

Het bepalen van een rationele aslijn voor kanalen en rivieren

DOOR

M. VAN CAUWENBERGE,
E.a. Ingenieur van Bruggen en Wegen.

(Pl. I).

(Avec résumé français)

UITTREKSEL VAN HET
TIJDSCHRIFT DER OPENBARE WERKEN VAN BELGIË
AUGUSTUS 1947

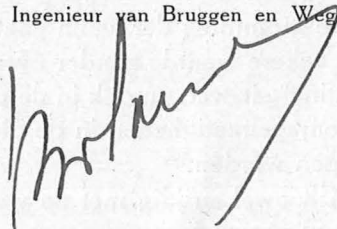
BRUSSEL
AD. GOEMAERE, DRUKKER DES KONINGS, UITGEVER
21, Grensstraat

1947

Het bepalen van een rationele aslijn voor kanalen en rivieren.

M. VAN CAUWENBERGE,
E.a. Ingenieur van Bruggen en Wegen.

Pl. I.



§ 1. — Inleiding.

Bij het opmaken van een ontwerp van een rechtekking of calibre-ring van een rivier of het graven van een kanaal stelt zich de vraag: welke kromme dient aangenomen te worden als aslijn, opdat de bedding zich natuurlijk onder profiel houde en de scheepvaart met gemak geschiede?

Sinds Fargue zijn continuïteitswetten gepubliceerd heeft, nemen wij aan dat alle elementen van een rivierbedding, kromming der aslijn, diepten, enz. moeten veranderen op geleidelijke wijze tussen minima en maxima, respectievelijk gelegen nabij de inflexiepunten en de toppen van de bochten.

Er dient eerst en vooral opgemerkt, dat de wetten van Fargue in principe toepasselijk zijn op rivieren met aantastbare bodem en vrije stroming.

Alhoewel onze bevaarbare rivieren ongeveer alle gekanaliseerd zijn, worden de stuwen opengezet gedurende de wasperiode; in deze perioden is dus de stroming vrij.

Het is juist in deze perioden van groot debiet dat de bodem aangetast wordt, zodat wij wel degelijk rekening moeten houden met de wetten van Fargue bij het ontwerpen van een nieuwe bedding.

Hetzelfde geldt voor de kanalen, welke in de wasperioden meestal belangrijke debieten af te voeren hebben.

Het spreekt ook echter van zelf, dat het slechts de eerste wet van Fargue is welke hier in aanmerking komt: namelijk deze welke de continuïteit van de verandering van de kromtestraal der as voorschrijft.

De wetten welke de diepten bepalen zijn slechts toepasselijk op natuurlijke rivieren met grote breedte ten opzichte van de diepte, b.v.

de Loire, de Garonne, en worden trouwens niet algemeen aangenomen.

In het geval van de gekanaliseerde rivieren wordt de minimumdiepte in de regel bepaald door de vereisten van de scheepvaart.

Hoewel de continuïteitswet reeds geruime tijd bekend is, werd de aslijn van gekanaliseerde rivieren of kanalen gewoonlijk samengesteld uit rechten en cirkelbogen.

De kromming der aslijn gaat dus op zekere plaatsen over van nul tot een zekere waarde zonder overgang, hetgeen in tegenstelling is met de continuïteitswet, en ook in de praktijk aanleiding geeft tot aanzandingen en onregelmatigheden in de diepten, waaraan door baggeren moet verholpen worden.

Alhoewel strijdig met de wet van Fargue, werd deze werkwijze toegepast om reden van eenvoud: de rechte lijn en de cirkelboog zijn inderdaad de krommen welke gemakkelijkst kunnen getekend worden in het studiebureau; het uitsteken op het terrein van een cirkelboog is echter tamelijk ingewikkeld.

De meeste voorgestelde krommen met geleidelijk veranderende kromming, o.a. de clothoïde, de lemniscaat, enz. zijn niet alleen moeilijk op papier te brengen, maar ook weinig practisch om op het terrein te laten uitsteken door de opmeter; ieder punt moet vooraf berekend worden in het studiebureau met behulp van een tabel, hetgeen tamelijk langdurige berekeningen vergt; anderzijds is het voor de opmeter onmogelijk ter plaatse een tussenliggend punt te bepalen, hetgeen soms absoluut noodzakelijk is.

Wij menen echter dat er een curve bestaat, welke voldoet aan alle eisen van de continuïteitswet en welke gemakkelijk kan getekend en uitgestoken worden: de parabool van de 3^e graad.

Wij nemen ons voor in deze verhandeling:

1) De noodzakelijkheid van een geleidelijke variatie van de kromming der aslijn toe te lichten, zowel van uit het standpunt der scheepvaart als van uit dat van de waterafvoer.

2) Een keuze te doen tussen de verschillende curven met geleidelijke variatie van kromtestraal.

3) Aan te tonen hoe eenvoudig het is de voorgestelde kromme — n.l. de parabool van de 3^e graad — in de practijk aan te wenden.

§ 2. — Bepaling van de aslijn van een bevaarbare rivier of kanaal.

Een gekanaliseerde rivier en een kanaal moeten beantwoorden aan een dubbel doel:

1) Het maximum debiet kunnen afvoeren mits instandhouding van de bedding.

2) De scheepvaart verzekeren met zoveel gemak als mogelijk.

Wij zien achtereenvolgens deze twee punten na :

A. — *Waterafvoer.*

De eerste wet van Fargue luidt :

« De kromming van de aslijn ener rivier verandert geleidelijk van nul aan het inflexiepunt tot een maximum aan de top van de bocht. »

In een ideaal tracé moet de kromtestraal dus veranderen van ∞ in A en B (fig. 1) tot een bepaalde waarde r_{\min} aan de top van de bocht, en dit volgens een zekere wet.

De eenvoudigste en rationeelste wet voor de kromming is de rechtlijnige (fig. 2).

In dit geval heeft men :

$$c = \frac{l}{r} = \frac{s}{k} \quad \text{ofwel}$$
$$rs = kl.$$

Het is de vergelijking ener clothoïde.

Wij zullen zien in § 3 hoe het mogelijk is in de praktijk aan deze voorwaarde te voldoen.

Er dient echter opgemerkt dat de scheepvaart slechts mogelijk is indien r_{\min} groter is dan een zekere waarde R_m , welke bepaald is door de ondervinding en afhangt van de afmetingen van het grootste schip dat de rivier moet kunnen bevaren zonder moeilijkheden.

Zo b.v. in het 600 T. programma van de Boven-Schelde neemt men aan dat 417 m. de kleinste kromtestraal is die mag aangenomen worden in een tracé.

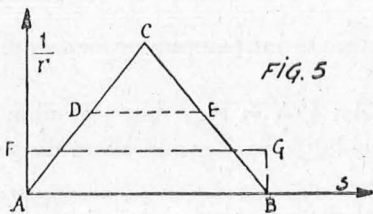
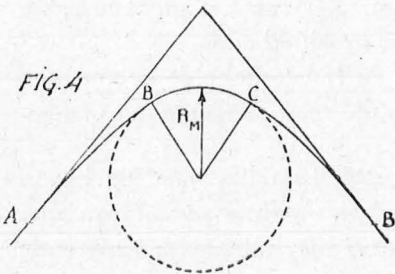
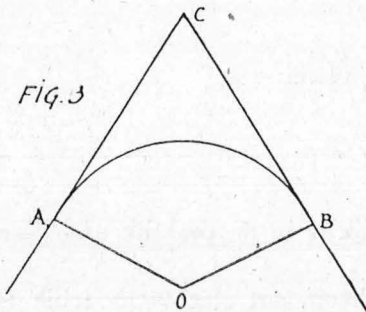
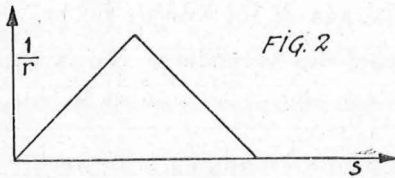
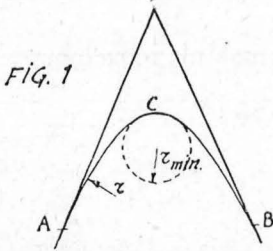
Indien men praktische toepassingen maakt, bestatigt men dat het in sommige gevallen niet mogelijk is aan deze conditie te voldoen met een tracé dat uitsluitend bestaat uit een cürve met geleidelijk variërende kromming.

Beschouwen wij fig. 3.

In bijna alle gevallen zijn de raaklijnen aan de inflexiepunten bepaald door locale omstandigheden.

Zijn de afmetingen van de figuur zo, dat $OA = R_m$, dan ziet men dat het niet mogelijk is een tracé met geleidelijk variërende kromming te tekenen

Het enig mogelijk tracé is dan een cirkel met straal R_m .



Dit geval ontmoet men dikwijls in de doortocht van steden, waar de beschikbare ruimte soms zeer beperkt is door de bestaande constructies.

Zoals wij in § 4 zullen zien, is men ook soms verplicht een aslijn aan te nemen, welke bestaat uit een cirkelboog en twee krommen met geleidelijk variërende kromtstraal (fig. 4).

Ten opzichte van de continuïteit zijn beide oplossingen — cirkel en cirkel met verbindingskromme — af te keuren, alhoewel in het tweede geval de kromming min brutaal verandert. (Zie fig. 5, waarin het diagramma ACB de verandering van kromming aangeeft voor een tracé volgens de wet van Fargue, ADEB voor een cirkel met verbindingskromme, AFGB voor een cirkel.)

Er dient ook aangestipt, dat in sommige gevallen een rechtlijnig tracé moet aangenomen worden.

Het practisch resultaat van het niet naleven der continuïteitswet is locale uitschuring en daaruitvolgende aanzanding.

De glooiingen onzer kanalen en gekanaliseerde rivieren zijn steeds versterkt, zodat het euvel niet zo groot is.

Bovendien wordt regelmatig gebaggerd om de scheepvaart de nodige diepgang te verschaffen.

Voor rivieren waar de breedte groot is ten opzichte van de diepte is het integendeel van zeer groot belang de continuïteitswet stipt na

te leven, en aldus te trachten de diepte van de thalweg natuurlijk te onderhouden.

Besluit.

1) Ten opzichte van de waterafvoer is het in principe geboden een tracé aan te nemen dat bestaat uit krommen met geleidelijk variërende kromtestraal.

2) In bepaalde gevallen moet men eenvoudigheidshalve een aslijn aannemen bestaande uit een cirkelboog verbonden door krommen met geleidelijk variërende kromtestraal.

3) De cirkelboog zonder verbindingskromme en de rechte lijn worden aangewend indien zij niet te vermijden zijn.

B. — *Scheepvaart.*

Evenals ten opzichte van de waterafvoer stelt zich ten opzichte van de scheepvaart de vraag, welke vorm aan de as dient gegeven om het varen zo gemakkelijk mogelijk te maken.

Ten opzichte van de scheepvaart is de rechte lijn zeker de meest geschikte vorm, echter is deze slechts zelden toepasselijk. Men moet dus zijn toevlucht nemen tot krommen, en het komt erop aan te bepalen welke krommen moeten aangenomen worden, opdat het schip deze kromme as zo gemakkelijk mogelijk kunne volgen.

Dit problema komt ten slotte neer op het volgende: Een motorvaartuig beweegt zich volgens een rechte lijn in stil water. Op een zeker ogenblik t wordt het roer van een hoek gedraaid. Het schip wijkt af van de rechte baan en beschrijft een kromme. Het komt erop aan deze te bepalen.

De draaiing van schepen is een uiterst ingewikkeld problema, waarvan de oplossing afhangt van de integratie van differentiaalvergelijkingen en van vele empirische coëfficiënten.

Niettemin kan op tamelijk eenvoudige manier een kwalitatieve oplossing gevonden worden op volgende wijze:

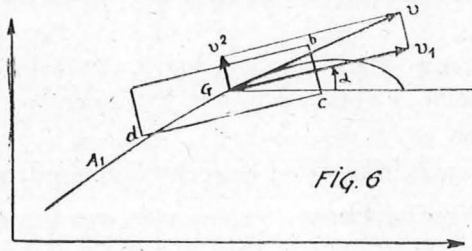
In A_1 op het ogenblik t wordt het roer gedraaid van een hoek γ . De baan van het zwaartepunt, rechtlijnig tot in A_1 , wordt een onbekende curve.

