6	5
0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	6
5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	8	7
10	11	11	12	12	13	13	14	14	15	9	7
15	16	16	17	17	18	18	19	19	20		
20	21	21	22	22	23	23	24	24	25		
25	26	26	27	27	28	28	29	29	30		
0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	1′	1
5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	2	2
10	10	11	11	12	12	13	13	14	14	3	3
15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	4	3
20	20	21	21	22	22	23	23	24	24	5	4
25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	6	5
0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	7	6
5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	8	7
10	10	10	11	11	12	12	13	13	14	9	8
14	15	15	16	16	17	17	18	18	19		
19	20	20	21	21	21	22	22	23	23		
24	24	25	25	26	26	27	27	28	28		
0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	1	1
5	5	6	6	6	7	7	8	8	9	2	2
9	10	10	11	11	12	12	12	13	13	3	3
14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	4	4
18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	5	4
23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	6	5

SUITE DE

PARALLAXE DE LA LU

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61
63° 0′	23′ 35″	24′ 2″	24′ 29″	24′ 56″	25′ 24″	25′ 51″	26′ 18″	26′ 45″	27′
10	23.27	23.54	24.21	24.48	25.15	25.42	26. 9	26.36	27.
20	23.19	23.45	24.12	24.39	25. 6	25.33	26. 0	26.27	26.
30	23.11	23.37	24. 4	24.31	24.58	25.24	25.51	26.18	26.
40	23. 2	23.29	23.56	24.22	24.49	25.15	25.42	26. 9	26.
50	22.54	23.21	23.47	24.14	24.40	25. 7	25.33	26. 0	26.
64. 0	22.46	23.11	23.39	24. 5	24.31	24.58	25.24	25.50	26.
10	22.38	23. 4	23.30	23.57	24.23	24.49	25.15	25.41	26.
20	22.30	22.56	23.22	23.48	24.14	24.40	25. 6	25.32	25.
30	22.22	22.48	23.14	23.39	24. 5	24.31	24.57	25.23	25.
40	22.14	22.39	23. 5	23.31	23.56	24.22	24.48	25.13	25.
50	22. 6	2[illegible]31	22.57	23.22	23.48	24.13	24.39	25. 4	25.
65. 0	21.57	22.23	22.48	23.13	23.39	24. 4	24.30	24.55	25.
10	21.49	22.14	22.40	23. 5	23.30	23.55	24.20	24.46	25.
20	21.41	22. 6	22.31	22.56	23.21	23.46	24.11	24.36	25.
30	21.33	21.58	22.23	22.47	23.12	23.37	24. 2	24.27	24.
40	21.25	21.49	22.14	22.39	23. 3	23.28	23.53	24.18	24.
50	21.16	21.41	22. 5	22.30	22.55	23.19	23.44	24. 8	24
66. 0	21. 8	21.32	21.57	22.21	22.46	23.10	23.34	23.59	24
10	21. 0	21.24	21.48	22.13	22.37	23. 1	23.25	23.50	24
20	20.52	21.16	21.40	22. 4	22.28	22.52	23.16	23.40	24
30	20.43	21. 7	21.31	21.55	22.19	22.43	23. 7	23.31	23
40	20.35	20.59	21.23	21.46	22.10	22.34	22.58	23.21	23
50	20.27	20.50	21.14	21.37	22. 1	22.25	22.48	23.12	23
67. 0	20.18	20.42	21. 5	21.29	21.52	22.16	22.39	23. 2	23
10	20.10	20.33	20.57	21.20	21.43	22. 6	22.30	22.53	23
20	20. 2	20.25	20.48	21.11	21.34	21.57	22.20	22.44	23
30	19.53	20.16	20.39	21. 2	21.25	21.48	22.11	22.34	22
40	19.45	20. 8	20.31	20.53	21.16	21.39	22. 2	22.25	22
50	19.37	19.59	20.22	20.45	21. 7	21.30	21.52	22.15	22
68. 0	19.28	19.51	20.13	20.36	20.58	21.21	21.43	22. 6	22
10	19.20	19.42	20. 4	20.27	20.49	21.11	21.34	21.56	22
20	19.11	19.34	19.56	20.18	20.40	21. 2	21.24	21.46	22
30	19. 3	19.25	19.47	20. 9	20.31	20.53	21.15	21.37	21
40	18.55	19.16	19.38	20. 0	20.22	20.44	21. 6	21.27	21
50	18.46	19. 8	19.29	19.51	20.13	20.34	20.56	21.18	21
69. 0	18.38	18.59	19.21	19.42	20. 4	20.25	20.47	21. 8	21
10	18.29	18.51	19.12	19.33	19.55	20.16	20.37	20.59	21
20	18.21	18.42	19. 3	19.24	19.46	20. 7	20.28	20.49	21
30	18.12	18.33	18.54	19.15	19.36	19.57	20.18	20.39	21
40	18. 4	18.25	18.46	19. 6	19.27	19.48	20. 9	20.30	20
50	17.54	18.16	18.37	18.57	19.18	19.39	20. 0	20.20	20

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0"	1"	2"	3"	4"	5"	6"	7"	8"	9"		—
0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	7'	6"
4	5	5	6	6	7	7	8	8	8	8	7
9	9	10	10	11	11	12	12	12	13	9	8
14	13	14	15	15	16	16	17	17	17		
18	18	19	19	20	20	21	21	21	22		
22	23	23	24	24	25	25	25	26	26		
0	0	1	1	2	2	3	3	3	4	1	1
4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	2	2
9	9	9	10	10	11	11	12	12	12	3	3
13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	4	4
17	18	18	18	19	19	20	20	21	21	5	4
22	22	22	23	23	24	24	25	25	25	6	5
0	0	1	1	2	2	2	3	3	4	7	6
4	5	5	5	6	6	7	7	7	8	8	7
8	9	9	10	10	10	11	11	12	12	9	8
12	13	13	14	14	14	15	15	16	16		
17	17	17	18	18	19	19	19	20	20		
21	21	22	22	22	23	23	24	24	24		
0	0	1	1	2	2	2	3	3	4	1	1
4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	2	2
8	8	9	9	10	10	10	11	11	12	3	3
12	12	13	13	14	14	14	15	15	16	4	4
16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	5	5
20	20	21	21	21	22	22	23	23	23	6	5
0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	7	6
4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	8	7
8	8	8	9	9	10	10	10	11	11	9	8
11	12	12	13	13	13	14	14	14	15		
15	16	16	16	17	17	18	18	18	19		
19	19	20	20	21	21	21	22	22	22		
0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	1	1
4	4	4	5	5	5	6	6	7	7	2	2
7	8	8	8	9	9	10	10	10	11	3	3
11	11	12	12	12	13	13	14	14	14	4	4
15	15	15	16	16	16	17	17	18	18	5	5
18	19	19	19	20	20	20	21	21	22	6	5
0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	7	6
4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	8	7
7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	9	8
11	11	11	12	12	12	13	13	13	14		
14	14	15	15	15	16	16	16	17	17		
18	18	18	19	19	19	20	20	20	21		

