

212 387

Théorèmes fondamentaux d'hydraulique fluviale

par A. MERTEN

Ingénieur des Ponts et Chaussées,
Chargé de Cours à l'Université de Gand.

La théorie mécanique des cours d'eau à mouvement permanent trouve ses principales applications dans l'élaboration des projets de canaux et dans la recherche de l'influence des modifications apportées aux cours d'eau naturels existants.

Ces deux genres de problèmes ne peuvent pas être abordés aussi aisément l'un que l'autre par les théorèmes de la mécanique: alors que les canaux sont généralement à lit prismatique, les cours d'eau naturels sont contenus dans une cunette irrégulière formant une surface qui n'est pas analytique. Aussi la discussion rigoureuse de la forme des axes hydrauliques, très aisée dans le cas d'un canal, est-elle considérée comme impossible dans le cas d'un cours d'eau naturel.

L'hydraulique mécanique ne comprenait pas de théorèmes généraux relatifs aux cours d'eau quelconques; dès lors, pour étudier l'influence des travaux à exécuter, on était réduit à admettre comme postulat « *la légitimité de l'extension aux cours d'eau naturels des théorèmes relatifs aux cours d'eau prismatiques* ».

Depuis deux ans nous avons enseigné dans notre cours d'hydraulique un théorème que nous avons appelé: « *théorème de la pente superficielle* », dans lequel nous exposons rigoureusement, pour le cas d'un lit prismatique, l'influence de la variation de débit sur les hauteurs d'eau se produisant dans un pareil lit. Nous avons été amené à formuler les conditions moyennant lesquelles l'inclinaison de l'axe croît lorsque le débit décroît. (Nous ferons remarquer en passant qu'on admettait auparavant sans démonstration la proposition

suivante : pour écouler un plus grand débit, il faut que la veine liquide présente à la surface une dénivellation plus grande. Dans le théorème auquel nous faisons allusion plus haut, nous divisons le cours d'eau, (supposé prismatique), en trois régions délimitées par les deux droites de ressaut relatives aux deux débits considérés. Nous avons montré que la proposition ci-dessus n'est pas vraie pour la région médiane.

Cette année nous avons complètement modifié notre exposé, après avoir remarqué qu'il est possible de démontrer d'une façon générale, pour des lits absolument quelconques, un théorème fondamental permettant la discussion rapide des modifications se produisant dans les axes par suite des variations de débit.

Dans la présente note nous démontrerons d'une manière simple, croyons-nous, les résultats auxquels nous avons été conduit. Le lecteur se rendra compte de la façon dont le théorème permet immédiatement la discussion de l'influence des différents travaux, tels que : création d'un canal de dérivation, d'un canal d'évacuation, d'une coupure, enlèvement d'obstacles, etc.. L'étude de ces applications forme un chapitre de notre cours d'hydraulique.

L'équation différentielle des axes est (*) :

$$ids - dh \sqrt{1 - i^2} = -\frac{q^2}{g} \cdot \frac{d\omega}{\omega^3} + \frac{q^2}{\omega^3} b\chi ds$$

ou

$$i - \frac{dh}{ds} \sqrt{1 - i^2} = \frac{q^2}{\omega^3} \left[b\chi - \frac{1}{g} \left(\frac{\delta\omega}{\delta s} + \frac{\delta\omega}{\delta h} \cdot \frac{dh}{ds} \right) \right]$$

ou

$$i - \frac{dh}{ds} \sqrt{1 - i^2} = \frac{q^2}{\omega^3} \left[b\chi - \frac{1}{g} \left(\frac{\delta\omega}{\delta s} + l \frac{dh}{ds} \right) \right].$$

Portons en abscisses les $\frac{dh}{ds}$, et en ordonnées les valeurs du 1^{er} et du 2^{ond} membre.

(*) Notations : i pente.

s distance suivant l'axe à partir d'une origine quelconque.

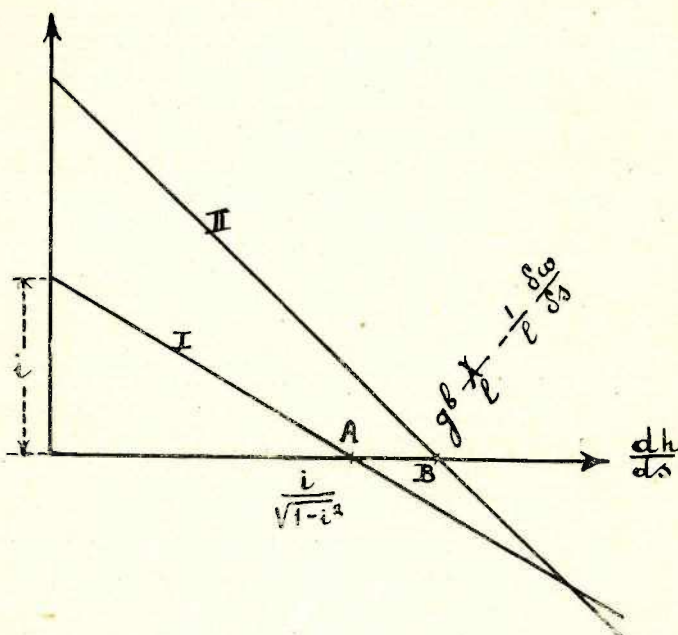
h hauteur d'eau

q débit.