De beweging van het schip $abcd$ kan opgevat worden als resulterend van de verschuiving van G en van een draaiing rond dit punt.

De stand van het schip is op elk ogenblik bepaald door de coördinaten (x, y) van G en de waarde α van de hoek tussen de x -as en de as van het schip (fig. 6).

Wij ontbinden de snelheid V van G volgens de as van het schip en

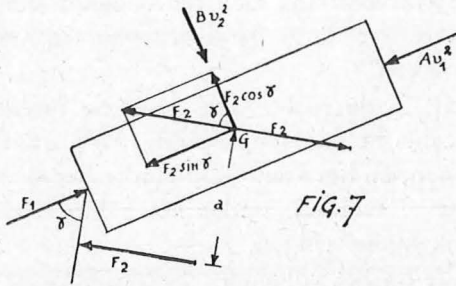
een normale erop; de componenten zijn respectievelijk V_1 en V_2 . Op de wanden en op de bodem van het schip grijpen reacties aan voortkomende van de weerstand van het water. Wij verwaarlozen eenvoudigheidshalve de wervels en depressies en beschouwen als reacties op ab en bc de schok van het water en de wrijving op al de wanden en de bodem.



De totale reacties, ontbonden volgens de richting V_1 en V_2 hebben als waarde AV_1^2 , en BV_2^2 , A en B zijnde constanten. Bovendien deze reacties grijpen nog de volgende krachten in:

F_1 = kracht uitgeoefend door de schroef in de richting van de as van het schip;

F_2 = reactie op de roerplaat, welke wij veronderstellen gericht te zijn loodrecht op het roer, hetgeen mag aangenomen worden wanneer de snelheid niet groot is, wat het geval is voor binnenschepen.



Wij kunnen de kracht F_2 verplaatsen in G mits inbrengen van een koppel $F_2 a$ (fig. 7).

Het dynamisch evenwicht van G kan dus uitgedrukt worden door de volgende vergelijkingen, vermits het zwaartepunt zich beweegt alsof alle massa's en krachten erop geconcentreerd waren:

$$M \frac{dV_y}{dt} = (F_2 \cos \gamma - B V_2^2) \cos \alpha + (F_1 - F_2 \sin \gamma - A V_1^2) \sin \alpha \quad (1)$$

$$M \frac{dV_x}{dt} = (F_1 - F_2 \sin \gamma - A V_1^2) \cos \alpha - (F_2 \cos \gamma - B V_2^2) \sin \alpha \quad (2)$$

Wij kunnen nog schrijven:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_x \cos \alpha + V_y \sin \alpha \\ V_2 &= V_y \cos \alpha - V_x \sin \alpha \end{aligned}$$

Beschouwen wij nu de beweging rond het zwaartepunt G : de draaiing rond G geschiedt alsof G onbeweeglijk ware.

Wij mogen dus schrijven :

$$I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = C_m - C_r \quad (3)$$

waarin :

- I = het traagheidsmoment van het schip rond de verticale as gaande door G.
- C_m = koppel van de kracht op het roer = $F_2 a$.
- C_r = koppel van de weerstandsreacties.

De vergelijkingen (1) (2) (3) zijn gekoppelde differentiaalvergelijkingen van de tweede orde in t van x , y en α . Het problema zou dus opgelost zijn, voor zoveel de differentiaalvergelijkingen integreerbaar zijn.

Deze oplossing kan slechts gevonden worden mits verschillende vereenvoudigingen aan te brengen :

a) De weerstand die een schip in dwarszin ontmoet is altijd veel groter dan deze in de langszin, omdat de oppervlakte van ab veel groter is dan die van bc (fig. 6).

Wij zullen deze weerstand als oneindig beschouwen, t.t.z. de afdrijving verwaarlozen.

In dit geval blijft de as van het schip rakend aan de baan, $V_2 = 0$ en $V = \omega r$, r zijnde de ogenblikkelijke kromtestraal en ω de ogenblikkelijke hoeksnelheid in de draaiing rond het krommingspunt van de baan (fig. 8).

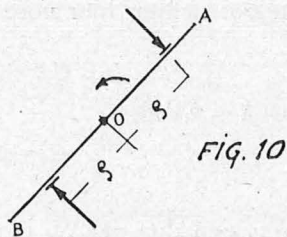
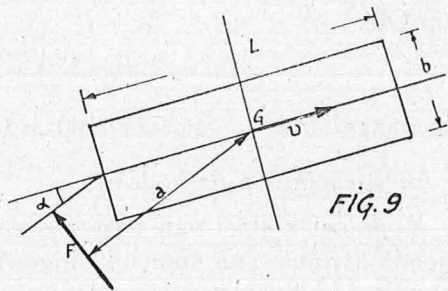
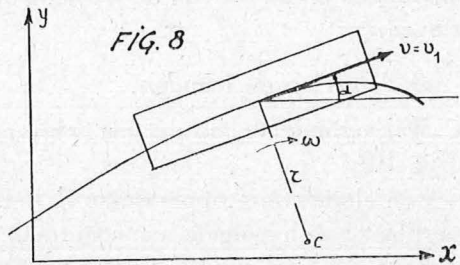
b) Wij veronderstellen de snelheid V van het schip onveranderlijk.

Berekening van C_m (fig. 9).

$$F_2 = k' S (V \sin \gamma)^2 \cos \gamma$$

S = oppervlakte van het roer

k' is een constante; volgens Hütte mag aangenomen worden :



$$k' = \frac{\varphi_1 \pi}{2 g}$$

$\varphi_1 = 2$, $\pi =$ gewicht van een m^3 water = 1.000 kgr., men heeft dus nagenoeg:

$$k' = 100$$

Indien men er mede rekening houdt dat a niet veel verschilt van $\frac{L}{2}$ is

$$C_m = F_2 a = \frac{k' V^3 S \sin^2 \gamma \cos \gamma \cdot L}{2}$$

C_m is dus eene constante voor een gegeven snelheid V en een gegeven positie van het roer.

Berekening van C_r .

Het koppel C_r bestaat uit dit van de reacties van de schok op de zijwanden en uit dit van de wrijving op de bodem en op voor- en achtersteven.

a) Schok op de wanden.

Wij veronderstellen dat het schip een plaat zij draaiend rond de as 0 (fig. 10).

Een elementaire oppervlakte $d \times d \rho$ ($d =$ diepgang) van het schip verplaatst zich volgens eene normale richting met een snelheid $\rho \cdot \omega$. $k' \times d \rho \times d \times \omega^2 \rho^2 \times \rho$ is het elementair moment rond 0.

Het koppel C_{1r} is dus, rekening houdend met het gelijk moment op OB:

$$C_{1r} = 2 dk' \omega^2 \int_0^{\frac{L}{2}} \rho^3 d\rho = \frac{k' d L^4}{32} \omega^2$$

en aangezien $k' =$ ongeveer 100, is $C_{1r} = 3,13 d \omega^3 L^4$.

b) Wrijving op de bodem.

Voor het koppel van deze wrijvingsreacties, komt men tot de volgende formule, na tamelijk ingewikkelde berekeningen, welke wij nutteloos achten hier voor te leggen:

$$C_{2r} = \frac{k \omega^2 b L^4}{32} \left(1 + 1,05 \frac{b^2}{L^2} \right)$$

waarin $k = 0,15$ dus

$$C_{2r} = 0,0047 \omega^2 b L^4 \left(1 + 1,05 \frac{b^2}{L^2} \right)$$

Wij zien dus dat C_{2r} kan verwaarloosd worden tegenover C_{1r} .

c) *Wrijving op voor- en achterstevan.*

De berekening geeft voor het koppel :

$$C_{3r} = \frac{k \omega^2 db L^3}{4} \left(1 + \frac{9}{16} \frac{b^2}{L^2} \right)$$

$$C_{3r} = 0,0375 \omega^2 db L^3 \left(1 + \frac{9}{16} \frac{b^2}{L^2} \right)$$

$$\frac{C_{3r}}{C_{1r}} \text{ ongeveer } \frac{0,0375 \times b}{3,13 \times L} = 0,012 \frac{b}{L}.$$

Voor de kast van 600 ton, $b = 6,60, L = 50$

heeft men
$$\frac{C_{3r}}{C_{1r}} = 0,00158$$

Wij mogen dus ook C_{3r} verwaarlozen.

Eindelijk hebben wij dus

$$C_r = C_{1r} = 3,13 d \omega^2 L^4 = K \omega^2,$$

K zijnde een constante welke alleen afhangt van de afmetingen en de vorm van het schip.

Vergelijking (3) mag dus als volgt geschreven worden

$$I \frac{d \omega}{dt} = C_m - K \omega^2,$$

waarin $\omega = \frac{V}{r}$.

Men heeft dus :

$$\begin{aligned} t &= \int_0^\omega \frac{I d \omega}{C_m - K \omega^2} = \frac{I}{C_m} \int_0^\omega \frac{d \omega}{1 - \frac{K \omega^2}{C_m}} = \\ &= \frac{I}{\sqrt{K C_m}} \int_0^\omega \frac{d \left(\sqrt{\frac{K}{C_m}} \omega \right)}{1 - \left(\sqrt{\frac{K}{C_m}} \omega \right)^2} \end{aligned}$$

waaruit :

$$t = \frac{I}{\sqrt{C_m K}} \text{ boog } th \left(\sqrt{\frac{K}{C_m}} \omega \right)$$

ofwel :

$$\sqrt{\frac{K}{C_m}} \omega = th \frac{t \sqrt{C_m K}}{I}$$

voor $t \rightarrow \infty$ neigt $th \frac{t\sqrt{C_m K}}{I}$ naar 1 en ω naar een limietwaarde

$$= \Omega = \sqrt{\frac{C_m}{K}} \quad (4)$$

Indien wij nu C_m vervangen door de eindwaarde $K \Omega^2$ dan bekomt men :

$$\frac{\omega}{\Omega} = th t \frac{K \Omega}{I} = th \frac{Vt \Omega K}{I V}; \text{ daer } Vt = s, V = \omega r = \Omega R,$$

heeft men eindelijk

(R is de limietwaarde van r voor $t \rightarrow \infty$)

$$\frac{R}{r} = th \frac{K}{I R} s \quad (5)$$

(5) is de vergelijking van de baan gevolgd door het schip.

Eigenschappen van de vergelijking $\frac{R}{r} = th \frac{K}{I R} s$.

A. — Wij hebben hoger gezien dat

$$V = \Omega R = R \sqrt{\frac{C_m}{K}}$$

Waaruit $R = V \sqrt{\frac{K}{C_m}}$. Wij hebben gezien dat

$$C_m = \frac{k' S L \sin^2 \gamma \cos \gamma}{2} V^2$$

$$K = \frac{k' d L^4}{32}$$

$$R = \frac{L}{4 \sin \gamma} \sqrt{\frac{d L}{S \cos \gamma}} \quad (6)$$

Blijft de snelheid van het schip constant, dan is de evenwichtsbaan, na een theoretisch oneindige tijd, een cirkel met straal R.

Deze straal is onafhankelijk van de snelheid van het schip en van de weerstandscoefficient.