SUITE DE

PARALLAXE DE LA LU

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale. 53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	6
70° 0′	17′ 47″	18′ 7″	18′ 28″	18′ 49″	19′ 9″	19′ 30″	19′ 50″	20′ 11″	20′
10	17.38	17.59	18.19	18.39	19. 0	19.20	19.41	20. 1	20
20	17.30	17.50	18.10	18.30	18.51	19.11	19.31	19.51	20
30	17.21	17.41	18. 1	18.21	18.41	19. 1	19.22	19.42	20
40	17.13	17.33	17.53	18.12	18.32	18.52	19.12	19.32	19
50	17. 4	17.24	17.44	18. 3	18.23	18.43	19. 2	19.22	19
71. 0	16.56	17.15	17.35	17.54	18.14	18.33	18.53	19.12	19
10	16.47	17. 6	17.26	17.45	18. 5	18.24	18.43	19. 3	19
20	16.39	16.58	17.17	17.36	17.55	18.15	18.34	18.53	19
30	16.30	16.49	17. 8	17.27	17.46	18. 5	18.24	18.43	19
40	16.21	16.40	16.59	17.18	17.37	17.56	18.15	18.33	18
50	16.13	16.32	16.50	17. 9	17.28	17.46	18. 5	18.24	18
72. 0	16. 4	16.23	16.41	17. 0	17.18	17.37	17.55	18 14	18
10	15.56	16.14	16.32	16.51	17. 9	17.27	17.46	18. 4	18
20	15.47	16. 5	16.23	16.42	17. 0	17.18	17.36	17.54	18
30	15.38	15.56	16.14	16.32	16.50	17. 9	17.27	17.45	18
40	15.30	15.47	16. 5	16.23	16.41	16.59	17.17	17.35	17
50	15.21	15.39	15.56	16.14	16.32	16.50	17. 7	17.25	17
73. 0	15.12	15.30	15.47	16. 5	16.22	16.40	16.58	17.15	17
10	15. 4	15.21	15.38	15.56	16.13	16.31	16.48	17. 5	17
20	14.55	15.12	15.29	15.47	16. 4	16.21	16.38	16.55	17
30	14.46	15. 3	15.20	15.37	15.54	16.11	16.29	16.46	1
40	14.38	14.56	15.11	15.28	15.45	16. 2	16.19	16.36	1
50	14.29	14.46	15. 2	15.19	15.36	15.52	16. 9	16.26	1
74. 0	14.20	14.37	14.53	15.10	15.26	15.43	15.59	16.16	1
10	14.11	14.27	14.43	15. 0	15.16	15.33	15.49	16. 5	1
20	14. 3	14.19	14.35	14.51	15. 8	15.24	15.40	15.56	1
30	13.54	14.10	14.26	14 42	14.58	15.14	15.30	15.46	1
40	13.45	14. 1	14.17	14.33	14.49	15. 5	15.20	15.36	1
50	13.37	13.52	14. 8	14.24	14.39	14.55	15.11	15.26	1
75. 0	13.28	13.43	13.59	14.14	14.30	14.45	15. 1	15.16	1
10	13.19	13.34	13.50	14. 5	14.20	14.36	14.51	15. 7	1
20	13.10	13.25	13.41	13.56	14.11	14.26	14.41	14.57	1
30	13. 1	13.16	13.31	13.47	14. 2	14.17	14.32	14.47	1
40	12.53	13. 8	13.22	13.37	13.52	14. 7	14.22	14.37	1
50	12.44	12.59	13.13	13.28	13.43	13.57	14.12	14.27	1
76. 0	12.35	12.49	13. 4	13.19	13.33	13.48	14. 2	14.17	1
10	12.26	12.41	12.55	13. 9	13.24	13.38	13.52	14. 7	1
20	12.17	12.32	12.46	13. 0	13.14	13.28	13.43	13.57	1
30	12. 9	12.23	12.37	12.51	13. 5	13.19	13.33	13.47	1
40	12. 0	12.13	12.27	12.41	12.55	13. 9	13.22	13.36	1
50	11.51	12. 4	12.18	12.31	12.45	12.59	13.12	13.26	1

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0"	1"	2"	3"	4"	5"	6"	7"	8"	9"	·	—
0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	1	1
3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	2	2
7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	3	3
10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	4	4
13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	5	5
17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	6	6
0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	7	6
3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	8	7
6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9	8
10	10	10	10	11	11	11	12	12	12		
13	13	13	14	14	14	15	15	15	16		
16	16	16	17	17	17	18	18	18	19		
0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	1	1
3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	2	2
6	6	7	7	7	8	8	8	8	9	3	3
9	9	10	10	10	11	11	11	11	12	4	4
12	12	13	13	13	14	14	14	14	15	5	5
15	15	16	16	16	17	17	17	17	18	6	6
0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	7	7
3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	8	8
6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	9	9
9	9	9	9	10	10	10	11	11	11		
11	12	12	12	12	13	13	13	14	14		
14	14	15	15	15	16	16	16	16	17		
0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	2	2
5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	3	3
8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	4	4
11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	5	5
13	14	14	14	14	15	15	15	15	16	6	6
0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	7	7
3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	8	8
5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	9	9
8	8	8	8	9	9	9	9	10	10		
10	10	11	11	11	11	12	12	12	12		
13	13	13	13	14	14	14	14	15	15		
0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	1	1
2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	2	2
5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	3	3
7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	4	4
9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	5	5
12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	6	6

SUITE DE L

PARALLAXE DE LA LUN

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
77° 0′	11′ 42″	11′ 56″	12′ 9″	12′ 23″	12′ 36″	12′ 50″	13′ 3″	13′ 17″	13′ 39″
10	11.33	11.46	11.59	12.13	12.26	12.39	12.53	13. 6	13.19
20	11.25	11.37	11.50	12. 3	12.17	12.30	12.43	12.56	13. 9
30	11.16	11.29	11.42	11.55	12. 8	12.21	12.34	12.47	13. 0
40	11. 7	11.20	11.32	11.45	11.58	12.11	12.24	12.36	12.49
50	10.58	11.11	11.23	11.36	11.48	12. 1	12.14	12.26	12.39
78. 0	10.49	11. 1	11.14	11.26	11.39	11.51	12. 4	12.16	12.29
10	10.40	10.52	11. 5	11.17	11.29	11.42	11.54	12. 6	12.19
20	10.31	10.43	10.55	11. 8	11.20	11.32	11.44	11.56	12. 8
30	10.22	10.34	10.45	10.58	11.10	11.22	11.34	11.46	11.58
40	10.14	10.25	10.37	10.49	11. 1	11.12	11.24	11.36	11.48
50	10. 5	10.16	10.28	10.39	10.51	11. 3	11.14	11.26	11.38
79. 0	9.56	10. 7	10.19	10.30	10.41	10.53	11. 4	11.16	11.27
10	9.47	9.58	10. 9	10.21	10.32	10.43	10.54	11. 6	11.17
20	9.38	9.49	10. 0	10.11	10.22	10.33	10.44	10.56	11. 7
30	9.29	9.40	9.51	10. 2	10.13	10.24	10.35	10.45	10.56
40	9.20	9.31	9.42	9.52	10. 3	10.14	10.25	10.35	10.46
50	9.11	9.22	9.32	9.43	9.53	10. 4	10.15	10.25	10.36
80. 0	9. 2	9.13	9.23	9.33	9.44	9.54	10. 5	10.15	10.26
10	8.53	9. 3	9.14	9.24	9.34	9.44	9.55	10. 5	10.15
20	8.44	8.54	9. 4	9.14	9.25	9.35	9.45	9.55	10. 5
30	8.35	8.45	8.55	9. 5	9.15	9.25	9.35	9.45	9.55
40	8.26	8.36	8.46	8.56	9. 5	9.15	9.25	9.34	9.44
50	8.17	8.27	8.37	8.46	8.56	9. 5	9.15	9.24	9.34
81. 0	8. 8	8.18	8.27	8.37	8.46	8.55	9. 5	9.14	9.24
10	7.59	8. 9	8.18	8.27	8.36	8.46	8.55	9. 4	9.1
20	7.51	8. 0	8. 9	8.18	8.27	8.36	8.45	8.54	9.
30	7.42	7.50	7.59	8. 8	8.17	8.26	8.35	8.44	8.5
40	7.33	7.41	7.50	7.59	8. 7	8.16	8.25	8.33	8.4
50	7.24	7.32	7.41	7.49	7.58	8. 6	8.15	8.23	8.3
82. 0	7.15	7.23	7.31	7.40	7.48	7.56	8. 5	8.13	8.2
10	7. 6	7.14	7.22	7.30	7.38	7.46	7.55	8. 3	8.1
20	6.57	7. 5	7.13	7.21	7.29	7.37	7.45	7.53	8.
30	6.48	6.55	7. 3	7.11	7.19	7.27	7.35	7.42	7.5
40	6.39	6.46	6.54	7. 2	7. 9	7.17	7.25	7.32	7.4
50	6.30	6 37	6.45	6.52	6.59	7. 7	7.14	7.22	7.2
83. 0	6.21	6.28	6.35	6.42	6.50	6.57	7. 4	7.12	7.1
10	6.12	6.19	6.26	6.33	6.40	6.47	6.54	7. 2	7.
20	6. 3	6.10	6.16	6.23	6.30	6.37	6.44	6.51	6.5
30	5.53	6. 0	6. 7	6.14	6.21	6.27	6.34	6.41	6.4
40	5.44	5.51	5.58	6. 4	6.11	6.18	6 24	6.31	6.3
50	5.35	5.42	5.49	5.55	6. 1	6. 8	6.14	6.21	6.