ω section mouillée.

χ périmètre mouillé; b coefficient de résistance.

1^{er} membre : Droite I. Le point d'intersection avec l'axe des



abscisses est indépendant du débit, de la hauteur d'eau, de tout
sauf uniquement de la pente $\frac{dh}{ds} = \frac{i}{\sqrt{1-i^2}}$.

2^{ond} membre : Droite II. Nous supposons donnée la forme de la
section, la hauteur d'eau, le débit, le lit.

Le point d'intersection avec l'axe des abscisses est donné par

$$b\chi - \frac{1}{g} \left(\frac{\delta\omega}{\delta s} + l \frac{dh}{ds} \right) = 0$$

ou

$$\frac{dh}{ds} = gb \frac{\chi}{l} - \frac{1}{l} \frac{\delta\omega}{\delta s}.$$

Ce point d'intersection est le même, quel que soit le débit;
si le débit augmente, l'ordonnée à l'origine augmente.

Usage du diagramme. Pour un débit donné, on peut tracer
la droite II; l'intersection des deux droites I et II a pour

abscisse la valeur de l'inclinaison de l'axe pour la hauteur et le débit donnés.

Rem. Il existe une valeur q_r du débit pour laquelle l'inclinaison est infinie. Elle correspond au parallélisme des droites I et II. Le débit correspondant s'obtiendra par l'équation :

$$i \frac{ds}{dh} - \sqrt{1 - i^2} = \frac{q^2}{\omega^3} \left[b\gamma \frac{ds}{dh} - \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \omega}{\partial s} \frac{ds}{dh} + l \right) \right]$$

Faisant $\frac{ds}{dh} = 0$, nous trouvons :

$$\sqrt{1 - i^2} = \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}$$

Or la théorie du ressaut est applicable aussi bien à un lit continu quelconque qu'à un lit prismatique. La valeur q_r est celle qui correspondrait à une amplitude nulle du ressaut (comme dans un lit prismatique).

Discussion du diagramme.

$$1^{er} \text{ Cas : } \frac{i}{\sqrt{1 - i^2}} < gb \frac{\gamma}{l} - \frac{1}{l} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial s}.$$

Quand q croît, $\frac{dh}{ds}$ décroît, sauf le saut brusque de $-\infty$ à $+\infty$ pour la valeur q_r .

$$2^{e} \text{ Cas : } \frac{i}{\sqrt{1 - i^2}} = gb \frac{\gamma}{l} - \frac{1}{l} \frac{\partial \omega}{\partial s}$$

Toujours $\frac{dh}{ds} = \frac{i}{\sqrt{1 - i^2}}$; horizontalité, quel que soit le débit.

$$3^{e} \text{ Cas : } \frac{i}{\sqrt{1 - i^2}} > gb \frac{\gamma}{l} - \frac{1}{l} \frac{\partial \omega}{\partial s}.$$

Quand q croît, $\frac{dh}{ds}$ croît, sauf le saut brusque de $+\infty$ à $-\infty$ pour q_r .

Rem. Aucun axe réel ne passe par la hauteur H , telle que $q = q_r$. Car, pour cette hauteur,

$$\frac{dh}{ds} = \frac{N_1}{D}$$

N_1 est $\neq 0$; D passe par 0 en changeant de signe, donc les inclinaisons passent de ∞ d'un signe à l' ∞ d'un autre signe; l'axe ne continue pas. Donc, si un axe coupe le lieu des H_1 , c'est par une discontinuité.

Conclusions : Considérons les régions où

$$\frac{i}{\sqrt{1-i^2}} > gb \frac{\chi}{l} - \frac{1}{l} \frac{\partial \omega}{\partial s} \quad (\text{régions positives})$$

et celles où

$$\frac{i}{\sqrt{1-i^2}} < gb \frac{\chi}{l} - \frac{1}{l} \frac{\partial \omega}{\partial s} \quad (\text{régions négatives})$$

séparées par les *courbes d'égalité*.

Comme cas particulier il peut n'exister qu'une région (c'est le cas général pour les lits prismatiques).

Nous divisons, pour notre étude, les axes en tronçons continus :

1° Si un axe est dans une région positive, le $\frac{dh}{ds}$ croît quand q croît, sauf le passage de $+\infty$ à $-\infty$.

2° Si un axe est dans une région négative, conclusion opposée.

3° Si un axe coupe une courbe d'égalité, il y est horizontal.

Corollaires. — Considérons deux axes situés dans une même région : 1° ils ne peuvent se couper qu'en un seul point; 2° l'axe à plus fort débit est au-dessus de l'autre à l'aval du point d'intersection et en-dessous à l'amont, si la région est positive, et inversement.

Si deux axes sont compris dans deux régions consécutives, ils peuvent avoir au maximum deux points d'intersection : s'ils ont un point commun sur la courbe d'égalité, ils y sont tangents et n'ont pas d'autre point commun