Daar voor alle gelijkvormige en even diep liggende schepen $M = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{dL}{S}}$ een constante is, die alleen afhangt van de vorm en de diepgang van het schip, is R *evenredig met L*; daarenboven is R *omge-*

keerd evenredig met het product $\sin \gamma \sqrt{\cos \gamma}$ dat alleen afhangt van de stand van het roer.

$$R = \frac{ML}{\sin \gamma \sqrt{\cos \gamma}} \quad (6 \text{ bis})$$

B. — De vergelijking van de kromme kan nog geschreven worden onder de vorm

$$\begin{aligned} \frac{K_s}{IR} = \text{boog th } \frac{R}{r} &= \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + \frac{R}{r}}{1 - \frac{R}{r}} = \\ &= \frac{R}{r} \left(1 + \frac{R^2}{3r^2} + \frac{R^4}{5r^4} + \dots \right) \end{aligned}$$

Wanneer $\frac{R}{r}$ klein is, b.v. kleiner dan $1/3$, mag men schrijven

$$\frac{K_s}{IR} = \frac{R}{r}$$

waaruit
$$rs = \frac{1}{K} R^2 = C^{\text{te}}$$

Het deel van de baan begrepen tussen de rechte aflijning en een punt waar de straal ten minste driemaal groter is dan de limietwaarde R , heeft nagenoeg de vorm van een clothoïde met equatie :

$$rs = \frac{1}{K} R^2.$$

Vermits
$$I = \frac{\pi b \cdot L^3 d \left(1 + \frac{b^2}{L^2} \right)}{12 g}$$

$$K = \frac{k' d L^4}{32}$$

en
$$R = \frac{L}{4 \sin \gamma} \sqrt{\frac{dL}{S \cos \gamma}}$$
 heeft men :

$$rs = \frac{\pi b (L^2 + b^2) d}{6 k' S \times g \times \sin^2 \gamma \cos \gamma}$$

dus een constante voor alle gelijkvormige schepen en voor een bepaalde stand van het roer.

Op fig. 11 is een vereenvoudigde voorstelling gegeven van de baan welke een schip volgt bij het zwaaien.

Men bemerkt dat de kromtestraal zeer snel vermindert, en dat na

van 360° te hebben gedraaid, het schip slechts weinig weg afgelegd heeft volgens de initiële richting.

Dit feit vindt zijn toepassing bij zeeschepen, als een man over boord valt: het roer wordt spoedig gedraaid en het schip komt practisch op het uitgangspunt terug: men noemt dit manoeuvre *bijdraaien*.

Er valt echter op te merken:

1) dat fig. 11 slechts een vereenvoudigde voorstelling geeft van de baan: wij hebben geen rekening gehouden met de afdrijving, vermits wij de transversale weerstand als oneindig beschouwd hebben.

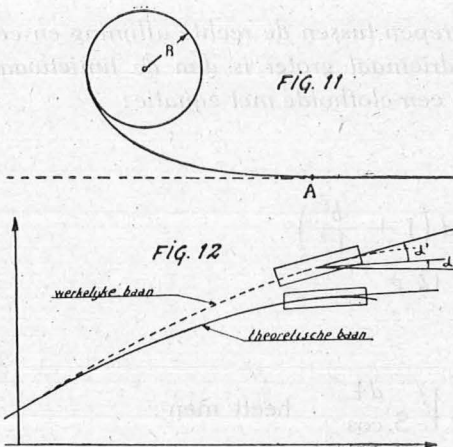
In feite kunnen wij schrijven voor de werkelijke baan:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_y}{V_x} = \frac{V_1 \sin \alpha + V_2 \cos \alpha}{V_1 \cos \alpha - V_2 \sin \alpha} \quad (\text{zie fig. 9})$$

Is $V_2 = 0$, dan is $\text{tg } \alpha' = \frac{dy}{dx} = \text{tg } \alpha$

Integendeel is $V_2 > 0$, dan is $\frac{dy}{dx} = \text{tg } \alpha' > \text{tg } \alpha$.

De werkelijke stand van het schip is dus wel deze aangeduid op fig. 12.



De kromming der baan is overal kleiner dan voor de theoretische baan. Voor een gegeven kromtestraal in dus s groter.

In feite wordt de vergelijking (5) $\frac{R}{r} = \eta \text{th} \frac{K}{IR} s$, waarin $\eta > 1$.

2) De langsas van het schip blijft in de werkelijkheid niet rakend aan de baan, maar vormt er een hoek $\epsilon = \alpha' - \alpha$ mede. Deze hoek stijgt snel tot een limietwaarde ϵ_1 welke constant blijft tijdens de regimeweging. Hierdoor vertoont de werkelijke baan een deel AB, met tegengestelde kromming (fig. 13). Dit deel

heeft slechts belang voor zeeschepen welke met grote snelheid varen.

Het is tamelijk eenvoudig een benaderende waarde te vinden van ϵ als eens de regimebeweging bereikt is, zoals wij verder zullen zien bij het bepalen der overbreedten.

3) Wij hebben ook verondersteld dat de snelheid constant is, hetgeen niet met de werkelijkheid overeenstemt.

Nochtans is de vermindering zeer gering, zoals kan bewezen worden en trouwens overeenstemt met de ondervinding.

Alles te zamen genomen zal de werkelijke baan dus weinig van de berekende baan verschillen, ten minste voor wat de algemene vorm betreft.

De conclusies dezer berekening stemmen trouwens overeen met hetgeen door proefnemingen gevonden werd en waarover b.v. de « Theorie du Navire » van Guyau en het « Hilfsbuch für den Schiffsbau » van Johan Foerster elementen verschaffen. In de geconsulteerde bibliographie hebben wij nochtans geen quantitative gegevens gevonden aangaande de coëfficiënten van weerstand tegen draaiing.

De coëfficiënten k et k' moesten dus aangenomen worden in de veronderstelling dat de weerstandscoëfficiënten voor rechtlijnig varen ook nog mogen toegepast worden voor de weerstand bij het draaien.

Het ware nuttig deze coëfficiënten proefondervindelijk te bepalen en de baan gevolgd door binnenschepen door proeven op klein model te bestuderen. Voor zover wij weten werden dergelijke proeven nog niet gedaan.

Uit bovenstaande uiteenzetting moeten wij besluiten dat wij breed moeten zijn in de interpretatie der resultaten van de berekeningen.

Lengte der verbindingen.

Wij hebben gezien dat de baan beantwoordt aan de vergelijking

$$\frac{K}{I} \cdot \frac{s}{R} = \frac{R}{r} \left(1 + \frac{R^2}{3r^2} + \frac{R^4}{5r^4} + \dots \right)$$

Wij zullen aannemen dat het gedeelte der baan begrepen tussen het rechtlijnig deel en het cirkelvormig deel beantwoordt aan de vergelijking

$$\frac{Ks}{IR} = \frac{R}{r}$$

Zolang de verhouding $\frac{R}{r}$ klein is zal het schip de verbinding volgen zonder het roer te moeten verdraaien.

Indien de verhouding $\frac{R}{r}$ — vergroot en naar 1 neigt, vergroot het verschil tussen de theoretische kromme en de aangenomen kromme. Practisch gesproken komt dit er op neer dat het roer zal moeten gemanoeuvreed worden.

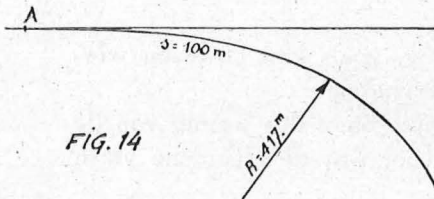


FIG. 14

Wij nemen aan dat voor de minimumstraal 417 m. van het 600 ton programma de lengte der verbinding minstens 100 m. moet bedragen (fig. 14).

Wij nemen $sr \geq 41700$ (7)

Indien dus tussen een rechtlijnig vak en een cirkelvormig vak met straal 417 m. een verbinding aangelegd wordt in de vorm van een clothoïde gegeven door de vergelijking (7), zal dit schip deze kromme volgen met een minimum van roermanoeuvres.

Eens het cirkelvormig vak bereikt, volgt het schip de cirkelvormige as zonder verdere manoeuvres, vermits de cirkelvormige beweging een regimebeweging is.

Besluit.

Ten opzichte van de scheepvaart komen wij dus tot het besluit dat een cirkelvormige as voldoening geeft, maar dat deze met een rechtlijnig deel moet verbonden worden door een curve welker kromming evenredig verandert met de afstand, t.t.z. de clothoïde

$$r \cdot s = k.$$

Dit komt trouwens overeen met hetgeen vereist wordt voor het verkeer op de autosnelwegen en spoorwegen, en voldoet tenslotte het gezond verstand.

Een recht tracé voldoet van zelfsprekend.

Rekening houdende met de eis gesteld door de waterafvoer mogen wij dus volgende regels formuleren :

- 1) Een cirkelvormige as mag aangenomen worden desnoods, maar de straal dezer as moet boven een zekere waarde blijven, bepaald door het grootste scheepstype, dat de rivier moet kunnen bevaren.
- 2) Een rechtlijnig deel kan aangenomen worden indien nodig.
- 3) Tussen een rechtlijnig deel en een cirkelboog of tussen twee cirkel-

bogen met verschillende stralen moet een verbinding aangelegd worden die voldoet aan de vergelijking

$$rs = k.$$

4) Zoveel als enigszins mogelijk, moet de aslijn bestaan uit een kromme met geleidelijk variërende kromtestraal met vergelijking

$$rs = k.$$

§ 3. — Practische verbindingskromme.

Het bepalen van de elementen van een clothoïde kan op benaderende wijze geschieden door middel van de tabellen van Heer Hoofdingenieur-Directeur Lamoën (« Annales des Travaux Publics », 1933).

Het is nochtans moeilijk deze uit te steken op het terrein, omdat alle punten van het tracé in het studiebureel moeten berekend worden. De berekeningen zijn inderdaad te ingewikkeld om aan een gewoon opmeter te kunnen toevertrouwd worden. Indien alle punten niet op het terrein kunnen uitgestoken worden wegens het bestaan van hindernissen, bevindt zich de opmeter in de onmogelijkheid de kromme te vervolledigen zonder zich opnieuw tot het studiebureel te richten, hetgeen tijdverlies veroorzaakt.

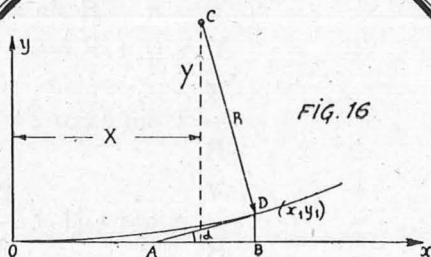
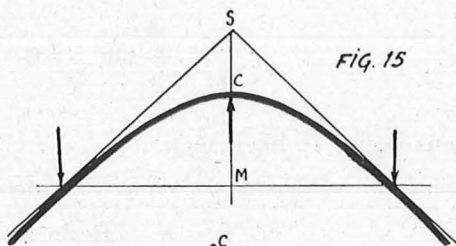
Het is dus nodig de te ingewikkelde clothoïde te vervangen door eene curve welke deze voldoende benadert doch practisch aan te wenden is.

Beschouwen wij de parabool van de 3^e graad

$$y = ax^3 ;$$

a gekend zijnde, kunnen alle punten gemakkelijk ter plaatse door de opmeter worden berekend en de tangenten worden uitgezet, vermits in elk punt de subtangente gelijk is aan $x/3$.

Een tweede vervangingskromme welke in aanmerking komt is de elastika, welke men bekomt door een buigzame lat (strooklat) op twee punten vast te leggen en in het midden een kracht P uit te oefenen. De kromme is bijzonder gemakkelijk aan te wenden in het studiebureel om snel een voorontwerp te tekenen (fig. 15).



Een eenvoudige berekening volstaat om aan te tonen dat binnen de grenzen van toepassing het verschil tussen de ordinaten van de clothoïde, de parabool van de 3^o graad en de elastika onbeduidend is.

Gezien het schip niet gebonden is aan een vaste baan en er dus alleszins enige speling mogelijk is, mogen wij er uit besluiten, dat wij zonder aarzelen de clothoïde mogen vervangen door de parabool van de 3^o graad of de elastika bij het ontwerpen van een aslijn van een rivier of kanaal.

§ 4. — Studie van de parabool van de 3^o graad.

De parabool van de 3^o graad welke wij hier beschouwen heeft als vergelijking :

$$y = ax^3 \tag{8},$$

a zijnde een parameter.