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0"	1"	2"	3"	4"	5"	6"	7"	8"	9"		—
0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	7'	7"
2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	8	8
4	5	5	5	5	6	6	6	6	6	9	9
7	7	7	7	7	8	8	8	8	9		
9	9	9	9	10	10	10	10	10	11		
11	11	11	12	12	12	12	12	13	13		
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	1	1
2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	2	2
4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	3	3
6	6	6	7	7	7	7	7	8	8	4	4
8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	5	5
10	10	10	11	11	11	11	11	12	12	6	6
0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	7	7
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	8	8
4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	9	9
5	6	6	6	6	6	7	7	7	7		
7	7	8	8	8	8	8	9	9	9		
9	9	9	10	10	10	10	10	11	11		
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2
3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	3	3
5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	4	4
7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	5	5
8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	6	6
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	7	7
1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	8	8
3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	9	9
4	5	5	5	5	5	5	5	6	6		
6	6	6	6	7	7	7	7	7	7		
7	8	8	8	8	8	8	8	9	9		
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	3	3
4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	4	4
5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	5	5
7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	6	6
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	7	7
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	8	8
2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	9	9
3	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
5	5	5	5	5	5	5	5	5	6		
6	6	6	6	6	6	6	6	7	7		

FIN DE LA

PARALLAXE DE LA LUNE

Hauteur appar.	Parallaxe horizontale.								
	53′	54′	55′	56′	57′.	58′	59′	60′	61′
84° 0′	5′ 26″	5′ 32″	5′ 39″	5′ 45″	5′ 52″	5′ 58″	6′ 4″	6′ 10″	6′ 17″
10	5.17	5.23	5.30	5.36	5.42	5.48	5.54	6. 0	6. 6
20	5. 8	5.14	5.21	5.26	5.32	5.38	5.44	5.50	5.56
30	4.59	5. 5	5.11	5.17.	5.22	5.28	5.34	5.40	5.45
40	4.50	4.56	5. 1	5. 7	5.13	5.18	5.24	5.29	5.35
50	4.41	4.47	4.52	4.57	5. 3	5. 8	5.14	5.19	5.24
85. 0	4.32	4.37	4.43	4.48	4.53	4.58	5. 4	5. 9	5.14
10	4.23	4.28	4.33	4.38	4.43	4.48	4.53	4.59	5. 4
20	4.14	4.19	4.24	4.29	4.34	4.38	4.43	4.48	4.53
30	4. 5	4.10	4.14	4.19	4.24	4.29.	4.33	4.38	4.43
40	3.56	4. 1	4. 5	4.10	4.14	4,19	4.23	4.28	4.32
50	3.47	3.51	3.56	4. 0	4. 4	4. 9	4.13	4.17	4.22
86. 0	3.38	3.42	3.46	3.50	3.55	3.59	4. 3	4. 7	4.11
10	3.29	3.33	3.37	3.41	3.45	3.49	3.53	3.57	4. 1
20	3.20	3.24	3.27	3.31	3.35	3.39	3.43	3.47	3.50
30	3.11	3.14	3.18	3.22	3.25	3.29	3.33	3.36	3.40
40	3. 2	3. 5	3. 9	3.12	3.16	3.19	3.23	3.36	3.29
50	2.53	2.56	2.59	3. 2	3. 6	3. 9	3.12	3.16	3.19
87. 0	2.43	2.47	2.50	2.53	2.56	2.59	3. 2	3. 5	3. 9
10	2.34	2.37	2.40	2.43	2.46	2.49	2.52	2.55	2.58
20	2.25	2.28	2.31	2.34	2.36	2.39	2.42	2.45	2.48
30	2.16	2.19	2.21	2.24	2.27	2.29	2.32	2.35	2.37
40	2. 7	2.10	2.12	2.14	2.17	2.19	2.22	2.24	2.27
50	1.58	2. 0	2. 3	2. 5	2. 7	2. 9	2.12	2.14	2.16
88. 0	1.49	1.51	1.53	1.55	1.57	1.59	2. 2	2. 4	2. 6
10	1.39	1.42	1.44	1.46	1.48	1.50	1.51	1.53	1.55
20	1.31	1.33	1.34	1.36	1.38	1.40	1.41	1.43	1.45
30	1.22	1.23	1.25	1.26	1.28	1.30	1.31	1.33	1.34
40	1.13	1.14	1.15	1.17	1.18	1.20	1.21	1.22	1.24
50	1. 4	1. 5	1. 6	1, 7	1. 8	1.10	1.11	1.12	1.13
89. 0	0.55	0.56	0.57	0.58	0.59	1. 0	1. 1	1. 2	1. 3
10	0.45	0.46	0.47	0.48	0.49	0.50	0.51	0.52	0.52
20	0.36	0.37	0.38	0.38	0.39	0.40	0.41	0.41	0.42
30	0.27	0.27	0.28	0.28	0.29	0.30	0.30	0.31	0.32
40	0.18	0.19	0.19	0.19	0.20	0.20	0.20	0.21	0.21
50	0. 9	0. 9	0. 9	0.10	0,10	0.10	0.10	0,10	0.10

TABLE VIII.

MOINS LA RÉFRACTION.

Parties proportionnelles pour la parallaxe.										Pour la hauteur.	
0″	1″	2″	3″	4″	5″	6″	7″	8″	9″		—
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1′	1″
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	7	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8	8
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	9	9
2	2	2	3	3	3	3	3	3	3		
3	3	3	3	3	4	4	4	4	4		
4	4	4	4	4	4	4	4	5	5		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	4	4
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	5
3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	6	6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	7
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	8	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	9
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2		
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
2	2	2	2	2	2	2	2	3	3		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	6	6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		

TABLE X.

Changement en hauteur pendant la dernière minute qui précède, et la première minute qui suit le passage au méridien.