Hieruit volgt :

$$y' = \operatorname{tg} \alpha = 3ax^2$$

$$y'' = 6ax$$

$$R = \frac{(1 + 9a^2x^4)^{3/2}}{6ax} \tag{9}$$

waaruit volgt :

$$\frac{x}{R} = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha ; \tag{10}$$

vermits

$$y = \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{3}, \text{ heeft men ook}$$

$$\frac{y}{R} = \frac{2}{3} \sin^2 \alpha \cos \alpha \tag{11}$$

Volgens figuur 16 heeft men,

X en Y zijnde de coördinaten van het krommingscentrum,

$$X = x - R \sin \alpha$$

$$Y = y + R \cos \alpha \quad \text{waaruit :}$$

$$\frac{X}{R} = \sin \alpha \cos 2 \alpha \tag{12}$$

$$\frac{Y}{R} = \cos \alpha \left[1 + \frac{2}{3} \sin^2 \alpha \right] \tag{13}$$

De subtangente $AB = \frac{x}{3}$

$$\frac{s}{R} = \frac{1}{R} \int_0^x \sqrt{1+y'^2} dx$$

waaruit :

$$\frac{s}{R} = \frac{x}{R} \left[1 + \frac{\text{tg}^2 \alpha}{10} - \frac{\text{tg}^4 \alpha}{72} + \frac{\text{tg}^6 \alpha}{208} \dots \dots \right] \quad (14)$$

De formules (9) tot (14) zijn grafisch voorgesteld op diagramma I (Pl. I).

Men bemerkt dat de abscissen zich slechts uitstrekken tot

$$\text{tg } \alpha = 0,447214.$$

Er valt inderdaad op te merken dat de parabool $y = ax^3$ slechts nuttig is als verbindingskromme voor waarden van α begrepen tussen 0 en een zekere waarde α_m voor dewelke R minimum is. Boven deze waarde stijgt R.

Deze limietwaarde $\alpha_m = 24^{\circ}5'41''$.

Voor deze waarde heeft men :

$$\text{tg } \alpha_m = 0,447214 = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{X_m}{R_m} = 0,272164$$

$$\frac{x_m}{R_m} = 0,68041$$

$$\frac{Y_m}{R_m} = 1,01430$$

$$\frac{y_m}{R_m} = 0,101430$$

$$\frac{s_m}{R_m} = 0,693666$$

Toepassingen.

De parabool $y = ax^3$ is volledig bepaald indien a gekend is.

Eén bijkomende conditie is voldoende om het punt D, waar de verbinding eindigt, te bepalen.

Twee voorwaarden zijn dus in het algemeen voldoende om de verbinding te bepalen, zoals wij zullen zien.

A. — Zij gegeven R_1 en α_1 .

De plaat I laat toe onmiddellijk door aflezen, $\frac{x}{R}$, $\frac{y}{R}$, $\frac{X}{R}$, $\frac{Y}{R}$ en $\frac{s}{R}$

te bepalen. De elementen der verbinding zijn dus volledig gekend.

Men bekomt hetzelfde resultaat, met een grotere juistheid, door toepassing van de formules (9) tot (14).

Zoals hoger gezegd moet $\alpha_1 < \alpha_m$ zijn.

B. — Tussen twee raaklijnen, een hoek 2β vormende, een dubbele parabool trekken met straal R_1 aan de Apex S.

Men moet hebben :

$$\beta < \alpha_m \quad (\text{fig. 17})$$

Vermits $\alpha_1 = \beta$, valt men op geval A.

C. — Zij gegeven R_1 en x_1 .

Men berekent $\frac{x_1}{R_1}$ en plaat I geeft α_1 ; men valt op geval A.

Men moet hebben $\frac{x_1}{R_1} < 0,68041$

D. — Men kan zich ook nog R_1 en Y_1 of R_1 en X_1 of x_1 en y_1 geven. Telkenmale geven de diagrammen van plaat I onmiddellijk de oplossing.

Beschouwen wij nog in het geval B, de cirkelvormige verbinding met zelfde straal R_1 (fig. 17).

Zij CD de straal aan het raakpunt.

De lengte van de raaklijn aan de cirkel is

$$OD = R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{3 y_1}{2 \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1}$$

(y_1 is de ordinaat van het toppunt der dubbele parabool).

De lengte der raaklijn aan de parabool is

$$OA = y_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \left(1 + \frac{3}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1} \right)$$

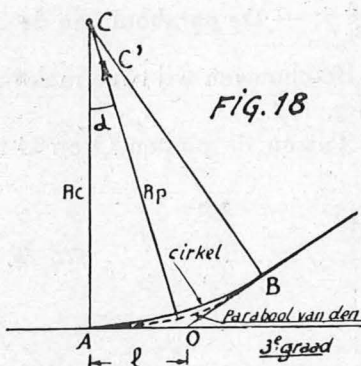
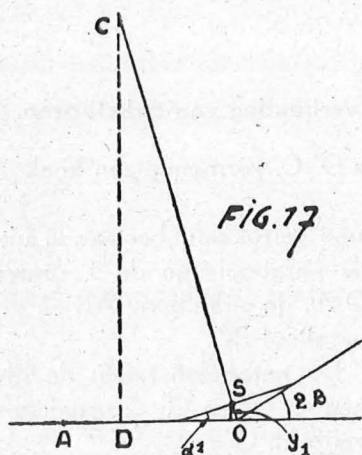
De verhouding $\frac{OA}{OD} = \frac{2}{3} \cos^3 \alpha_1 (\operatorname{tg}^2 \alpha_1 + 3)$

Voor α_1 begrepen tussen 0 en α_m is $\frac{OA}{OD}$ begrepen tussen 2 en 1,62.

Men kan hieruit besluiten dat, voor een gegeven minimumstraal, de lengte der raaklijnen van een dubbele parabool groter is dan deze van een cirkelvormige verbinding met zelfde straal.

De verhouding schommelt tussen 1,62 en 2.

Omgekeerd, beschouwen wij in het geval B, een cirkelvormige verbinding en een parabolische verbinding, rakend alle beide in A aan de raaklijn AO (fig. 18).



Wij weten reeds dat, *a priori*, de cirkel de grootste straal geeft voor een gegeven lengte der raaklijn. Het is nuttig te weten in welke mate de minimumstraal der parabool kleiner is dan de straal van de cirkel.

Men heeft:

$$l = R_c \operatorname{tg} \alpha = x_1 + y_1 \operatorname{tg} \alpha = 2 R_p \sin \alpha \cos^2 \alpha + \frac{2}{3} R_p \sin^3 \alpha$$

waaruit:

$$\frac{R_p}{R_c} = \frac{l}{2 \cos^3 \alpha + \frac{2}{3} \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Voor α begrepen tussen 0 en α_m is

$$\frac{R_p}{R_c} \text{ begrepen tussen } 0,5 \text{ en } 0,57.$$

Opmerking.

Wij weten dat, indien wij een dubbele cubische parabool aanwenden als aslijn ener rivier, R_1 groter moet zijn dan R_M (b.v. 417 m. voor de Boven-Schelde).

Opdat, in het geval B, een dubbele parabool kunne aangewend worden als aslijn, moet men dus hebben

$$\begin{aligned} \beta &< \alpha_m \\ R_1 &\geq R_M \end{aligned}$$

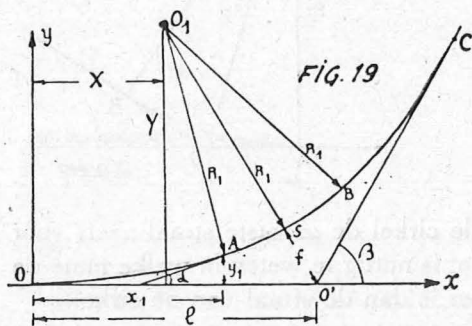
Deze laatste conditie komt neer op de volgende $l \geq 2 R_M \sin \beta \left[\cos^2 \beta + \frac{\sin^2 \beta}{3} \right]$, welke dus afhangt van l en β , die gegevens zijn van het ontwerp.

Het ligt voor de hand, dat deze twee voorwaarden gewoonlijk niet zullen voldaan zijn. In dit geval moeten wij de as samenstellen uit een cirkelboog en twee parabolische verbindingen.

§ 5. — De parabool van de 3^o graad als verbinding van cirkelbogen.

Beschouwen wij twee raaklijnen $O O'$ en $O' C$, vormende een hoek β (fig. 19).

Tussen de punten O en C is een kromme getrokken, bestaande uit de parabool van de 3^o graad $O A$, de cirkelboog AB en de parabool BC .



De parabolen raken de lijnen $O O'$ en $O' C$ respectievelijk in O en C .

De parabolen raken de cirkelboog respectievelijk in A en B . In deze punten zijn ook de kromtestralen van parabool en cirkel dezelfde.

Men heeft uit reden van symmetrie $O O' = O' C = l$.

Zij $O' S = f$.

De figuur geeft :

$$\left\{ \begin{array}{l} l = X + Y \operatorname{tg} \beta/2 \\ f = \frac{Y}{\cos \beta/2} - R \end{array} \right.$$

of

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{l}{R} = \frac{X}{R} + \frac{Y}{R} \operatorname{tg} \beta/2 \\ \frac{f}{R} = \frac{Y}{R} \frac{1}{\cos \beta/2} - 1 \end{array} \right.$$

Indien men in deze formules $\frac{X}{R}$ en $\frac{Y}{R}$ vervangt door hun waarden gegeven door (12) en (13) vindt men :

$$\frac{l}{R} = \cos 2\alpha \sin \alpha + \left(\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} + 1 \right) \cos \alpha \operatorname{tg} \beta/2 \quad (15)$$

$$\frac{f}{R} = \frac{\cos \alpha \left(\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} + 1 \right)}{\cos \beta/2} - 1 \quad (16)$$

Door deling :

$$\frac{f}{l} = \frac{\cos \alpha \left(\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} + 1 \right) - \cos \frac{\beta}{2}}{\cos \beta/2 \left[\cos 2\alpha \sin \alpha + \left(\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} + 1 \right) \cos \alpha \operatorname{tg} \beta/2 \right]} \quad (17)$$

Wij hebben reeds hoger gezien dat de verbinding moet beantwoorden aan de conditie $sr = k$.

Men heeft dus $s_1 R_1 = k$.

Men kan ook nog schrijven

$$\frac{s_1}{R_1} \cdot R_1^2 = k$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{k}{\frac{s_1}{R_1}}}$$

Nu hebben wij gezien dat

$$\text{dus: } \frac{s_1}{R_1} = \frac{x_1}{R_1} \left[1 + \frac{\text{tg}^2 \alpha}{10} - \frac{\text{tg}^4 \alpha}{72} + \dots \right] \quad)$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\sin 2 \alpha \cos \alpha \left(1 + \frac{\text{tg}^2 \alpha}{10} - \frac{\text{tg}^4 \alpha}{72} + \dots \right)}} \quad (18)$$

De formules (15) (16) (17) (18) laten toe alle problemen op te lossen welke zich kunnen stellen bij het ontwerpen van parabolische verbindingen aan een cirkelboog.

Het is echter meer practisch ze grafisch voor te stellen (*).

Diagramma's II, III, IV en V (Pl. I) geven deze grafische voorstellingen.

Diagramma II geeft de grafische voorstelling van formule (15).

De krommen $\frac{l}{R} = C^{te}$ hebben een buitengewoon regelmatig verloop.

Zij zijn beperkt door de lijn $\text{tg } \alpha = \text{tg } \beta/2$.

Voor $\text{tg } \alpha = \text{tg } \beta/2$ is de cirkelboog nul en bestaat de kromme uit twee symmetrische parabolen.

Men ziet ook dat voor een bepaalde $\text{tg } \frac{\beta}{2}$, $\frac{l}{R}$ slechts weinig verandert. Indien dus l en β gegeven zijn, kan R slechts binnen bepaalde grenzen schommelen.

Diagramma III geeft de grafische voorstelling van formule (10).

Men ziet dat, voor een bepaalde hoek β , de variatie van $\frac{f}{R}$ uiterst klein is. Indien dus f en β gegeven zijn, is R quasi bepaald.

(*) De diagrammen op grote schaal worden toegezonden op aanvraag.

Het diagramma is ook beperkt door de lijn $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta/2$ welke overeenkomt met de dubbele symmetrische parabool.

Diagramma IV geeft de voorstelling van formule (11).

Voor een bepaalde waarde van s , varieert $\frac{f}{l}$ binnen beperkte grenzen.

Het diagramma is ook beperkt door de curve $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta/2$ welke overeenstemt met de dubbele symmetrische parabool.

Diagramma V geeft de voorstelling van formule (18).

Ze laat toe, eens de elementen van een verbinding bepaald, snel na te gaan of de conditie $s R = cte$ vervuld is.

§ 6. — Ontwerpen ener aslijn — Practische gevallen.

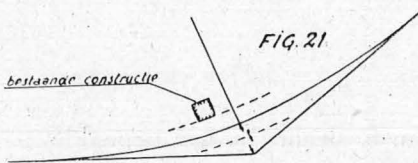
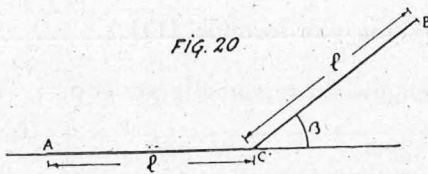
Men geeft twee raaklijnen vormende een hoek β (fig. 20). Tussen deze moet een aslijn getrokken worden.

Eerste geval.

$$\frac{\beta}{2} \leq \alpha_m \text{ of } 24^{\circ}5'41''$$

a) Men geeft de raakpunten A en B.

In dit geval is de dubbele, symmetrische parabool een mogelijke aslijn.



Men heeft $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta/2$.

Diagramma II geeft onmiddellijk l/R . Vermits l gekend is heeft men ook R .

Is R te klein (b.v. kleiner dan 417 m. voor de Boven-Schelde) dan is de dubbele symmetrische parabool te verwerpen. Men moet de as dan samenstellen uit een cirkelboog met twee parabolische verbindingen.

Is $R \geq R_m$, dan kan de dubbele symmetrische parabool aangenomen worden.

Diagramma I geeft $\frac{x}{R}$, $\frac{y}{R}$, $\frac{X}{R}$, $\frac{Y}{R}$ waaruit volgt, x , y , X en Y .

De parabool is dus volledig gekend en kan uitgezet worden zoals wij verder zullen zien.

Als laatste verificatie moet $s R > k$ zijn.

Is dit niet het geval dan moeten de gegevens van het ontwerp gewijzigd worden. Gewoonlijk zal het wel l zijn.

b) *In plaats van de raakpunten A en B te bepalen, kan het nodig zijn een bestaande constructie te ontwijken.*

In dit geval kan f benaderend of juist bepaald worden (fig. 21).

Diagramma III geeft $\frac{f}{R}$ waaruit R .

Een zelfde redenering als hierboven geeft de elementen der parabool. Indien bij het tekenen de bestaande constructie toch zou in het tracé vallen, dan hoeft men slechts te herbeginnen met een andere waarde van f .

Al deze bewerkingen schijnen vrij omslachtig. Als men echter vertrouwd is met de diagrammen nemen zij enkele minuten in beslag. Bij het maken van toepassingen zal men alras zien dat de twee beschouwde gevallen, l en β of f en β gekend, de twee hoofdgevallen zijn, en dat alle andere kunnen herleid worden tot deze.

Tweede geval.

$$\beta/2 > 24^{\circ}5'41''.$$

In dit geval is het niet mogelijk de aslijn samen te stellen uit twee parabolen van de 3° graad.

Men zou dus zijn toevlucht moeten nemen tot ingewikkelde krommen, hetgeen onpraktisch is, ofwel de aslijn samenstellen uit een cirkelboog en twee parabolische verbindingskrommen.

Zoals reeds gezegd, doet hetzelfde zich voor indien $R < R_n$ zelfs als $\beta/2 \leq 24^{\circ}5'41''$.

Het is klaar, dat in dit geval een oneindigheid van oplossingen bestaat.

Het komt er op aan, de beste te kiezen.

In feite zal de keuze wel beperkt zijn door de grootte van de minimum straal en door de bestaande constructies.

Is l gegeven, dan kan men zich als bijkomende conditie een gegeven R of f opleggen.

a) *Men geeft zich f als bijkomend gegeven.*

In dit geval kent men dus l en f dus $\frac{f}{l}$.

$\frac{f}{l}$ en β gekend zijnde, heeft men onmiddellijk α door diagramma IV.

Eens α gekend, geeft diagramma II $\frac{l}{R}$, waaruit R.

R en α gekend zijnde, heeft men door diagramma I al de elementen der parabool.

b) Men geeft zich R als bijkomend gegeven.

Men kent dan $\frac{l}{R}$.

Vermits $\frac{l}{R}$ en β gekend zijn, heeft men onmiddellijk α door diagramma II.

Eens α en R gekend, heeft men al de elementen der parabool door diagramma I.

In plaats van te vertrekken met l als gegeven, kan men f nemen en zich hetzij l , hetzij R als bijkomende conditie geven.

De te volgen weg is dezelfde als hierboven.

Het spreekt van zelf dat in ieder geval, de conditie $s R > k$ moet vervuld worden. Een kijk op diagramma V laat toe zich hiervan te vergewissen.

De waarde van k welke dient aangenomen hangt af van het grootste schip dat de rivier moet kunnen bevaren.

De theoretische waarde van k kan berekend worden door formule 5bis en volgende. De praktische aan te nemen waarde is de theoretische vermenigvuldigd met een zekerheidscoëfficiënt volgens de ruimheid die men wil geven aan het tracé.

Het ware dus logisch, de coëfficiënt k ruimheidscoëfficiënt te noemen.

Voorbeelden :

Voor de Leie (450 ton-schepen)	heeft men aangenomen	$K \geq$	20.000
Voor de Schelde (600 ton-schepen)	heeft men aangenomen...	$K \geq$	41.700 met $R_M = 417$ m.
Voor het Kanaal Gent-Brugge (2.000 ton-schepen)	$K \geq$	100.000 met $R_M = 1.000$ m.
Voor de Ringvaart (1.350 ton-schepen)	$K \geq$	100.000 met $R_M = 750$ m.
Voor het nieuw te graven deel van het Kanaal Gent-Terneuzen	stellen wij voor te nemen...	$K \geq$	2.000.000 met $R_M = 3.000$ m.

In het algemeen zal k kleiner zijn voor een te kalibreren rivier dan voor een nieuw te graven kanaal.

Immers de oevers van een rivier zijn op vele plaatsen bebouwd, zodat meestal de oude bedding in haar grote lijnen dient gevolgd. Hieruit volgt dat soms scherpe bochten zullen moeten aangenomen worden.

Daarentegen, waar het een gans nieuw kanaal geldt, b.v. de Ringvaart, is men meester van de aslijn. Het zal dan ook gemakkelijker vallen ruime bochten te voorzien.

Om het gebruik der diagrammen toe te lichten, geven wij hieronder als voorbeeld de bepaling van een deel der aslijn van de Ringvaart (Zuiderverbinding).

Volgens de terreinopname vinden wij :

$$l = 595 \text{ m. (fig. 20) en } \beta = 43^{\circ}4'43''.$$

Hieruit volgt :

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 0,394$$

Wij beproeven een dubbele symmetrische parabool.

Dus

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 0,394$$

Op de terreinopname zien wij echter dat op de oever van het nieuw kanaal belangrijke constructies staan, welke wij zo mogelijk willen ontwijken. Rekening houdend met de breedte van het Kanaal en de trekwegen, vinden wij dat $f \geq 77,50$ m. moet zijn.

Diagramma IV geeft : $\frac{f}{l} = 0,184$ waaruit $f = 79,70$ m.

hetgeen aanneembaar is, vermits groter dan 77,50 m.

Diagramma II geeft : $\frac{l}{R} = 0,67$ waaruit $R = 888$ m.

hetgeen aanneembaar is, vermits groter dan $R = 750$ m.

Diagramma I geeft :

$$\frac{x}{R} = 0,63 \quad \text{waaruit } x = 560 \text{ m.}$$

$$\frac{y}{R} = 0,0835 \quad \text{waaruit } Y = 73,4 \text{ m.}$$

Diagramma V toont onmiddellijk dat $k > 100.000$.

De dubbele symmetrische parabool is dus bepaald en voldoet aan de gestelde eisen.

§ 7. — **Bepalen der oevers. — Overbreedten.**

De aslijn bepaald zijnde, moet als volgende stap overgegaan worden tot het bepalen der oevers. De helling der glooiingen is gekend en hangt af van de natuur van de doortrokken gronden en de aangenomen oeverversterkingen.

Ten slotte komt alles neer op het bepalen van de bodembreedte.

In een rechte aflijning is deze gewoonlijk een gegeven van het ontwerp: ze hangt af, of van het grootste scheepstype, of van het af te voeren debiet.

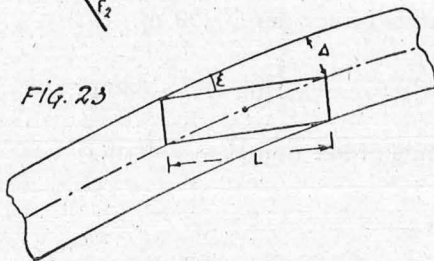
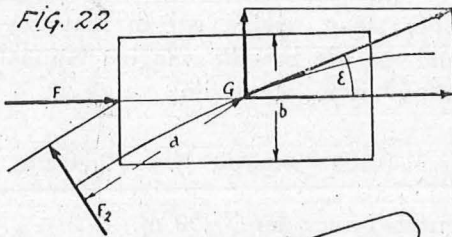
In de krommingen weten wij dat de bodembreedte moet vermeerderd worden. Tot nog toe wordt steeds als overbreedte $0,25 \frac{L^2}{R}$ aangenomen per rij schepen. Het is nuttig te onderzoeken in hoeverre deze grootheid overeenstemt met hetgeen werkelijk wordt vereist voor het gemakkelijk zwaaien der schepen.

Eenvoudigheidshalve zullen wij dit onderzoek doen in de veronderstelling dat het schip een cirkelvormige baan beschrijft.

Bij de studie van de draaiing van schepen hebben wij verondersteld dat de as van het schip rakend blijft aan de baan. In de werkelijkheid zet het schip zich schuin ten opzichte van de baan en vormt met deze een hoek ϵ .

De juiste berekening van deze hoek is zeer ingewikkeld en valt buiten het kader dezer studie.

Door het schrijven van de intrinsieke vergelijkingen van het dynamisch evenwicht bekomt men benaderend (fig. 22) :



$$\sin \epsilon = \sqrt{0,0626 \frac{L^2}{R^2} + \frac{b}{R}}$$

Men ziet op fig. 23 dat, ten gevolge van de draaiing, een verbredening noodig is van $\Delta = L \sin \epsilon$ per rij schepen.

Men kan deze formule onder volgende vorm zetten :

$$\Delta = 0,25 \frac{L^2}{R} \sqrt{1 + \alpha} \quad \text{of nog}$$

$$\Delta = 0,25 \frac{L^2}{R} \times \beta$$

β is altijd groter dan 1 en vergroot met de breedte van het schip.

Zoals hierboven gezegd, werd tot nog toe als overbreedte $0,25 \frac{L^2}{R}$ aangenomen.

Indien men een 600-tonner beschouwt, vindt men dat Δ voor een straal van 417 m., meer dan 4 zou bedragen. De overbreedte welke dus werkelijk zou nodig zijn, is dus meer dan 4 maal deze welke tot nog toe werd aangenomen.

Het is interessant deze uitslag te vergelijken met hetgeen Guyau voorschrijft in zijn boek « La Théorie du Navire ».

« Si le rayon de giration est égal à quatre, cinq fois ou n fois la longueur, il suffirait que l'avant du navire passât à une distance de l'obstacle égale au quart, au cinquième ou au n^{me} de la longueur. »

Dus
$$\Delta' = \frac{L}{n} \quad \text{en} \quad R = n L \quad \text{waaruit}$$

$$\Delta' = \frac{L^2}{R} \quad \text{of} \quad 4 \times 0,25 \frac{L^2}{R}$$

Het geldt hier weliswaar zeeschepen.

Toch is het te onthouden dat de waarden welke thans worden aangenomen *minima* zijn.

De vermeerdering van bodembreedte moet evenwel beperkt worden, gezien het noodzakelijk is de continuïteit der secties te behouden.