Latitude.	Déclinaison de même dénomination que la latitude.												
	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0°	★	56″2	28″1	18″7	14″0	11″1	9″2	7″9	6″9	6″0	5″4	4″9	4″4
2	56″2	★	56,1	28,0	18,6	13,9	11,1	9,2	7,8	6,8	5,9	5,3	4,8
4	28,1	56,1	★	55,8	27,8	18,5	13,8	11,0	9,1	7,7	6,7	5,9	5,2
6	18,7	28,0	55,8	★	55,4	27,5	18,3	13,6	10,8	8,9	7,6	6,6	5,8
8	14,0	18,6	27,8	55,4	★	54,9	27,3	18,1	13,4	10,7	8,8	7,5	6,4
10	11,1	12,9	18,5	27,0	54,9	★	54,2	26,9	17,8	13,2	10,5	8,6	7,3
12	9,2	11,1	13,8	18,3	27,3	54,2	★	53,4	26,5	17,5	13,0	10,3	8,4
14	7,9	9,2	11,0	13,6	18,1	26,9	53,4	★	52,5	26,0	17,1	12,7	9,8
16	6,9	7,8	9,1	10,8	13,4	17,8	26,5	52,5	★	51,4	25,4	16,7	12,4
18	6,0	6,8	7,7	8,9	10,7	13,2	17,5	26,0	51,4	★	50,3	24,8	16,4
20	5,4	6,0	6,7	7,6	8,8	10,5	13,0	17,1	25,4	50,3	★	49,0	24,2
22	4,9	5,3	5,9	6,6	7,5	8,6	10,3	12,6	16,8	24,8	49,0	★	47,7
24	4,4	4,8	5,2	5,8	6,4	7,3	8,4	10,0	12,4	16,3	24,2	47,7	★
26	4,0	4,3	4,7	5,2	5,7	6,3	7,1	8,2	9,8	12,1	15,9	23,5	46,2
28	3,7	4,0	4,3	4,6	5,0	5,5	6,2	6,9	8,0	9,5	11,7	15,4	22,7
30	3,4	3,6	3,9	4,2	4,5	4,9	5,3	6,0	6,8	7,8	9,2	11,3	14,9
32	3,1	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4	4,8	5,2	5,8	6,6	7,5	8,9	10,9
34	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	4,0	4,3	4,6	5,1	5,6	6,3	7,3	8,5
36	2,7	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,1	4,5	4,9	5,4	6,1	7,0
38	2,5	2,6	2,8	2,9	3,0	3,2	3,4	3,6	4,0	4,3	4,7	5,2	6,0
40	2,3	2,4	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,1	3,6	3,8	4,1	4,5	5,0
42	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,0	3,1	3,5	3,6	4,0	4,3
44	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,8
46	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,1	3,3
48	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0
50	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
52	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,4
54	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1
56	1.3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9
58	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7
60	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5
62	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1.3	1,4
64	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2
66	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0.	1,0	1,1	1,1
68	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0
70	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9
72	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8
74	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7
76	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6
80	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

SUITE DE LA TABLE X.

Changement en hauteur pendant la dernière minute qui précède, et la première minute qui suit le passage au méridien.

Latitude.	Déclinaison de différente dénomination que la latitude.												
	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0°	★	56″2	28″1	18″7	14″1	11″1	9″2	7″9	6″9	6″0	5″4	4″9	4″4
2	56″2	28,2	18,7	14,0	11,2	9,3	7,9	7,0	6,2	5,5	5,0	4,6	4,1
4	28,1	18,7	14,0	11,2	9,3	8,0	7,0	6,2	5,5	5,0	4,5	4,1	3,8
6	18,7	14,0	11,2	9,3	8,0	6,9	6,1	5,5	4,9	4,5	4,2	3,9	3,6
8	14,0	11,2	9,3	8,0	7,0	6,2	5,6	5,0	4,6	4,2	3,9	3,6	3,4
10	11,1	9,3	8,0	7,0	6,2	5,6	5.0	4,6	4,2	3,9	3,6	3,4	3,2
12	9,2	7,9	7,0	6,2	5,6	5,1	4,6	4,3	3,9	3,7	3,4	3,2	3,0
14	7,9	6,9	6,1	5,5	5,1	4,6	4,2	3,9	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8
16	6,9	6,1	5,5	5,0	4,6	4,2	3,9	3,7	3,4	3,2	3,0	2,9	3,7
18	6,0	5,5	4,9	4,6	4,2	3,9	3,6	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6
20	5,4	4,9	4,5	4,2	3,9	3,6	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,4
22	4,9	4,5	4,2	3,9	3,6	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,4	2,3
24	4,4	4,1	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,7	2,6	2,4	2,4	2,2
26	4,0	3,8	3,5	3,3	3,2	3,0	2,8	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
28	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
30	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0
32	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6	2.5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8
34	2,9	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8
36	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7
38	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6
40	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5
42	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5
44	2,0	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4
46	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3
48	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
50	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2
52	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1
54	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1
56	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0
58	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
60	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9
62	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
64	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
66	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	
68	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7		
70	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,0			
72	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6				
74	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5					
76	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5						
80	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	...	..						

TABLE XI.

Multiplicateurs des nombres de la TABLE X.

Secondes.	Intervalle entre midi et l'heure des observations.								
	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′
0	0,0	1,0	4,0	9,0	16,0	25,0	36,0	49,0	64,0
2	0,0	1,0	4,1	9,2	16,2	25,3	36,4	49,5	64,5
4	0,0	1,1	4,3	9,4	16,5	25,7	36,8	49,9	65,1
6	0,0	1,2	4,4	9,6	16,8	26,0	37,2	50,4	65,6
8	0,0	1,3	4,6	9,8	17,1	26,3	37,6	50,9	66,1
10	0,0	1,4	4,7	10,0	17,4	26,7	38,0	51,4	66,7
12	0,0	1,4	4,8	10,2	17,6	27,0	38,4	51,8	67,2
14	0,1	1,5	5,0	10,4	17,9	27,4	38,8	52,3	67,8
16	0,1	1,6	5,1	10,7	18,2	27,7	39,3	52,8	68,3
18	0,1	1,7	5,3	10,9	18,5	28,1	39,7	53,3	68,9
20	0,1	1,8	5,4	11,1	18,8	28,4	40,1	53,8	69,4
22	0,1	1.9	5,6	11,3	19,1	28,8	40,5	54,3	70,0
24	0,2	2,0	5,8	11,6	19,4	29,2	41,0	54,8	70,6
26	0,2	2,1	5,9	11,8	19,7	29,5	41,4	55,3	71,1
28	0,2	2,2	6,1	12,0	19,9	29,9	41,8	55,8	71,7
30	0,3	2,3	6,3	12,3	20,3	30,3	42,3	56,3	72,3
32	0,3	2,4	6,4	12,5	20,5	30,6	42,7	56,7	72,8
34	0,3	2,5	6,6	12,7	20,8	31,0	43,1	57,3	73,4
36	0,4	2,6	6,8	13,0	21,2	31,4	43,6	57,8	74,0
38	0,4	2,7	6,9	13,2	21,5	31,7	44,0	58,3	74,5
40	0,4	2,8	7,1	13,4	21,8	32,1	44,4	58,8	75,1
42	0,5	2,9	7,3	13,7	22,1	32,5	44,9	59,3	75,7
44	0,5	3,0	7,5	13,9	22,4	32,9	45,3	59,8	76,3
46	0,6	3,1	7,7	14,2	22,7	33,3	45,8	60,3	76,8
48	0,6	3,2	7,8	14,4	23,0	33,6	46,2	60,8	77,4
50	0,7	3,4	8,0	14,7	23,4	34,0	46,7	61,4	78,0
52	0,8	3,5	8,2	15,0	23,7	34,4	47,2	61,9	78,6
54	0,8	3,6	8,4	15,2	24,0	34,8	47,6	62,4	79,2
56	0,9	3,7	8,6	15,5	24,3	35,2	48,1	62,9	79,8
58	0,9	3,9	8,8	15,7	24,7	35,6	48,5	63,5	80,4

TABLE XII.

Multiplicateur du chemin fait en latitude.