Voor kanalen waar deze conditie geen hoofdrol speelt ware het gewenst de thans aangenomen overbreedte te vergroten.

Er valt ook nog op te merken dat, indien twee schepen zich kruisen, nog andere storende verschijnselen optreden tengevolge van den overdruk en de depressies.

Het gevolg hiervan is dat het sturen bij het kruisen in de bochten slechts mogelijk is indien met geringe snelheid wordt gevaren.

Ook uit dit oogpunt ware het nuttig de speling te vergroten.

Wij nemen ons voor deze verschijnselen nader te onderzoeken in een speciale studie betreffende het bepalen der secties.

Wij zullen dus voorlopig de overbreedte blijven bepalen door de klassieke formule :

$$\Delta = \frac{L^2}{4R}$$

Deze formule geeft als overbreedte

$$\Delta = \frac{400}{R} \quad \text{voor schepen van } 300 \text{ t.}$$

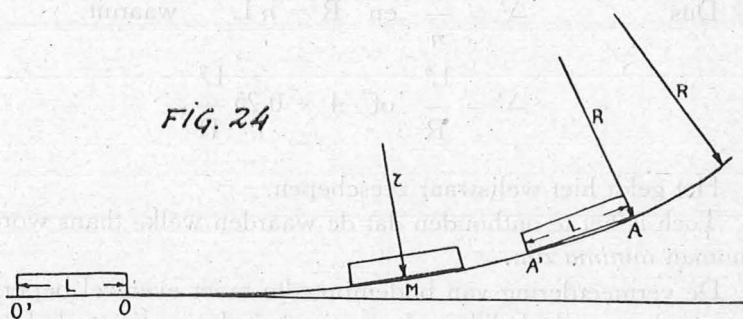
$$\Delta = \frac{625}{R} \quad \text{voor schepen van } 600 \text{ t.}$$

$$\Delta = \frac{1600}{R} \quad \text{voor schepen van } 1.350 \text{ t.}$$

In een parabolische verbinding is de kromtestraal veranderlijk.

Als gevolg hiervan verandert de theoretische overbreedte over de gehele lengte. Er kan natuurlijk geen sprake zijn deze theoretische overbreedte aan te nemen. Wij nemen volgende praktische schikking aan (fig. 24) :

De overbreedte is nul in O', op een afstand L (lengte van het groot-



ste schip) vóór het begin O der verbinding. Ze bereikt de maximumwaarde $\frac{R^2}{4L}$ in een punt A', op een afstand L van het punt A waar de verbinding eindigt. Tussen O' en A' varieert de overbreedte rechtlijnig.

In geval van een dubbele symmetrische parabool is A de apex.

Men kan zich nu de vraag stellen, of in elk punt der parabolische verbinding de aldus aangenomen overbreedte ten minste de theoretische vereiste waarde heeft.

Het antwoord luidt ontkennend.

Inderdaad, indien men de variatie van Δ in functie van x berekent in beide gevallen, stelt men vast dat indien

$$R > 460 \text{ m. met } L = 50 \text{ m.}$$

$$R > 368 \text{ m. met } L = 40 \text{ m.}$$

$$R > 736 \text{ m. met } L = 80 \text{ m.}$$

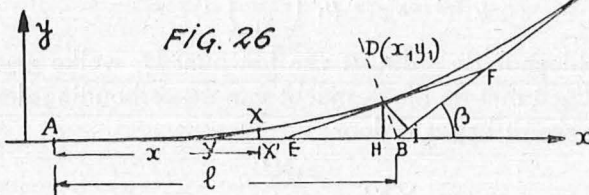
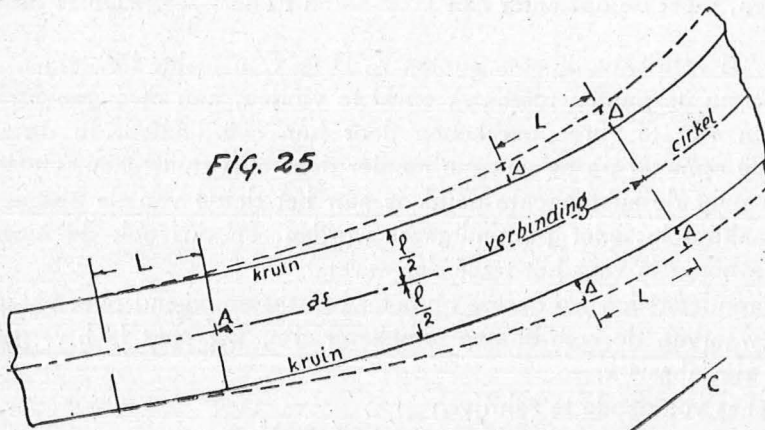
de aangenomen overbreedte kleiner is dan de theoretische. Het verschil is echter onbeduidend en het loont de moeite niet er rekening mee te houden.

Indien de schepen moeten kunnen kruisen in de bochten, hetgeen het gewone geval is, moet vanzelfsprekend een totale overbreedte

$$\Delta' = 2 \Delta = \frac{L^2}{2R}$$

worden aangenomen.

De overbreedte wordt dan met gelijke helften uitgezet langs weerskanten van de as (fig. 25).



§ 8. — Uitsteken der as op het terrein.

Het is tamelijk eenvoudig de parabolische verbindingen te laten tekenen op het studiebureau, maar het is niet gemakkelijk de opmeter

ervan te overtuigen dat de parabool van de 3^o graad even gemakkelijk, zoniet gemakkelijker, uit te steken is op het terrein als de cirkel.

Wij zullen dan ook, alvorens deze studie te eindigen, bepalen welke de gegevens zijn die aan de opzichter moeten verschaft worden, en welke de te volgen werkwijze is.

a) *Uitsteken op het terrein van een dubbele symmetrische parabool.*

De raaklijnen AB en BC zijn gegeven, dus ook β (fig. 26). Gewoonlijk zijn de raaklijnen reeds uitgezet op het terrein, en het is de opmeter die aan de ingenieur de hoek β geeft voor de berekening van de elementen der parabool.

Volgens de algemene studie van het ontwerp, heeft de ingenieur $AB = l$ bepaald; punten A en C zijn gekend en worden op het terrein uitgezet. De ingenieur geeft aan de opmeter x_1 en y_1 , coördinaten van het punt D, dat ligt op de bissectrix van hoek ABC. Met deze coördinaten kan het punt D uitgezet worden vanaf AB en vanaf BC. Als verificatie moet men hetzelfde punt vinden. Om de raaklijn in D te

vinden, meet de opzichter $EH = \frac{AH}{3}$ en $FI = \frac{IC}{3}$. EDF is de raaklijn. Als verificatie moeten punten E, D en F in rechte lijn liggen.

Om nu de punten tussen A en D te vinden, kan de ingenieur deze punten van te voren berekenen door hun coördinaten. In dit geval kan de opmeter op de gewone manier deze curve uitsteken. Gezien in ieder punt de subtangente gelijk is aan het derde van de abscis, kan de raaklijn in ieder punt uitgezet worden, en dus ook de normale, welke nodig is voor het tracé der oevers.

Veronderstellen wij dat de opmeter een tussenliggend punt wil bepalen, waarvan de coördinaten onbekend zijn. Dit punt is b.v. gekend door zijn abscis x .

Het is voldoende te schrijven

$$y = ax^3 = y_1 \left(\frac{x}{x_1} \right)^3.$$

Het is dus voldoende de ordinaat van het punt D, welke gegeven is, te vermenigvuldigen met de derde macht van de verhouding der abscissen. De tangens wordt bepaald door

$$YX' = \frac{AX'}{3}$$

b) *Uitsteken van een cirkel met parabolische verbindingen (fig. 27).*

Men begint met de snijlijn BO uit te steken op het terrein. Punten A en D zijn gekend door de lengten AB en BC. Vervolgens zet men de

punten D en E op het terrein uit door hun coördinaten (x_1, y_1) en (x_2, y_2) . Men materialiseert de raaklijnen DD' en EE' zoals in a) en trekt ze voort tot in G, waar zij, als verificatie, moeten samenvallen.

Het studiebureau zal ook de lengten BG en BF opgeven, zodat een nieuwe verificatie te doen is.

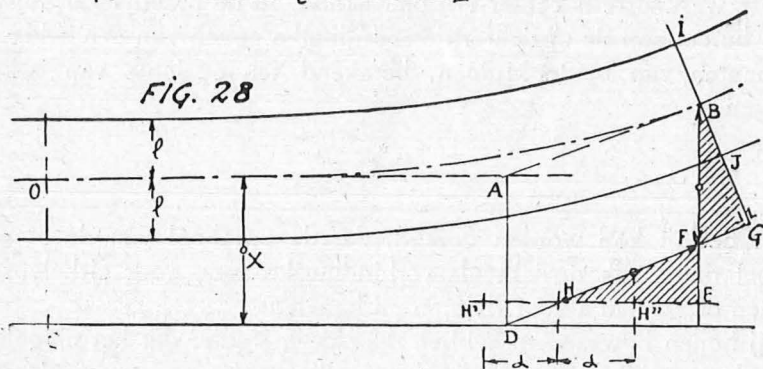
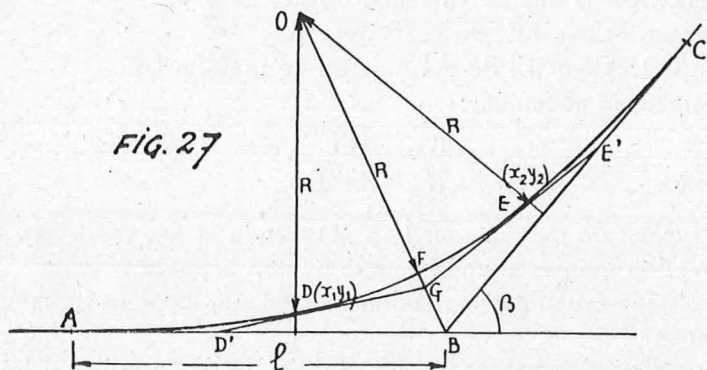
Men kan nu de krommen gemakkelijk uitzetten. De parabolen zoals in a), de cirkelboog op de klassieke manier: immers, de raaklijnen zijn gekend, alsook de straal en een punt F.

Eens de aslijn uitgezet, worden de dwarsprofielen en de oevers op de gewone manier gematerialiseerd.

c) *Bijzonder geval:*

De aslijn bevindt zich in een bestaande bedding en kan niet op het terrein uitgezet worden (normalisering ener rivier b.v.).

In dit geval kan men dus de kruinen niet uitsteken zoals hierboven. Zij dus de asparabool O B (fig. 28).



Men vraagt de kruinen op het terrein uit te steken, d.w.z., vanaf de aslijn, langs weerskanten, op de normale een lengte $(l + \Delta)$ uit te zetten, Δ zijnde de enkele overbreedte.

Men zet de rechte CD op het terrein, evenwijdig met de raaklijn OA en op een afstand X ervan.

Men materialiseert de punten C, D, en vervolgens de raaklijn DF en het punt F.

Wij nemen $FH = X$.

Indien wij de driehoek BFG beschouwen, zien wij dat hij gelijk is aan de gematerialiseerde driehoek HFE. Dus $HF = BG$.

Wij nemen nu HH' en $HH'' = \alpha = l + \Delta$.

Δ zijnde de overbreedte $\left(\frac{L^2}{4R} \right)$ en l de halve theoretische bodembreedte.

Volgens de figuur moet

$$\begin{aligned} H'E &= JG \text{ en} \\ H'E &= IG \text{ zijn.} \end{aligned}$$

De werkwijze is dus de volgende op het terrein :

Wij nemen $FG = FE$, dit geeft punt G.

Vanuit G trekken wij de normale op de raaklijn DG.

Wij nemen de afstanden :

$$\begin{aligned} IG &= H'E \\ JG &= H''E, \end{aligned}$$

hetgeen toelaat de punten I en J op het terrein te materialiseren.

Op dezelfde manier kunnen andere punten bepaald worden.

Het volstaat een nieuwe raaklijn aan de parabool te trekken en te herbeginnen.

Deze werkwijze is echter vrij omslachtig. In de praktijk zal het technisch bureel aan de opzichter de coördinaten geven van een zeker aantal punten van beide kruinen, berekend ten opzichte van gekende basissen.

*
**

Als besluit kan worden gezegd, dat de parabool van de 3^e graad voldoet onder elk opzicht als verbindingskromme voor cirkelvormige aslijnen of als aslijn voor rivieren en kanalen.

Wij hopen bewezen te hebben door deze studie, dat het mogelijk is ze in de praktijk op eenvoudige en snelle manier aan te wenden door het gebruik van diagrammen.

RÉSUMÉ :

Détermination d'un tracé rationnel des canaux et rivières.

§ 1. — Introduction.

Lors de la rédaction d'un projet de rectification ou de calibrage d'une rivière, ou de creusement d'un canal, il s'agit de choisir un axe convenable, de telle façon que le lit se maintienne le mieux possible et que la navigation se fasse aisément.

Depuis que Fargue a énoncé ses lois, nous admettons que tous les éléments du lit, la courbure, la profondeur etc., doivent varier continûment entre des minima et des maxima, situés respectivement aux points d'inflexion et au sommet.

Il faut faire observer cependant que les lois de Fargue s'appliquent aux rivières à courant libre. Mais en fait, pendant les périodes de crue, tous les barrages sont ouverts, de sorte que le courant est libre à ce moment.

Or, c'est précisément pendant les périodes de crue que le lit est attaqué, de sorte que nous devons bien tenir compte des lois de Fargue même pour les rivières canalisées et les canaux.

Malgré cela, on constate que l'on prend couramment comme axe de nouveaux lits des lignes droites ou des cercles, pour simplifier le tracé.

En effet, les différentes courbes à courbure variable, telles la clothoïde, le lemniscate etc., sont non seulement difficiles à dessiner, mais aussi peu pratiques à implanter sur le terrain. En effet, chaque point doit être déterminé à l'avance au moyen de tables, ce qui fait qu'il est impossible pour l'opérateur de déterminer sur le terrain un point intermédiaire.

Dans cette étude nous nous proposons de montrer que la parabole cubique satisfait suffisamment à la continuité tout en étant simple à dessiner et à implanter sur le terrain.

§ 2. — Détermination de l'axe d'une rivière canalisée ou d'un canal.

Le but d'une voie d'eau est généralement double, savoir :

- 1) Evacuer le débit maximum sans que le lit soit attaqué.
- 2) Permettre la navigation sans difficultés.

Nous examinons successivement ces points; on en conclut ce qui suit :

A. — EVACUATION DES EAUX.

1) Au point de vue de l'évacuation des eaux il faut que l'axe ait une courbure qui varie continûment entre 0 au point d'inflexion et un maximum au sommet.

2) Dans certains cas on est obligé d'admettre, par raison de simplicité, un axe composé d'un arc de cercle et de deux courbes à variation continue de courbure.

3) L'arc de cercle et la ligne droite ne sont employés qu'en cas d'absolue nécessité.

B. — NAVIGATION.

Il est clair que si l'on connaît la trajectoire que décrit un bateau dans une courbe, il est logique de prendre cette courbe comme axe : en effet, dans ce cas le marinier devra faire un minimum de manœuvres avec le gouvernail.

Le tout revient donc à déterminer cette trajectoire.

On peut, en faisant certaines hypothèses simplificatrices, déterminer la nature de cette dernière.

Tant que la courbure de celle-ci reste modérée, elle diffère très peu de la clothoïde $rs = k$.

La trajectoire ne devient rigoureusement circulaire qu'au bout d'un temps infini, mais pratiquement on peut considérer la trajectoire comme circulaire au bout d'un temps assez court.

On en déduit ce qui suit :

1) Au point de vue de la navigation, un axe circulaire convient.

2) L'axe rectiligne convient évidemment.

3) Entre un axe rectiligne et un axe circulaire, il faut intercaler une courbe à courbure variable dont l'équation est $r \cdot s = k$.

Il en résulte que si l'axe satisfait aux conditions imposées par l'évacuation des eaux, il est également favorable à la navigation.

§ 3. — Courbe pratique.

L'équation $r \cdot s = K$ est celle d'une clothoïde.

Cette courbe est peu pratique parce que la détermination de chaque point nécessite l'emploi d'une table.

On constate en pratique que l'on peut remplacer sans erreur sensible, la clothoïde par la parabole cubique $y = ax^3$, qui offre l'avantage que l'opérateur peut déterminer facilement tous les points intermédiaires désirés, sans calculs compliqués.

§ 4. — Dans ce paragraphe,
l'auteur étudie les diverses propriétés de la parabole $y = ax^3$.

Il envisage aussi la détermination pratique de cette parabole en supposant certains éléments connus.

§ 5. — La parabole cubique comme courbe de raccordement.

Dans ce paragraphe on établit des formules permettant de tracer des abaques pour le tracé rapide des paraboles cubiques raccordant un arc de cercle à une droite, en supposant imposées certaines données, telles : l'angle des tangentes, la longueur de celles-ci, et la flèche au sommet.

§ 6. — Détermination d'un tracé.

Dans ce paragraphe on examine différents cas qui peuvent se présenter en pratique.

a) $\beta/2 \leq 24^\circ 5' 41''$.

Dans ce cas la parabole cubique peut à elle seule constituer l'axe.

b) $\beta/2 > 24^\circ 5' 41''$.

Dans ce cas on est obligé de composer l'axe d'un arc d'un cercle et de deux raccordements paraboliques.

Un exemple pratique, pris dans le tracé du Ringvaart, illustre la théorie.

§ 7. — Détermination des rives. — Surlargeurs.

L'axe étant déterminé, il s'agit de tracer les rives.

Comme l'inclinaison des berges est en général imposée par la nature des terrains, le tracé des rives dépend en définitive de la largeur au plafond.

En alignement droit, celle-ci est fonction du plus grand bateau qui doit emprunter la voie d'eau, et par le plus grand débit qui doit pouvoir être évacué.

La surlargeur généralement admise $\frac{L^2}{4R}$ est un minimum. D'après le mouvement des bateaux la surlargeur devrait être 4 fois plus grande. La surlargeur est répartie de part et d'autre de l'axe par quantités égales.

§ 8. — **Implantation de l'axe sur le terrain.**

Nous montrons comment l'opérateur peut implanter une parabole cubique sur le terrain, et quelles sont les données à lui fournir.

L'auteur examine notamment le cas d'une parabole cubique, d'un cercle avec raccordements paraboliques, ainsi que le cas du recalibrage d'une rivière existante dont l'axe ne peut être matérialisé sur le terrain.

! *
* *

Comme conclusion on peut noter que la parabole cubique peut remplacer les diverses courbes à courbure variable proposées et que son emploi est commode.

ADDENDA.

Bepaling van R_M .

=====

Van verschillende kanten werd gevraagd hoe R_M bepaald wordt.

Er bestaan geen bepaalde normen voor het vastleggen van de minimumstraal welke mag aangenomen worden voor een zeker scheepstype. Hiertoe ware het nodig meer gedetailleerde proeven te doen op de draaiing der schepen. Nochtans kan men enig inzicht bekomen over de wijze waarop R_M varieert met het scheepstype.

De kleinste mogelijke straal waarbij een schip kan draaien is inderdaad gegeven door de formule (6) (zie nota betreffende Rationele aslijn voor kanalen en rivieren)

$$R_M^* = \frac{L}{4 \sin \gamma} \sqrt{\frac{d L}{S \cos \gamma}}$$

$$R_M = \frac{L}{4 \sin \gamma \sqrt{\cos \gamma}} \sqrt{\frac{L^3 d}{S}}$$

R_M is dus minimum als $4 \sin \gamma \sqrt{\cos \gamma}$ max. is.

Wij hebben gezien dat de ware baan grotere kromtestralen vertoont tengevolge van de zijdelingse afwijking van het schip; men moet dus schrijven

$$R_M = \frac{\alpha}{4 \sin \gamma \sqrt{\cos \gamma}} \sqrt{\frac{L^3 d}{S}}$$

α is onbekend en moet proefondervindelijk bepaald worden.

Ten slotte is

$$R_M = K \sqrt{\frac{L^3 d}{S}}$$

hiervan is L = lengte van het schip
 d = diepgang van het schip
 S = roerooppervlakte.

Door vergelijking met de min.stralen die in de praktijk worden aangewend, kan men K gelijk nemen aan 1,7.

Men heeft aldus :

300 tonner : $L = 38,50$ m.
 $d = 2,30$ m. $R_M = 1,7 \sqrt{\frac{38,5^3 \times 2,30}{3,5}} = 324$ m.
 $S = 6$ m²

600 tonner : $L = 50$

2.

1350 tonner : L = 80 m.
d = 2,50 m.
S = 7,50 m²

$$R_M = 1,7$$

$$\sqrt{\frac{80^3 \times 2,50}{7,50}} = 710 \text{ m.}$$

2000 tonner : L = 100 m.
d = 2,50 m.
S = 9

$$R_M = 1,7$$

$$\sqrt{\frac{100^3 \times 2,5}{9}} = 900 \text{ m.}$$

Libertyship :

L = 128 m.
d = 8,50 m.
S = 5,50 m²

$$R = 1,7$$

$$\sqrt{\frac{128^3 \times 8,50}{5,5}} = 3060 \text{ ong. } 3000 \text{ m.}$$

.. Zo enige twijfel blijft bestaan omtrent de absolute waarde van R_M , dan geeft de formule toch goed de verandering van R_M met karakteristieken van een schip.

De Ea. Ingenieur,

Gand, le 4 Mars 1928.

Monsieur De Pils.
Ingénieur en chef. District.
Monsieur des Brosses. Collège.

Bruxelles.

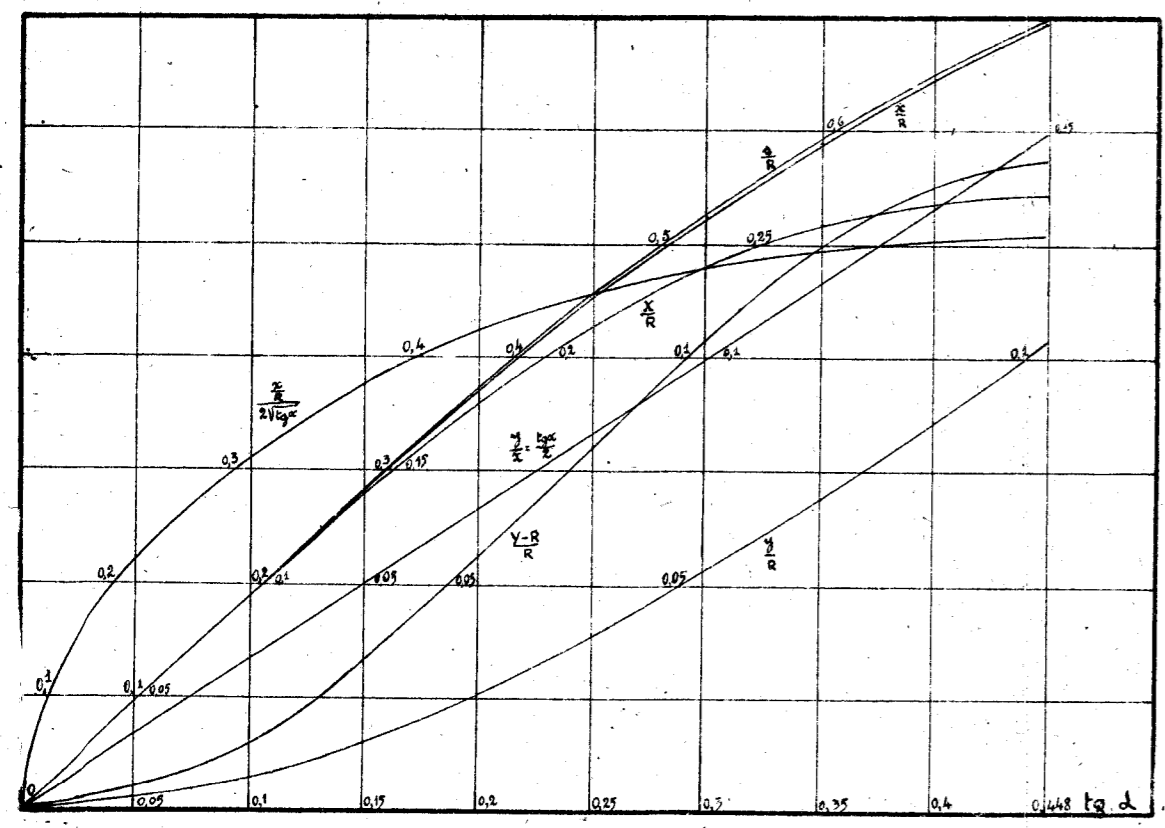
Monsieur l'Ingénieur en chef. District,

J'ai l'honneur de vous envoyer
ci joint un titre si fait de la note
concernant les titres des titres.