Azimut.	Multiplicateur.	Azimut.	Multiplicateur.	Azimut.	Multiplicateur.	Azimut.	Multiplicateur.	Azimut.	Multiplicateur.	Azimut.	Multiplicateur.
0°	0,00	30°	0,13	60°	0,50	90°	1,00	120°	1,50	150°	1,87
1	0,00	31	0,14	61	0,52	91	1,02	121	1,52	151	1,88
2	0,00	32	0,15	62	0,53	92	1,04	122	1,53	152	1,88
3	0,00	33	0,16	63	0,55	93	1,05	123	1,55	153	1,89
4	0,00	34	0,17	64	0,56	94	1,07	124	1,56	154	1,90
5	0,00	35	0,18	65	0,58	95	1,09	125	1,57	155	1,91
6	0,01	36	0,19	66	0,59	96	1,11	126	1,59	156	1,91
7	0,01	37	0,20	67	0,61	97	1,12	127	1,60	157	1,92
8	0,01	38	0,21	68	0,63	98	1,14	128	1,62	158	1,93
9	0,01	39	0,22	69	0,64	99	1,16	129	1,63	159	1,93
10	0,02	40	0,23	70	0,66	100	1,17	130	1,64	160	1,94
11	0,02	41	0,25	71	0,67	101	1,19	131	1,66	161	1,95
12	0,02	42	0,26	72	0,69	102	1,21	132	1,67	162	1,95
13	0,03	43	0,27	73	0,71	103	1,23	133	1,68	163	1,96
14	0,03	44	0,28	74	0,72	104	1,24	134	1,70	164	1,96
15	0,03	45	0,29	75	0,74	105	1,26	135	1,71	165	1,97
16	0,04	46	0,31	76	0,76	106	1,28	136	1,72	166	1,97
17	0,04	47	0,32	77	0,78	107	1,29	137	1,73	167	1,97
18	0,05	48	0,33	78	0,79	108	1,31	138	1,74	168	1,98
19	0,06	49	0,34	79	0,81	109	1,33	139	1,76	169	1,98
20	0,06	50	0,36	80	0,83	110	1,34	140	1,77	170	1,99
21	0,07	51	0,37	81	0,84	111	1,36	141	1,78	171	1,99
22	0,07	52	0,38	82	0,86	112	1,38	142	1,79	172	1,99
23	0,08	53	0,40	83	0,88	113	1,39	143	1,80	173	1,99
24	0,09	54	0,41	84	0,90	114	1,41	144	1,81	174	2,00
25	0,09	55	0,43	85	0,91	115	1,42	145	1,82	175	2,00
26	0,10	56	0,44	86	0,93	116	1,44	146	1,83	176	2,00
27	0,11	57	0,46	87	0,95	117	1,45	147	1,84	177	2,00
28	0,12	58	0,47	88	0,97	118	1,47	148	1,85	178	2,00
29	0,13	59	0,49	89	0,98	119	1,49	149	1,86	179	2,00
30	0,13	60	0,50	90	1,00	120	1,50	150	1,87	180	2,00

TABLE XIII.

Hauteur du soleil à l'instant de son passage au premier vertical, ou à celui du plus grand azimut.

Latitude.	Déclinaison de même dénomination que la latitude.						
	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°
0°	0°0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′
2	0.0	90. 0	30. 1	19.30	14.31	11.36	9.40
4	0.0	30. 1	90. 0	41.52	30. 5	23.41	19.36
6	0.0	19.30	41.52	90. 0	48.40	40. 9	30.11
8	0.0	14.31	30. 5	48.41	90. 0	53.16	42. 1
10	0.0	11.35	23.41	37. 0	53.17	90. 0	56.38
12	0.0	9.40	19.36	30.11	42. 2	56.39	90. 0
14	0.0	8.18	16.45	25.36	35. 7	45.53	59.15
16	0.0	7.16	14.40	22.17	30.20	39. 4	48.59
18	0.0	6.29	13. 3	19.46	26.46	34.11	42.17
20	0.0	5.51	11.46	17.48	24. 1	30.31	37.27
22	0.0	5.21	10.44	16.12	21.49	27.37	33.43
24	0.0	4.55	9.53	14.53	20. 1	25.17	30.45
26	0.0	4.34	9. 9	13.48	18.31	23.21	28.19
28	0.0	4.16	8.33	12.52	17.15	21.43	26.17
30	0.0	4. 0	8. 1	12. 4	16.10	20.19	24.34
32	0.0	3.52	7.34	11.23	15.14	19. 8	23. 6
34	0.0	3.35	7.10	10.46	14.25	18. 8	21.50
36	0.0	3.24	6.49	10.15	15.42	17.11	20.43
38	0.0	3.15	6.31	9.47	13. 4	16.23	19.44
40	0.0	3. 7	6.14	9.21	12.30	15.40	18.52
42	0.0	2.59	5.59	8.59	11.59	15. 3	18. 6
44	0.0	2.53	5.46	8.39	11.33	14.29	17.25
46	0.0	2.47	5.34	8.21	11.10	13.58	16.48
48	0.0	2.41	5.23	8. 5	10.48	13.31	16.15
50	0.0	2.36	5.13	7.50	10.28	13. 6	15.45
52	0.0	2.32	5. 5	7.37	10.11	12.44	15.18
54	0.0	2.28	4.57	7.25	9.54	12.24	14.53
56	0.0	2.25	4.50	7.14	9.40	12. 6	14.32
58	0.0	2.22	4.43	7. 4	9.27	11.49	14.12
60	0.0	2.19	4.37	6.56	9.15	11.34	13.54
62	0.0	2.16	4.31	6.48	9. 4	11.21	13.37
64	0.0	2.14	4.27	6.41	8.53	11. 9	13.23
66	0.0	2.12	4.22	6.34	8.44	10.58	13.10
68	0.0	2. 9	4.19	6.28	8.37	10.48	12.58
70	0.0	2. 8	4.13	6.23	8.31	10.39	12.47
72	0.0	2. 6	4.12	6.19	8.25	10.31	12.38
74	0.0	2. 5	4. 9	6.15	8.20	10.25	12.30
76	0.0	2. 4	4. 7	6.11	8.15	10.19	12.23
80	0.0	2. 2	4. 4	6. 5	8. 8	10.10	12.11

SUITE DE LA TABLE XIII.

Hauteur du soleil à l'instant de son passage au premier vertical, ou à celui du plus grand azimut.

Latitude.	Déclinaison de même dénomination que la latitude.						
	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0°	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0° 0′	0 0′	0° 0′
2	9.40	8.18	7.17	6.29	5.52	5.21	4.55
4	19.36	16.45	14.40	13. 3	9.20	10.43	9.53
6	30.11	25.36	22.17	19.46	17.48	16.12	14.53
8	42. 1	35. 7	30.20	26.46	24. 1	21.48	20. 1
10	56.38	45.52	39. 3	34.11	30.30	27.37	25.16
12	90. 0	59.15	48.58	42.17	37.26	33.42	30.44
14	59.15	90. 0	61.22	51.31	45. 1	40.13	36.30
16	48.59	61.23	90. 0	63. 6	50.12	47.22	42.39
18	42.17	51.32	63. 8	90. 0	64.37	55.34	49.26
20	37.27	45. 2	53.43	64.40	90. 0	65.54	57.13
22	33.43	40.14	47.22	55.35	65.56	90. 0	67. 5
24	30.45	36.30	42.40	49.27	57.15	67. 6	90. 0
26	28.19	33.30	38.58	44.50	51.18	58.44	68. 7
28	26.17	31. 1	35.57	41.10	46.47	52.57	60. 3
30	24.34	28.56	33.57	38.11	43.10	48.32	54.26
32	23. 6	27.10	31.20	35.41	40.12	45. 0	50. 8
34	21.50	25.38	29.32	33.33	37.43	42. 4	46.40
36	20.43	24.18	27.58	31.43	35.35	39.36	43.48
38	19.44	23. 9	26.36	30. 8	33.45	37.29	41.22
40	18.52	22. 7	25.24	28.44	32. 9	35.39	39.15
42	18. 6	21.12	24.20	27.30	30.45	34. 3	37.26
44	17.25	20.23	23.23	26.25	29.30	32.38	35.50
46	16.48	19.39	22.32	25.27	28.24	31.23	34.26
48	16.15	19. 0	21.46	24.34	27.27	30.16	33.11
50	15.45	18.25	21. 5	23.48	26.32	29.17	32. 4
52	15.18	17.53	20.29	23. 6	25.44	28.23	31. 5
54	14.53	17.24	19.55	22.28	25. 1	27.35	30.11
56	14.32	16.58	19.25	21.53	24.22	26.52	29.23
58	14.12	16.35	18.58	21.22	23.47	26.13	28.40
60	13.54	16.13	18.33	20.54	23.16	25.38	28. 1
62	13.37	15.54	18.12	20.30	22.48	25. 7	27.26
64	13.23	15.37	17.53	20. 7	22.22	24.38	26.54
66	13.10	15.22	17.34	19.46	22. 0	24.13	26.26
68	12.58	15. 8	17.18	19.28	21.39	23.50	26. 1
70	12.47	14.45	17. 3	19.12	21.21	23.30	25.39
72	12.38	14.44	16.51	18.54	21. 5	23.12	25.19
74	12.30	14.35	16.40	18.45	20.51	22.56	25. 2
76	12.23	14.27	16.30	18.34	20.39	22.43	24.47
80	12.11	14.14	16.15	18.17	20.20	22.22	24.24

TABLE XIV.

Nombres pour trouver les corrections des longitudes obtenues par les montres marines.

Jours écoulés depuis que la montre a été réglée.	Multiples de la différence seconde.	Jours écoulés depuis que la montre a été réglée.	Multiples de la différence seconde.	Jours écoulés depuis que la montre a été réglée.	Multipl. de la differ. seconde.	Jours écoulés depuis que la montre a été réglée.	Multipl. de la differ. seconde.
1	1	31	496	61	1891	91	4186
2	3	32	528	62	1953	92	4278
3	6	33	561	63	2016	93	4371
4	10	34	595	64	2080	94	4465
5	15	35	630	65	2145	95	4560
6	21	36	666	66	2211	96	4656
7	28	37	703	67	2278	97	4753
8	36	38	741	68	2346	98	4851
9	45	39	780	69	2415	99	4950
10	55	40	820	70	3485	100	5050
11	66	41	861	71	2556	101	5151
12	78	42	903	72	2628	102	5253
13	91	43	946	73	2701	103	5356
14	105	44	990	74	2775	104	5460
15	120	45	1035	75	2850	105	5565
16	136	46	1081	76	2926	106	5671
17	153	47	1128	77	3003	107	5778
18	171	48	1176	78	3081	108	5886
19	190	49	1225	79	3160	109	5995
20	210	50	1275	80	3240	110	6105
21	231	51	1326	81	3321	111	6216
22	253	52	1378	82	3403	112	6328
23	276	53	1431	83	3486	113	6441
24	300	54	1485	84	3570	114	6555
25	325	55	1540	85	3655	115	6670
26	351	56	1596	86	3741	116	6786
27	378	57	1653	87	3828	117	6903
28	406	58	1711	88	3916	118	7021
29	435	59	1770	89	4005	119	7140
30	465	60	1830	90	4095	120	7260

1830.

LIBRAIRIE

POUR LES MATHÉMATIQUES, LA MARINE ET LES SCIENCES EN GÉNÉRAL.

EXTRAIT DU CATALOGUE

Des Livres qui se trouvent chez BACHELIER (Succr de feu Mme veuve COURCIER), *libraire, quai des Augustins, n° 55,* A PARIS.

TABLES DE LOGARITHMES, de LALANDE, étendues à **SEPT DÉCIMALES**, par MARIE, précédées d'une Instruction, dans laquelle on fait connaître les limites des erreurs qui peuvent résulter de l'emploi des Logarithmes des nombres et des lignes trigonométriques; par le Baron REYNAUD, examinateur des candidats pour l'École Polytechnique, etc. 1829, 1 vol. in-12, 3 fr. 50 c.

OUVRAGES ADOPTÉS PAR L'UNIVERSITÉ DE FRANCE,

POUR L'ENSEIGNEMENT DANS LES COLLÉGES, etc., etc.

Ouvrages de M. LACROIX, *Membre de l'Institut et de la Légion-d'Honneur, Doyen des Sciences à l'Université, Professeur au Collége de France, etc.*

COURS DE MATHÉMATIQUES à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations, Ouvrage adopté par le Gouvernement pour les Lycées, Écoles secondaires, Colléges, etc., 10 vol. in-8., 49 fr.

Chaque volume du Cours de M. LACROIX *se vend séparément, savoir:*

Traité élémentaire d'Arithmétique, 18e édition, 1830, 2 fr.
Élémens d'Algèbre, 14e édition, 1825, 4 fr.
Élémens de Géométrie, 14e édition, 1830, 4 fr.
Traité élémentaire de Trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'Application de l'Algèbre à la Géométrie, 8e édition, 1827, 4 fr.
Complément des Élémens d'Algèbre, 5e édition, 1825, 4 fr.
Complément des Élémens de Géométrie, ou Élémens de Géométrie descriptive, 6e édition, 1829, 3 fr.
Traité élémentaire de Calcul différentiel et de Calcul intégral, 4e édit., 1827, 8 fr.
Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des Mathématiques en particulier, ou Manière d'étudier et d'enseigner les Mathématiques, 1 volume in-8.; troisième édition, revue et augmentée, 1828, 5 fr.
Traité élémentaire du Calcul des Probabilités, in-8., 2e édition, 1822, avec une planche, 5 fr.
Introduction à la Géographie mathématique et physique. 2e édit., in-8., avec cartes, 1811, 10 fr.

TRAITÉ COMPLET DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL, 3 vol. in-4, 66 fr.

Le *Traité élémentaire d'Arithmétique*; les *Élémens d'Algèbre*, qui ne contiennent que les principes et les méthodes d'une application usuelle; les *Élémens de Géométrie*, où l'Auteur a tâché de concilier les rigueurs des démonstrations avec l'ordre naturel des propositions; et le *Traité élémentaire de Trigonométrie et d'Application de l'Algèbre à la Géométrie*, composent un Cours élémentaire après lequel on peut passer immédiatement au *Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégral*. L'Auteur a évité l'emploi des formules de l'Algèbre supérieure, afin de ne pas retarder l'entrée des Élèves dans la Mécanique et ses applications, qui sont ordinairement le but principal de l'étude des Mathématiques. Il n'a cessé, à chaque édition, de perfectionner les détails de ses ouvrages et de veiller à leur correction.

BOURDON, *Inspecteur de l'Université de Paris, Examinateur des Aspirans à l'École polytechnique.* ÉLÉMENS D'ARITHMÉTIQUE, 1 vol. in-8., 7e édition, 1830, 5 fr.

— ÉLÉMENS D'ALGÈBRE, 5e édition, 1 fort vol. in-8., 1828, 7 fr. 50 c.