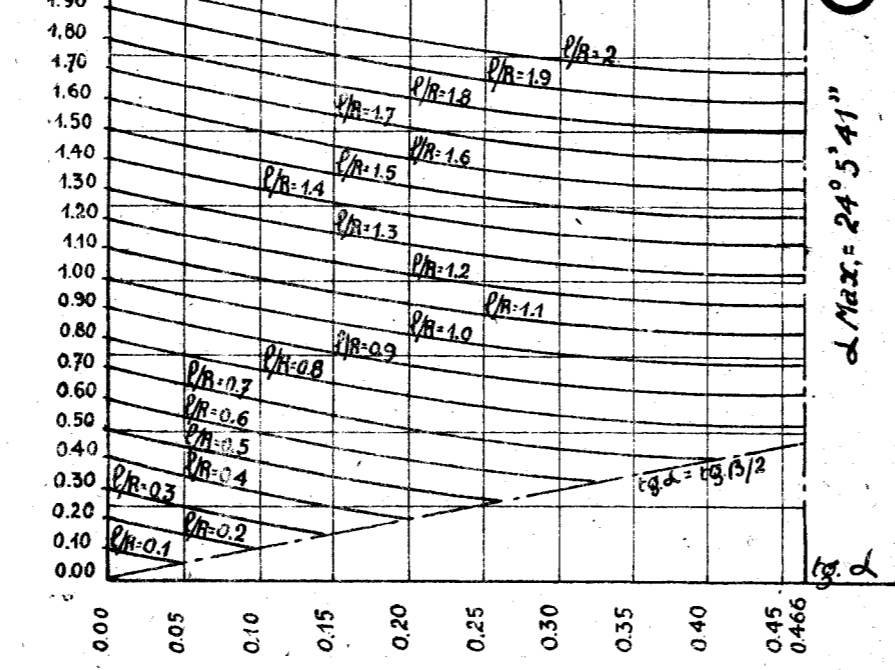
Veuillez agréer, Monsieur l'Ingénieur
en chef, mes salutations respectueuses.



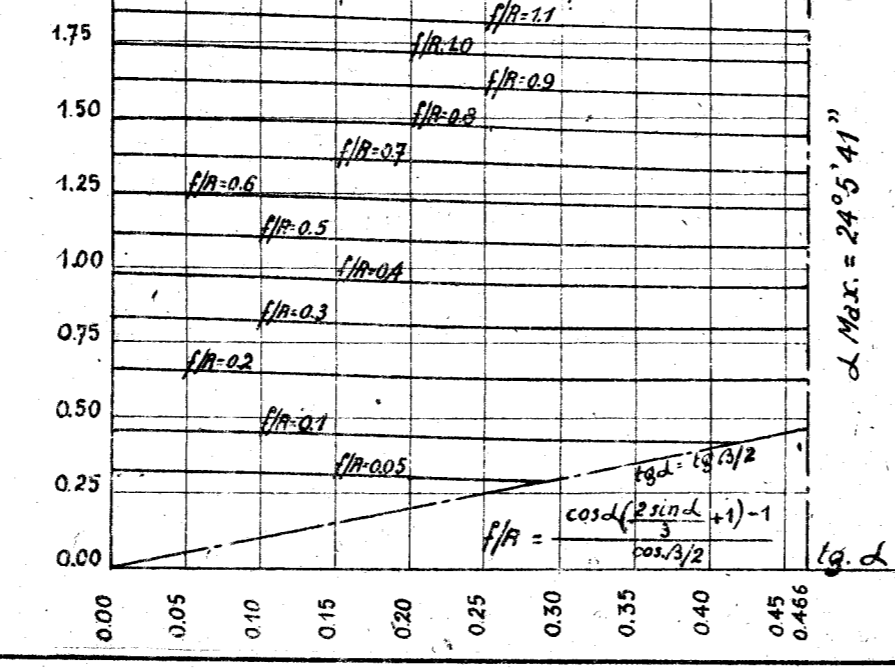
① Diagrammas voor het berekenen van de parabolen van de derde graad



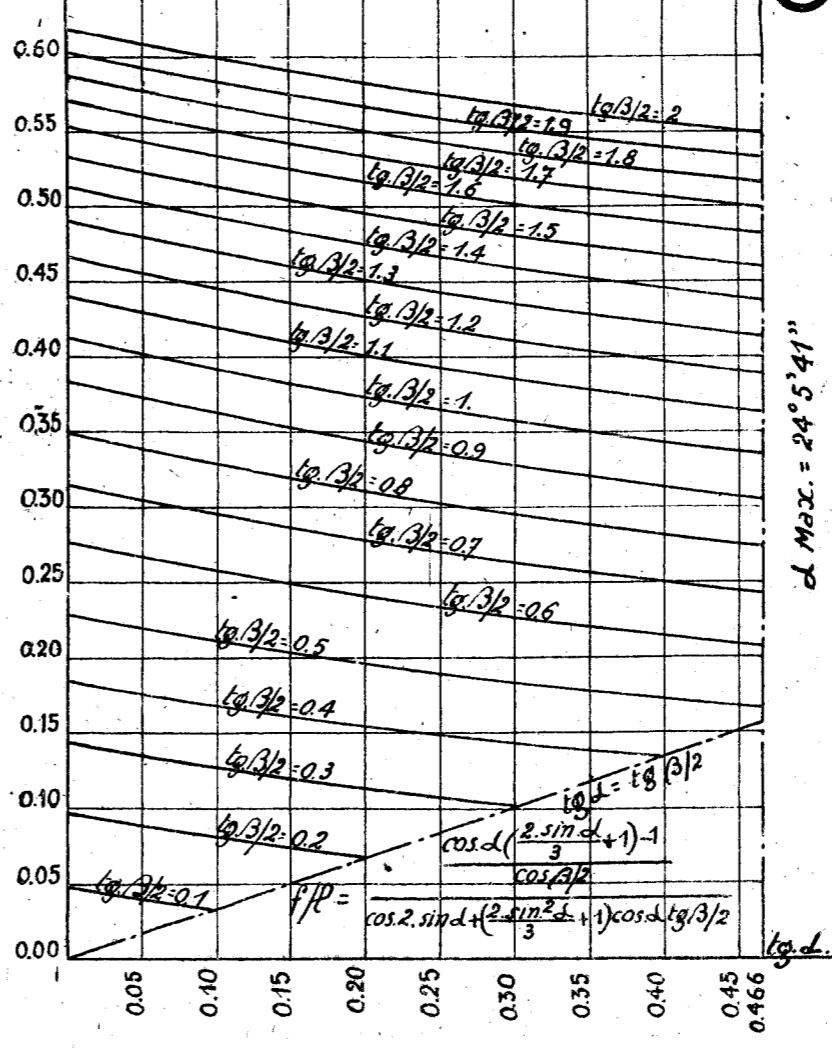
② Diagramma van l/R in functie van $lg \alpha$ en $lg \beta/2$



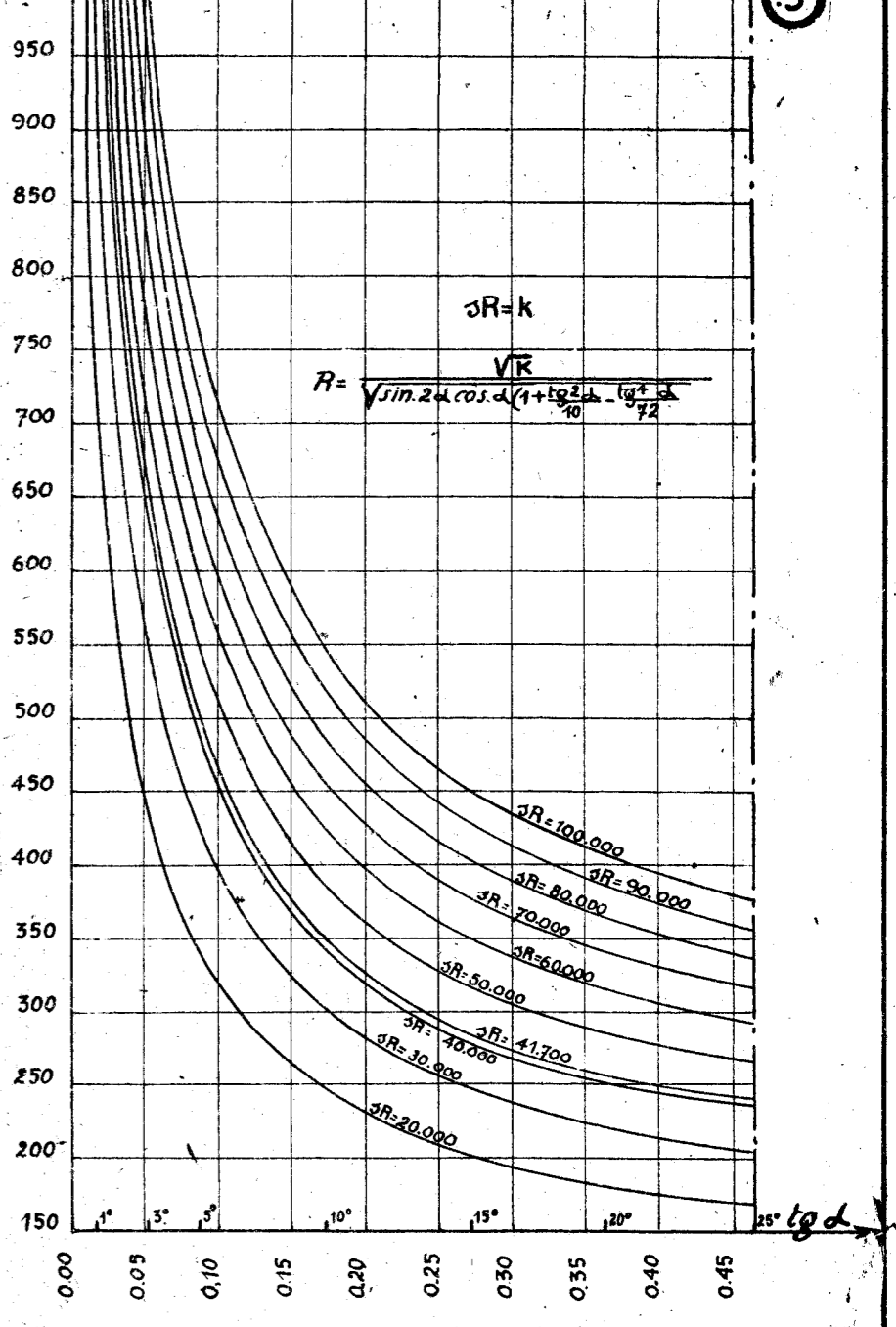
③ Diagramma van f/R in functie van $lg \alpha$ en $lg \beta/2$



④ Diagramma van f/P in functie van $lg \alpha$ en $lg \beta/2$



⑤ Diagramma van R in functie van k en α



$$R = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{\sin 2\alpha \cos \alpha (1 + \frac{\lg^2 \alpha}{10} - \frac{\lg^2 \alpha}{72})}}$$

$$f/P = \frac{\cos \alpha \left(\frac{2 \sin \alpha}{3} + 1 \right) - 1}{\cos \beta/2}$$

$$f/R = \frac{\cos 2 \sin \alpha + \left(\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} + 1 \right) \cos \alpha \lg \beta/2}{\cos \beta/2}$$