BOURDON. APPLICATION DE L'ALGÈBRE A LA GÉOMÉTRIE, 2e édition, un fort vol. in-8. avec 15 planches, 1828, 7 fr. 50 c.
BIOT, Membre de l'Institut, professeur au Collége de France, etc. TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE PHYSIQUE, destiné à l'enseignement dans les Colléges, etc.; 3 forts vol. in-8., 1810. 30 fr.
— PHYSIQUE MÉCANIQUE, traduite de l'allemand de Fischer, avec notes, 4e édition, considérablement augmentée, in-8, 1830. 7 fr. 50c.
— ESSAI DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE appliquée aux courbes et aux surfaces du second ordre; in-8., avec 10 pl., 1826, 7e éd., *rev. corr. et augm.* 6 f. 50 c.
— NOTIONS ÉLÉMENTAIRES DE STATIQUE destinées aux jeunes gens qui se préparent pour l'École Polytechnique et qui suivent les Cours de l'École de Saint-Cyr; 1 vol. in-8., 1828, 3 fr. 75 c.
LEFEBVRE DE FOURCY, Examinateur des Aspirans à l'École royale Polytechnique, docteur ès-sciences, etc. LEÇONS DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE, données au Collége royal de Saint-Louis, dans lesquelles on traite des Problèmes déterminés, de la ligne droite et des lignes du second ordre; 1 vol. in-8., 5 f. 50 c.
— THÉORIE DU PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR ALGÉBRIQUE et de l'élimination entre deux équations à deux inconnues. In-8. br., 1827, 1 f. 50 c.
BEZOUT. TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE à l'usage de la Marine et de l'Artillerie, avec des Notes fort étendues et des Tables de Logarithmes, pour les Élèves qui se destinent à l'École Polytechnique; par A.-A.-L. REYNAUD, Examinateur des Candidats de l'École Polytech., etc., in-8., 13e édit. stéréot., 1828, 3 fr. 50 c.
Le *texte pur* se vend séparément, 2 fr.
Les Notes se vendent aussi séparément, 2 fr. 50 c.
— ALGÈBRE et Application de cette science à l'Arithmétique et à la Géométrie, nouvelle édition, revue et augmentée de Notes fort étendues; par A.-A.-L. REYNAUD, Examinateur des Candidats à l'École Polytechnique, etc., in-8., 1829, 6 f.
Le *texte pur* se vend séparément, 4 fr.
Les Notes se vendent aussi séparément, 4 fr.
— GÉOMÉTRIE contenant la Trigonométrie rectiligne et la Trigonométrie sphérique; Notes sur la Géométrie, Élémens de Géométrie descriptive et Problèmes; par REYNAUD, 7e édit. avec 21 planches, 1829, 6 fr.
Le *texte pur* se vend séparément, 4 fr.
Les Notes se vendent aussi séparément, 4 fr.
DEMONFERRAND, Professeur de Mathématiques et de Physique au Collége de Versailles. MANUEL D'ÉLECTRICITÉ DYNAMIQUE, ou Traité sur l'Action mutuelle des conducteurs électriques et des aimans, et sur la nouvelle Théorie du Magnétisme, *pour faire suite à tous les Traités de Physique élémentaire*, in-8., 1823, avec 5 planches, 4 fr.
HAUY. TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE PHYSIQUE, adopté par le Conseil royal de l'Instruction publique pour l'enseignement dans les Colléges, troisième édition, considérablement augmentée, 2 vol. in-8., avec 19 pl., 15 fr.
MONGE. TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE STATIQUE, à l'usage des Écoles de la Marine; 6e édition, in-8., revue par M. Hachette, ex-instituteur à l'École Polytechnique, Professeur de Mathématiques, etc., 1826, 3 fr. 50 c.
LEROY (Professeur à l'École Polytechnique). COURS DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE. ANALYSE APPLIQUÉE A LA GÉOMÉTRIE DES TROIS DIMENSIONS, contenant les surfaces du 2e ordre, avec la théorie générale des surfaces courbes et des lignes à double courbure; in-8., 1829, 5 fr.

OUVRAGES DESTINÉS AUX CANDIDATS DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ET DES ÉCOLES MILITAIRES.

Ouvrages de M. le baron REYNAUD, *Examinateur des Candidats de l'École Polytechnique et de l'École spéciale militaire.*

1°. ARITHMÉTIQUE, à l'usage des Élèves qui se destinent à l'École Polytechnique et à l'École militaire; 15e édition, augmentée d'une Table des Logarithmes des nombres entiers, depuis un jusqu'à dix mille, 1 vol. in-8., 1829, 4 fr. 50 c.
2°. ÉLÉMENS D'ALGÈBRE, à l'usage des Élèves qui se destinent à l'École royale Polytechnique et à l'École spéciale militaire, 1 vol. in-8., 7e édit., 1828, 7 f. 5 .
3°. ALGÈBRE, anc. édit., 2e section, 1 vol in-8., 1810, 5 fr.

4°. TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE ET SPHÉRIQUE; 3e édition, suivie des TABLES DES LOGARITHMES des nombres et des lignes trigonométriques de LALANDE, in-18, avec figures, 1818, 3 fr.
Les Tables de Logarithmes de LALANDE seules, sans la Trigonométrie, se vendent séparément, 2 fr.
5°. TRAITÉ D'APPLICATION DE L'ALGÈBRE A LA GÉOMÉTRIE ET DE TRIGONOMÉTRIE, à l'usage des Élèves qui se destinent à l'École Polytechnique, etc.; 1 vol. in-8., avec 10 planches, 1810, 6 fr.
6°. COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES, DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE, suivi de quelques notions d'Astronomie, à l'usage des élèves qui se destinent à subir les examens pour le Baccalauréat ès-lettres, 1 vol. in-8 avec 14 planches, 2e édition, *sous presse.*
Ce Cours est entièrement conforme au programme qui a été publié par ordre de l'Université, dans le Manuel pour le Baccalauréat ès-lettres.
7°. REYNAUD ET DUHAMEL. Problèmes et Développemens sur diverses parties des Mathématiques, in-8., 1823, avec 11 planches, 6 fr.
8°. ARITHMÉTIQUE à l'usage des Ingénieurs du Cadastre, in-8., 5 fr.
9°. MANUEL de l'Ingénieur du Cadastre; par MM. Pommiès et Reynaud, in-4., 12 fr.
10°. TRAITÉ DE TRIGONOMÉTRIE de Lagrive, avec les Notes de Reynaud, in-8., 7 fr.
—— ET NICOLLET. COURS DE MATHÉMATIQUES, à l'usage des Écoles de Marine et des Aspirans à ces Écoles; 3 vol. in-8.
1er vol. Arithmétique et Algèbre, par M. Reynaud. 5 fr.
2e vol. Géométrie et Trigonométrie, par M. Nicollet. 7 fr.
3e vol. Statique et Équilibre des Machines, *sous presse.*

Notes sur Bezout, par M. le baron Reynaud.

11°. NOTES SUR L'ARITHMÉTIQUE, 13e édit. in-8., 1826, 2 fr. 50 c.
12°. —— SUR LA GÉOMÉTRIE, in-8., 7e édit., 1828, 4 fr.
13°. —— SUR L'ALGÈBRE et Application de l'Algèbre à la Géométrie, in-8., 1822, 4 fr.

Ouvrages de M. GARNIER, *ex-Professeur à l'École Polytechnique, Docteur de la Faculté des Sciences de l'Université, Professeur de Mathématiques à l'École royale militaire.*

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE, 2e édit., in-8., 1808, 2 fr. 50 c.
—— ÉLÉMENS D'ALGÈBRE, à l'usage des Aspirans à l'École Polytechnique; 3e édit., in-8., 1811, revue, corrigée et augmentée, 6 fr.
—— Suite de ces Élémens, 2e partie, ANALYSE ALGÉBRIQUE, nouv. édit., considérablement augmentée, in-8., 1814, 7 fr.
—— GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE, ou Application de l'Algèbre à la Géométrie; seconde édition, revue et augmentée, 1 vol. in-8., avec 14 planches, 1813, 6 fr.
—— LES RÉCIPROQUES de la Géométrie, suivies d'un Recueil de Problèmes et de Théorêmes, et de la construction des Tables trigonométriques; in-8., 2e édit., considérablement augmentée, 1810.
—— ÉLÉMENS DE GÉOMÉTRIE, contenant les deux Trigonométries, les Élémens de la Polygonométrie et du levé des Plans, et l'Introduction à la Géométrie descriptive; 1 vol. in-8., avec planches, 1812, 5 fr.
—— LEÇONS DE STATIQUE, à l'usage des Aspirans à l'École Polytechnique; 1 vol. in-8, avec 12 planches, 1811, 5 fr.
—— LEÇONS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL, 2 vol. in-8., avec 4 planches, 1811 et 1812, 14 fr.
—— TRISECTION DE L'ANGLE, suivie de Recherches analytiques sur le même sujet, in-8, 1809, 2 fr. 50 c.
—— DISCUSSION DES RACINES des Équations déterminées du premier degré à plusieurs inconnues, et élimination entre deux équations de degrés quelconques à deux inconnues; 2e édit., 1 vol. in-8., 1 fr. 50 c.
FRANCŒUR, Professeur de la Faculté des Sciences de Paris, ex-Examinateur des Candidats de l'École Polytechnique, etc. COURS COMPLET DE MATHÉMATIQUES PURES, dédié à S. M. Alexandre Ier, Empereur de Russie; Ouvrage destiné aux Élèves des Écoles Normale et Polytechnique, et aux Can-

didats qui se préparent à y être admis, etc.; 3e édition, revue et augmentée, 2 vol. in-8., avec figures, 1828, 15 fr.

— URANOGRAPHIE ou TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE D'ASTRONOMIE, à l'usage des personnes peu versées dans les Mathématiques, accompagné de planisphères, etc.; 4e édit.; considérab. augm., 1 vol. in-8., avec pl., 1828, 9 f. 50 c.

FRANCŒUR. TRAITÉ DE MÉCANIQUE ÉLÉMENTAIRE, 5e édit., 1825, 7 fr. 50 c.

SUZANNE, Docteur ès-Sciences, Professeur de Mathématiques au Lycée Charlemagne, à Paris. DE LA MANIÈRE D'ÉTUDIER LES MATHÉMATIQUES; Ouvrage destiné à servir de guide aux jeunes gens, à ceux surtout qui veulent approfondir cette Science, ou qui aspirent à être admis à l'École Normale ou à l'École Polytechnique, 3 gros vol. in 8., avec figures.

Chaque partie se vend séparément, savoir :

— Première partie, PRÉCEPTES GÉNÉRAUX et ARITHMÉTIQUE; seconde édition, considérablement augmentée, in-8., 6 fr.

— Seconde partie, ALGÈBRE, *épuisée*.

— Troisième partie, GÉOMÉTRIE, in-8., 6 fr. 50 c.

BOUCHARLAT, Professeur de Mathématiques transcendantes aux Écoles militaires, Docteur ès-Sciences, etc. ÉLÉMENS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL et de Calcul intégral, 3e édit., revue et augmentée, in-8., avec pl., 1826, 6 fr.

— THÉORIE DES COURBES et des Surfaces du second ordre, précédée des principes fondamentaux de la Géométrie analytique, 2e édit., aug., in 8. 6 fr.

— ÉLÉMENS DE MÉCANIQUE, in-8., 2e édition, revue et considérablement augmentée, avec planches, 1827, 7 fr.

POISSON, Membre de l'Institut, Professeur à l'École Polytechnique et à la Faculté des Sciences de Paris, et Membre adjoint du Bureau des Longitudes. TRAITÉ DE MÉCANIQUE, 2 vol. in-8., de plus de 500 pages chacun, avec 8 planches, 1811, 12 fr.

Ce Traité de Mécanique, le plus complet qui existe, a été adopté par l'École Polytechnique pour l'instruction des Élèves. Il renferme, en outre, les notions de Statique élémentaire qu'on exige des Candidats qui se destinent à ladite École.

POINSOT, Membre de l'Institut. TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DE STATIQUE adopté pour l'instruction publique, in-8., 5e édit., 1830, avec planch., 5 fr.

DELAMBRE, Membre de l'Institut. ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, ou Leçons élémentaires d'Astronomie théorique et pratique données au Collège de France, 1 vol. in-8., 2e édit., *sous presse*.

LAPLACE (M. le marquis de), Membre de l'Institut. EXPOSITION DU SYSTÈME DU MONDE, 5e édition, 1824, in-4., avec portrait, 15 fr.

— Le même, 2 vol. in-8., 1824.

— ESSAI PHILOSOPHIQUE SUR LES PROBABILITÉS, in-8., 5e éd., 1825, 4 f.

MONGE, Membre de l'Institut, etc. GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE, 5e édition, augmentée d'une théorie des Ombres et de la Perspective, extraite des papiers de l'Auteur; par M. BRISSON, ancien Élève de l'École Polytechnique, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 1 v. in-4., avec 28 planch., 1827, 12 fr.

LE FRANÇAIS. Essai de Géométrie analytique, 2e édit., revue et augm., 2 fr. 50 c.

TREUIL. Essais de Mathématiques, contenant quelques détails sur l'Arithmétique, l'Algèbre, la Géométrie et la Statique, in-8., 1819, 2 fr.

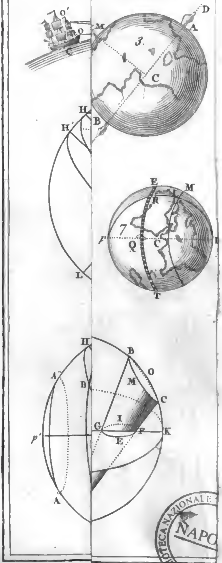
TRAITÉ DE LA RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES de tous les degrés, avec des Notes sur plusieurs points de la Théorie des Équations algébriques, par LAGRANGE, Membre de l'Institut, Grand-Officier de la Légion d'Honneur, etc.; 3e édition, in-4., 1826, 15 fr.

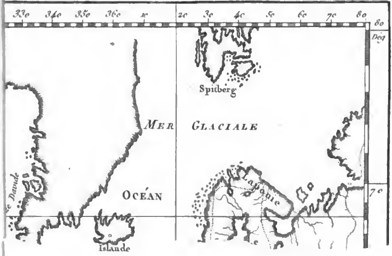
DE STAINVILLE, Répétiteur à l'École Polytechnique MÉLANGES D'ANALYSE ALGÉBRIQUE ET DE GÉOMÉTRIE, 1 vol. in-8., avec planches, 1815, 7 fr. 50 c.

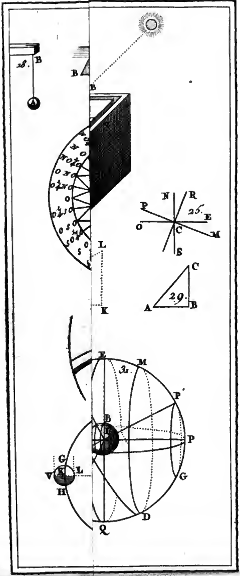
LAGRANGE, Membre de l'Institut. LEÇONS SUR LE CALCUL DES FONCTIONS, nouvelle édition, in-8., 6 fr. 50 c.

DUBOURGUET. TRAITÉS ÉLÉMENTAIRES DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET DE CALCUL INTÉGRAL, 2 vol. in-8, 1810 et 1811, 16 fr.

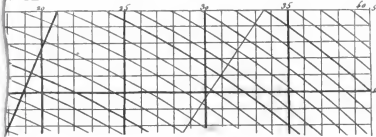
Imprimerie de HUZARD-COURCIER, rue du Jardinet-Saint-André-des-Arcs, n° 12.


3.
7

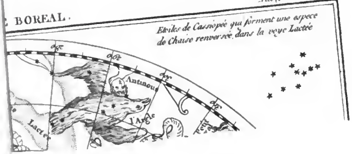

33o
34o
35o
36o
2o
3o
4o
5o
6o
7o
8o
8o
Deg
7o
Spitberg
Mer
Glaciale
Océan
Lapponie
Islande


28.
B
A
B
B
N
R
P
25.
E
O
C
M
S
L
K
C
29.
A
B
E
M
31.
P'
B
P
G
V
L
H
G
D
Q

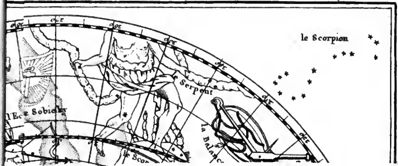
DE REDUCTION.

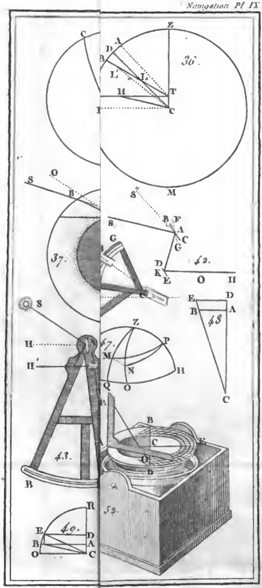


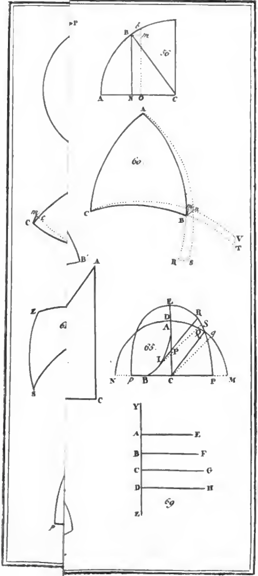
Navigation Pl. VII.



EMPHERE AUSTRAL. Navigation PL VIII.




36.
37.
42.
43.
47.
48.
49.
52.


59
60
61
65
69